

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Camila Luiza Mello Carvalho

**Avaliação de modelos matemáticos de comportamento para o Módulo de Resiliência de
Materiais de Pavimentação**

Juiz de Fora

2023

Camila Luiza Mello Carvalho

**Avaliação de modelos matemáticos de comportamento para o Módulo de Resiliência de
Materiais de Pavimentação**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientador: D.Sc. Geraldo Luciano de Oliveira Marques

Coorientador: D.Sc. Flávio de Souza Barbosa

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Mello Carvalho, Camila Luiza.

Avaliação de modelos matemáticos de comportamento para o Módulo de Resiliência de Materiais de Pavimentação / Camila Luiza Mello Carvalho. -- 2024.

74 f. : il.

Orientador: Geraldo Luciano de Oliveira Marques

Coorientador: Flávio de Souza Barbosa

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2024.

1. Módulo de resiliência. 2. Ensaio triaxial de cargas repetidas. 3. Modelos matemáticos. I. de Oliveira Marques, Geraldo Luciano, orient. II. de Souza Barbosa, Flávio, coorient. III. Título.

CAMILA LUIZA MELLO CARVALHO

Título: “Avaliação de modelos matemáticos de comportamento para o Módulo de Resiliência de Materiais de Pavimentação”

Dissertação apresentada ao Programa de Pós graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas e Materiais.

Aprovada em 18 de dezembro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Geraldo Luciano de Oliveira Marques - Orientador e Presidente da Banca
Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Flávio de Souza Barbosa - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Heraldo Nunes Pitanga -- Membro Titular Interno
Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Rafael Cerqueira Silva - Membro Titular Externo
Universidade de Brasília (UNB)

Juiz de Fora, 30/11/2023.



Documento assinado eletronicamente por **Geraldo Luciano de Oliveira Marques, Professor(a)**, em 20/12/2023, às 17:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Heraldo Nunes Pitanga, Professor(a)**, em 20/12/2023, às 18:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rafael Cerqueira Silva, Usuário Externo**, em 20/12/2023, às 21:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flavio de Souza Barbosa, Professor(a)**, em 18/01/2024, às 09:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1603166** e o código CRC **C4612F5B**.

Criado por [3363139](#), versão 4 por [3363139](#) em 30/11/2023 16:42:23.

Dedico este trabalho aos meus pais, Márcia e Anselmo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, por serem meus principais incentivadores desde o começo da carreira.

Agradeço ao meu marido, Lucas, por segurar minha mão durante toda minha caminhada acadêmica.

Expresso minha gratidão, também, à UFJF pelo ensino público, gratuito e de muita qualidade.

Agradeço ao meu orientador, professor Geraldo Marques, por todo o apoio e por ser tão compreensivo.

Agradeço ao meu coorientador, professor Flávio Barbosa, e aos demais membros da banca examinadora, por contribuições valiosas que ajudam a melhorar o presente trabalho.

Agradeço ao meu colega de profissão, Yuri Carvalho, por estar presente me apoiando durante a realização da pesquisa.

Agradeço ao Clayton Felício, que contribuiu de forma fundamental para o andamento da pesquisa, sempre de forma solícita e atenciosa.

Por fim, a todos que, de alguma forma, torceram por mim, meu muito obrigada!

RESUMO

Atualmente, a malha rodoviária do Brasil é uma das maiores do mundo. Sendo assim, um estudo eficaz dos materiais das camadas que constituem o pavimento é de suma importância para melhores dimensionamentos, durabilidade e manutenção das rodovias. Para melhor dimensionamento do pavimento, é necessário conhecer as propriedades dos materiais que o constituem, como, por exemplo, o módulo de resiliência. Desta forma, o presente trabalho possui o objetivo principal de analisar modelos matemáticos para o módulo de resiliência aplicados em materiais de pavimentação. O ensaio triaxial de cargas repetidas é o principal método de obtenção dos valores do módulo de resiliência dos materiais. São utilizados, então, dados de tensão confinante, tensão desvio e módulo de resiliência calculado, provenientes do banco de dados de Ferreira (2008) e de ensaios realizados no Laboratório de Pavimentação da UFJF.

Foram aplicados quatorze modelos matemáticos de módulo de resiliência a 341 amostras do banco de dados de Ferreira (2008), sendo este banco de dados otimizado, isto é, sem a presença de outliers, com a respectiva análise de três parâmetros estatísticos para avaliar sua adequabilidade, sendo eles o R-square, R-square ajustado e o Erro Quadrático Médio. De maneira análoga, foi realizado o mesmo procedimento no banco de dados do Laboratório de Pavimentação num total de 33 amostras de ensaio e, ainda, em um terceiro banco de dados obtido através do segundo. Ao final, foi estabelecido um *ranking* entre os modelos.

Conclui-se que, para o banco de dados de Ferreira (2008), o modelo de Tam e Brown (1988) foi o que apresentou melhor desempenho, o que leva a considerar a relevância do modelo e sugerir uma maior aderência dos projetistas brasileiros em empregá-lo em suas análises. Além disso, no banco de dados de ensaios realizados no Laboratório de Pavimentação da UFJF o modelo de Witczak e Uzan (1988) apresenta melhor desempenho, também sugerindo sua possível aplicabilidade em projetos de dimensionamento de pavimentos.

Palavras-chave: Módulo de resiliência; ensaio triaxial de cargas repetidas; modelos matemáticos.

ABSTRACT

Currently, Brazil boasts one of the largest road networks globally. Therefore, an effective study of the materials comprising the pavement layers is of paramount importance for improved design, durability, and maintenance of highways. To better understand pavement design, it is crucial to be acquainted with the properties of the materials involved, such as the resilient modulus. Thus, the main objective of this study is to analyze mathematical models for the resilient modulus applied to pavement materials. The repeated triaxial load test is the primary method for obtaining resilient modulus values for these materials. Data from confining stress, deviator stress, and calculated resilient modulus are utilized, originating from Ferreira's (2008) database and tests conducted at the UFJF Pavement Laboratory.

Fourteen mathematical models for resilient modulus were applied to 341 samples from Ferreira's (2008) optimized database, meaning without outliers, with the respective analysis of three statistical parameters to assess their suitability: R-square, adjusted R-square, and Mean Squared Error. Similarly, the same procedure was carried out in the Pavement Laboratory database, totaling 33 test samples, and in a third database obtained from the second. Ultimately, a ranking was established among the models.

It is concluded that, for Ferreira's (2008) database, the Tam and Brown (1988) model demonstrated the best performance, emphasizing its relevance and suggesting greater adherence by Brazilian designers in their analyses. Furthermore, in the Pavement Laboratory test database, the Witczak and Uzan (1988) model showed superior performance, also suggesting its possible applicability in pavement design projects.

Keywords: Resilient modulus; repeated triaxial load test; mathematical models.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

- Figura 1 – Estrutura típica dos pavimentos flexíveis e rígidos
- Figura 2 – Sensores de deslocamento utilizados em pavimentos na Califórnia
- Figura 3 – Registros do primeiro equipamento de ensaio triaxial dinâmico da COPPE
- Figura 4 – Desenho esquemático do equipamento de ensaio triaxial dinâmico
- Figura 5 – Colocação da membrana de borracha no corpo de prova
- Figura 6 – Detalhe da montagem do ensaio triaxial dinâmico
- Figura 7 – Célula triaxial pronta para início do ensaio
- Figura 8 – Registro do computador após término do ensaio triaxial dinâmico
- Figura 9 – Extrato do relatório gerado pelo computador após ensaio triaxial dinâmico
- Figura 10 – Classificação HRB dos solos
- Figura 11 – Exemplos de comparação entre R^2
- Figura 12- Fluxograma esquemático da pesquisa
- Figura 13 – Extrato inicial do banco de dados de Ferreira (2008)
- Figura 14 – Extrato final do banco de dados de Ferreira (2008)
- Figura 15 – Banco de dados otimizado de Ferreira (2008)
- Figura 16 – Extrato da interface da ferramenta MATLAB
- Figura 17 – Extrato da parte inicial da planilha de resultados
- Figura 18 – Extrato dos resultados dos parâmetros estatísticos
- Figura 19 – Planilha de resultados correspondente ao banco de dados de ensaio
- Figura 20 - Planilha de resultados correspondente ao banco de dados calculado a partir de Pezo (1993)

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 – Legenda dos componentes do equipamento de ensaio triaxial mostrado na Figura 4
- Tabela 2 – Modo de compactação de corpo de prova em cilindro tripartite
- Tabela 3 – Sequência de tensões para o pré-condicionamento
- Tabela 4 – Pares de tensões para determinação do módulo de resiliência
- Tabela 5 – Quadro-resumo dos modelos estudados
- Tabela 6 – Resumo dos resultados gerais no banco de dados de Ferreira (2008)
- Tabela 7 – Modelos x Maior valor de R^2 por tipo de solo
- Tabela 8 – Modelos x Maior valor de R^2A por tipo de solo
- Tabela 9 – Modelos x Menor valor de MSE por tipo de solo
- Tabela 10 – Tipos de Solo HRB x Resultados
- Tabela 11 – Resumo dos resultados por tipo de solo no banco de dados de Ferreira (2008)
- Tabela 12 – Resumo dos resultados gerais no banco de dados da UFJF
- Tabela 13 – Modelos x Maior valor de R^2 por tipo de solo – Dados de ensaio
- Tabela 14 - Modelos x Maior valor de R^2A por tipo de solo – Dados de ensaio
- Tabela 15- Modelos x Menor valor de MSE por tipo de solo – Dados de ensaio
- Tabela 16 – Resumo dos resultados por tipo de solo no banco de dados da UFJF
- Tabela 17 – Resumo dos resultados gerais no banco de dados da UFJF ajustado
- Tabela 18 – Modelos x Maior valor de R^2 por tipo de solo – Banco de dados calculado
- Tabela 19 – Modelos x Maior valor de R^2A por tipo de solo – Banco de dados calculado
- Tabela 20 – Modelos x Menor valor de MSE por tipo de solo – Banco de dados calculado

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Modelo x Maior R^2

Gráfico 2 – Modelo x Maior R^2 ajustado

Gráfico 3 – Modelo x Menor MSE

Gráfico 4 – Tipo de Solo (HRB) x Ocorrência

Gráfico 5 – Tipo de Solo H.R.B. x Distribuição no banco de dados

Gráfico 6 – Modelo x Maior R^2 - Dados de ensaio

Gráfico 7 – Modelo x Maior R^2A – Dados de ensaio

Gráfico 8 – Modelo x Menor MSE – Dados de ensaio

Gráfico 9 – Distribuição das amostras por tipo de solo – Dados de ensaio

Gráfico 10 – Modelo x Maior R^2 – Banco de dados calculado

Gráfico 11 – Modelo x Maior R^2A – Banco de dados calculado

Gráfico 12 – Modelo x Menor MSE – Banco de dados calculado

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 OBJETIVO PRINCIPAL	13
1.2 OBJETIVO SECUNDÁRIO	13
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	13
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1 MÓDULO DE RESILIÊNCIA DE MATERIAIS TERROSOS E AGREGADOS	15
2.1.1 Histórico	15
2.1.2 Definição.....	17
2.2 ENSAIO TRIAXIAL DINÂMICO	18
2.2.1 Descrição do equipamento	19
2.2.2 Preparo da amostra	20
2.2.3 Moldagem do corpo de prova.....	21
2.2.4 Preparação do ensaio	22
2.2.5 Realização do ensaio.....	24
2.3 MODELOS DE AVALIAÇÃO DO MÓDULO DE RESILIÊNCIA	29
2.3.1 Modelo em função da tensão confinante – Dunlap (1963)	29
2.3.2 Modelo em função da tensão desvio – Hicks (1970)	30
2.3.3 Modelo do invariante de tensões - Jonhson et al. (1986).....	30
2.3.4 Modelo composto – Pezo (1993)	30
2.3.5 Modelo de Witczak (1981).....	31
2.3.6 Modelo de Uzan (1985)	31
2.3.7 Modelo de Tam e Brown (1988).....	32
2.3.8 Modelo de Hopkins et al. (2001).....	32
2.3.9 Modelo NCHRPI-28A (2004).....	33
2.3.10 Modelos de Ooi et al. (2004).....	33

2.4 CLASSIFICAÇÃO HRB (HIGHWAY RESEARCH BOARD) PARA OS SOLOS.....	36
2.5 PARÂMETROS ESTATÍSTICOS ABORDADOS NA PESQUISA.....	37
2.5.1 R-square (R Quadrado).....	37
2.5.2 R-square Ajustado.....	38
2.5.3 Erro Quadrático Médio (MSE).....	39
3 MATERIAIS E MÉTODOS.....	40
3.1 BANCOS DE DADOS.....	40
3.2 REGRESSÃO VIA MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS.....	44
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	46
4.1 ORGANIZAÇÃO DOS RESULTADOS.....	46
4.2 RESULTADOS A PARTIR DO BANCO DE DADOS DE FERREIRA (2008).....	47
4.2.1 Resultados Gerais.....	47
4.2.2 Resultados por tipo de solo.....	50
4.3 RESULTADOS A PARTIR DO BANCO DE DADOS DE ENSAIOS (UFJF).....	54
4.3.1 Resultados Gerais.....	54
4.3.2 Resultados por tipo de solo.....	57
4.4 RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DO BANCO DE DADOS CALCULADO PELO MODELO DE PEZO (1993).....	59
4.4.1 Resultados Gerais.....	59
4.4.2 Resultados por tipo de solo.....	62
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	64
5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	65
REFERÊNCIAS.....	66
APÊNDICE 1 – PLANILHA DE RESULTADOS – PARTE INICIAL.....	69
APÊNDICE 2 – PLANILHA DE RESULTADOS – PARTE FINAL.....	70
APÊNDICE 3 – CÓDIGO DE PROGRAMAÇÃO UTILIZADO NO MODELO DE HOPKINS (2001).....	71

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a malha rodoviária do Brasil é uma das maiores do mundo, sendo de extrema relevância no desenvolvimento econômico e social do país, uma vez que é predominante no transporte de cargas e passageiros (Jamroz et al., 2014). Segundo o Boletim Unificado de Abril de 2023 da Confederação Nacional do Transporte, atualmente há 1,7 milhões de quilômetros em rodovias, sendo 12,4% delas pavimentadas (CNT, 2023). A pavimentação faz-se necessária para permitir o acesso às mais diversas áreas do nosso território.

O pavimento pode ser definido como a superestrutura de obras de rodovias, aeroportos, ferrovias, dentre outras, sendo constituído por um sistema de camadas sobrepostas e assentes sobre um terreno de fundação, que recebe o nome de subleito. Entre suas principais funções, destaca-se fornecer ao usuário conforto e segurança, além de transmitir ao solo as cargas advindas do tráfego (Marques, 2018).

Para o correto dimensionamento das camadas que compõem o pavimento, faz-se necessária a análise das tensões e conseqüentes deformações que atuam sobre o mesmo. Atualmente, são utilizados programas computacionais para estes cálculos, que demandam o conhecimento das propriedades dinâmicas dos materiais de pavimentação. Geralmente, essas propriedades são expressas em função do coeficiente de Poisson e do Módulo de Resiliência (Medina e Motta, 2015), sendo que este último constitui a grandeza objeto do presente trabalho.

O Módulo de Resiliência para solos e agregados pode ser definido como a razão entre a tensão aplicada axialmente no material e a deformação elástica correspondente, sendo uma grandeza análoga ao Módulo de Elasticidade. Para a obtenção do parâmetro em questão, é realizado o ensaio triaxial dinâmico (Medina e Motta, 2015).

Segundo Sadd (2020), o comportamento resiliente de um material leva em consideração as propriedades do material, temperatura, histórico de deformação e tensão aplicada. Em sólidos elástico-lineares, não são considerados os efeitos de histórico de deformação, sendo assim, uma vez que cessam os carregamentos de deformação, o material volta ao seu estado natural. Este modelo de comportamento pode ser aplicado, por exemplo, no caso das madeiras, cerâmicas, metais, plásticos e o concreto, que possuem comportamento elástico-linear quando sujeitos a pequenas deformações (Sadd, 2020).

Em materiais considerados não elástico-lineares, o Módulo de Resiliência é altamente dependente do estado de tensões atuante (Barbosa, 2020). Este é o caso dos materiais terrosos que serão abordados nesta pesquisa. Dessa maneira, a partir dos ensaios triaxiais, busca-se

determinar uma relação matemática que descreva o comportamento do módulo a partir das tensões.

Atualmente, no Brasil, são utilizados, basicamente, quatro modelos matemáticos para análise do módulo de resiliência, sendo eles: em função da tensão desvio, ou tensão aplicada; em função da tensão confinante; o chamado “modelo composto”, que leva em consideração as duas tensões (desvio e confinante) como variáveis independentes; e o modelo em função do somatório das tensões principais, ou seja, o primeiro invariante do tensor de tensões (Marques, 2018).

Neste sentido, o presente trabalho traz uma busca na literatura, observando-se quais modelos são os mais comumente empregados, aplicando-se tais modelos aos materiais de pavimentação brasileiros, a fim de avaliar sua aplicabilidade.

1.1 OBJETIVO PRINCIPAL

O objetivo principal deste trabalho consiste na aplicação de alguns modelos de comportamento do módulo de resiliência utilizados na literatura nacional e internacional em três bancos de dados com o propósito de encontrar outros modelos que possam ser aplicados além dos tradicionalmente empregados. O primeiro banco de dados é de Ferreira (2008), advindo do Laboratório de Geotecnia da COPPE/UFRJ. Os outros correspondem aos dados de ensaios realizados no Laboratório de Pavimentação da UFJF.

1.2 OBJETIVO SECUNDÁRIO

Como objetivo secundário, a pesquisa propõe indicar quais modelos são os mais adequados aos solos estudados, indicando o modelo de comportamento mais representativo através de parâmetros estatísticos estabelecidos.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho será dividido em cinco capítulos, sendo o primeiro intitulado “Introdução”, o qual conta com uma apresentação geral do assunto abordado e os objetivos da pesquisa.

A seguir, será apresentado o capítulo “Revisão Bibliográfica”, no qual será abordado o conceito de módulo de resiliência de materiais terrosos e agregados, bem como uma descrição do ensaio triaxial dinâmico, seguido da apresentação dos modelos internacionais para o módulo

de resiliência que serão estudados neste trabalho. Por fim, uma breve elucidação dos parâmetros estatísticos que serão utilizados na análise dos resultados.

O capítulo três, intitulado “Materiais e Métodos”, descreverá os passos realizados para o alcance do objetivo da pesquisa e os métodos utilizados.

O quarto capítulo, “Resultados e Análises”, mostrará os resultados obtidos através da aplicação dos modelos matemáticos aos bancos de dados estudados, analisando, ainda, quais serão mais representativos através de parâmetros estatísticos definidos.

O quinto capítulo, “Considerações Finais”, abordará as conclusões principais da pesquisa, discutindo o cumprimento dos objetivos principais e secundários, além de contribuir com sugestões para trabalhos futuros.

Por fim, são mostrados dois extratos da planilha final de resultados da presente pesquisa, presentes nos Apêndices 1 e 2. Além disso, o trabalho conta com o Anexo 1, mostrando, como exemplo, um código de programação utilizado na pesquisa.

Ao final do presente trabalho, será apresentada a lista de referências bibliográficas utilizada.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No presente capítulo, serão mostrados alguns tópicos pertinentes ao assunto desta pesquisa, como o módulo de resiliência, além do método de ensaio para obtenção deste parâmetro, bem como alguns modelos de comportamento.

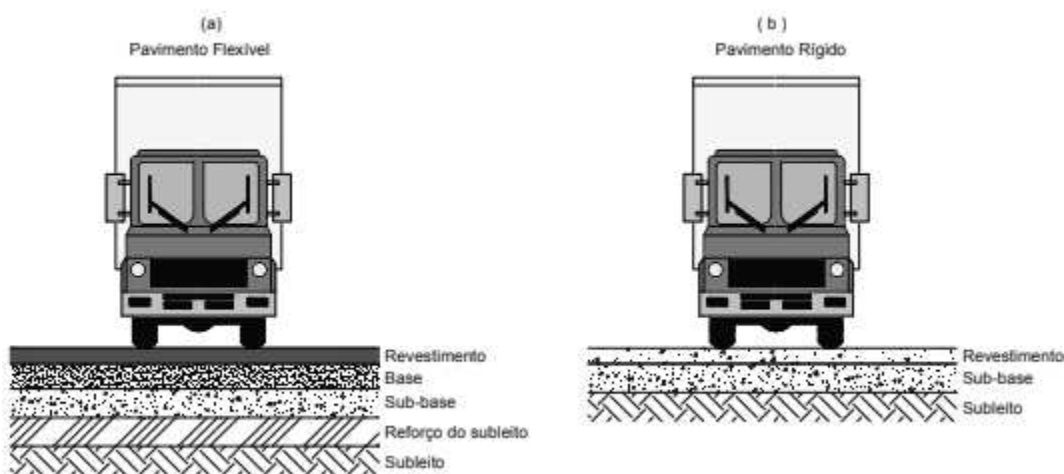
2.1 MÓDULO DE RESILIÊNCIA DE MATERIAIS TERROSOS E AGREGADOS

Neste item, será apresentado um breve histórico sobre o estudo do módulo de resiliência, seguido da descrição do ensaio triaxial dinâmico, utilizado para obtenção desta grandeza.

2.1.1 Histórico

Segundo Silva (2005), os pavimentos podem ser classificados, de maneira geral, em rígidos ou flexíveis. Em suma, a diferença principal entre os dois tipos está na camada de revestimento do pavimento, isto é, os pavimentos flexíveis recebem revestimento asfáltico, ao passo que os pavimentos rígidos tem sua camada de revestimento composta por concreto (Rezende, 2009). Pode ser visto, na Figura 1, um desenho esquemático dos dois tipos de pavimento citados.

Figura 1 – Estrutura típica dos pavimentos flexíveis e rígidos



Fonte: Rezende (2009)

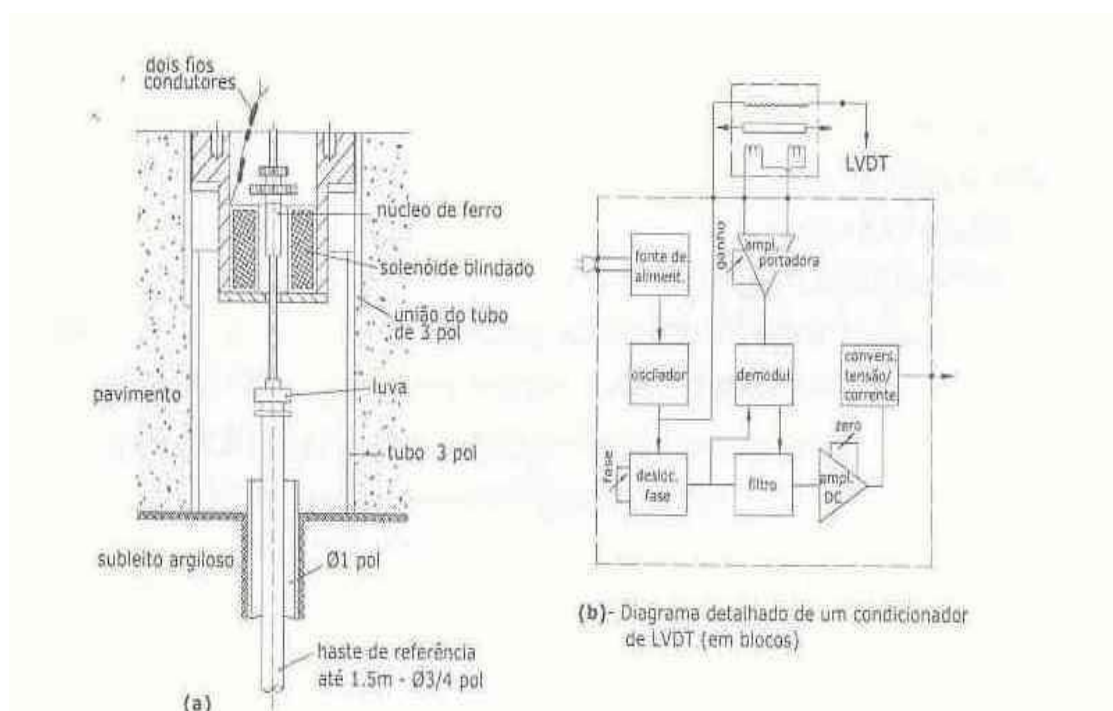
Os métodos de dimensionamento de pavimentos flexíveis mais tradicionais são basicamente empíricos e utilizam o Índice de Suporte Califórnia (CBR) como parâmetro principal na caracterização dos materiais utilizados (Motta e Medina, 2006). Os autores retratam

que, em meados dos anos 1960, é dado destaque ao comportamento de deformabilidade do pavimento, principalmente do subleito.

O pesquisador Francis Hveem, em 1955, foi o pioneiro no estudo da deformabilidade do pavimento, considerando-o como uma estrutura em camadas. Hveem acreditava que as deformações sofridas em pavimentos eram de grandeza superior a outros materiais de construção civil, tal como o concreto (Medina; Motta, 2015).

Segundo Medina e Motta (2015), os estudos de Hveem foram feitos através de sensores de deslocamentos mecanoelétricos (Figura 2), dispostos em 400 pontos de revestimentos em pavimentos no estado da Califórnia, Estados Unidos.

Figura 2 – Sensores de deslocamento utilizados em pavimentos na Califórnia



Fonte: Hveem (1955) *apud*. Medina e Motta (2015)

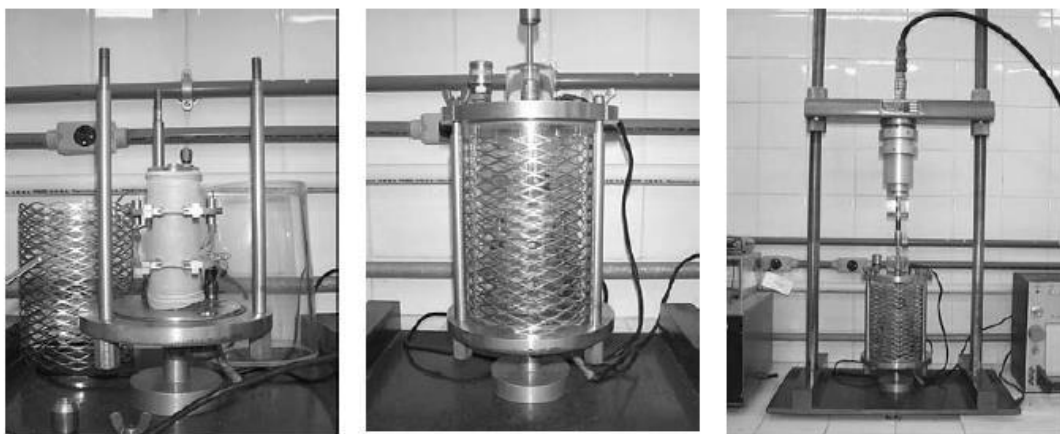
Sendo assim, Hveem opta pelo termo deformação “resiliente”, ao invés de deformação “elástica”, acreditando, ainda, que a deformação resiliente sofrida pelas camadas granulares e o subleito impacta, diretamente, no trincamento dos revestimentos asfálticos (Medina; Motta, 2015).

No Brasil, o estudo mecanístico dos pavimentos teve início na década de 1970, nos cursos de mestrado do Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em

Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE), pelo professor Jacques de Medina (Medina; Motta, 2015).

O laboratório de geotecnia da instituição recebeu o primeiro equipamento de ensaio triaxial de cargas repetidas do Brasil, cujas fotografias podem ser visualizadas na Figura 3. A partir de então, passa a ser possível a realização de pesquisas envolvendo a deformação permanente e o módulo de resiliência (Medina; Motta, 2015).

Figura 3 – Registros do primeiro equipamento de ensaio triaxial dinâmico da COPPE



Fonte: Adaptado de Medina e Motta (2015)

2.1.2 Definição

O termo “resiliência” corresponde, por definição, à energia potencial de deformação que é armazenada em um determinado corpo, sujeito a um estado de tensões, e que é dissipada, uma vez que são retiradas as tensões atuantes (Santos, 2003). O autor ainda afirma que as deformações resilientes são a principal causa de fadiga nos pavimentos.

Marques (2004) retrata que o Módulo de Resiliência é análogo ao Módulo de Elasticidade, conceito comumente empregado em problemas de engenharia. O Módulo de Elasticidade é definido como a relação entre a tensão aplicada e a deformação elástica ou reversível apresentada por determinado material.

A principal diferença entre os dois parâmetros elásticos se dá pela forma de obtenção, sendo o Módulo de Resiliência determinado a partir do ensaio triaxial dinâmico, ou, de cargas repetidas, cuja metodologia básica é apresentada no item 2.2 do presente trabalho.

Sendo assim, segundo Marques (2004), o Módulo de Resiliência pode ser calculado a partir da Equação 1.

$$MR = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (1)$$

Em que:

MR – valor do Módulo de Resiliência (MPa);

σ – tensão aplicada no material (MPa);

ε - deformação elástica axial apresentada pelo material (mm/mm).

Geralmente, o comportamento de materiais terrosos e agregados é considerado não linear, isto é, altamente dependente do estado de tensões a que o material é submetido. Sendo assim, é importante que o modelo de Módulo de Resiliência a ser estudado seja determinado considerando-se possíveis variações de umidade, grau de saturação, natureza do solo, dentre outras particularidades (Marques, 2018).

2.2 ENSAIO TRIAXIAL DINÂMICO

O parâmetro elástico Módulo de Resiliência de materiais terrosos e agregados, objeto de interesse do presente estudo, é obtido, experimentalmente, através do Ensaio Triaxial de Cargas Repetidas ou, Ensaio Triaxial Dinâmico. Este ensaio passou a ser incluído nas pesquisas em pavimentação em meados de 1950, no estado da Califórnia, Estados Unidos, pelo Professor Seed, motivado por pesquisas sobre a deformabilidade de pistas experimentais (Medina; Motta, 2015).

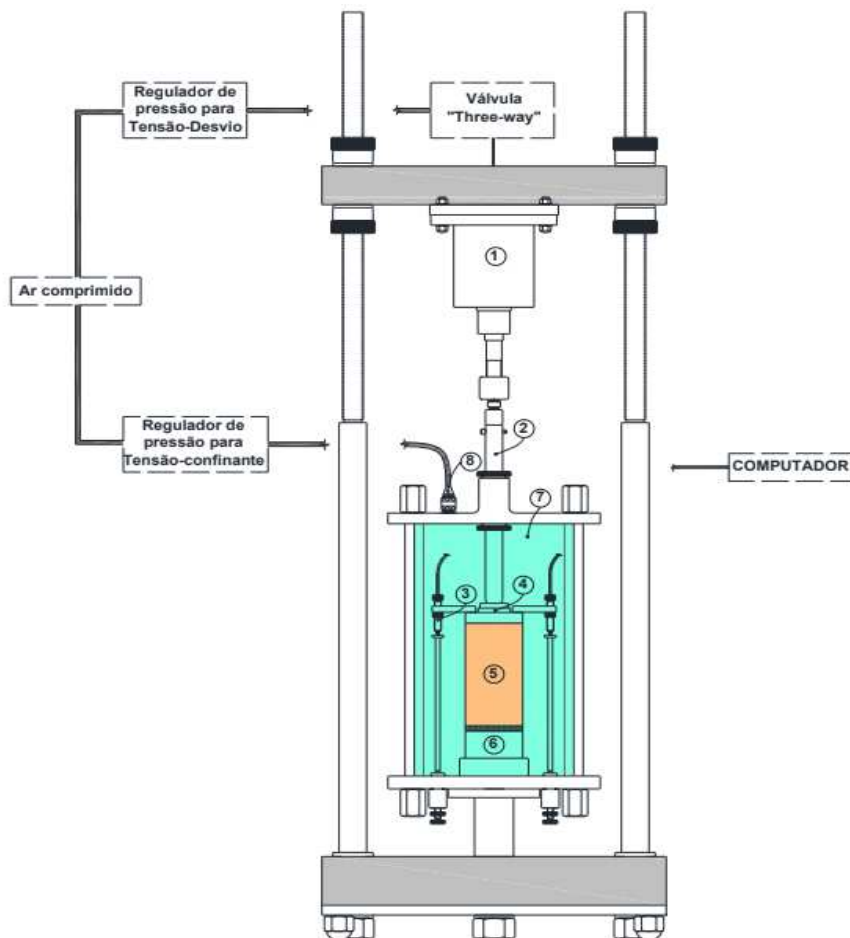
Com o intuito de simular a ação do tráfego sobre a estrutura de camadas do pavimento, são aplicadas cargas, através de ciclos de carga-descarga, em corpos-de-prova de dimensões padronizadas. Simultaneamente, medem-se as deformações através de dispositivos eletromagnéticos e os dados são enviados a um programa de computador (DNIT, 2018).

O procedimento de ensaio, no Brasil, é orientado pelo Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes, DNIT, através da norma DNIT 134/2018-ME – Pavimentação – Solos – Determinação do módulo de resiliência – Método de Ensaio (DNIT, 2018).

2.2.1 Descrição do equipamento

A realização do ensaio triaxial de cargas repetidas demanda a utilização de diversos componentes, conforme pode ser visualizado, de maneira esquemática, na Figura 4. A Tabela 1 traz a legenda dos componentes do equipamento de ensaio triaxial.

Figura 4 – Desenho esquemático do equipamento de ensaio triaxial dinâmico



Fonte: DNIT (2018)

Tabela 1 – Legenda dos componentes do equipamento de ensaio triaxial mostrado na Figura 4

1 - Cilindro de Pressão	5 - Corpo de prova
2 - Pistão de Carga	6 - Base de apoio
3 - LVDT	7 - Câmara triaxial
4 - Cabeçote (<i>Top-cap</i>)	8 - Aplicação da tensão confinante

Fonte: DNIT (2018)

A parte superior do equipamento é composta pela prensa pneumática de aplicação de cargas repetidas, além de estrutura de suporte da célula triaxial e cilindro de pressão a ar comprimido. Já a câmara triaxial, representada na Figura 4 em azul, contém um cilindro transparente de policarbonato (ou semelhante), o que permite ao laboratorista visualizar o corpo de prova durante toda a realização do ensaio (DNIT, 2018).

O sistema de medição de deslocamento vertical, representado na Figura 4 pelo ícone “3”, é parte essencial do equipamento. Trata-se de transdutores eletromagnéticos do tipo LVDT, isto é, *linear variable differential transformer*, que são posicionados diametralmente opostos.

Este equipamento é conectado a um sistema de aquisição de dados que, por sua vez, é ligado a um computador, onde são registrados os dados de ensaio para posteriores análises (DNIT, 2018).

2.2.2 Preparo da amostra

Segundo Marques (2004), as amostras do tipo indeformadas não são usadas de maneira frequente no ensaio triaxial dinâmico. Tais amostras são obtidas esculpindo-se um bloco de determinada camada do pavimento ou, até mesmo, do subleito.

Em amostras moldadas em laboratório, pode-se encontrar material com ou sem fração de pedregulho. No caso de amostra sem a presença de pedregulhos ou britas, isto é, passante na peneira de abertura de malha de 4,8mm, utiliza-se o cilindro tripartite de dimensões 10x20cm, relação diâmetro x altura. Já em amostras com pedregulhos, pode-se usar tanto o cilindro com medidas 10x20cm, como 15x30cm (DNIT, 2018).

Separa-se a quantidade de solo suficiente para a moldagem do cilindro e procede-se a homogeneização do material. Esta etapa objetiva simular as condições de camada compactada

de campo, uma vez que busca-se deixar o solo na umidade ótima, correspondendo à densidade máxima da curva de compactação (DNIT, 2018).

Por fim, a amostra é armazenada em saco plástico e deixada em câmara úmida por um período de 24 horas, a fim de garantir que todas as partículas de solo tenham contato com a água, além de prevenir para que a amostra não perca umidade para o ambiente (Rezende, 2009).

2.2.3 Moldagem do corpo de prova

O corpo de prova do ensaio triaxial dinâmico é obtido a partir de compactação do material em estudo. Procede-se, inicialmente, com a montagem do cilindro tripartite de aço, untando o interior do mesmo com vaselina ou material similar (DNIT, 2018).

Após a montagem do cilindro, inicia-se a compactação da amostra, com energias pré-estabelecidas. A compactação é realizada em dez camadas e o número de golpes por camada é determinado pela energia de compactação a ser aplicada. A Tabela 2 mostra a relação número de golpes e energia de compactação. (DNIT, 2018).

Tabela 2 – Modo de compactação de corpo de prova em cilindro tripartite

Diâmetro (cm)	Altura (cm)	Volume (cm ³)	Energia (kgf.cm/cm ³)	Nº de camadas	Altura de queda (cm)	Peso do soquete (kgf)	Nº de golpes por camada
10	20	1570,8	Normal 6	10	30,5	2,5	12
					45,7	4,53	5
					30,5	4,53	7
					45,7	2,5	8
			Intermediária 13		30,5	2,5	27
					45,7	4,53	10
					30,5	4,53	15
					45,7	2,5	18
			Modificada 27,3		30,5	2,5	56
					45,7	4,53	21
					30,5	4,53	31
					45,7	2,5	38
15	30	5301,5	Normal 6	10	30,5	2,5	42
					45,7	4,53	15
					30,5	4,53	23
					45,7	2,5	28
			Intermediária 13		30,5	2,5	90
					45,7	4,53	33
					30,5	4,53	50
					45,7	2,5	60
			Modificada 27,3		30,5	2,5	190
					45,7	4,53	70
					30,5	4,53	105
					45,7	2,5	127
$N = (E \cdot V) / (n \cdot p \cdot h)$				N - nº de golpes por camada E - energia de compactação V - volume de solo compactado n - nº de camadas p - peso do soquete h - altura de queda			

Fonte: DNIT (2018)

Após a compactação, mede-se a massa do corpo de prova no cilindro, a qual é diminuída da massa total do cilindro-amostra (Bonora, 2015).

2.2.4 Preparação do ensaio

Feitas as medições da massa do conjunto cilindro + corpo de prova após compactação, coloca-se o CP sobre pedra porosa na base do equipamento triaxial e os parafusos laterais do cilindro são afrouxados, de modo a permitir a retirada do corpo de prova, sem que haja perda de material. Assim, com o auxílio de um encamisador, coloca-se uma membrana de borracha envolvendo o corpo de prova, o que pode ser observado na Figura 5 (DNIT, 2018). Segundo o DNIT (2018), a membrana deve ser substituída caso sejam observados furos na mesma.

Figura 5 – Colocação da membrana de borracha no corpo de prova



Fonte: Bonora (2015)

Posteriormente, coloca-se o cabeçote de carga sobre o corpo de prova e prende-se a membrana na base do equipamento e no cabeçote, com o auxílio de anéis elásticos. Feito isso, posicionam-se os LVDTs ao cabeçote superior, diametralmente opostos, conforme pode ser visto na Figura 6 (DNIT, 2018).

Figura 6 – Detalhe da montagem do ensaio triaxial dinâmico



Fonte: Bonora (2015)

Assim, procede-se com a colocação do corpo da câmara triaxial, juntamente com a tampa do equipamento. Por fim, são posicionados o pistão de carga e os mangotes de ar

comprimido, que serão responsáveis por reproduzir as tensões desviadora e confinante do ensaio. A configuração final para início do ensaio é mostrada na Figura 7 (Bonora, 2015).

Figura 7 – Célula triaxial pronta para início do ensaio



Fonte: Bonora (2015)

2.2.5 Realização do ensaio

A primeira fase do ensaio é chamada de “pré-condicionamento” e possui como função principal retirar deformações plásticas iniciais que ocorrem no corpo de prova através de uma sequência de tensões, simulando o efeito da chamada densificação de campo (DNIT, 2018).

São aplicadas tensões verticais (tensão desvio) com frequência de 1 Hz, isto é, 60 ciclos por minuto, sendo 0,9 segundos de repouso e 0,1 segundo de pulso de carga (DNIT, 2018). Deve-se aplicar 500 repetições de cada par de tensões descrito na Tabela 3. Cabe ressaltar que a tensão σ_3 corresponde à tensão de confinamento do ensaio, ao passo em que σ_d se refere à tensão desvio, isto é, a diferença entre a tensão principal maior, σ_1 , e a tensão principal menor, σ_3 .

Tabela 3 – Sequência de tensões para o pré-condicionamento

Tensão Confinante σ_3 (MPa)	Tensão Desvio σ_d (MPa)	Razão de Tensões σ_1 / σ_3
0,070	0,070	2
0,070	0,210	4
0,105	0,315	4

Fonte: DNIT (2018)

É importante salientar que, para materiais de subleito, é feito pré-condicionamento com apenas um par de tensões, apenas o primeiro mostrado (0,070 MPa para ambas), tendo em vista que este tipo de material geralmente apresenta comportamento resiliente inferior quando comparado aos demais (DNIT, 2018).

Terminada a fase de pré-condicionamento, realiza-se o ensaio de cargas repetidas para a determinação do módulo de resiliência. Nesta etapa, são aplicados 18 pares de tensões (12, para materiais de subleito, de acordo com o critério do projetista), com, no mínimo, 10 ciclos de carga para cada par de tensões. Na Tabela 4 podem ser observados os pares de tensões normalizados para essa fase do ensaio (DNIT, 2018).

Tabela 4 – Pares de tensões para determinação do módulo de resiliência

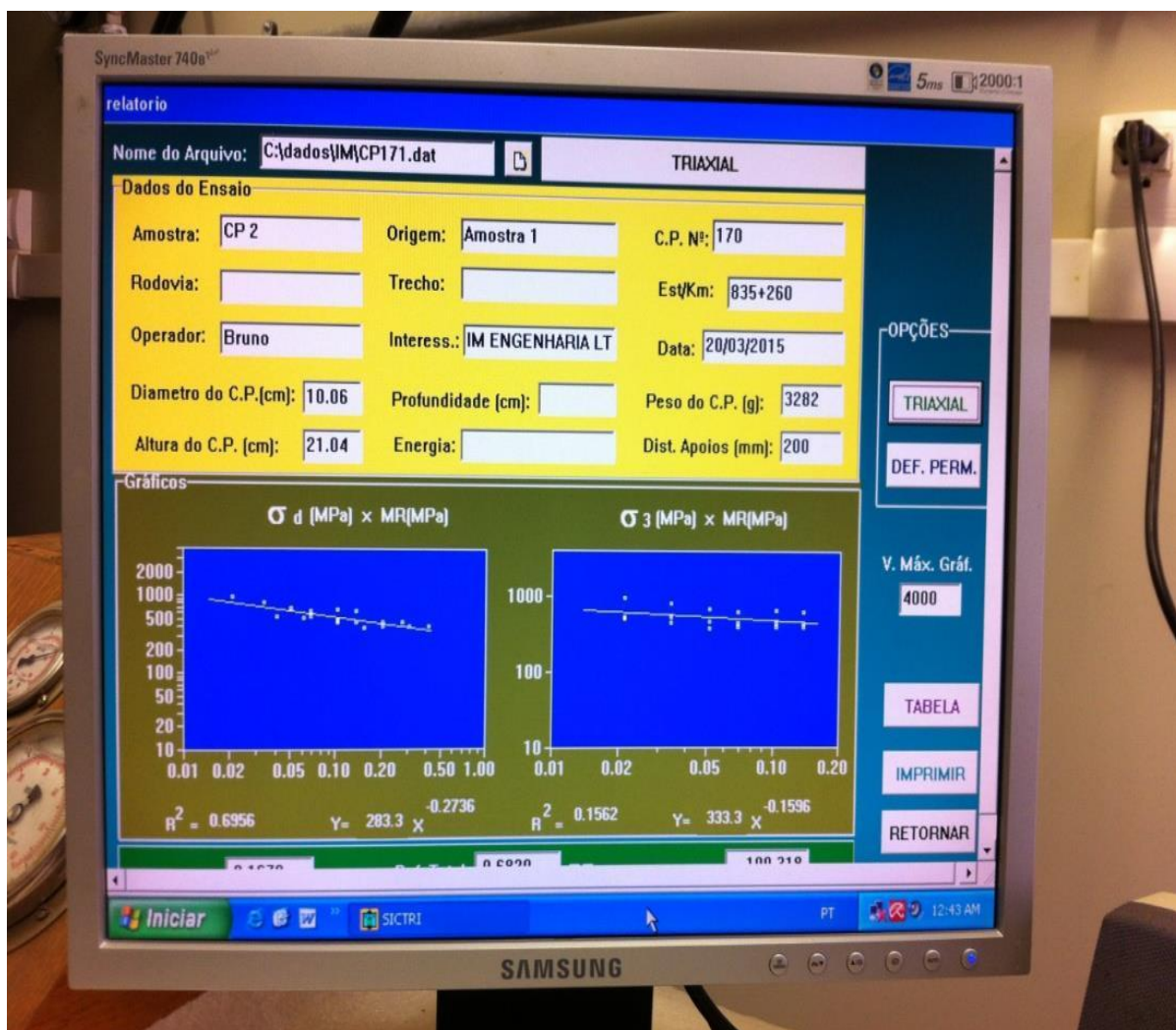
σ_3 (MPa)	σ_d (MPa)	σ_1/σ_3
0,020	0,020	2
	0,040	3
	0,060	4
0,035	0,035	2
	0,070	3
	0,105	4
0,050	0,050	2
	0,100	3
	0,150	4
0,070	0,070	2
	0,140	3
	0,210	4
0,105	0,105	2
	0,210	3
	0,315	4
0,140	0,140	2
	0,280	3
	0,420	4

Fonte: DNIT (2018)

Destaca-se que os ensaios realizados em materiais de subleito, por sua vez, englobam doze níveis de tensão ($\sigma_d=0,02$ MPa, com $\sigma_3=0,02$, 0,04 e 0,06MPa; $\sigma_d=0,035$ MPa, com $\sigma_3=0,035$, 0,07 e 0,105MPa; $\sigma_d=0,05$ MPa, com $\sigma_3=0,05$, 0,1 e 0,15MPa e, por fim, $\sigma_d=0,70$ MPa, com $\sigma_3=0,07$, 0,14 e 0,21MPa).

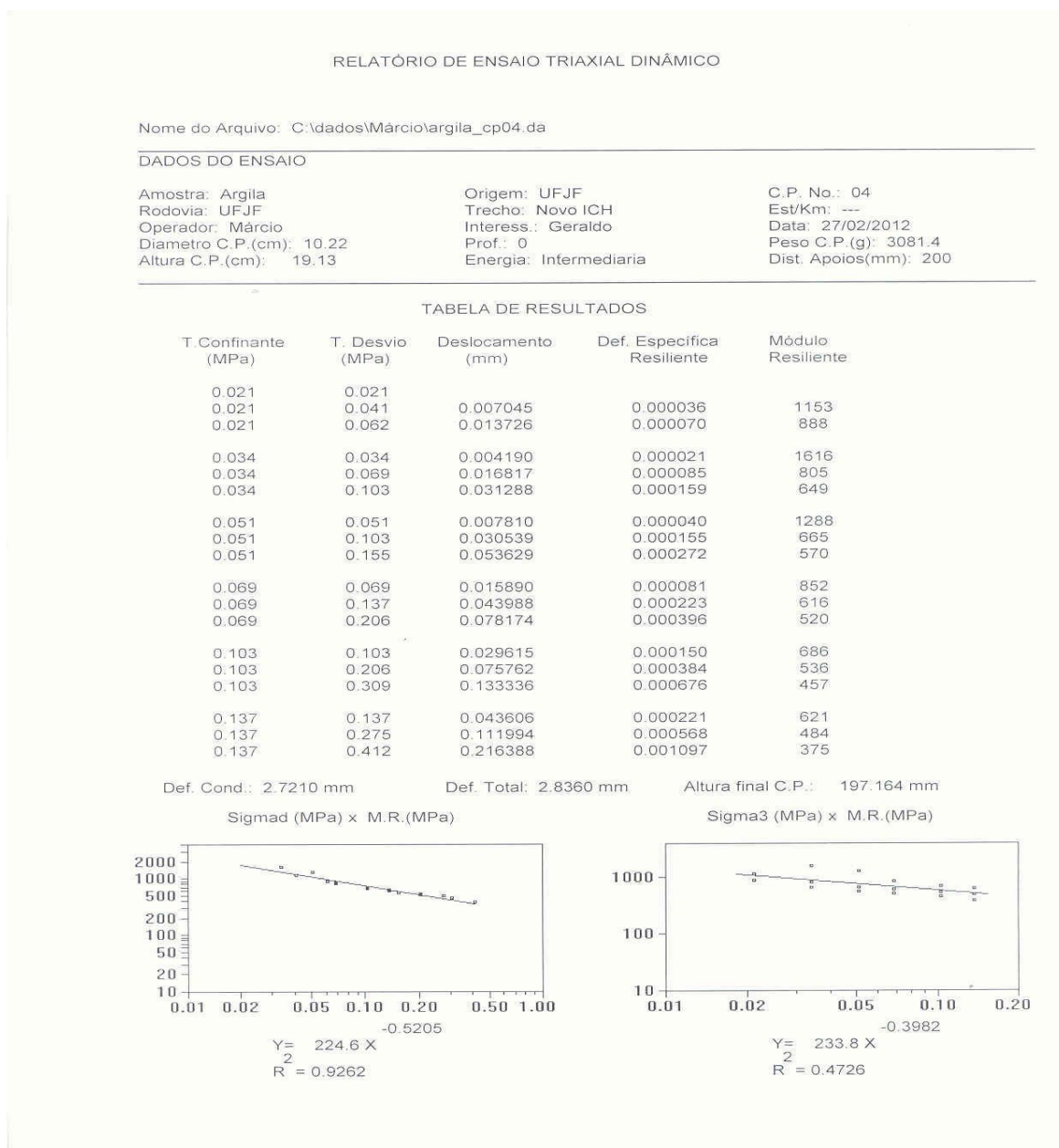
Os valores de módulo de resiliência são calculados diretamente no programa de computador e o mesmo apresenta, no final, gráficos do modelo de comportamento do módulo de resiliência, em função da tensão confinante e da tensão desvio, juntamente com as equações e R^2 , parâmetro estatístico que avalia a adequação do modelo ao conjunto de dados obtidos (Marques, 2018). A Figura 8 mostra a interface do programa de computador ao término do ensaio, ao passo que a Figura 9 traz um extrato do relatório gerado pelo software.

Figura 8 – Registro do computador após término do ensaio triaxial dinâmico



Fonte: Bonora (2015)

Figura 9 – Extrato do relatório gerado pelo computador após ensaio triaxial dinâmico



Fonte: Bonora (2015)

2.3 MODELOS DE AVALIAÇÃO DO MÓDULO DE RESILIÊNCIA

Atualmente, no Brasil, são mais comumente empregados quatro modelos matemáticos (em função da tensão confinante, tensão desvio, invariante de tensões e modelo composto) que objetivam descrever o comportamento do módulo de resiliência de materiais terrosos. Serão abordados no total quatorze modelos no presente trabalho, os quais serão descritos neste item.

2.3.1 Modelo em função da tensão confinante – Dunlap (1963)

O engenheiro e pesquisador Wayne A. Dunlap publicou no ano de 1963, pela Universidade do Texas (EUA), o relatório técnico intitulado “A mathematical model describing the deformation characteristics of granular materials”, isto é, “Modelo matemático que descreve as características de deformação de materiais granulares” (Dunlap, 1963).

Dunlap (1963) cita que a maioria dos métodos de dimensionamento de pavimentos flexíveis usados na época da publicação de seu artigo são descritos como semi-empíricos, ou seja, baseados em fundamentação teórica, mas levando-se em consideração dados experimentais do cotidiano. O pesquisador ressalta, ainda, que tais métodos passam a ter algumas limitações, muitas vezes motivadas pela grande variedade de materiais de construção existentes, com comportamentos diferentes. Sendo assim, o objetivo principal da pesquisa de Dunlap (1963) foi formular uma lei de deformação para materiais granulares, que pudesse ser expressada matematicamente, análoga à Lei de Hooke para os metais.

Foram observadas experimentalmente, através de ensaios triaxiais na Universidade do Texas, diversas amostras de materiais granulares. Traçadas as curvas tensão-deformação dos materiais, notou-se que houve aumento de rigidez com aumento da tensão de confinamento. Sendo assim, o pesquisador se atentou a este parâmetro como principal influenciador do Módulo de Resiliência e propôs a Equação 2 para descrever o modelo de comportamento resiliente dos materiais granulares.

$$MR = k_1 \left(\frac{\sigma_3}{Pa} \right)^{k_2} \quad (2)$$

onde:

Pa – pressão atmosférica (adotado = 1, para conversão de unidades);

σ_3 – tensão confinante;

k_1 e k_2 – constantes experimentais.

Segundo Hicks (1970), o módulo de resiliência de materiais granulares pode ser descrito por esse modelo, uma vez que é diretamente dependente da tensão confinante.

2.3.2 Modelo em função da tensão desvio – Hicks (1970)

Analogamente, Hicks (1970) também define que em solos coesivos, isto é, solos finos, o módulo de resiliência varia com a tensão desvio, conforme a Equação 3.

$$MR = k_1 \sigma_d^{k_2} \quad (3)$$

sendo:

σ_d – tensão desvio.

2.3.3 Modelo do invariante de tensões - Johnson et al. (1986)

Em 1986, os pesquisadores do Departamento de Transportes dos Estados Unidos, T. C. Johnson, R. L. Berg e A. DiMillo publicaram o relatório final de um programa de pesquisa que durou aproximadamente seis anos. Dentre os principais aspectos abordados, destaca-se o estudo de como os ciclos de congelamento-descongelamento afetam os pavimentos, por serem característicos da região de estudo.

Além disso, também objetivou-se encontrar modelos matemáticos de comportamento para o módulo de resiliência, obtidos através de testes de laboratórios, assim como em Uzan (1985). Por fim, propõe-se a expressão mostrada na Equação 4.

$$MR = k_1 \theta^{k_2} \quad (4)$$

onde:

$$\theta = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3.$$

Cabe ressaltar que θ corresponde ao “primeiro invariante de tensões”, grandeza a qual Uzan (1985) denominou σ_{sum} . Percebe-se, também, que tal modelo utiliza o invariante de tensões em sua formulação, assim como o modelo descrito na seção 2.3.5.

2.3.4 Modelo composto - Pezo (1993)

De modo a obter um modelo mais completo que abrangesse uma vasta gama de materiais, Pezo (1993), a partir da observação de outros comportamentos resilientes, propõe o modelo composto, levando-se em consideração a tensão confinante e a tensão desvio como

variáveis independentes para obtenção do módulo resiliente. A expressão do modelo composto pode ser visualizada na Equação 5.

No Brasil, Macedo (1996) propôs modelo equivalente ao modelo de Pezo (1993), sendo aqui designado por modelo de Macedo ou Modelo Composto.

$$MR = k_1 Pa \left(\frac{\sigma_3}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} \right)^{k_3} \quad (5)$$

2.3.5 Modelo de Witczak (1981)

Em Maryland, nos Estados Unidos, os pesquisadores May e Witczak (1981) investigaram a falta de concordância entre as deflexões medidas em pavimentos com a passagem de veículos e aquelas calculadas usando a teoria elástica em camadas combinada com testes de módulo dinâmico não linear. Os pesquisadores propuseram que o módulo de resiliência obtido em laboratório deve ser ajustado por meio de um fator empírico (A) para que as deflexões previstas sejam iguais às medidas em campo, resultando na equação:

$$MR = Ak_1 \theta^{k_2} \quad (6)$$

Como limitações do trabalho, May e Witczak (1981) apontam a base de dados limitada a poucas seções de pavimento, havendo a recomendação de novos estudos em outros tipos de pavimentos flexíveis, abrangendo outros tipos de materiais e condições climáticas.

Após novos estudos em aproximadamente 3900 amostras com materiais predominantemente granulares, os pesquisadores chegam na expressão mostrada na Equação 7 para determinação do Módulo de Resiliência.

$$MR = k_1 \frac{\theta^{k_2}}{Pa} \frac{\sigma_d^{k_3}}{Pa} \quad (7)$$

2.3.6 Modelo de Uzan (1985)

O estudioso Jacob Uzan propõe, em 1985, o estudo intitulado “Characterization of Granular Material”, ou seja, caracterização de materiais granulares. Sua pesquisa parte da premissa de que os materiais terrosos não apresentam comportamento linear, sendo o módulo de resiliência dependente do estado de tensões atuante.

São feitos testes de laboratório e chega-se ao modelo mostrado na Equação 8, considerando os efeitos da tensão “somatório”, isto é, a tensão que representa a soma das tensões principais e da tensão desvio.

$$MR = k_1 \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} \right)^{k_3} \quad (8)$$

Sendo os modelos de Witczak (1981) e Uzan (1985) iguais, o apenas o modelo de Witczak (1981) será considerado no presente trabalho como referência.

2.3.7 Modelo de Tam e Brown (1988)

Em meados da década de 1980, os estudiosos Tam e Brown (1985) avaliaram o uso de *falling weight deflectometers* ou *FWD* (“deflectômetros de peso em queda”, em tradução livre) para determinar indiretamente o módulo de resiliência de materiais granulares em campo.

Inicialmente, os deflectômetros foram aplicados diretamente sobre a base granular para se obter a deflexão dos materiais que a compõe. Em seguida, aplicou-se uma análise retroativa sobre os resultados de deflexão considerando-se as propriedades elásticas não-lineares das camadas da base granular.

Sendo assim, os pesquisadores sugerem a Equação 9 para o cálculo do Módulo de Resiliência:

$$MR = k_1 \left(\frac{\sigma_{oct}}{\sigma_d} \right)^{k_2} \quad (9)$$

onde:

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

2.3.8 Modelo de Hopkins et al. (2001)

Os pesquisadores da Escola de Engenharia da Universidade de Kentucky, nos Estados Unidos, Tommy C. Hopkins, Tony L. Beckham, Charlie Sun e Bixian Ni, publicaram, no ano de 2001, o relatório de pesquisa “Resilient Modulus of Kentucky Soils”, isto é, Módulo de Resiliência para solos de Kentucky.

A partir de métodos mecanísticos de dimensionamento de pavimentos que já vinham sendo empregados, os autores citam que o objetivo principal da pesquisa consistia em consolidar um modelo de comportamento para o módulo de resiliência que pudesse ser utilizado em todos os tipos de solo do estado americano de Kentucky. Para tal, foram realizados cerca de 128 testes em vários tipos diferentes de solo.

Foram estudadas, também, amostras saturadas e não saturadas de solo. Em amostras não saturadas, os resultados foram melhores, com índices de R^2 em torno de 0,91. Sendo assim, ao

final do estudo, propôs-se o modelo descrito na Equação 10 para descrever o módulo de resiliência.

$$MR = k_1 \left(\frac{\sigma_3}{Pa} + 1 \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{Pa} + 1 \right)^{k_3} \quad (10)$$

onde:

τ_{oct} – tensão octaédrica, sendo:

$$\tau_{oct} \approx 0,471 \sigma_d.$$

2.3.9 Modelo NCHRP-28A (2004)

O projeto 1-28A da National Cooperative Highway Research Program (NCHRP), conduzido por pesquisadores da Universidade de Maryland nos Estados Unidos, tinha como objetivo desenvolver metodologias para determinar o módulo de resiliência de misturas asfálticas a quente e dos materiais granulares de base e sub-base de um pavimento, aprimorando os achados do projeto anterior finalizado em 1997 (projeto 1-28) (NCHRP, 2004).

Segundo este modelo, para determinar o módulo de resiliência de um material granular, deve-se ensaiar a amostra de solo por meio de testes de carga repetitiva sob cargas pré-determinadas e, em sequência, aplicar técnicas de regressão não-linear aos resultados obtidos. A equação proposta é mostrada a seguir.

$$MR = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} + 1 \right)^{k_3} \quad (11)$$

2.3.10 Modelos de Ooi et al. (2004)

Ooi et al. (2004) apontam que características do solo, como tipo, estrutura e propriedades físicas, podem ser incorporadas em modelos matemáticos a fim de expressar a variação do módulo de resiliência de um solo. No entanto, muitos modelos até então não se valiam desses três parâmetros simultaneamente. A fim de propor uma nova geração de modelos matemáticos para o módulo de resiliência de siltes de baixa plasticidade sob confinamento e carga repetida, os pesquisadores ensaiaram várias amostras de solos de grãos finos no Havaí e, posteriormente, avaliaram potenciais variáveis explicativas para ajustar modelos de regressão de três parâmetros, incluindo os modelos de Uzan (1985), Witczak e Uzan (1988) e Pezo (1993).

Ao comparar os modelos antigos a novos modelos de três parâmetros para o módulo de resiliência, como o de Ni et al. (2002), identificou-se que os modelos de três parâmetros representam de forma eficaz os efeitos do estado de tensão, do tipo, da estrutura e do estado físico do solo, podendo contribuir para projetos mecanicistas de pavimentos (Ooi et al., 2004). Sendo assim, as expressões propostas pelos autores são mostradas nas Equações 12 e 13.

$$MR = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} + 1 \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} + 1 \right)^{k_3} \quad (12)$$

$$MR = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{Pa} + 1 \right)^{k_3} \quad (13)$$

Os modelos de Witczak e Uzan (1988), Ni et. al (2002) e NCHRP-37A (2004) também foram abordados no presente trabalho, e também são citados na literatura internacional. Na Tabela 5 apresenta-se um quadro-resumo com todos os modelos de comportamento para o Módulo de Resiliência abordados.

Tabela 5 – Quadro-resumo dos modelos estudados

Modelo	Equação
Dunlap (1963)	$MR = k_1 \left(\frac{\sigma_3}{Pa} \right)^{k_2}$
Hicks (1970)	$MR = k_1 \sigma_d^{k_2}$
Witczak (1981)	$MR = k_1 \frac{\theta^{k_2} \sigma_d^{k_3}}{Pa Pa}$
Uzan (1985)	$MR = k_1 \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} \right)^{k_3}$
Johnson et al. (1986)	$MR = k_1 \theta^{k_2}$
Witczak e Uzan (1988)	$MR = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{Pa} \right)^{k_3}$
Tam e Brown (1988)	$MR = k_1 \left(\frac{\sigma_{oct}}{\sigma_d} \right)^{k_2}$
Pezo (1993)	$MR = k_1 Pa \left(\frac{\sigma_3}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} \right)^{k_3}$
Hopkins et al. (2001)	$MR = k_1 \left(\frac{\sigma_3}{Pa} + 1 \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{Pa} + 1 \right)^{k_3}$
Ni et al. (2002)	$MR = k_1 Pa \left(\frac{\sigma_3}{Pa} + 1 \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} + 1 \right)^{k_3}$
NCHRPI-28A (2004)	$MR = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} + 1 \right)^{k_3}$
NCHRPI-37A (2004)	$MR = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{Pa} + 1 \right)^{k_3}$
Ooi et al. (1) (2004)	$MR = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} + 1 \right)^{k_2} \left(\frac{\sigma_d}{Pa} + 1 \right)^{k_3}$
Ooi et al. (2) (2004)	$MR = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{Pa} + 1 \right)^{k_3}$

Fonte: Autora (2023)

2.4 CLASSIFICAÇÃO TRB (TRANSPORTATION RESEARCH BOARD) PARA OS SOLOS

A classificação TRB, ou seja, “*Transportation Research Board*”, é amplamente utilizada pelos estudiosos de pavimentação por ser de fácil manuseio e compreensão, tendo

aplicação na análise de solos para base e sub-base. Tal classificação foi aceita pela AASHTO – “*American Association of State Highway and Transportation Officials*” no ano de 1945. (Almeida, 2005). Para este tipo de classificação, leva-se em consideração o limite de liquidez, o índice de plasticidade, a granulometria e o índice de grupo do solo. Tal classificação é abordada na presente pesquisa uma vez que é apresentada no banco de dados de Ferreira (2008).

Na Figura 10, estão mostrados os critérios e os tipos de solo definidos pela TRB.

Figura 10 – Classificação TRB dos solos

CLASSIFICAÇÃO GERAL	MATERIAIS GRANULARES 35% (ou menos) passando na peneira Nº 200							MATERIAIS SILTO - ARGILOSOS			
	A - 1		A - 3	A - 2				A - 4	A - 5	A - 6	A - 7 A - 7 - 5 A - 7 - 6
CLASSIFICAÇÃO EM GRUPOS	A - 1 - A	A - 1 - B		A - 2 - 4	A - 2 - 5	A - 2 - 6	A - 2 - 7				
Granulometria - % passando na peneira											
Nº 10	50 máx.										
Nº 40	30 máx.	50 máx.	51 min.								
Nº 200	15 máx.	25 máx.	10 máx.	35 máx.	35 máx.	35 máx.	35 máx.	36 min.	36 min.	36 min.	36 min.
Características da fração passando na peneira Nº 40:											
Limite de Liquidez				40 máx.	41 min.	40 máx.	41 min.	40 máx.	41 min.	40 máx.	41 min.
Índice de Plasticidade	6 máx.	6 máx.	NP	10 máx.	10 máx.	11 min.	11 min.	10 máx.	10 máx.	11 min.	11 min.*
Índice de Grupo	0	0	0	0	0	4 máx.	4 máx.	8 máx.	12 máx.	16 máx.	20 máx.
Materiais constituintes	Fragmentos de pedras, pedregulho fino e areia		Pedregulho ou areias siltosas ou argilosos				Solos siltosos		Solos argilosos		
Comportamento como subleito	Excelente a bom							Sofrível a mau			

* O IP do grupo A - 7 - 5 é igual ou menor do que o LL menos 30.

Fonte: DNIT (2022)

Pode-se observar que os solos classificados entre A-1 e A-3 são considerados granulares, isto é, com 35% ou menos passante na peneira de número 200, ao passo que os solos entre A-4 e A-7 são considerados finos, podendo ser argilosos ou siltosos.

2.5 PARÂMETROS ESTATÍSTICOS ABORDADOS NA PESQUISA

Os resultados de ensaio do Módulo de Resiliência englobam uma variável dependente (*MR*) e algumas variáveis independentes (pares de tensões, por exemplo). Assim, aplica-se a

técnica de regressão não-linear para os dados para entender a relação entre elas, ou seja, encontrar uma curva que se ajuste ao máximo ao conjunto de pontos pré estabelecidos. Para tal, deve-se ter em mãos os valores de MR medidos e o respectivo estado de tensões a que o solo estava submetido. De posse desses dados, através de regressões aplicadas aos modelos definidos (como os da Tabela 5, por exemplo), busca-se os valores de k_1 , k_2 e k_3 que melhor ajustam os resultados.

Sendo assim, são necessárias algumas métricas para avaliar a precisão do ajuste da curva (Chein, 2019). Neste trabalho, utilizou-se de três parâmetros estatísticos para análise da aplicabilidade de cada expressão estudada: o R -square, R -square ajustado e o Erro Quadrático Médio (MSE).

2.5.1 R-square (R quadrado)

O R -square também é conhecido no meio estatístico por Coeficiente de Determinação e pode ser definido como uma medida que busca expressar o quão próximo os pontos reais estão da curva ajustada. Este modelo de regressão é amplamente utilizado em trabalhos de engenharia, por possuir simples metodologia de cálculo e aplicação (Azank, 2020).

Na Equação 14, pode-se observar como se dá o cálculo de seus valores.

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ci})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{mi})^2} \right) \quad (14)$$

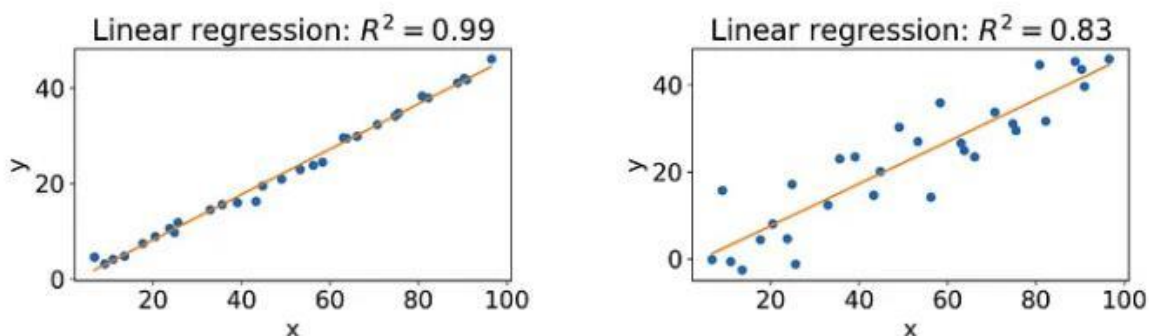
Onde:

y_i – valores reais;

y_{ci} – valores calculados;

y_{mi} – média dos valores.

É importante salientar que os valores de R^2 variam entre 0 e 1, significando que os ajustes que mais próximos de 1, mais se aproximam dos valores reais (Chein, 2019). Na Figura 11, pode-se ver a comparação de dois gráficos, considerando um valor menor e maior de R^2 , respectivamente.

Figura 11 – Exemplos de comparação entre R^2 

Fonte: Azank (2020)

Uma limitação do *R-square* que pode ser citada se deve ao fato de que a expressão analisada possui mais variáveis independentes, o valor de *R-square* é maior, ou seja, levando a entender um melhor ajuste. Tal interpretação pode ser equivocada, uma vez que o aumento de variáveis não significa, necessariamente, melhorar a expressão em questão. Desta forma, buscou-se neste trabalho outros parâmetros para complementar a análise dos dados, os quais serão descritos ainda neste item.

2.5.2 R-square Ajustado

De modo a reduzir os ruídos de interpretação do *R-square*, é calculado, também, o *R-square* ajustado para cada análise feita na presente pesquisa. Segundo Chein (2019), a principal diferença entre os dois parâmetros estatísticos se dá na relevância do número de variáveis independentes no modelo, uma vez que o *R-square* ajustado apresenta um ajuste em sua fórmula, que pode ser descrita pela Equação 15.

$$R^2A = 1 - \frac{(1 - R^2)(N - 1)}{N - p - 1} \quad (15)$$

Onde:

R^2A - *R-square* ajustado;

R^2 - *R-square*;

N - número de pontos;

p - número de variáveis independentes.

Desta forma, percebe-se no denominador da expressão que há uma “penalização” no número de variáveis independentes, o que leva ao R^2A ter valores sempre menores em comparação ao R^2 .

2.5.3 Erro Quadrático Médio (MSE)

De maneira complementar, também foi calculado o Erro Quadrático Médio (ou, ainda, Mean Squared Error) para todas as amostras estudadas. A ideia principal deste parâmetro é o cálculo da média entre as diferenças entre os pontos calculados pelo modelo e os valores reais analisados, o que pode ser observado na Equação 16 (Chein, 2019).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{ci})^2 \quad (16)$$

Onde:

MSE – Erro Quadrático Médio;

y_{ci} – valor calculado pelo modelo;

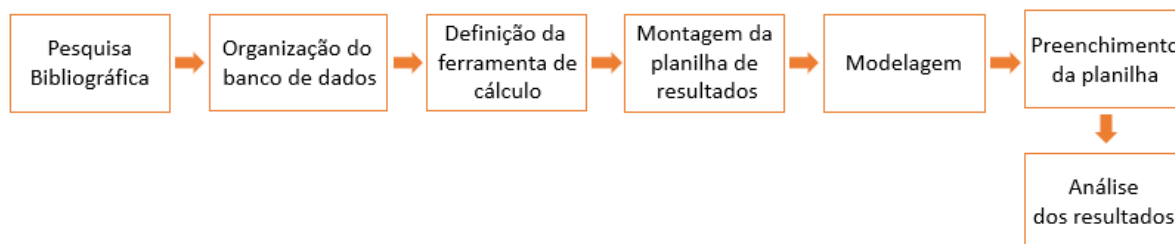
y_i – valor real.

Nota-se pela expressão que, à medida que o valor de MSE aumenta, menos adequado é o modelo para o conjunto de dados estudado.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A presente seção aborda a metodologia de trabalho aplicada na pesquisa, bem como um breve resumo de cada etapa. A Figura 12 consiste em um fluxograma cujo objetivo é elencar as etapas da pesquisa, as quais levam ao objetivo final.

Figura 12- Fluxograma esquemático da pesquisa



Fonte: Autora (2023)

3.1 BANCOS DE DADOS

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, com o objetivo de encontrar trabalhos nacionais e internacionais cujo enfoque fosse a utilização de modelos para quantificação do módulo de resiliência de materiais terrosos. Foram selecionados quatorze modelos para modelagens a serem aplicadas aos bancos de dados analisados, sendo eles apresentados na Tabela 5. Tais trabalhos foram escolhidos por aparecerem mais frequentemente em pesquisas e, além disso, são utilizados em softwares de uso em pavimentação, como é o caso do MeDiNa (Franco; Motta, 2015).

Um dos bancos de dados utilizado como base para esse estudo está presente na tese de doutorado de Ferreira (2008), apresentada à COPPE (UFRJ). Um segundo banco de dados foi obtido através de ensaios feitos no Laboratório de Pavimentação da UFJF, referentes a um trecho experimental numa rodovia próxima a Juiz de Fora - MG. Trata-se de um projeto P&D entre a PETROBRAS e a Universidade Federal de Juiz de Fora (PETROBRAS; UFJF, 2015).

Posteriormente, a fim de subsidiar uma nova análise dos modelos, foi calculado um terceiro banco de dados. A partir dos valores de pares de tensões sugeridos pela norma DNIT (2018) e de posse dos coeficientes de regressão do modelo de Pezo (1993), calculou-se um novo conjunto de valores de *MR*. Tal procedimento foi feito de modo a se obter o banco de dados do Laboratório de Pavimentação (obtido a partir dos resultados de ensaios) no mesmo formato que o banco de dados de Ferreira (2008), isto é, a partir do modelo composto.

Inicialmente, foi considerado o banco de dados completo de Ferreira (2008), contando com 463 amostras de solo, cujos extratos podem ser visualizados nas Figuras 13 e 14. É importante salientar que estes dados não apresentavam os dados de ensaio, ou seja, tensão confinante (σ_3), tensão desvio (σ_d) e Módulo de Resiliência (MR).

Cada linha da planilha mostrada nas Figuras 13 e 14 trazia as informações do corpo de prova, tais como número da amostra, classificação visual do solo, parâmetros de granulometria, dentre outras. As três últimas colunas traziam as constantes k_1 , k_2 e k_3 do modelo de Pezo (1993), ou modelo composto, que o autor aplicou nos dados obtidos no ensaio de MR desta amostra.

De posse dos valores das constantes, foi feita uma análise reversa, isto é, para os 18 níveis de tensões indicados na norma DNIT (2018), era calculado o valor de MR através da Equação 5. Dessa forma, para cada amostra foram obtidos os 18 valores de MR para cada um dos níveis de tensão exigidos pela norma, de maneira similar ao que ocorre com os resultados experimentais do ensaio de MR .

Então, estes valores obtidos para cada amostra passaram a ser utilizados como base para que os demais 13 modelos estudados no presente trabalho fossem aplicados sobre eles.

Figura 13 – Extrato inicial do banco de dados de Ferreira (2008)

N.º da Amostra	CLASSIFICAÇÃO VISUAL - TÁCTIL - GENÉTICA	Granulometria				
			9.5mm	4.8mm	2.0mm	0.42mm
		#1"	#3/8"	4	10	40
0	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	97	90	80
1	Areia argilosa de comportamento laterítico (MCT)	100	99	98	91	79
2	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	98	93	81
3	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	95	95	93	83	71
4	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	93	81	65
5	Síte Arenoso	100	99	97	85	69
6	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	97	86	71
7	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	99	87	68
8	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	98	88	64
9	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	99	93	70
10	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	100	99	97	80
11	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	99	93	75
12	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	99	96	79	62
13	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	100	99	97	79
14	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	100	99	97	76
15	Argila Arenosa	100	99	99	97	79
16	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	100	99	97	77
17	Solo argiloso de comportamento laterítico (MCT)	100	100	99	97	76

Fonte: Ferreira (2008)

Figura 14 – Extrato final do banco de dados de Ferreira (2008)

Índices Físicos		IG	Compactação		CBR		T.R.B	K1 (MPa)	K2	k3
LL (%)	IP (%)		h _{mo} ld (%)	γ _{smo} ld (g/cm ³)	CBR (%)	Expansão (%)				
58	22	15	20,6	1,523	16	0,21	A-7-6	57	0,109	-0,657
45	15	8	18,1	1,697	8	0,56	A-7-5	76	0,067	-0,544
54	22	14	21,3	1,646	11	0,14	A-7-5	107	0,074	-0,587
60	27	15	19,3	1,599	12	0,10	A-7-5	203	0,038	-0,223
65	32	14	17,4	1,576	12	0,22	A-7-5	184	0,073	-0,313
46	14	7	18,7	1,722	24	0,19	A-7-5	258	0,537	-0,433
74	36	17	18,4	1,449	11	0,80	A-7-5	234	0,200	-0,325
49	20	10	14,0	1,656	20	0,44	A-7-6	75	0,146	-0,827
48	19	9	14,2	1,663	17	0,20	A-7-6	401	0,326	-0,371
44	16	7	16,3	1,778	11	0,25	A-7-5	114	0,194	-0,639
59	23	16	18,7	1,531	11	1,24	A-7-5	185	0,063	-0,434
50	25	12	12,7	1,640	6	0,00	A-4	394	0,205	-0,343
45	18	7	14,8	1,748	6	0,05	A-7-6	267	0,209	-0,427
51	17	11	21,8	1,626	4	0,00	A-7-5	227	0,078	-0,409
43	17	9	15,5	1,543	5	0,00	A-7-5	277	0,159	-0,474
53	25	15	17,7	1,599	5	0,56	A-7-6	168	0,135	-0,432
39	15	7	16,7	1,529	4	0,00	A-6	298	0,157	-0,315
46	21	10	14,2	1,502	6	0,00	A-7-6	246	0,115	-0,401
46	20	10	15,9	1,496	4	0,00	A-7-6	274	0,165	-0,360
34	12	4	13,1	1,666	4	0,00	A-6	299	0,165	-0,404
36	15	7	16,6	1,569	5	0,00	A-6	229	0,156	-0,373
50	23	15	20,5	1,603	9	0,15	A-7-6	130	0,163	-0,625
32	0	0	8,2	2,053	19	1,10	A-2-4	375	0,393	-0,311

Fonte: Ferreira (2008)

Posteriormente, o autor Ferreira (2008) nos disponibilizou um “banco de dados reduzido”, cujo extrato pode ser visualizado na Figura 15.

Figura 15 – Banco de dados reduzido de Ferreira (2008)

Identificação da Amostra no Banco de Dados da COPPE/UFRJ	Nº da Amostra na Base de Dados	ÍNDICES FÍSICOS				CBR		σ_3 (MPa)	σ_d (MPa)	MR	Def
		LL (%)	IP (%)	h _{mold} (%)	γ_{smold} (g/cm ³)	CBR (%)	Expansão (%)				
180	0	58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.021	0.021	475	0.000044
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.021	0.041	306	0.000134
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.021	0.062	233	0.000266
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.034	0.034	365	0.000093
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.034	0.069	229	0.000301
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.034	0.103	176	0.000585
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.051	0.051	292	0.000175
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.051	0.103	184	0.000560
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.051	0.155	141	0.001102
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.069	0.069	247	0.000279
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.069	0.137	158	0.000869
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.069	0.206	121	0.001708
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.103	0.103	199	0.000519
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.103	0.206	126	0.001635
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.103	0.309	97	0.003201
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.137	0.137	170	0.000807
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.137	0.275	107	0.002558
		58	22	20.6	1.523	16	0.21	0.137	0.412	82	0.004998

Fonte: Ferreira (2008) – Adaptado pela autora

O banco de dados de Ferreira (2008) estudado em um segundo momento da pesquisa elimina os *outliers* apresentados nos dados iniciais, isto é, resultados que se afastam de maneira significativa dos demais pontos. Sendo assim, o banco de dados de Ferreira (2008) utilizado neste trabalho conta com 341 amostras de solo e os respectivos 18 valores de tensão confinante, tensão desvio e Módulo de Resiliência, calculado segundo o modelo de Pezo.

Além disso, também foi utilizado o segundo banco de dados, obtido através de ensaios realizados no Laboratório de Pavimentação, contando com 33 amostras e, sendo assim, com os valores de *MR* calculados para os 18 níveis de tensão do ensaio triaxial dinâmico.

Posteriormente, foi adaptado o banco de dados de ensaio através da aplicação do modelo de Pezo (1993), de modo a torná-lo semelhante ao de Ferreira (2008).

As regressões não-lineares foram realizadas através de um programa desenvolvido na plataforma MATLAB.

3.2 REGRESSÃO VIA MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O programa desenvolvido é baseado no Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) e visa calcular os coeficientes k_1 e k_2 (para modelos com dois parâmetros) ou k_1 , k_2 e k_3 (para modelos com três parâmetros) que minimizem a diferença entre os valores de MR calculados pelo modelo e o respectivo valor original do banco de dados. Para efeitos didáticos, apresenta-se essa metodologia para o modelo de Hicks (1970), reescrito na Equação 17. Raciocínios análogos podem ser aplicados aos demais modelos.

$$MR = k_1 \sigma_d^{k_2} \quad (17)$$

Seja uma série de pontos (σ_{di}, MR_i) ($i = 1 \dots N$) obtidos de N medidas experimentais. A diferença entre o valor experimental e o valor fornecido pelo modelo de Hicks (1970) para o i -ésimo ponto é chamada resíduo e pode ser descrita como:

$$r_i = MR_i - k_1 \sigma_{di}^{k_2} \quad (18)$$

Definindo-se uma função Z como sendo o somatório quadrático de todos os resíduos chega-se a:

$$Z = \sum_{i=1}^N (r_i)^2 = \sum_{i=1}^N (MR_i - k_1 \sigma_{di}^{k_2})^2 \quad (19)$$

O que se deseja com o MMQ é determinar os valores de k_1 e k_2 que minimizem a função Z . Para tal, deriva-se Z com relação a cada uma das incógnitas igualando os resultados a zero para o cálculo do mínimo de Z :

$$F_1 = \frac{\partial Z}{\partial k_1} = \sum_{i=1}^N -2\sigma_{di}^{k_2} (MR_i - k_1 \sigma_{di}^{k_2}) = 0 \quad (20)$$

$$F_2 = \frac{\partial Z}{\partial k_2} = \sum_{i=1}^N -2k_1 \sigma_{di}^{k_2} \ln(\sigma_{di}) (MR_i - k_1 \sigma_{di}^{k_2}) = 0 \quad (21)$$

Esse procedimento de minimização não-linear é resolvido através do método iterativo de Newton-Raphson (Barbosa, 2020). Neste método, partindo-se de uma estimativa inicial para k_{1n} e k_{2n} , tem-se:

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n - \mathbf{J}(\mathbf{X}_n)^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}_n) \quad (22)$$

sendo:

$$\mathbf{X}_n = \begin{Bmatrix} k_{1n} \\ k_{2n} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_n) = \begin{Bmatrix} F_1(\mathbf{X}_n) \\ F_2(\mathbf{X}_n) \end{Bmatrix} \quad (24)$$

e:

$$\mathbf{J}_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial X_j} \quad (25)$$

sendo:

$$J_{11} = \sum_{i=1}^N 2\sigma_{di}^{2k_{2n}}$$

$$J_{12} = \sum_{i=1}^N 2k_{1n}\sigma_{di}^{2k_{2n}} \ln(\sigma_{di}) - 2\sigma_{di}^{k_{2n}} \ln(\sigma_{di}) (MR_i - k_{1n}\sigma_{di}^{k_{2n}})$$

$$J_{21} = J_{12}$$

$$J_{22} = \sum_{i=1}^N 2k_{1n}^2 \sigma_{di}^{2k_{2n}} \ln(\sigma_{di})^2 - 2k_{1n}\sigma_{di}^{k_{2n}} \ln(\sigma_{di})^2 (MR_i - k_{1n}\sigma_{di}^{k_{2n}})$$

Aplicando-se a Equação (24) de forma iterativa, fazendo-se $n = n+1$, seguidas vezes até que se alcance:

$$\mathbf{X}_{n+1} \approx \mathbf{X}_n \quad (26)$$

tem-se os valores de k_1 e k_2 procurados.

No Apêndice 3 deste trabalho é apresentado o código MATLAB desenvolvido para o modelo de Hopkins (2001).

Com o auxílio de planilhas eletrônicas e dos códigos desenvolvidos para cada modelo, foi possível implementar um procedimento automatizado que lia os valores de MR e as respectivas tensões no banco de dados, e retornava os valores de k_1 , k_2 e k_3 respectivamente otimizados para os modelos analisados. São calculados, também, os três parâmetros estatísticos destacados nesta pesquisa.

Cabe destacar que do total de 14 modelos estudados, ao todo foram analisados 13, uma vez que o modelo de Pezo (1993) foi aplicado na análise reversa que calculou os valores contidos nos bancos de dados usado no trabalho. Com esta incorporação, o banco de dados de Ferreira (2008) contou com 6138 linhas de dados a serem analisados. Salienta-se, ainda, que os

modelos de Witzak (1981) e Uzan (1981) são iguais, sendo assim, apresentam os mesmos resultados. Desta forma, somente o modelo de Witzak (1981) será citado no presente trabalho.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

No presente capítulo, serão mostrados os principais resultados encontrados na aplicação dos modelos de Módulo de Resiliência aos três bancos de dados estudados neste trabalho. Esta seção está dividida entre os Resultados Gerais e os Resultados Específicos, isto é, por tipo de solo, bem como por cada banco de amostras abordados.

4.1 ORGANIZAÇÃO DOS RESULTADOS

A partir da observação do extrato de uma planilha contendo todos os resultados das análises feitas em todos os corpos de prova mostrado na Figura 17, nota-se que os dados foram organizados destacando, na primeira coluna, a numeração dos corpos de prova ensaiados. Além disso, percebe-se que cada amostra de solo está designada com sua classificação TRB e, ainda, recebe uma classificação simplificada do corpo de prova em “granular” ou “fino”, com base em suas características. A parte inicial do arquivo de resultados pode ser visualizada no Apêndice 1 deste trabalho.

Os parâmetros denotados como k_1 , k_2 e k_3 representam os coeficientes encontrados para cada modelo estudado. Adicionalmente, a planilha também exhibe os valores de R^2 , R^2 ajustado e Erro Quadrático Médio (MSE), respectivamente. No Apêndice 2 é possível visualizar a parte final do arquivo de resultados, mostrando os três parâmetros estatísticos analisados.

A disposição destes dados na planilha oferece uma visão clara das relações entre os tipos de corpos de prova, os coeficientes das modelagens estudadas e as métricas de avaliação dos ajustes dos modelos. Este arranjo facilita a compreensão e análise dos resultados.

Figura 17 – Extrato da parte inicial da planilha de resultados

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				Dunlap				
2	CP	HRB	Tipo de Solo	k1	k2	R2	R2a	MSE
6	4	A-7-5	Granular	177.2084	-0.1854	0.5713	0.5445	989.5704
7	5	A-7-5	Granular	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
8	6	A-7-5	Granular	198.0343	0.1029	0.0870	0.0300	927.8736
9	7	A-7-5	Granular	191.9269	-0.1259	0.2196	0.1708	1771.6772
10	8	A-7-6	Granular	61.7675	-0.7283	0.9915	0.9874	999.6333
11	9	A-7-6	Granular	320.1836	-0.0457	0.0213	-0.0399	4065.6494
12	10	A-7-5	Granular	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
13	11	A-7-5	Granular	141.7538	-0.3727	0.5734	0.5467	8032.1034
14	12	A-4	Granular	319.5199	-0.1392	0.2357	0.1879	5942.2629
15	13	A-7-6	Granular	206.1185	-0.2204	0.3295	0.2876	6396.7543
16	14	A-7-5	Granular	177.2843	-0.3328	0.5498	0.5216	8619.1369
17	15	A-7-5	Granular	207.7620	-0.3166	0.4489	0.4145	14638.7542
18	16	A-7-6	Granular	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
19	17	A-6	Granular	246.5011	-0.1592	0.3262	0.2841	3331.0658
20	18	A-7-6	Granular	246.9000	-0.1580	0.5001	0.4255	2333.6600
21	19	A-7-6	Granular	219.8306	-0.1963	0.3576	0.3174	4397.0678
22	20	A-6	Granular	234.1485	-0.2402	0.3968	0.3591	8265.8499
23	21	A-6	Granular	182.8273	-0.2179	0.3901	0.3519	3722.1329

Fonte: Autora (2023)

4.2 RESULTADOS A PARTIR DO BANCO DE DADOS DE FERREIRA (2008)

4.2.1 Resultados Gerais

Considerando o conjunto de corpos de prova estudado, procedeu-se ao cálculo das três grandezas estatísticas mencionadas anteriormente, ou seja, Coeficiente de Determinação (R^2), Coeficiente de Determinação Ajustado (R^2A) e Erro Quadrático Médio (MSE), para cada um dos modelos examinados. Ao final da planilha, são apresentados os valores mais elevados de R^2 e R^2A e o menor valor de MSE . Esses resultados, então, são atribuídos aos modelos correspondentes. Um extrato elucidativo desta parte da planilha é mostrado na Figura 18.

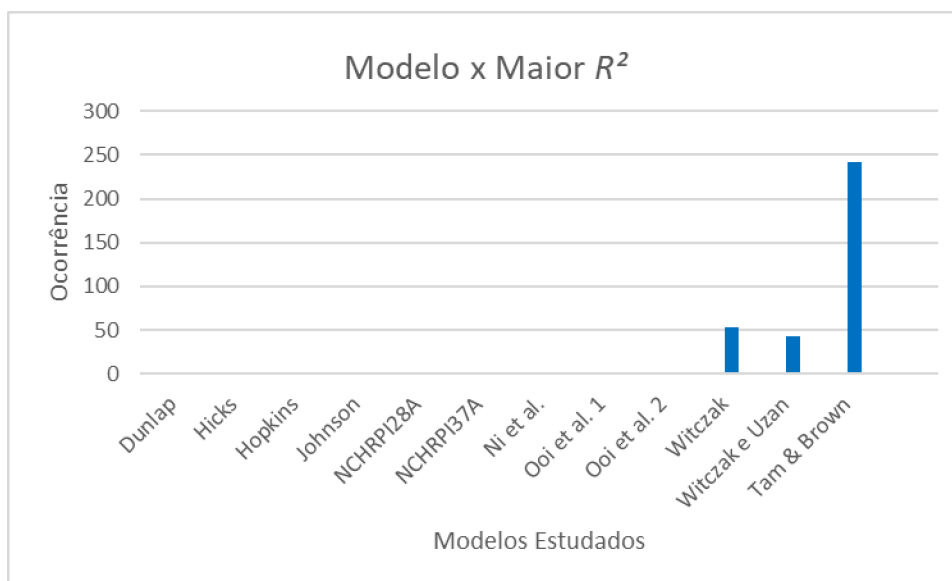
Figura 18 – Extrato dos resultados dos parâmetros estatísticos

CP	Melhor R^2	Modelo Maior R^2	Melhor R^2A	Modelo Maior R^2A	Menor MSE	Modelo de menor MSE - menor erro
1	1.0000	Witczak e Uzan	1.0000	Witczak e Uzan	0.0831	Tam & Brown
2	1.0000	Witczak	1.0000	Witczak	0.0821	Tam & Brown
3	1.0000	Witczak e Uzan	1.0000	Witczak e Uzan	0.0821	Tam & Brown
4	1.0000	Witczak e Uzan	1.0000	Witczak e Uzan	0.0731	Witczak e Uzan
5	0.9999	Witczak	0.9999	Witczak	0.2692	Witczak
6	0.9969	Tam & Brown	0.9970	Tam & Brown	0.2804	Tam & Brown
7	0.9993	Tam & Brown	0.9994	Tam & Brown	0.3270	Tam & Brown
8	1.0000	Witczak	1.0000	Witczak	0.2989	Tam & Brown
9	0.9983	Tam & Brown	0.9984	Tam & Brown	0.3315	Tam & Brown
10	0.9999	Tam & Brown	0.9999	Witczak	0.3221	Tam & Brown
11	1.0000	Witczak e Uzan	1.0000	Witczak e Uzan	0.3273	Tam & Brown
12	0.9994	Tam & Brown	0.9995	Tam & Brown	0.2930	Tam & Brown
13	0.9996	Witczak e Uzan	0.9997	Tam & Brown	0.3315	Tam & Brown
14	1.0000	Witczak	1.0000	Witczak	0.3136	Tam & Brown
15	0.9999	Tam & Brown	0.9998	Witczak e Uzan	0.3313	Tam & Brown
16	0.9999	Tam & Brown	0.9999	Witczak e Uzan	0.3147	Tam & Brown
17	0.9996	Tam & Brown	0.9997	Tam & Brown	0.3327	Tam & Brown
18	0.9999	Witczak	0.9999	Witczak	0.2927	Tam & Brown
19	0.9997	Tam & Brown	0.9998	Tam & Brown	0.3255	Tam & Brown
20	0.9998	Tam & Brown	0.9999	Tam & Brown	0.3152	Tam & Brown

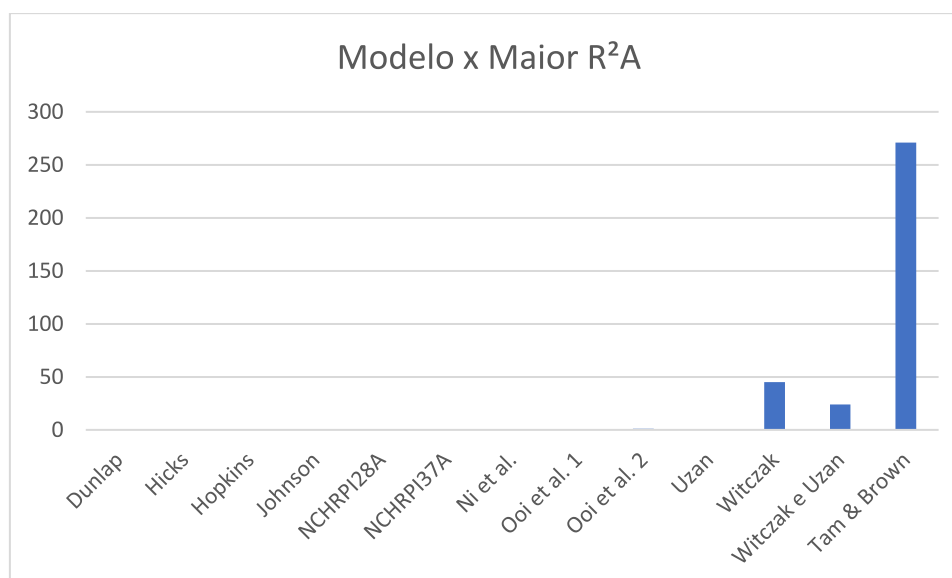
Fonte: Autora (2023)

Na captação dos dados do MATLAB para o Excel, foram mantidos os resultados em que aparece R^2 igual a um. Tal fato se deve a um arredondamento, uma vez que o valor real do parâmetro se aproxima do valor máximo. Em contrapartida, para as amostras cujas regressões de determinados modelos não convergiam, foram mantidos os resultados nulos das análises, mostradas como “N/A” na planilha de resultados.

Nos Gráficos 1 e 2 mostrados a seguir, evidenciam-se que, para a grande maioria dos corpos de prova estudados no banco de dados de Ferreira (2008), o modelo de Tam e Brown (1988) foi o que apresentou maiores valores de R^2 e R^2 ajustado, ou seja, apresenta capacidade superior de se ajustar aos dados. Subsequentes ao modelo de Tam e Brown (1988), ficam em segundo e terceiro lugar os modelos de Witczak (1981) e Witczak e Uzan (1988), respectivamente. Tais resultados ressaltam a tendência do modelo de Tam e Brown (1988) convergir de maneira satisfatória e descrever o padrão de comportamento de módulo de resiliência dos corpos de prova estudados.

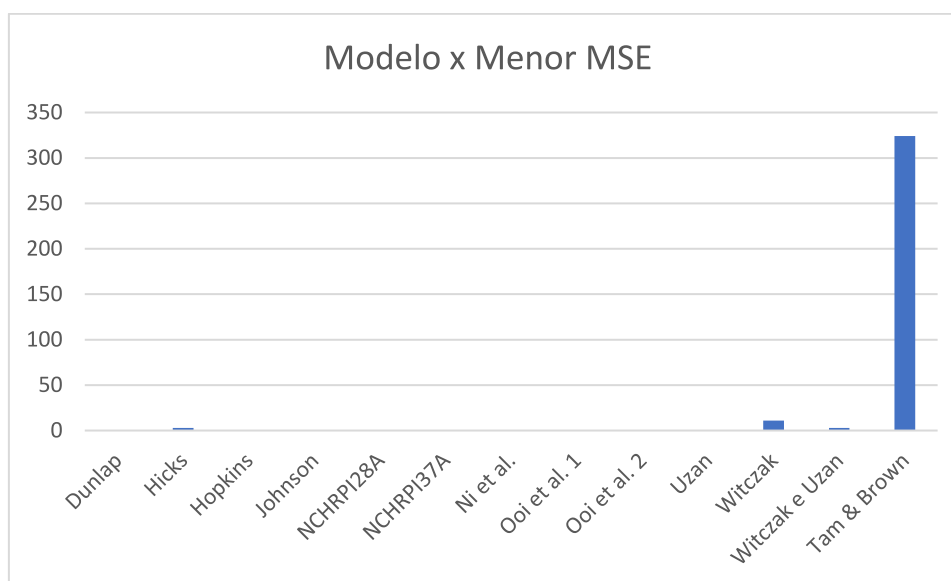
Gráfico 1 – Modelo x Maior R^2 para o banco de dados de Ferreira (2008)

Fonte: Autora (2023)

Gráfico 2 – Modelo x Maior R^2 ajustado para o banco de dados de Ferreira (2008)

Fonte: Autora (2023)

Os valores para o menor Erro Quadrático Médio seguem a mesma tendência mostrada nos gráficos acima, porém apresentando o modelo de Tam e Brown (1988) com maior relevância em detrimento dos demais. O comportamento deste parâmetro estatístico pode ser observado no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Modelo x Menor *MSE* para o banco de dados de Ferreira (2008)

Fonte: Autora (2023)

Através da Tabela 6, pode-se observar os resultados percentuais gerais para o banco de dados de Ferreira (2008), considerando os três parâmetros estatísticos estudados. Nota-se que 70,97% das amostras tendem ao modelo de Tam e Brown (1988), ao passo que 15,54% melhor se ajustam ao modelo de Witczak (1981), levando-se em consideração o R^2 como parâmetro.

Tabela 6 – Resumo dos resultados gerais no banco de dados de Ferreira (2008)

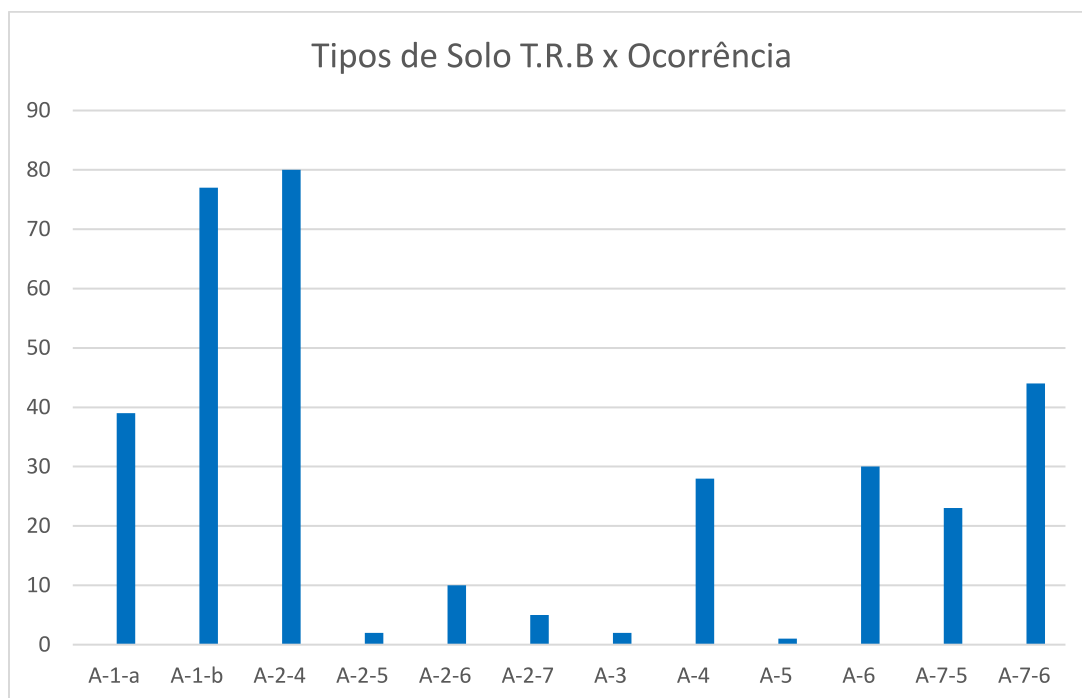
Modelos melhores ajustados	Parâmetros estatísticos		
	R^2	R^2A	MSE
Tam e Brown (1988)	70.97%	79.47%	95.01%
Witczak (1981)	15.54%	13.20%	3.23%
Witczak e Uzan (1988)	12.61%	7.04%	0.88%
Outros	0.88%	0.29%	0.88%

Fonte: Autora (2023)

4.2.2 Resultados por tipo de solo

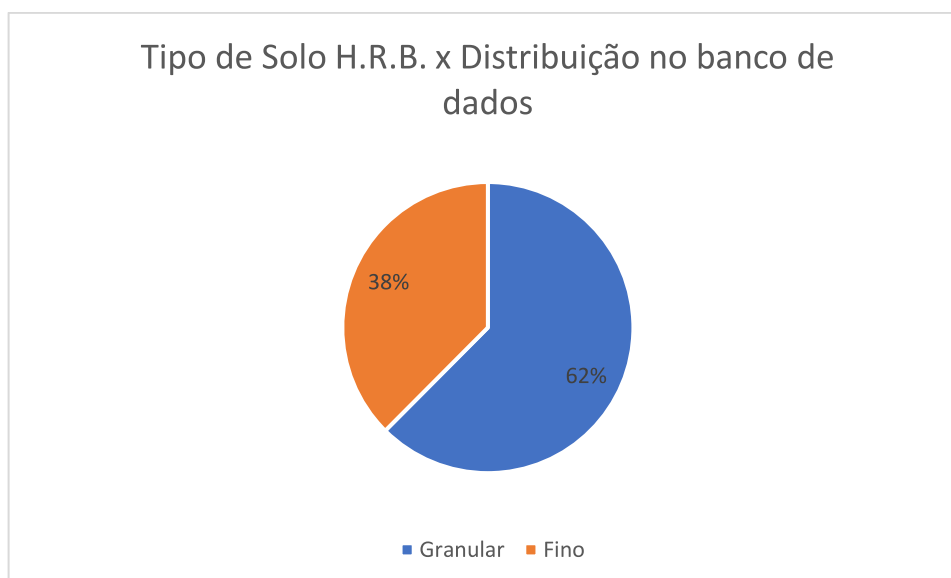
Foram disponibilizadas as classificações TRB para todos os corpos de prova estudados, cuja distribuição pode ser visualizada nos Gráficos 4 e 5.

Gráfico 4 – Tipo de Solo (TRB) x Ocorrência para o banco de dados de Ferreira (2008)



Fonte: Autora (2023)

Gráfico 5 – Tipo de Solo T.R.B. x Distribuição no banco de dados de Ferreira (2008)



Fonte: Autora (2023)

Através da observação do gráfico 4, percebe-se que há uma predominância de solos granulares no banco de dados, isto é, tipos A-1-a, A-1-b e A-2-4. No gráfico 5, é possível visualizar que 62% das amostras representam materiais granulares, ao passo que 38% representam materiais finos.

Na Tabela 7, verifica-se a distribuição dos modelos estudados no banco de dados, considerando o maior valor de R^2 .

Tabela 7 – Modelos x Maior valor de R^2 por tipo de solo

R^2	Dunlap	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRPI28A	NCHRPI37A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	1	0	0	0	0	0	0	0	0	20	15	179
Fino	1	0	0	0	0	0	0	0	1	33	28	63

Fonte: Autora (2023)

Nota-se que o modelo de Dunlap (1963) aparece duas vezes no banco de dados, ao passo que o segundo modelo de Ooi et. al (2004) aparece com uma ocorrência. A grande parte dos resultados está concentrada nos modelos de Witczak (1981), Witczak e Uzan (1985) e Tam e Brown (1988), sendo o último o que aparece com mais frequência. Percebe-se, pela análise do *R-square*, então, que cerca de 83% das amostras de solos granulares melhor se adaptam ao modelo de Tam e Brown (1988) e, ainda, 50% dos materiais finos são melhores representados por este modelo.

De forma semelhante, na Tabela 8 estão mostrados os resultados por tipo de solo considerando o R^2 ajustado como parâmetro estatístico em questão.

Tabela 8 – Modelos x Maior valor de R^2A por tipo de solo

R^2A	Dunlap	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRPI28A	NCHRPI37A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	11	189
Fino	0	0	0	0	0	0	0	0	1	30	13	82

Fonte: Autora (2023)

Percebe-se que, da mesma maneira que ocorre com o parâmetro R^2 , os resultados ficam concentrados entre os modelos de Witczak (1981), Witczak e Uzan (1985) e Tam e Brown (1988), com significativa predominância do último. Nota-se que 65% dos solos finos se adequam melhor ao modelo de Tam & Brown (1988) e, ainda, 88% dos solos granulares correspondem a este modelo.

Por fim, são mostrados, na Tabela 9, os resultados correspondentes aos menores valores de Erro Quadrático Médio para os modelos estudados.

Tabela 9 – Modelos x Menor valor de *MSE* por tipo de solo

<i>MSE</i>	Dunlap	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRP128A	NCHRP137A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	211
Fino	0	1	0	0	0	0	0	0	0	11	1	113

Fonte: Autora (2023)

Através da análise do *MSE*, pode-se concluir que o modelo de Tam e Brown (1988) foi predominante em 99% das amostras de solos granulares, ao passo que aparece em 90% das amostras de solos finos.

De maneira mais específica, foi feita análise dos três parâmetros estatísticos abordados neste trabalho para todos os tipos de solo segundo a classificação TRB encontrados nas amostras. Os resultados desta análise podem ser visualizados na Tabela 10.

Tabela 10 – Tipos de Solo HRB x Resultados

SOLO x Modelo	Maior R^2	Maior R^2A	Menor <i>MSE</i>
A-1-a	Tam & Brown	Tam & Brown	Tam & Brown
A-1-b	Tam & Brown	Tam & Brown	Tam & Brown
A-2-4	Witczak e Uzan	Tam & Brown	Tam & Brown
A-2-5	Tam & Brown	Tam & Brown	Tam & Brown
A-2-6	Tam & Brown	Tam & Brown	Tam & Brown
A-2-7	Witczak e Uzan	Tam & Brown	Tam & Brown
A-3	Tam & Brown	Tam & Brown	Tam & Brown
A-4	Tam & Brown	Tam & Brown	Tam & Brown
A-5	Tam & Brown	Tam & Brown	Tam & Brown
A-6	Tam & Brown	Tam & Brown	Tam & Brown
A-7-5	Witczak e Uzan	Witczak e Uzan	Tam & Brown
A-7-6	Witczak e Uzan	Tam & Brown	Tam & Brown

Fonte: Autora (2023)

É interessante notar que são apresentados, basicamente, os modelos de Witczak e Uzan (1988) e Tam e Brown (1988) nos resultados. Salienta-se, ainda, o fato de na análise do *MSE*, o modelo de Tam e Brown (1988) ter sido o melhor ajustado em todos os tipos de solo, o que sugere que tal modelo pode requerer especial atenção para aplicações futuras, a fim de auxiliar no dimensionamento de camadas do pavimento.

Através da observação da Tabela 11, é possível ver os resultados percentuais de cada parâmetro estatístico estudado para os modelos mais representativos. Levando-se em consideração o R^2 , nota-se que 83,26% dos solos granulares se ajustam melhor ao modelo de Tam e Brown (1988), ao passo que 50% dos solos finos melhor se ajustam a esse modelo.

Tabela 11 – Resumo dos resultados por tipo de solo no banco de dados de Ferreira (2008)

Modelos melhores ajustados	Parâmetros estatísticos/Tipo de solo					
	R^2		R^2A		MSE	
	Granulares	Finos	Granulares	Finos	Granulares	Finos
Tam e Brown (1988)	83.26%	50.00%	87.91%	65.08%	98.14%	89.68%
Witczak (1981)	9.30%	26.19%	6.98%	23.81%	0.00%	8.73%
Witczak e Uzan (1988)	6.98%	22.22%	5.12%	10.32%	0.93%	0.79%
Outros	0.47%	1.59%	0.00%	0.79%	0.93%	0.79%

Fonte: Autora (2023)

4.3 RESULTADOS A PARTIR DO BANCO DE DADOS DE ENSAIOS (UFJF)

4.3.1 Resultados Gerais

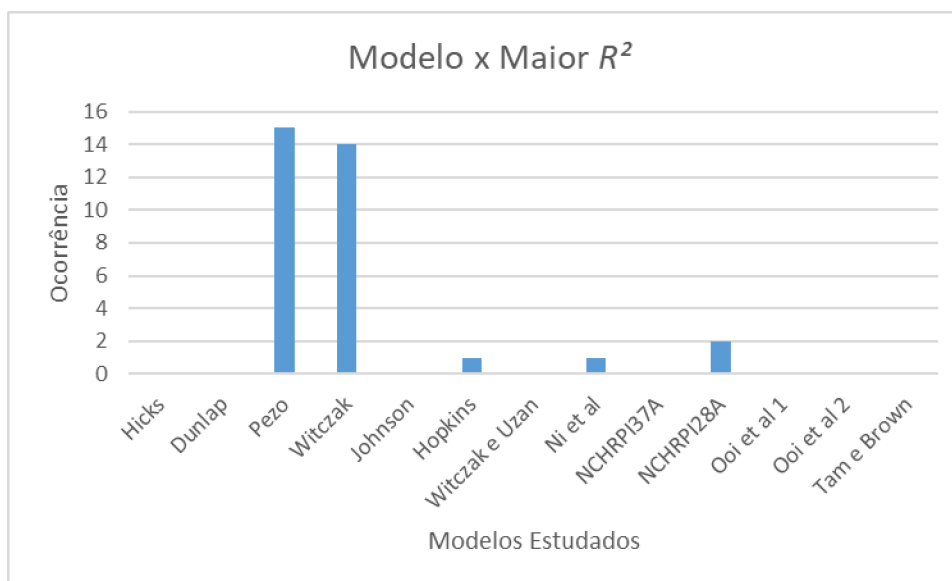
De maneira análoga ao que foi feito para o banco de dados de Ferreira (2008), observa-se, na Figura 19, o extrato da planilha de resultados do banco de dados da UFJF que mostra os melhores valores encontrados para as três grandezas estatísticas estudadas, seguido do modelo matemático referente.

Figura 19 – Planilha de resultados correspondente ao banco de dados de ensaio

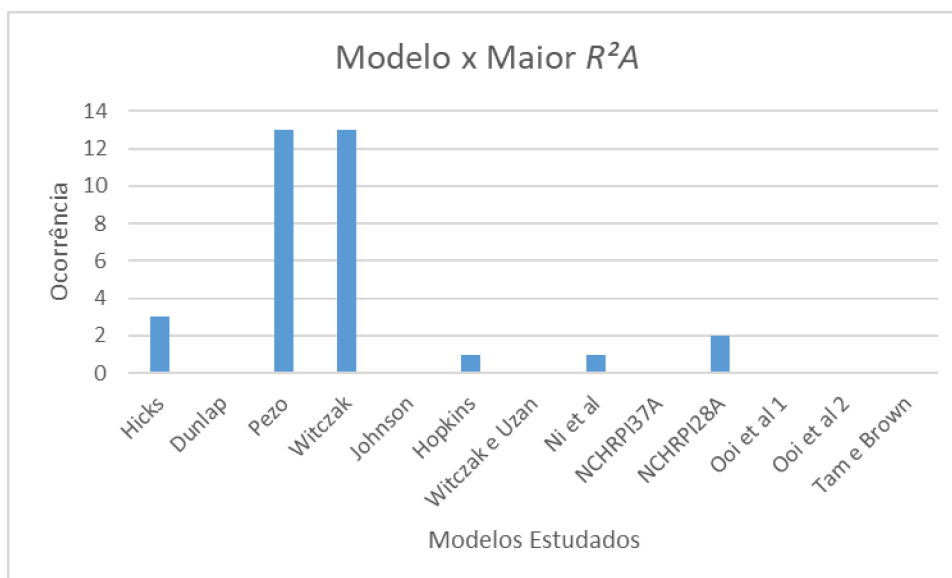
CP	Melhor R^2	Modelo	Melhor R^2A	Modelo	Menor MSE	Modelo
EST54-SB	0.958	Witczak	0.952	Witczak	42.740	Witczak
EST54-SL	0.984	Witczak	0.980	Witczak	41.410	Witczak
EST60-SB	0.799	Witczak	0.772	Witczak	63.610	Witczak
EST60-SL	0.980	Pezo	0.975	Pezo	36.040	Pezo
EST66-SB	0.847	Pezo	0.825	Pezo	51.130	Pezo
EST66-SL	0.992	Pezo	0.989	Pezo	17.040	Pezo
EST72-SB	0.965	Pezo	0.960	Pezo	31.380	Witczak
EST72-SL	0.981	NCHRPI28A	0.973	NCHRPI28A	27.930	NCHRPI28A
EST78-SB	0.824	Witczak	0.801	Witczak	53.560	Witczak
EST78-SL	0.993	Pezo	0.991	Hicks	17.580	Hicks
EST489-SB	0.931	Witczak	0.922	Witczak	64.410	Witczak
EST489-SL	0.993	Witczak	0.990	Witczak	70.700	Witczak
EST495-SB	0.943	Pezo	0.935	Pezo	36.770	Witczak
EST495-SL	0.997	Witczak	0.995	Hicks	24.640	Hicks
EST501-SB	0.876	Witczak	0.859	Witczak	45.600	Witczak
EST501-SL	0.973	Witczak	0.966	Witczak	118.000	Witczak
EST507-SB	0.945	Witczak	0.937	Witczak	37.320	Witczak
EST507-SL	0.993	Pezo	0.992	Pezo	16.890	Pezo
EST513-SB	0.966	Witczak	0.960	Witczak	45.200	Witczak
EST513-SL	0.966	Witczak	0.960	Witczak	62.460	Witczak
est144-CP59-SL	0.981	Pezo	0.978	Pezo	35.790	Pezo
est144-CP60-SL	0.807	NCHRPI28A	0.781	NCHRPI28A	179.400	NCHRPI28A
est153-CP61-SL	0.980	Pezo	0.978	Pezo	26.680	Pezo
est147-CP62-SL	0.915	Pezo	0.910	Hicks	46.590	Hicks
est150-CP63-SL	0.988	Witczak	0.987	Witczak	24.550	Witczak
est150-CP64-SL	0.995	Pezo	0.994	Pezo	21.840	Pezo
est162-CP65-SL	0.990	Pezo	0.988	Pezo	14.670	Pezo
est168-CP66-SL	0.975	Witczak	0.972	Witczak	21.890	Witczak
est156-CP67-SL	0.986	Pezo	0.982	Pezo	19.150	Pezo
est159-CP68-SL	0.992	Pezo	0.989	Pezo	14.130	Pezo
est162-CP69-SL	0.982	Pezo	0.979	Pezo	25.770	Pezo
est162-CP70-SL	0.994	Hopkins	0.992	Hopkins	13.760	Hopkins
est162-CP71-SL	0.997	Ni et al	0.996	Ni et al	22.610	Ni et al

Fonte: Autora (2023)

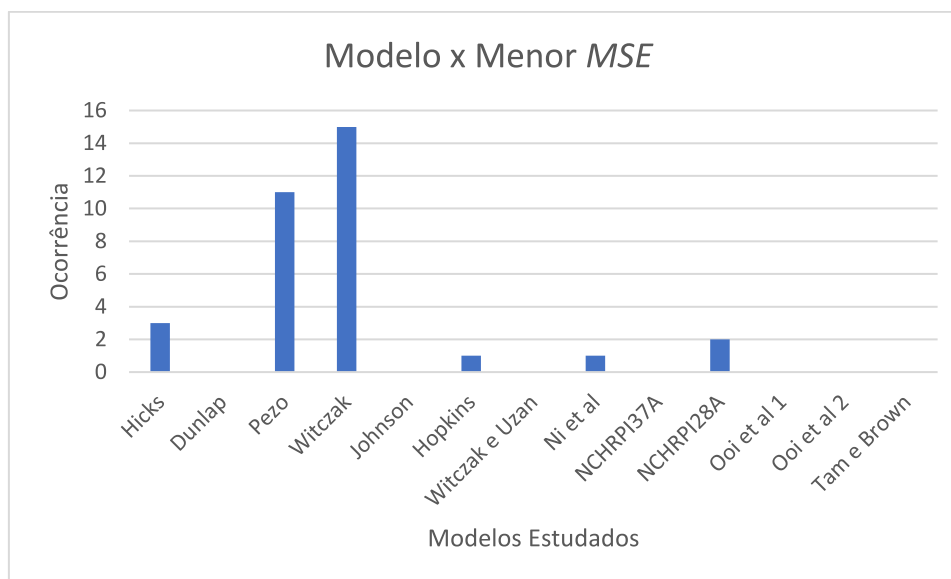
A partir da observação dos gráficos 5, 6 e 7, nota-se o comportamento do R^2 , R^2 ajustado e o Erro Quadrático Médio em relação aos modelos estudados.

Gráfico 6 – Modelo x Maior R^2 - Dados de ensaio

Fonte: Autora (2023)

Gráfico 7 – Modelo x Maior R^2A – Dados de ensaio

Fonte: Autora (2023)

Gráfico 8 – Modelo x Menor *MSE* – Dados de ensaio

Fonte: Autora (2023)

Observa-se que, para as três grandezas, os modelos de Pezo (1993) e Witczak (1981) melhor se adaptam aos dados de ensaio analisados, o que mostra uma tendência de comportamento diferente do banco de dados de Ferreira (2008). Na Tabela 12 podem ser visualizados os resultados percentuais para os resultados gerais. Através do R^2 , conclui-se que 45,45% das amostras se ajustam melhor ao modelo de Pezo (1993) e, ainda, 42,42% tendem ao modelo de Witczak (1981).

Tabela 12 – Resumo dos resultados gerais no banco de dados da UFJF

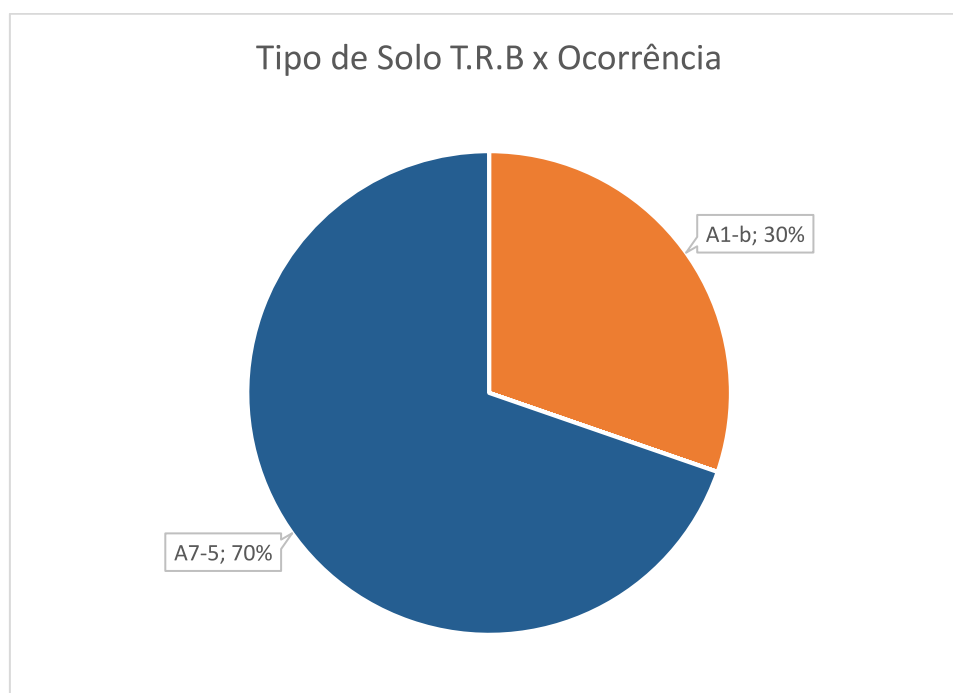
Modelos melhores ajustados	Parâmetros estatísticos		
	R^2	R^2A	<i>MSE</i>
Pezo (1993)	45.45%	39.39%	33.33%
Witczak (1981)	42.42%	39.39%	45.45%
Outros	12.12%	21.21%	21.21%

Fonte: Autora (2023)

4.3.2 Resultados por tipo de solo

As amostras analisadas recebem dois tipos de classificação T.R.B., sendo eles A-7-5 para solos finos (materiais de subleito) e A-1-B para os solos granulares (materiais de sub-base). Através do Gráfico 9, percebe-se que a grande maioria dos dados (70%) são advindos de solos finos.

Gráfico 9 – Distribuição das amostras por tipo de solo – Dados de ensaio



Fonte: Autora (2023)

As amostras foram, então, agrupadas em solos finos e granulares. A distribuição da ocorrência dos modelos, separados por tipo de solo e grandeza estatística, podem ser observadas nas Tabelas 13, 14 e 15.

Tabela 13 – Modelos x Maior valor de R^2 por tipo de solo – Dados de ensaio

R^2	Dunlap	Pezo	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRP128A	NCHRP137A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0
Fino	0	12	0	1	0	2	0	1	0	0	7	0	0

Fonte: Autora (2023)

Tabela 14 - Modelos x Maior valor de R^2A por tipo de solo – Dados de ensaio

R^2A	Dunlap	Pezo	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRP128A	NCHRP137A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0
Fino	0	10	3	1	0	2	0	1	0	0	6	0	0

Fonte: Autora (2023)

Tabela 15- Modelos x Menor valor de MSE por tipo de solo – Dados de ensaio

MSE	Dunlap	Pezo	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRP128A	NCHRP137A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0
Fino	0	10	3	1	0	2	0	1	0	0	6	0	0

Fonte: Autora (2023)

Nota-se que, para os três parâmetros estatísticos, os resultados obtidos a partir das amostras de solos finos convergem para o modelo de Pezo (1993), isto é, cerca de 52,17% destes solos segundo o R^2A e 43,48% segundo o MSE , ao passo que os dados advindos de solos granulares tendem ao modelo de Witczak (1981), com aproximadamente 90% das amostras, segundo o MSE e, ainda, 70% analisando-se o R -square e R -square ajustado. Na Tabela 16 estão mostrados os resultados percentuais para os resultados por tipo de solo.

Tabela 16 - Resumo dos resultados por tipo de solo no banco de dados da UFJF

Modelos melhores ajustados	Parâmetros estatísticos/Tipo de solo					
	R^2		R^2A		MSE	
	Granulares	Finos	Granulares	Finos	Granulares	Finos
Pezo (1993)	30.00%	52.17%	30.00%	43.48%	10.00%	43.48%
Witczak (1981)	70.00%	30.43%	70.00%	26.09%	90.00%	26.09%
Outros	0.00%	17.39%	0.00%	30.43%	0.00%	30.43%

Fonte: Autora (2023)

4.4 RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DO BANCO DE DADOS DA UFJF CALCULADO PELO MODELO DE PEZO (1993)

4.4.1 Resultados Gerais

Conforme elucidado nas seções anteriores, aplica-se o modelo de Pezo (1993) no banco de dados de ensaios realizados na UFJF. De posse dos valores de MR obtidos, são calculados os coeficientes dos outros treze modelos abordados neste trabalho, a partir dos dezoito níveis de tensão sugeridos pela norma DNIT (2018).

Assim como nos outros conjuntos de dados, são calculados os maiores valores de R^2 , R^2A e o menor valor de MSE juntamente com o modelo correspondente. A Figura 20 mostra a distribuição destes resultados.

Figura 20 - Planilha de resultados correspondente ao banco de dados calculado a partir de Pezo (1993)

CP	Melhor R^2	Modelo	Melhor R^2A	Modelo	Menor MSE	Modelo
EST54-SB	0.99997	Witczak e Uzan	0.99997	Witczak e Uzan	0.25734	Witczak e Uzan
EST54-SL	0.99999	Witczak	0.99998	Witczak	0.12816	Witczak
EST60-SB	0.99999	Witczak e Uzan	0.99998	Witczak e Uzan	0.36854	Witczak e Uzan
EST60-SL	0.99997	Witczak e Uzan	0.99996	Witczak e Uzan	0.07307	Witczak e Uzan
EST66-SB	0.99994	Witczak	0.99993	Witczak	0.26924	Witczak
EST66-SL	0.99684	Witczak e Uzan	0.99641	Witczak e Uzan	3.21602	Witczak e Uzan
EST72-SB	0.99929	Witczak	0.99920	Witczak	1.60350	Witczak
EST72-SL	0.99997	Witczak	0.99997	Witczak	1.56842	Witczak
EST78-SB	0.99823	Witczak e Uzan	0.99800	Witczak e Uzan	7.33445	Witczak e Uzan
EST78-SL	0.99990	Witczak	0.99988	Witczak	1.69391	Witczak
EST489-SB	0.99998	Witczak e Uzan	0.99998	Witczak e Uzan	0.38607	Witczak e Uzan
EST489-SL	0.99935	Witczak	0.99927	Witczak	5.01628	Witczak
EST495-SB	0.99964	Witczak e Uzan	0.99959	Witczak e Uzan	3.46645	Witczak e Uzan
EST495-SL	0.99996	Witczak	0.99996	Witczak	0.71562	Witczak
EST501-SB	0.99986	Witczak e Uzan	0.99984	Witczak e Uzan	3.68504	Witczak e Uzan
EST501-SL	0.99988	Witczak e Uzan	0.99987	Witczak e Uzan	0.92125	Witczak e Uzan
EST507-SB	0.99960	Witczak e Uzan	0.99955	Witczak e Uzan	1.97909	Witczak e Uzan
EST507-SL	0.99990	Witczak	0.99989	Witczak	1.39561	Witczak
EST513-SB	0.99968	Witczak	0.99964	Witczak	2.17500	Witczak
EST513-SL	0.99977	Witczak	0.99974	Witczak	3.18423	Witczak
est144-CP59-SL	0.99975	Witczak	0.99972	Witczak	1.52793	Witczak
est144-CP60-SL	0.99993	Witczak e Uzan	0.99992	Witczak e Uzan	1.77326	Witczak e Uzan
est153-CP61-SL	0.99661	Witczak e Uzan	0.99616	Witczak e Uzan	4.92871	Witczak e Uzan
est147-CP62-SL	0.99664	Witczak e Uzan	0.99619	Witczak e Uzan	3.20605	Witczak e Uzan
est150-CP63-SL	0.99951	Witczak e Uzan	0.99945	Witczak e Uzan	2.98199	Witczak e Uzan
est150-CP64-SL	0.99703	Witczak e Uzan	0.99663	Witczak e Uzan	2.88666	Witczak e Uzan
est162-CP65-SL	0.99631	Witczak e Uzan	0.99582	Witczak e Uzan	9.26202	Witczak e Uzan
est168-CP66-SL	0.99906	Witczak e Uzan	0.99894	Witczak e Uzan	3.47432	Witczak e Uzan
est156-CP67-SL	0.99830	Witczak	0.99808	Witczak	1.18233	Witczak
est159-CP68-SL	0.99730	Witczak	0.99694	Witczak	3.32592	Witczak
est162-CP69-SL	0.99665	Witczak e Uzan	0.99620	Witczak e Uzan	5.83432	Witczak e Uzan
est162-CP70-SL	0.99700	Witczak e Uzan	0.99660	Witczak e Uzan	2.60246	Witczak e Uzan
est162-CP71-SL	0.99805	Witczak	0.99779	Witczak	0.96271	Witczak

Fonte: Autora (2023)

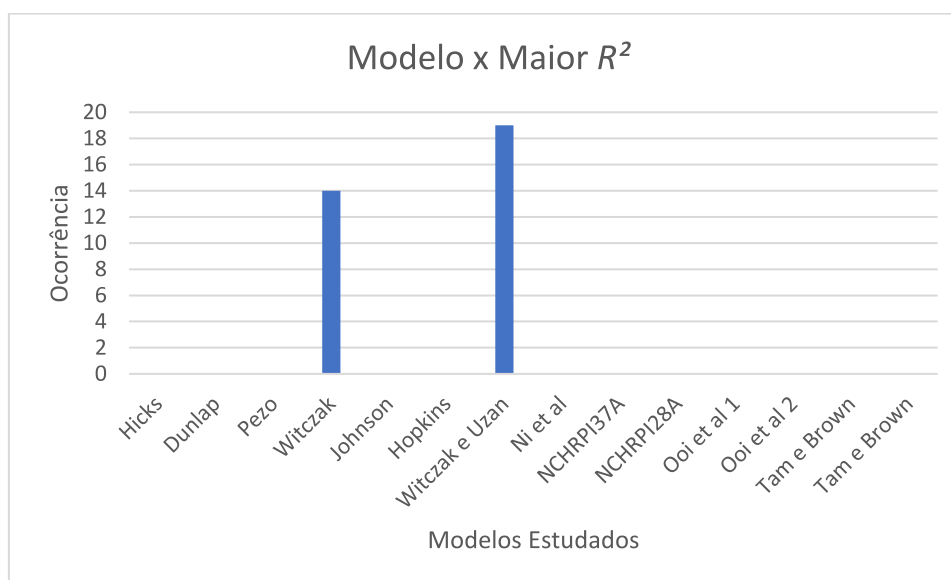
Percebe-se que os três parâmetros seguem exatamente a mesma tendência de comportamento, sendo os modelos de Witczak e Uzan (1988) e Witczak (1981) os que predominam nos resultados, o que pode ser confirmado pelos Gráficos 9, 10 e 11. Através da análise dos três parâmetros estatísticos, o modelo de Witczak e Uzan (1988) foi o que melhor representou 57,58% das amostras, ao passo que o modelo de Witczak (1981) melhor se ajustou a 42,42% das amostras. Esta conclusão sugere que seja interessante considerar tais modelos em estudos dos materiais terrosos para pavimentação.

Na Tabela 17 estão mostrados os resultados gerais para o banco de dados da UFJF ajustado a partir do modelo de Pezo (1993).

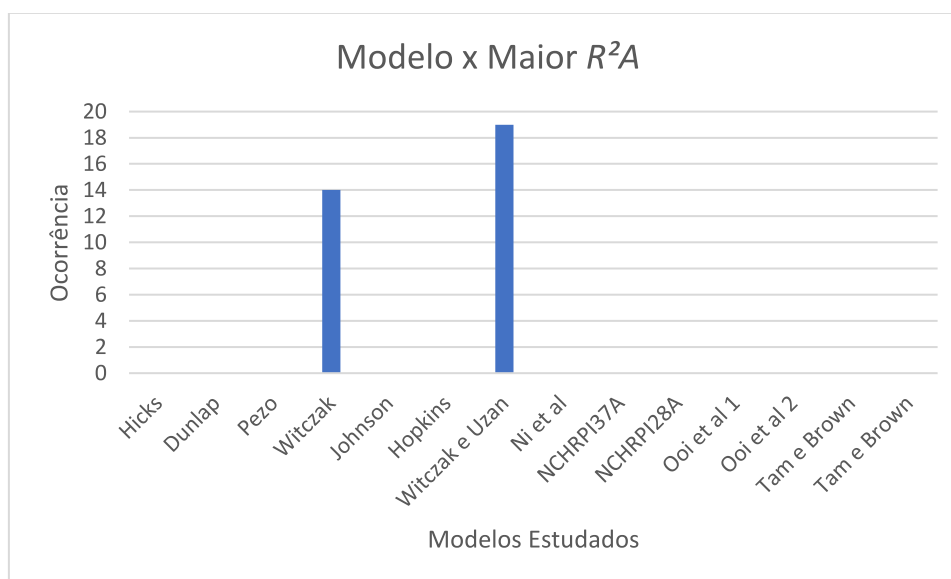
Tabela 17 – Resumo dos resultados gerais no banco de dados da UFJF ajustado

Modelos melhores ajustados	Parâmetros estatísticos		
	R^2	R^2A	MSE
Witczak e Uzan (1988)	57.58%	57.58%	57.58%
Witczak (1981)	42.42%	42.42%	42.42%
Outros	0.00%	0.00%	0.00%

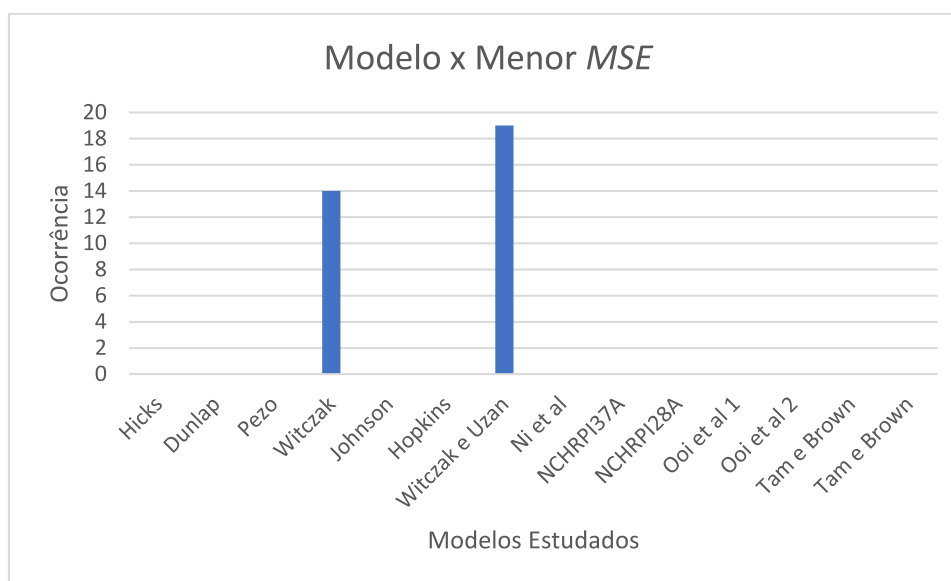
Fonte: Autora (2023)

Gráfico 10 – Modelo x Maior R^2 – Banco de dados calculado

Fonte: Autora (2023)

Gráfico 11 – Modelo x Maior R^2A – Banco de dados calculado

Fonte: Autora (2023)

Gráfico 12 – Modelo x Menor *MSE* – Banco de dados calculado

Fonte: Autora (2023)

4.4.2 Resultados por tipo de solo

De maneira semelhante, tem-se o comportamento das grandezas por tipo de solo, granulares e finos, que podem ser observados nas Tabelas 18, 19 e 20. Nota-se que 56% dos solos finos se adequam melhor ao modelo de Witczak e Uzan, ao passo que 70% dos solos granulares também se ajustam mais satisfatoriamente a este modelo.

Ao se fazer a análise deste banco de dados pelo tipo de solo percebeu-se a mesma tendência pelos três parâmetros estatísticos analisados. Para os solos granulares o modelo de Witczak e Uzan (1988) foi o que melhor representou 70% das amostras analisadas enquanto que o modelo de Witczak (1981), 30%. Para os solos finos o modelo de Witczak e Uzan (1988) foi o que melhor representou 56,52% das amostras analisadas ao passo que o modelo de Witczak (1981), 43,48%.

Tabela 18 – Modelos x Maior valor de R^2 por tipo de solo – Banco de dados calculado

R^2	Dunlap	Pezo	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRP128A	NCHRP137A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	7	0
Fino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	13	0

Fonte: Autora (2023)

Tabela 19 – Modelos x Maior valor de R^2A por tipo de solo – Banco de dados calculado

R^2A	Dunlap	Pezo	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRPI28A	NCHRPI37A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	7	0
Fino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	13	0

Fonte: Autora (2023)

Tabela 20 – Modelos x Menor valor de MSE por tipo de solo – Banco de dados calculado

MSE	Dunlap	Pezo	Hicks	Hopkins	Johnson	NCHRPI28A	NCHRPI37A	Ni et al.	Ooi et al. 1	Ooi et al. 2	Witczak	Witczak e Uzan	Tam & Brown
Granular	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	7	0
Fino	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	13	0

Fonte: Autora (2023)

Na Tabela 21 estão dispostos os resultados percentuais dos parâmetros estatísticos, para cada tipo de solo.

Tabela 21 – Resumo dos resultados por tipo de solo no banco de dados da UFJF ajustado

Modelos melhores ajustados	Parâmetros estatísticos/Tipo de solo					
	R^2		R^2A		MSE	
	Granulares	Finos	Granulares	Finos	Granulares	Finos
Witczak e Uzan (1988)	70.00%	56.52%	70.00%	56.52%	70.00%	56.52%
Witczak (1981)	30.00%	43.48%	30.00%	43.48%	30.00%	43.48%
Outros	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

Fonte: Autora (2023)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho buscou, inicialmente, realizar uma pesquisa em literaturas nacionais e internacionais com o objetivo de encontrar modelos para interpretação do módulo de resiliência de materiais de pavimentação. Foram selecionados, ao todo, quatorze modelos para o estudo, sendo três deles amplamente utilizados nacionalmente (Dunlap (1963), Hicks (1980) e Pezo (1993)). Pode-se afirmar que todos as expressões estudadas tem como base as tensões desvio e confinante como variáveis independentes. As variáveis que não são diretamente as tensões citadas, são calculadas a partir das mesmas.

Além disso, foram selecionados três bancos de dados para subsidiar a análise dos modelos, permitindo-se a comparação entre dados de ensaio e dados calculados.

O MATLAB foi a principal ferramenta utilizada na pesquisa por apresentar bom desempenho em cálculos matemáticos e fácil interface. Posteriormente, os resultados foram agrupados em ambiente Excel.

Após os cálculos dos parâmetros estatísticos, a pesquisa mostra que os resultados tendem a apontar o modelo de Tam e Brown (1988) como o mais satisfatório para o conjunto de dados de Ferreira (2008).

Para este banco de dados, conclui-se que 83,26% das amostras de solos granulares melhor se adaptam ao modelo de Tam e Brown (1988) e 50% dos materiais finos são melhores representados por este modelo, quando analisados pelo R^2 . Destaca-se que os outros parâmetros estatísticos estudados seguiram as mesmas tendências de comportamento.

Levando-se em consideração o banco de dados do Laboratório de Pavimentação, nota-se os modelos de Pezo (1993) e Witczak (1981) como os que melhor se ajustam aos dados.

Conclui-se que 52,17% das amostras de solos finos convergem para o modelo de Pezo (1993), ao passo que 30% dos dados advindos de solos granulares tendem ao modelo de Witczak (1981), observando os resultados para o R^2 .

Por fim, o banco de dados calculado a partir do modelo de Pezo (1993) aplicado aos dados experimentais do Laboratório de Pavimentação, sugere os modelos de Witczak e Uzan (1988) e Witczak (1981) como os mais satisfatórios, com 56,52% dos solos finos e 70% dos solos granulares tendendo ao modelo de Witczak e Uzan (1988).

Logo, os modelos de Tam e Brown (1988), Pezo (1993), Witczak (1981) e Witczak e Uzan (1985) podem ser interessantes para serem usados nacionalmente, como forma de auxílio no estudo das propriedades resilientes dos solos usados em pavimentação.

Sendo assim, são alcançados os objetivos gerais e específicos da pesquisa, uma vez que é feita ampla pesquisa entre os modelos mais usados na literatura estrangeira e aplicam-se os mesmos em três bancos de dados correspondentes a ensaios realizados em solos brasileiros.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Dentre as sugestões para posteriores trabalhos, destaca-se o uso de banco de dados de ensaios com maior número de amostras, o que pode levar a resultados mais satisfatórios na determinação dos modelos mais adequados. Além disso, é interessante a utilização de solos de diferentes regiões do Brasil em pesquisas, o que permitiria uma vasta análise dos modelos.

Cita-se, também, a busca por novos modelos de módulo de resiliência e, ainda, a proposição de uma nova expressão com base nos resultados encontrados.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, G. C. P. **Caracterização Física e Classificação dos Solos**. Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2005.
- BARBOSA, F. S. **Análise Experimental – PEC/UFJF**. Faculdade de Engenharia. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.
- BONORA, B. C. **Utilização do módulo de resiliência na caracterização de materiais de subleito e sub-base de um pavimento flexível**. 2015 Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.
- CASTRO, B. A. C. **Caracterização geotécnica de solos da região central de Minas Gerais para aplicação em obras rodoviárias**. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- CHEIN, F. **Introdução aos modelos de regressão linear**. 1ª Edição. Brasília, DF. Enap. 2019. 76p.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES – DNIT. **Norma DNIT 134/2018-ME: Pavimentação – Solos – Determinação do módulo de resiliência – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, 2018. 18p.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES – DNIT. **Manual de Pavimentação**. Rio de Janeiro, 2022. 277p.
- DUNLAP, W. A. **A report on a mathematical model describing the deformation characteristics of granular materials**. Technical report 1. Research Project 2-8-62-27. Texas Transportation Institute, 1963.
- FERREIRA, J. G. H. M. **Elaboração e análise da base de dados de ensaios triaxiais dinâmicos da COPPE/UFRJ**. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- FERREIRA, J. G. H. M. **Tratamento de dados geotécnicos para predição de módulos de resiliência de solos e britas utilizando ferramentas de data mining**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- GOMES, M. S. et al. **Análise da tensão admissível de um subleito de pavimento ferroviário empregando-se ensaios de CBR versus o módulo resiliente do triaxial dinâmico**. XXI Congresso Nacional de Pesquisa em Transporte da ANPET. Instituto Militar de Engenharia. 2017.
- HICKS, R.G., **Factors influencing the resilience properties of granular materials**, Institute of Transportation and Traffic Engineering, University of California, 1970.
- HOPKINS, T. C. et al. **Resilient modulus of Kentucky soils**, Kentucky Transportation Center, College of Engineering, University of Kentucky, 2001.
- JOHNSON, T. C. et al. **Frost action predictive techniques: an overview of research results**, Transportation Research Record 1089, U.S. Department of Transportation, Washington, 1986.

MACÊDO, J. A. G. **Interpretação de ensaios defletométricos para avaliação estrutural de pavimentos flexíveis**. 1996. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1996.

MARQUES, G. L. O. **Utilização do módulo de resiliência como critério de dosagem de mistura asfáltica; efeito da compactação por impacto e giratória**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

MARQUES, G. L. O. **Notas de Aula da disciplina Pavimentação TRN 075**. Faculdade de Engenharia. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.

MOTTA, L. M. G., MEDINA, J. **Investigação e desenvolvimento em mecânica dos pavimentos na COPPE – Brasil**. Coordenação dos programas de pós-graduação em engenharia. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.

Medina e Motta. **Mecânica dos Pavimentos**. 3^a ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2015.

NCHRPP 1-28A. (2004) Laboratory determination of resilient modulus for flexible pavement design. National Cooperative Highway Research Program Research Results Digest No. 285.

NCHRPP 1-37A. (2004) Summary of the 2000, 2001, and 2002 AASHTO guide for the design of new and rehabilitated pavement structures. National Cooperative Highway Research Program Research.

NI B., et al. (2002) **Modelling the resilient modulus of soils**. *Anais. 6th international conference on the bearing capacity of roads, Railways and air field*. v. 2, p. 1131–42.

Ooi P.S.K., et al. (2004) **Resilient modulus for compacted cohesive soils**. *Transp Res Rec*, v. 1874, p. 115–24.

PETROBRAS e UFJF. **Projeto P&D: Caracterização de agregados de diferentes origens para aplicação em misturas asfálticas e em trechos experimentais**. Relatório Técnico Final, 2010-2015, Juiz de Fora, 2015.

PEZO R. (1993) **A general method of reporting resilient modulus tests of soils, a pavement engineer's point of view**. *Anais. 72nd annual meeting of transportation research board*.

REZENDE, D. S. V. **Comportamento mecânico de alguns tipos de solo através de ensaios triaxiais de cargas repetidas para projetos de pavimentos rodoviários**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2009.

ROZA, A. E. D. **Contribuição para projeto mecanístico-empírico de pavimentos asfálticos na região norte do estado do Mato Grosso**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

SADD, M. H. **Elasticity. Theory, Applications and Numerics.** 4ªed. *Rhode Island: Academic Press*, 2020.

SANTOS, A. G. **Estudo do comportamento resiliente de três solos da região de Campo Grande – MS e de relações entre o módulo de resiliência e resultados de ensaios de compressão simples.** 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

SEED, H. B. et al. (1967) **Prediction of pavement deflection from laboratory repeated load tests.** National Highway Cooperative Research Program Report. v. 35.

SILVA, P. F. A. **Manual de Patologia e Manutenção de Pavimentos.** 2005. Editora PINI Ltda, Primeira Edição, São Paulo, 2005.

Tam W. A. e S. F. Brown. (1985) **Use of the falling weight deflectometer for in situ evaluation of granular materials in pavements.** Anais. 14th ARRB conference. p. 155–63.

UZAN, J. **Characterization of Granular Material.** Transportation Research Record 1022, U.S. Department of Transportation, Washington, 1985.

WITCZAK M. W., UZAN J. (1988). **The universal airport pavement design system, Report I of V: Granular material characterization.** Dissertação (mestrado) Programa de Engenharia Civil. University of Maryland, 1988. Maryland.

CP	HRB	Tipo de Solo	Dunlap					Hicks					Hopkins					
			k1	k2	R2	R2a	MSE	k1	k2	R2	R2a	MSE	k1	k2	k3	R2	R2a	MSE
1	A-7-6	Granular	49.3103	-0.5833	0.9924	0.9857	1525.3652	49.2929	-0.5847	0.9925	0.9920	74.0389	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
2	A-7-5	Granular	69.5228	-0.4987	0.9960	0.9742	1444.2660	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	365.5284	-0.7363	-7.6811	0.7922	0.7645	1886.3915
3	A-7-5	Granular	96.9741	-0.5370	0.9958	0.9233	999.2366	97.1111	-0.5375	0.9958	0.9955	104.9984	576.6389	-0.7638	-8.2822	0.7830	0.7540	5416.9608
4	A-7-5	Granular	177.2084	-0.1854	0.5713	0.5445	989.5704	192.6329	-0.1974	0.9916	0.9911	19.2839	369.1117	-0.1241	-3.1441	0.8415	0.8203	365.8813
5	A-7-5	Granular	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	166.3445	-0.2649	0.9832	0.9821	73.5808	394.8118	0.1457	-4.4210	0.8234	0.7999	772.0304
6	A-7-5	Granular	198.0343	0.1029	0.0870	0.0300	927.8736	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
7	A-7-5	Granular	191.9269	-0.1259	0.2196	0.1708	1771.6772	178.0772	-0.1923	0.8041	0.7919	444.6861	315.9219	2.2130	-4.5812	0.7743	0.7442	512.3781
8	A-7-6	Granular	61.7675	-0.7283	0.9915	0.9874	999.6333	61.2898	-0.7300	0.9916	0.9911	447.1441	677.3470	-0.3952	-11.6653	0.7242	0.6874	14689.1627
9	A-7-6	Granular	320.1836	-0.0457	0.0213	-0.0399	4065.6494	257.2232	-0.1546	0.4987	0.4674	2082.5697	383.6820	4.1513	-5.2273	0.7468	0.7130	1051.8771
10	A-7-5	Granular	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	453.4142	1.0398	-9.0128	0.7608	0.7289	3906.5510
11	A-7-5	Granular	141.7538	-0.3727	0.5734	0.5467	8032.1034	169.4030	-0.3923	0.9942	0.9939	108.3925	619.6797	-0.4312	-6.1272	0.8121	0.7870	3538.4127
12	A-4	Granular	319.5199	-0.1392	0.2357	0.1879	5942.2629	297.8133	-0.2071	0.8197	0.8085	1401.6258	554.4144	2.2295	-4.8341	0.7749	0.7449	1750.2768
13	A-7-6	Granular	206.1185	-0.2204	0.3295	0.2876	6396.7543	201.2285	-0.2892	0.8954	0.8889	997.8012	493.0910	2.0038	-6.0277	0.7785	0.7489	2113.7130
14	A-7-5	Granular	177.2843	-0.3328	0.5498	0.5216	8619.1369	204.5384	-0.3575	0.9895	0.9889	200.6168	661.8553	-0.1035	-5.7714	0.8128	0.7878	3584.2246
15	A-7-5	Granular	207.7620	-0.3166	0.4489	0.4145	14638.7542	223.1833	-0.3685	0.9599	0.9574	1063.9819	727.4194	1.0264	-6.6878	0.7883	0.7601	5623.8617
16	A-7-6	Granular	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	420.7372	0.7689	-6.0957	0.7974	0.7704	1579.3890
17	A-6	Granular	246.5011	-0.1592	0.3262	0.2841	3331.0658	241.1755	-0.2109	0.8897	0.8828	545.2687	462.8278	1.5258	-4.4372	0.7913	0.7635	1031.6498
18	A-7-6	Granular	246.9000	-0.1580	0.5001	0.4255	2333.6600	210.1417	-0.3246	0.9726	0.9709	393.2234	600.3682	0.5431	-5.6547	0.8050	0.7790	2798.5563
19	A-7-6	Granular	219.8306	-0.1963	0.3576	0.3174	4397.0678	218.5109	-0.2508	0.9109	0.9053	609.7771	478.1671	1.5169	-5.0846	0.7909	0.7630	1431.5521
20	A-6	Granular	234.1485	-0.2402	0.3968	0.3591	8265.8499	239.0512	-0.2944	0.9340	0.9298	904.8985	605.8274	1.3652	-5.6980	0.7911	0.7632	2862.4748
21	A-6	Granular	182.8273	-0.2179	0.3901	0.3519	3722.1329	185.3933	-0.2693	0.9296	0.9252	429.7008	433.1922	1.3238	-5.2610	0.7942	0.7667	1256.1313
22	A-7-6	Granular	183.3000	-0.2170	0.4997	0.3666	2589.3214	103.9314	-0.5167	0.9785	0.9771	520.5788	556.7258	0.5817	-8.8172	0.7666	0.7355	5643.0322
23	A-2-4	Fino	310.2621	0.0801	0.1065	0.0507	1298.0307	219.7069	-0.0514	0.0696	0.0115	1351.6249	226.0165	5.4500	-4.3875	0.7804	0.7511	319.0399
24	A-2-4	Fino	334.3211	0.2601	0.7274	0.7104	259.9279	199.5563	0.1006	0.1486	0.0954	811.8882	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
25	A-2-4	Fino	161.3078	-0.2115	0.2745	0.2291	4435.5271	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	372.6024	2.6440	-6.5528	0.7663	0.7352	1428.7036
26	A-2-4	Fino	243.1422	0.0363	0.0225	-0.0385	950.2000	184.1898	-0.0769	0.1872	0.1364	790.1563	210.6161	4.5871	-4.2422	0.7610	0.7292	232.2952
27	A-1-b	Fino	489.8553	0.2075	0.5111	0.4806	1227.7902	300.1868	0.0458	0.0253	-0.0356	2447.9978	215.5070	7.0580	-3.8477	0.8571	0.8380	358.9085
28	A-1-b	Fino	184.3806	-0.1341	0.1449	0.0915	3174.2081	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	313.4781	3.5414	-6.1398	0.7537	0.7208	914.3695
29	A-2-4	Fino	206.8664	-0.0382	0.0431	-0.0168	667.1473	181.4685	-0.1062	0.5476	0.5193	315.3866	240.6233	2.5616	-3.4020	0.7560	0.7235	170.0878
30	A-2-4	Fino	281.9265	0.0141	0.0010	-0.0614	1230.1265	223.9812	-0.0839	0.2681	0.2223	901.2803	266.6400	3.9158	-3.9198	0.7549	0.7223	301.7845

Fonte: Aurora (2023)

CP	HRB	Tipo de Solo	Tam & Brown						Melhor R ²	Modelo Maior R ²	Melhor R ^{2a}	Modelo Maior R ^{2a}	Menor MSE	Modelo de menor MSE - menor erro
			k1	k2	k3	R2	R2a	MSE						
1	A-7-6	Granular	0.3681	11.1899	0.3681	0.9983	0.9984	0.0831	1.0000	Witczak e Uzan	1.0000	Witczak e Uzan	0.0831	Tam & Brown
2	A-7-5	Granular	0.3548	0.8530	0.3548	0.9983	0.9984	0.0821	1.0000	Witczak	1.0000	Witczak	0.0821	Tam & Brown
3	A-7-5	Granular	0.3519	0.9204	0.3519	0.9993	0.9994	0.0821	1.0000	Witczak e Uzan	1.0000	Witczak e Uzan	0.0821	Tam & Brown
4	A-7-5	Granular	0.4057	0.3497	0.4057	0.9991	0.9992	0.3197	1.0000	Witczak e Uzan	1.0000	Witczak e Uzan	0.0731	Witczak e Uzan
5	A-7-5	Granular	0.4411	0.4908	0.4411	0.9999	0.9888	0.3283	0.9999	Witczak	0.9999	Witczak	0.2692	Witczak
6	A-7-5	Granular	0.8924	0.6789	0.8924	0.9969	0.9970	0.2804	0.9969	Tam & Brown	0.9970	Tam & Brown	0.2804	Tam & Brown
7	A-7-5	Granular	0.7615	0.5096	0.7615	0.9993	0.9994	0.3270	0.9993	Tam & Brown	0.9994	Tam & Brown	0.3270	Tam & Brown
8	A-7-6	Granular	0.3531	38.9716	0.3531	0.9999	0.9888	0.2989	1.0000	Witczak	1.0000	Witczak	0.2989	Tam & Brown
9	A-7-6	Granular	0.9681	0.5817	0.9681	0.9983	0.9984	0.3315	0.9983	Tam & Brown	0.9984	Tam & Brown	0.3315	Tam & Brown
10	A-7-5	Granular	0.4662	4.3466	0.4662	0.9999	0.9888	0.3221	0.9999	Tam & Brown	0.9999	Witczak	0.3221	Tam & Brown
11	A-7-5	Granular	0.3779	0.6805	0.3779	0.9999	0.9888	0.3273	1.0000	Witczak e Uzan	1.0000	Witczak e Uzan	0.3273	Tam & Brown
12	A-4	Granular	0.7443	0.5378	0.7443	0.9994	0.9995	0.2930	0.9994	Tam & Brown	0.9995	Tam & Brown	0.2930	Tam & Brown
13	A-7-6	Granular	0.6395	0.6695	0.6395	0.9996	0.9997	0.3315	0.9996	Witczak e Uzan	0.9997	Tam & Brown	0.3315	Tam & Brown
14	A-7-5	Granular	0.4076	0.6413	0.4076	0.9999	0.9888	0.3136	1.0000	Witczak	1.0000	Witczak	0.3136	Tam & Brown
15	A-7-5	Granular	0.5050	0.7432	0.5050	0.9999	0.9888	0.3313	0.9999	Tam & Brown	0.9998	Witczak e Uzan	0.3313	Tam & Brown
16	A-7-6	Granular	0.4902	0.6774	0.4902	0.9999	0.9888	0.3147	0.9999	Tam & Brown	0.9999	Witczak e Uzan	0.3147	Tam & Brown
17	A-6	Granular	0.6520	0.4939	0.6520	0.9996	0.9997	0.3327	0.9996	Tam & Brown	0.9997	Tam & Brown	0.3327	Tam & Brown
18	A-7-6	Granular	0.4732	0.6287	0.4732	0.9999	0.9888	0.2927	0.9999	Witczak	0.9999	Witczak	0.2927	Tam & Brown
19	A-7-6	Granular	0.6143	0.5645	0.6143	0.9997	0.9998	0.3255	0.9997	Tam & Brown	0.9998	Tam & Brown	0.3255	Tam & Brown
20	A-6	Granular	0.5689	0.6334	0.5689	0.9998	0.9999	0.3152	0.9998	Tam & Brown	0.9999	Tam & Brown	0.3152	Tam & Brown
21	A-6	Granular	0.5788	0.5848	0.5788	0.9998	0.9999	0.3312	0.9998	Tam & Brown	0.9999	Tam & Brown	0.3312	Tam & Brown
22	A-7-6	Granular	0.4358	0.9800	0.4358	0.9999	0.9888	0.3222	0.9999	Witczak e Uzan	0.9999	Witczak e Uzan	0.3222	Tam & Brown
23	A-2-4	Fino	0.8741	0.4876	0.8741	0.9966	0.9967	0.3223	0.9966	Witczak e Uzan	0.9967	Tam & Brown	0.3223	Tam & Brown
24	A-2-4	Fino	0.2469	0.3340	0.2469	0.9968	0.9969	0.3272	0.9968	Tam & Brown	0.9969	Tam & Brown	0.3272	Tam & Brown
25	A-2-4	Fino	0.6931	0.7291	0.6931	0.9995	0.9996	0.3333	0.9995	Witczak e Uzan	0.9996	Tam & Brown	0.3333	Tam & Brown
26	A-2-4	Fino	0.9677	0.4720	0.9677	0.9971	0.9972	0.3274	0.9971	Tam & Brown	0.9972	Tam & Brown	0.3274	Tam & Brown
27	A-1-b	Fino	0.4585	0.4280	0.4585	0.9964	0.9965	0.3062	0.9964	Tam & Brown	0.9965	Tam & Brown	0.3062	Tam & Brown
28	A-1-b	Fino	0.8349	0.6821	0.8349	0.9991	0.9992	0.3297	0.9991	Tam & Brown	0.9992	Tam & Brown	0.3297	Tam & Brown
29	A-2-4	Fino	0.9513	0.3779	0.9513	0.9983	0.9984	0.3323	0.9983	Witczak	0.9984	Tam & Brown	0.3323	Tam & Brown
30	A-2-4	Fino	0.9917	0.4359	0.9917	0.9973	0.9974	0.3313	0.9973	Tam & Brown	0.9974	Tam & Brown	0.3313	Tam & Brown

Fonte: Autora (2023)

Apêndice 3 – Código de programação utilizado no modelo de Hopkins (2001)

```

% equacao
% clear all
syms MR k1 k2 k3 s3 sd

%Z=(MR-k1*((s3+1)^k2)*((tau+1)^k3))^2; % Erro quadratico (Equacao na forma
natural)
Z=(log(MR)-log(k1)-k2*log(s3+1)-k3*log((0.471*sd)+1))^2; % Erro quadratico
(Equacao na forma log_e)
%
var(1,:)='k1';
var(2,:)='k2';
var(3,:)='k3';

cte(1,:)='s3';
cte(2,:)='sd';
cte(3,:)='MR';

Niter=100; % numero de iteracoes maxima

Nvar=length(var);
Nctes=length(cte);

% Definicao das funcoes F
for i=1:Nvar
    comando=(['F',mat2str(i),'=diff(Z,',var(i,),'');']);
    eval(comando);
end

% Definicao da matriz Jacobiana J
for i=1:Nvar
    for j=1:Nvar

comando=(['J',mat2str(i),mat2str(j),'=diff(F',mat2str(i),'',var(j,),'');']
);
        eval(comando);
    end
end

[aux1, aux2, dados] = xlsread('Base de Dados Otimizada.xlsx');
s3t=aux1(:,1);
sdt=aux1(:,2);
MRt=aux1(:,3);
NiCP=1; % numero inicial do CP usado na analise
NfCP=341; % numero final do CP usado na analise

k1p=aux1(:,1);
k2p=aux1(:,2);
k3p=aux1(:,3);

for icp=NiCP:NfCP
    icp
    Ptos=[(icp-1)*18+1:icp*18]; % Escolha dos pontos
    Nptos=length(Ptos); % numero de pontos discretos

    % Chute inicial para as variaveis

```

```

X=[ 243
    0.222
    -0.2940];

A=X;
iter=1;
toli=10^(-3);
tols=10^(4);
erro=100;

while (iter<= Niter && erro>toli && erro<tols)
    F=zeros(Nvar,1);
    J=zeros(Nvar,Nvar);
    for ivar=1:Nvar % Atualizacao das variaveis
        comando=( [var(ivar,:) '= ', mat2str(X(ivar)), ';' ] );
        eval(comando);
    end
    for n=1:Nptos
        % Atualizacao das constantes para cada ponto discreto
        s3=s3t(Ptos(n));
        sd=sdt(Ptos(n));
        MR=MRT(Ptos(n));
        for i=1:Nvar
            F(i)=F(i)+eval(eval(['F',mat2str(i)]));
            for j=1:Nvar
                J(i,j)=J(i,j)+eval(eval(['J',mat2str(i),mat2str(j)]));
            end
        end
    end
    X=X-J^(-1)*F;
    A=[A X];
    iter=iter+1;
    erro=norm(A(:,end)-A(:,end-1));
end

if erro<tols

    for ivar=1:Nvar
        comando=( [var(ivar,:), 'T(',mat2str(icp), ')=' ,
mat2str(X(ivar)), ';' ] );
        eval(comando)
    end

    close all
    % plot(MRT(Ptos), 'bo')
    hold on
    MRa=k1*(s3t(Ptos)+1).^k2.*(0.471*sdt(Ptos)+1).^k3;

    % k1*(sst(Ptos)).^k2.*sdt(Ptos).^k3; % Equacao original
    % plot(MRa, 'rx')

    % https://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_determination
    SSres=sum((MRT(Ptos)-MRa).^2);
    SStot = sum((MRT(Ptos)-mean(MRT(Ptos))).^2);
    R2(icp)=1-SSres/SStot;
    R2A(icp)=1-((1-R2(icp))*(17)/(17-(Nvar-1)));
    MSE(icp)=SSres/18;
else
    CP_nao_converge(icp)=icp;
end

```

end