

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM MODELAGEM
COMPUTACIONAL

Jean Dias Rocha

Modelagem de *Power Grids* Utilizando *Multi-Aspects Graphs*

Juiz de Fora

2023

Jean Dias Rocha

Modelagem de *Power Grids* Utilizando *Multi-Aspects Graphs*

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Modelagem computacional. Área de concentração: Modelagem Computacional

Orientador: Prof. Dr. Alex Borges Vieira

Coorientador: Dr. Klaus Wehmuth

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Dias Rocha, Jean.

Modelagem de *Power Grids* Utilizando *Multi-Aspects Graphs* / Jean
Dias Rocha. – 2023.

91 f. : il.

Orientador: Alex Borges Vieira

Coorientador: Klaus Wehmuth

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto
de Ciências Exatas. Programa de Pós Graduação em Modelagem Computa-
cional, 2023.

1. Redes. 2. Rede Elétrica. 3. MAG. I. VIEIRA, Alex Borges, orient.
II. WEHMUTH, Klaus. III. Título.

Jean Dias Rocha

Modelagem de *Power Grids* Utilizando *Multi-Aspects Graphs*

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Modelagem computacional. Área de concentração: Modelagem Computacional

Aprovada em 19 de dezembro de 2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Alex Borges Vieira - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professor Dr. Klaus Wehmuth - Coorientador
Laboratório Nacional de Computação Científica

Professor Dr. Heder Soares Bernardino
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professor Dr. Roberto Massi de Oliveira
Universidade Virtual do Estado de São Paulo.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Alex Borges Vieira - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Klaus Wehmuth - Coorientador
Laboratório Nacional de Computação Científica

Prof. Dr. Heder Soares Bernardino
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Roberto Massi de Oliveira
Universidade Virtual do Estado de São Paulo

Jean Dias Rocha - Discente

Juiz de Fora, 23 / 11 / 2023.



Documento assinado eletronicamente por **Alex Borges Vieira, Professor(a)**, em 21/12/2023, às 10:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Heder Soares Bernardino, Professor(a)**, em 21/12/2023, às 10:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jean Dias Rocha, Usuário Externo**, em 21/12/2023, às 11:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Klaus Wehmuth, Usuário Externo**, em 21/12/2023, às 11:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Roberto Massi de Oliveira, Usuário Externo**, em 21/12/2023, às 17:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1592809** e o código CRC **51207CE8**.

Dedico este trabalho a minha família e amigos que me apoiaram nessa etapa de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos são sentimentos de retribuição pela gratidão que sentimos pelas pessoas que nos ajudam, nos zelam, nos cuidam. E é impossível não lembrar daqueles que estiveram e estão próximos de mim, me motivando e me fazendo não desistir do que acredito que seja o melhor.

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades, além de sempre me conduzir pelo caminho certo.

Aos meus pais, Cleres e Herika, que me deram a vida e me ensinaram a vivê-la com dignidade, além de sempre me apoiarem, incentivando a continuar em frente. Agradeço aos meus irmãos, Túlio por ser exemplo de superação e amor, e Lucas por me incentivar, além de sempre me divertir. Agradeço também a todos da minha família por tornarem essa conquista possível e sempre estarem ao meu lado.

Ao meu orientador, o professor Alex Borges Vieira, pela confiança e paciência, além das várias lições ensinadas dentro e fora de sala ao longo do curso, me transformando em um eterno aprendiz. Ao coorientador, professor Klaus Wehmuth, pela atenção e dedicação prestada na elaboração desse trabalho, contribuindo na organização das ideias, bem como na revisão do trabalho.

Ao coordenador do curso, professor Bernardo Martins Rocha e a todos os professores que me ensinaram ao longo desses anos, sem essas pessoas maravilhosas não seria possível aprender nada disso. E a toda equipe do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional que sempre me prestaram um serviço de excelência atendendo sempre que possível as demandas com muita eficiência. A todos os colegas de sala e amigos adquiridos nessa jornada, pela ajuda e compreensão em momentos difíceis.

Agradeço o apoio concedido pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), e em principal a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) (nº #2021/11651-7) pelo suporte financeiro.

E também a ONS por deixar seus dados disponíveis para todos.

Enfim, agradeço a todas as pessoas que, diretamente ou indiretamente, fizeram parte dessa etapa decisiva em minha vida.

“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos”.

(Isaac Newton)

RESUMO

As redes elétricas (*power grid/electrical grid*) consistem em malhas interconectadas responsáveis pelo transporte e entrega da eletricidade para os consumidores. Essas redes possuem pontos de geração, transmissão e distribuição. Esses pontos de geração são conectados por meio das linhas de transmissão. A malha de transmissão criada pode ser dividida em subsistemas, o que previne falhas gerais, melhora manutenção, e também proporciona um atendimento com mais segurança. No Brasil, se tem o SIN (Sistema Interligado Nacional), um sistema elétrico que interliga quase todas as regiões do país formado pelas redes de transmissão e distribuição, conectando assim as usinas de geração com os consumidores. Devido à necessidade da energia no dia a dia das pessoas, esse sistema deve ser modelado de forma que não se tenha gastos acima do necessário para a instalação dos equipamentos e conexão das malhas e o mesmo possa atender aos clientes sem prejuízos. Essas malhas devem ser construídas de forma que se considere o sistema inteiro e não apenas a ligação de um ponto a outro. Sendo assim, esse *grid* se torna complexo e sua constante revisão se torna necessária, seja devido à criação de novas linhas ou remoção linhas antigas/com problemas, ou outros motivos. Assim, é importante modelar esse sistema para que se facilite processos, e as interações entre eles. Os modelos atuais muitas vezes não demonstram a diferença de uma rede real para um modelo computacional de uma rede. Uma forma atual que pode ser usada para se modelar essa *power grid* é usar o conceito de *Multi-Aspect Graph* (Grafo Multi Aspecto — MAG), um modelo capaz de representar redes multicamadas, variáveis no tempo ou de alto nível, por meio da divisão dessas em uma lista de aspectos em um conjunto com cada aresta da rede. Esse modelo apresenta semelhanças com o modelo de grafo tradicional, mas, em comparação com grafos tradicionais, consegue abstrair redes de alta ordem, entre outras particularidades. O modelo de rede proposto neste trabalho permite analisar separadamente os pontos de geração daqueles de subestações, podendo assim se ter uma visão melhor sobre o funcionamento de uma rede elétrica real. Diferente de outras abordagens, o trabalho atual apresenta a importância de se analisar os diferentes aspectos da rede, além de demonstrar a diferença de uma rede real para os dados de uma rede, apresentando que para os dados, nós com poucas conexões são pouco relevantes, mas para uma rede real os mesmos podem ser de essenciais.

Palavras-chave: transmissão. MAG. grid. SIN.

ABSTRACT

The electrical grids consist of interconnected meshes responsible for the transportation and delivery of electricity to consumers. These networks have generation, transmission, and distribution points. These generation points are connected through transmission lines. The transmission grid created can be divided into subsystems, which prevent general failures, improve maintenance, and also provide safer service. In Brazil, there is the SIN (National Interconnected System), an electrical system that interconnects almost all regions of the country, formed by transmission and distribution networks, thus connecting generation plants to consumers. Due to the need for energy in people's daily lives, this system must be modeled so that there are no unnecessary expenses for the installation of equipment and connection of networks, and so that it can serve customers without losses. These networks must be constructed considering the entire system, not just the connection from one point to another. Thus, this grid becomes complex, and its constant review becomes necessary, whether due to the creation of new lines, the removal of old lines/problems, or other reasons. Therefore, it is important to model this system to facilitate these processes and interactions between them. Current models often do not demonstrate the difference between a real network and a computational model of a network. A current approach that can be used to model this power grid is to use the concept of Multi-Aspect Graph (MAG), a model capable of representing multi-layered, time-variable, or high-level networks by dividing them into a list of aspects in a set with each edge of the network. This model has similarities with the traditional graph model but, compared to traditional graphs, can abstract higher-order networks, among other peculiarities. The network model proposed in this work allows for the separate analysis of generation points from substations, thus providing a better understanding of the operation of a real electrical network. Unlike other approaches, the current work emphasizes the importance of analyzing the different aspects of the network, as well as demonstrating the difference between a real network and network data, showing that for data, nodes with few connections are of little relevance, but for a real network, they can be essential.

Keywords: transmission. MAG. grid. SIN.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Linha de transmissão	18
Figura 2	– Subdivisões sistema elétrico	20
Figura 3	– Rede elétrica francesa de 400kV	21
Figura 4	– Mapa ONS	22
Figura 5	– Subsistemas do SIN	23
Figura 6	– Representações das sete pontes de Königsberg em um diagrama e em um grafo	25
Figura 7	– Grafo não direcionado e Grafo direcionado	26
Figura 8	– Multigrafo ou Multigraph	27
Figura 9	– Grafo dirigido e sua matriz de adjacência	28
Figura 10	– Exemplo de diferentes caminhos de um grafo	29
Figura 11	– Grafo com pesos exemplo	30
Figura 12	– Grau exemplo	31
Figura 13	– Distribuição Poisson vs Distribuição <i>Power-law</i>	32
Figura 14	– Centralidade de Betweenness de um Grafo 3 x 3 Hexagonal Lattice usando a biblioteca Rustworkx de Python	34
Figura 15	– Clustering exemplo	35
Figura 16	– Exemplos de diferentes coeficientes de clustering	35
Figura 17	– Exemplos de diferentes coeficientes de clustering e graus	36
Figura 18	– <i>Blackouts</i> nos Estados Unidos nos últimos anos	37
Figura 19	– Grafos com diferentes probabilidades p	39
Figura 20	– Diferenças de probabilidade (aleatoriedade) em grafos (<i>random</i> , <i>smallworld</i> e regular)	41
Figura 21	– Relação simples entre <i>preferential attachment</i> e <i>scale free</i>	43
Figura 22	– Grafo <i>random</i> e Grafo <i>Preferential attachment</i>	44
Figura 23	– Exemplo ilustrativo de três arestas MAG	46
Figura 24	– MAG	47
Figura 25	– MAG subdeterminado	48
Figura 26	– Estrutura da aresta	52
Figura 27	– Antigo modelo de ligações	53
Figura 28	– Novo modelo de ligações	53
Figura 29	– Antigas ligações	54
Figura 30	– Novas ligações	54
Figura 31	– <i>Degree</i> grafos - aleatórias	56
Figura 32	– <i>Betweenness</i> grafos - aleatórias	57
Figura 33	– <i>Clustering</i> grafos - aleatórias	57
Figura 34	– <i>Degree</i> Ataques - aleatórios	60

Figura 35	– <i>Betweenness</i> Ataques - aleatórios	60
Figura 36	– <i>Clustering</i> Ataques - aleatórios	61
Figura 37	– <i>Degree</i> Ataques - direcionados	62
Figura 38	– <i>Betweenness</i> Ataques - direcionados	63
Figura 39	– <i>Clustering</i> Ataques - direcionados	64
Figura 40	– Rede após o ataque - grau	65
Figura 41	– Rede após o ataque - betweenness	66
Figura 42	– Rede após o ataque - clustering	66
Figura 43	– Comparações ataques geração vs aleatórios	67
Figura 44	– Tabela valores críticos (até 40) Kolmogorov-Smirnov	69
Figura 45	– Comparação da distribuição de arestas entre os grafos do tipo regular, redes de mundo pequeno e aleatórios. A distribuição das arestas varia conforme o valor da probabilidade p de um nó se conectar a outro	73
Figura 46	– Comparação da estrutura de grafos do tipo <i>scale-free</i> , mundo pequeno e aleatórios. A distribuição de grau, a matriz adjacente e descrição dos grafos	74
Figura 47	– CDF da rede	85
Figura 48	– CDF da rede - Atual sub	87
Figura 49	– CDF da rede - Todas	88
Figura 50	– CDF da rede - Todas sub	90
Figura 51	– <i>Degree</i> grafos	90
Figura 52	– <i>Betweenness</i> grafos	91
Figura 53	– <i>Clustering</i> grafos	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Descrição dos Aspectos, Tipo de Geração/Subestação	51
Tabela 2 – Descrição dos Aspectos, Subsistema	52
Tabela 3 – Médias grafos - aleatórias	57
Tabela 4 – Comparações após o ataque aleatório	59
Tabela 5 – Tabela com testes aleatórios	59
Tabela 6 – Comparações após o ataque direcionado	62
Tabela 7 – Tabela com testes direcionados	62
Tabela 8 – Comparações após o ataque aos 10 maiores graus e as gerações 1	65
Tabela 9 – Comparações após o ataque aos 10 maiores graus e as gerações 2	65
Tabela 10 – Tabela com testes Kolmogorov-Smirnov (<i>power law</i>)	70
Tabela 11 – Tabela com testes Kolmogorov-Smirnov (redes originais)	70
Tabela 12 – Tabelas de comparações 1.	71
Tabela 13 – Tabelas de comparações 2.	71
Tabela 14 – 5 maiores <i>degree's</i> da rede	84
Tabela 15 – 5 maiores <i>betweenness's</i> da rede	84
Tabela 16 – 5 maiores <i>clustering's</i> da rede	85
Tabela 17 – 5 maiores <i>degree's</i> da rede	86
Tabela 18 – 5 maiores <i>betweenness's</i> da rede	86
Tabela 19 – 5 maiores <i>clustering's</i> da rede	86
Tabela 20 – 5 maiores <i>degree's</i> da rede	87
Tabela 21 – 5 maiores <i>betweenness's</i> da rede	88
Tabela 22 – 5 maiores <i>clustering's</i> da rede	88
Tabela 23 – 5 maiores <i>degree's</i> da rede	89
Tabela 24 – 5 maiores <i>betweenness's</i> da rede	89
Tabela 25 – 5 maiores <i>clustering's</i> da rede	89

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MAG	<i>Multi-Apect Graph</i>
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
SIN	Sistema Integrado Nacional
N	Norte
NE	Nordeste
S	Sul
SE	Sudeste/Centro-Oeste
AR	Argentina
UY	Uruguai
PY	Paraguai
UHE	Hidroelétrica (ou hidrelétrica)
UTE	Termoelétrica
UTN	Termonuclear
UFV	Fotovoltaica
EOL	Eólica
SUB	Subestação

LISTA DE SÍMBOLOS

\forall	Para todo
\in	Pertence
δ	Delta minúsculo
Δ	Delta Maiúsculo (Variação)
\equiv	Equivalente
∞	Infinito
Σ	Somatório
\neq	Diferente de
σ	Sigma
λ	Lambda
τ	Tau
ζ	Zeta
α	Alpha
μ	Mi
ν	Ni
\propto	Aproximadamente Proporcional
γ	Gama

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	REDE ELÉTRICA	18
2.1.1	Operador Nacional do Sistema - ONS	21
<i>2.1.1.1</i>	Sistema Interligado nacional — SIN	22
2.2	GRAFO	24
2.2.1	Grafo Direcionado e não Direcionado	25
2.2.2	Multigrafo	26
2.2.3	Representações de Grafos	27
2.2.4	Subgrafo	28
2.2.5	Peso	28
2.2.6	Caminho	28
<i>2.2.6.1</i>	Maior caminho e Menor caminho	29
2.2.7	Eficiência	30
2.2.8	Métricas de Centralidade	31
<i>2.2.8.1</i>	Grau	31
2.2.8.1.1	Lei de Potência	31
<i>2.2.8.2</i>	<i>Betweenness</i>	33
<i>2.2.8.3</i>	<i>Clustering</i>	34
<i>2.2.8.4</i>	Outras Centralidades	36
2.2.9	Assortatividade	36
2.2.10	Robustez	37
2.2.11	Tipos de Redes	38
<i>2.2.11.1</i>	Rede Regular	38
<i>2.2.11.2</i>	Redes Aleatórias	38
2.2.11.2.1	Erdős-Rényi	38
2.2.11.2.2	Mundo Pequeno	40
2.2.11.2.3	Barabasi-Albert	41
2.3	GRAFOS MULTI-ASPECTO - MAG	44
2.3.1	Centralidades de MAG	47
2.3.2	Subdeterminação	47
3	TRABALHOS RELACIONADOS	49
4	MODELAGEM DA REDE ELÉTRICA	51
5	TESTES COM REDES ALEATÓRIAS	56
5.1	TESTES DE ATAQUE	58
5.1.1	Ataques Aleatórios (Falhas)	59
5.1.2	Ataques Direcionados	61

5.1.2.1	Ataques Direcionados - Gerações versus Subestações	64
6	CONSIDERAÇÕES	68
6.1	TESTES DE KOLMOGOROV-SMINOV	68
6.2	ANÁLISE COMPARATIVA	72
7	CONCLUSÕES	75
	REFERÊNCIAS	77
	APÊNDICE A - Características Medidas	83

1 INTRODUÇÃO

A importância da geração, transmissão e distribuição de energia tem aumentado constantemente e isso ocasiona um grande crescimento na malha elétrica, tornando-a cada vez mais complexa. Uma rede elétrica é formada por malhas interconectadas responsáveis pelo transporte e entrega de energia para os consumidores (1). Devido aos múltiplos trajetos que a energia deve percorrer desde sua geração até alcançar os consumidores, combinado com a localização usualmente remota das fontes de geração, ocorre um considerável aumento na complexidade do planejamento antecipado dessa infraestrutura de distribuição. Além disso, a constante demanda de energia, as falhas e os erros se tornam um grande problema, e por mais que existam diversas maneiras de se prever essas falhas e possíveis erros, a soma de todos esses fatores faz com que a complexidade dessa rede esteja sempre aumentando.

Devido aos diversos tipos diferentes de redes que podem existir, muitas vezes os métodos tradicionais de se analisar redes não consideram suas características específicas (2). Por exemplo, em uma rede elétrica, as gerações ou usinas tem poucas, se não apenas uma, conexão esse fato para uma rede grande torna esse nó quase irrelevante para um modelo de uma rede, pois se o mesmo for retirado a forma e as características do modelo sofreriam poucas mudanças. Mas, no caso de uma rede elétrica real, se esse nó for retirado, a rede inteira perde o sentido, pois, sem a energia para ser transportada, o seu sistema de transporte não tem função. Com isso, é necessário, se testar outras maneiras para se ter diferentes pontos de vista e observar efeitos antes não abordados, além de constantemente revisitar e refazer estudos já existentes para se ver possíveis mudanças e efeitos causados pelo constante crescimento da rede. Assim, é possível prevenir e criar estratégias para proteger certos pontos usando conhecimentos adquiridos por estudos da estrutura da rede.

Normalmente as redes elétricas são representadas como grafos, como descrito por (3) e (4), onde são identificados nós e arestas. No entanto, esta abordagem negligencia frequentemente a diversidade de características existentes nos nós e arestas. Uma forma que pode ser usada para se modelar essa rede elétrica é usar o conceito de *Multi-Aspect Graph* (Grafo Multi Aspecto - MAG), um modelo capaz de representar redes multicamadas, variantes no tempo ou de alta ordem, por meio da divisão dessas em uma lista de aspectos em um conjunto com cada aresta da rede (5). Esse método se torna uma boa forma de modelar esse tipo de rede devido às diferenças que cada nó tem em uma rede elétrica.

Neste trabalho, é apresentado um modelo de *power grid* usando o conceito de MAG. Visando demonstrar a rede elétrica do SIN representada usando o conceito de MAG e também comparar o mesmo a redes aleatórias para que isso ajude a perceber possíveis fraquezas da rede. Além de avaliar as características comuns de uma rede considerando as diferenças das particularidades de cada uma. É válido ressaltar que diferente de redes

tradicionais em uma *power grid* existem nós com diferentes importâncias, já que não seria totalmente justo se comparar uma subestação com uma usina ou geração visto que esses nós possuem características e condições de existência diferentes. Separando os nós em diferentes camadas com diferentes aspectos, esse de análise se torna mais simples e eficiente, devido à separação de subestações e usinas.

Além de considerar a relevância de cada nó, este estudo também investigou a vulnerabilidade da rede elétrica e sua resiliência, ou seja, sua capacidade de resistir a ataques e falhas sem se fragmentar em componentes de gigantes. Foi descoberto que para o modelo da rede a retirada dos nós de geração não causa uma separação na rede. Por outro lado, a remoção das subestações de maior importância resulta em um impacto significativo na rede, frequentemente levando à sua fragmentação em ilhas. Embora em alguns casos essas divisões ocorressem, foi observado que a rede de modo geral é bem resiliente, por existirem várias subestações que se conectam em diversos pontos, tornando seu centro bem denso. O que faz muito sentido, sendo que para manutenções em equipamentos e em casos de queda de energia se tenha um ou mais caminhos secundários para se transmitir sem que seja necessário deixar pessoas sem energia.

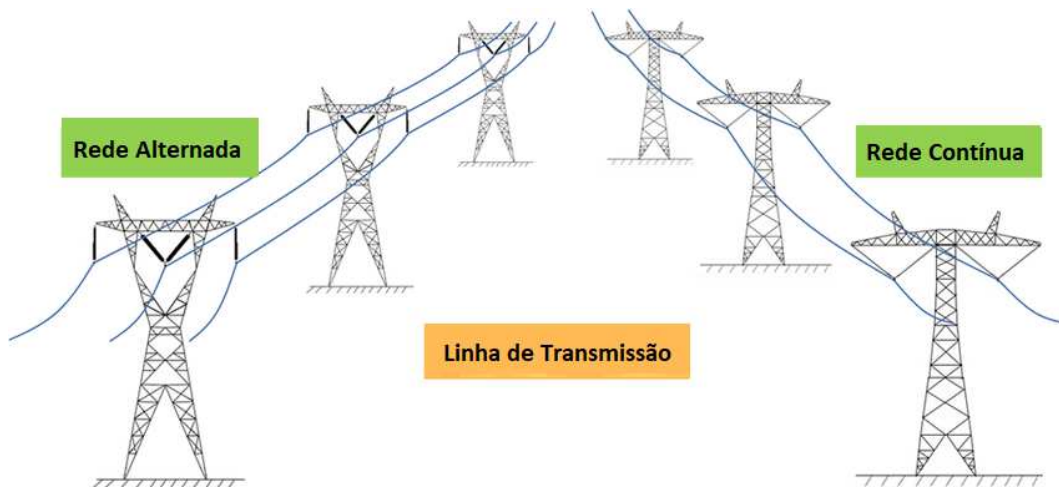
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 REDE ELÉTRICA

Power grid, electrical grid ou rede elétrica é uma malha, ou rede interligada cujo objetivo é entregar eletricidade dos fornecedores aos consumidores. Essa rede é tradicionalmente unidirecional, onde os geradores produzem a energia elétrica, que precisa percorrer longas distâncias em linhas de transmissão de alta tensão, para chegar na rede de distribuição que entrega a energia elétrica aos consumidores. As *power grids* fazem parte do que é chamado de redes tecnológicas, a rede física para o transporte de energia e informação. As redes de internet e telefonia são exemplos de redes tecnológicas (6).

Redes elétricas proporcionam eletricidade para bilhões de pessoas ao redor do mundo, normalmente com uma alta confiabilidade (7). Esses sistemas elétricos de potência (SEP) tem como principal função de fornecer energia elétrica aos usuários, com qualidade, no instante em que for solicitada (8). De forma mais simplificada, essa rede é o que interliga as três subdivisões de um sistema elétrico de potência: geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Esses três blocos: geração, transmissão e distribuição, têm seus próprios desafios de engenharia. Esse trabalho irá se focar apenas na rede geração e transmissão. A interconectividade de uma rede elétrica permite transmissões de longa distância, mas isso pode causar ruídos (9). Em qualquer caso, os elementos da rede elétrica são interdependentes, o que por si pode permitir processos complexos, como efeitos em cascata (10). Os efeitos em cascata denotam uma série de eventos sequenciais desencadeados por um ou poucos distúrbios iniciais no sistema, causando em alguns casos o seu colapso (11). A Figura 1 mostra uma imagem de uma rede de transmissão.

– Figura 1 - Linha de transmissão.



Fonte: (12).

Os grandes apagões exemplificam esses casos, onde poucos pequenos eventos

ocorrendo aproximadamente ao mesmo tempo, podem levar ao colapso de todo o sistema interligado. Nas redes elétricas, sabe-se que muitos apagões são causados como resultado de cascatas de eventos de pequenas interrupções (13, 14). Os melhores exemplos relatados são os apagões na América do Norte em 2003, na Europa em 2006, no Brasil em 2009 (15) e na Índia em 2012 (16), onde uma sequência de interrupções interrompeu grande parte dessas redes elétricas. Em sistemas complexos, os efeitos em cascata estão intimamente relacionados à sua topologia (17, 3): *random*, *preferential attachment*, *small world*, ou *scale free* levam a características particulares de cascata.

As redes elétricas continuam sujeitas a um equilíbrio entre oferta e demanda, ou balanceamento de carga, visto que as baterias e outras tecnologias relacionadas que existem hoje em dia só podem armazenar pequenas quantidades de energia elétrica. Como já foi mencionado, as redes elétricas são topologicamente interconectadas. Este fato, somado à inerente necessidade de balanceamento de carga na rede, caracteriza dinâmicas complexas da rede.

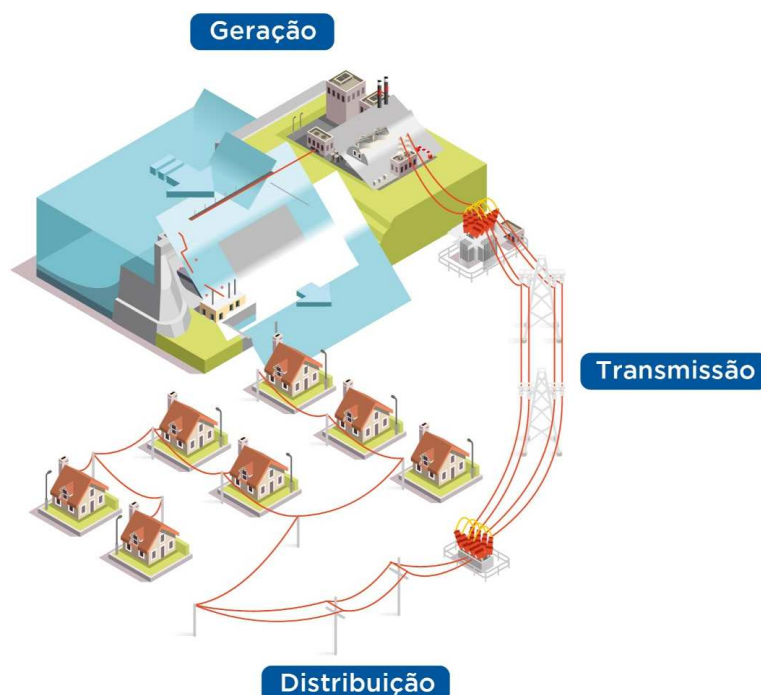
Cada processo pode ser brevemente explicado desta forma:

- Geração: processo que faz a função de converter alguma forma de energia em energia elétrica;
- Transmissão: processo responsável pelo transporte de energia elétrica dos centros de produção aos de consumo;
- Distribuição: processo que distribui energia elétrica recebida do sistema de transmissão aos grandes, médios e pequenos consumidores.

A Figura 2 mostra uma visualização de cada uma dessas 3 etapas de uma rede elétrica.

Apesar do fato de que as redes elétricas são usualmente controladas por sistemas de computador e operadores humanos, as características estáticas desse tipo de redes podem ser estudadas e fornecer informações valiosas para empresas privadas ou investimentos públicos e prevenção de falhas (6). Um bom modo de analisar a rede elétrica é por meio do uso de conceitos de redes complexas. Os primeiros estudos sistemáticos surgiram no final 1990 (19, 17, 20, 21) visando estudar as propriedades de grandes redes que se comportam como sistemas complexos. A pesquisa deve muito de seus fundamentos ao trabalho seminal sobre grafos aleatórios de Erdős e Rényi (22, 23) que estudaram propriedades assintóticas de processos grafos estocásticos. A pesquisa sobre o tema abraça a estrutura espacial de redes (24), os aspectos dinâmicos (25) e cada vez mais aplicações no mundo natural e artificial se beneficiam da análise de sistemas usando a abordagem de rede (26). A Análise de Redes Complexas é usada em muitos campos diferentes de conhecimento, da biologia (27) à química (28), da linguística às ciências sociais (29), dos padrões de chamada

– Figura 2 - Subdivisões sistema elétrico.



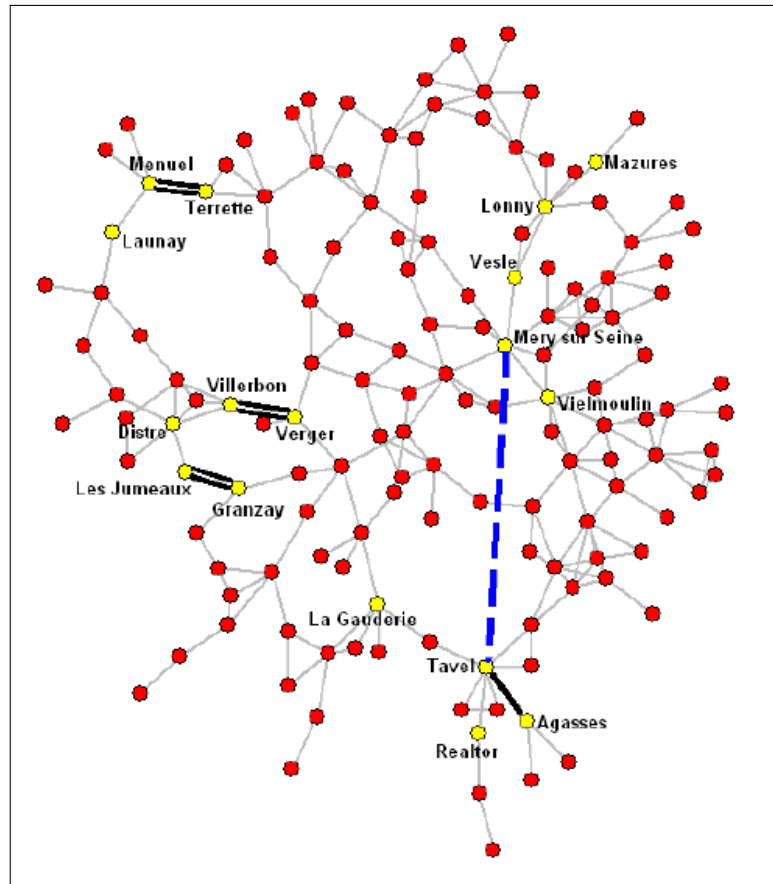
Fonte: Adaptado de (18).

telefônica (30) às redes de computadores (31) e web (32) à disseminação de vírus (33) à logística (34) e também aos sistemas interbancários (35).

As infraestruturas feitas pelo homem são especialmente interessantes para estudar sob as lentes da análise de redes complexas. Especialmente aqueles caracterizadas por grande escala e crescimento de forma descentralizada e independente, portanto, não o resultado de um, mas sim de muitos projetos autônomos locais (3). A rede elétrica é um exemplo proeminente.

Vários países possuem suas respectivas redes, sejam elas divididas em seções ou interligadas, e cada uma dessas possuem pessoas e/ou equipamentos que as controlam e supervisionam. Na Figura 3, segue um exemplo de uma rede elétrica representada por meio de redes complexas e como a mesma pode ajudar a entender melhor uma rede (36). A rede elétrica francesa de 400kV com a aresta mais vulnerável (linha grossa preta), a aresta tripla mais vulnerável (linhas duplas pretas) e a aresta que, se adicionada à rede, melhora o desempenho da rede (linha azul tracejada). As arestas mais vulneráveis foram encontradas por meio da remoção de arestas simples e comparação de eficiência após a remoção.

– Figura 3 - Rede elétrica francesa de 400kV.



Fonte: (36).

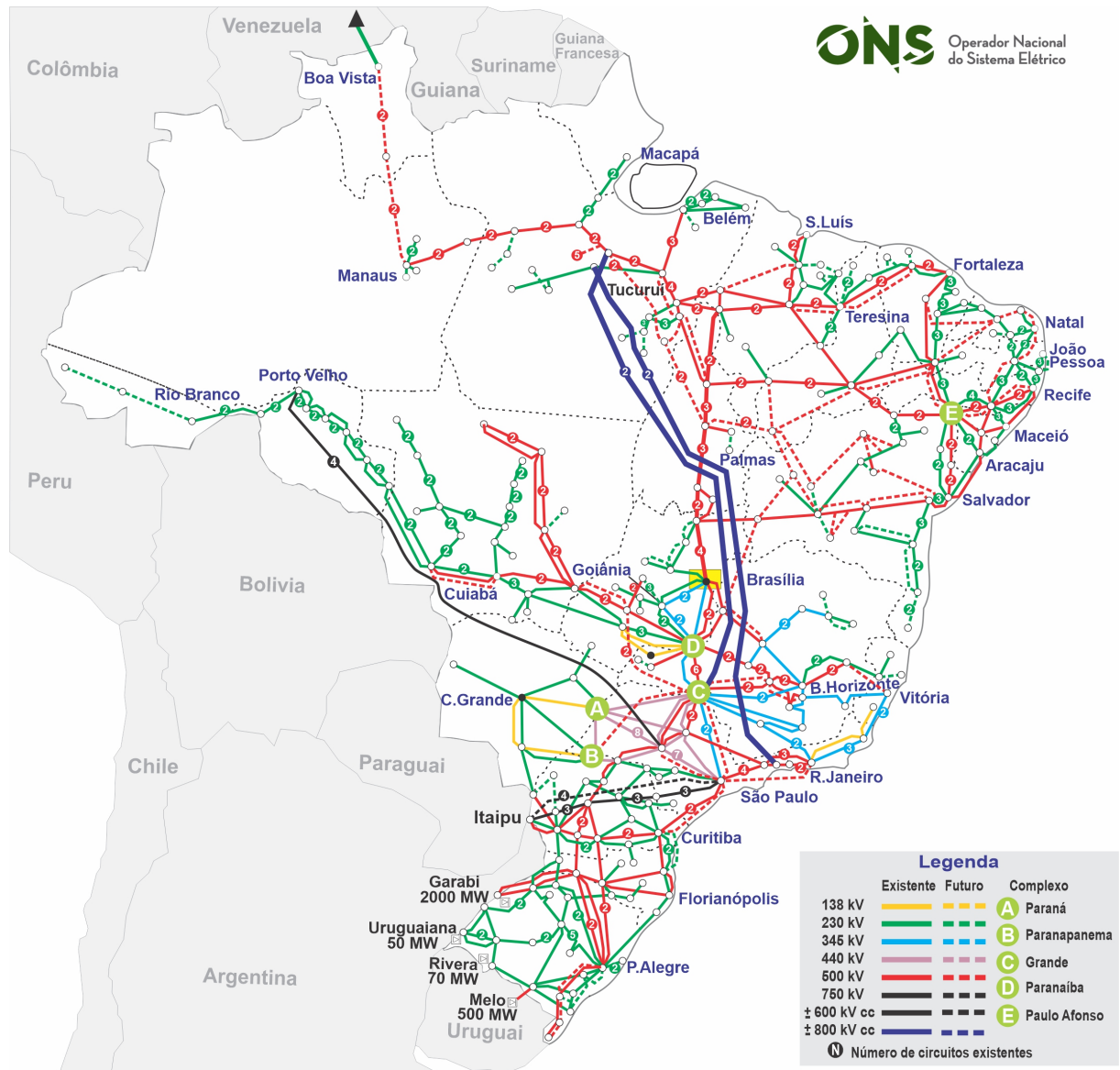
No Brasil a rede elétrica de transmissão é conhecida como Sistema Interligado Nacional — SIN, e a mesma é supervisionada pelo Operador Nacional do Sistema — ONS(6).

2.1.1 Operador Nacional do Sistema - ONS

Uma das características de uma rede elétrica é a sua incapacidade de estocabilidade de toda energia produzida, a necessidade de suprimento da demanda é instantânea, devendo a geração e as redes acompanhar a curva da carga. A geração e a operação das redes elétricas não partem de decisões individuais dos agentes, mas da coordenação exercida por um agente especial, responsável pelo controle dos fluxos de despacho, o Operador Nacional do Sistema (ONS). O ONS é o órgão responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional (SIN). A ONS também é responsável pelo planejamento da operação dos sistemas isolados do país. Ela sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) (37). Ademais, a expansão da capacidade de geração e das linhas de transmissão necessita de esforços de coordenação institucional e operacional,

sendo tal coordenação intrínseca ao próprio funcionamento do sistema. A Figura 4 mostra o mapa da ONS (Previsão 2024).

– Figura 4 - Mapa ONS.



Fonte: (37).

2.1.1.1 Sistema Interligado nacional — SIN

O Brasil é um país de dimensões continentais, cujas regiões geográficas apresentam diferentes perfis de consumo elétrico e de regime hídrico para o setor de energia. O Sistema Interligado Nacional (SIN) é responsável pela interconexão de diferentes regiões elétricas/subsistemas. O SIN é constituído por quatro subsistemas: Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e a maioria da região Norte. A interconexão dos sistemas elétricos, por

meio da malha de transmissão, permite e facilita a transferência de energia entre esses subsistemas. Haja vista a extensão do território nacional e localidades afastadas, existem também os sistemas isolados, desconectados do SIN, que representam menos de 1 por cento da carga total do País.

O sistema de produção e distribuição de energia elétrica no Brasil é vasto e diversificado, baseado principalmente em fontes hidrelétricas, térmicas e eólicas. Com uma predominância significativa de usinas hidrelétricas, distribuídas em dezesseis bacias hidrográficas em todo o país, o Brasil aproveita seus recursos hídricos para gerar grande parte de sua eletricidade. No entanto, nos últimos anos, observou-se um notável crescimento na instalação de usinas eólicas, especialmente nas regiões Nordeste e Sul, diversificando ainda mais a matriz energética nacional e reduzindo a dependência exclusiva da energia hidráulica. Além disso, as usinas térmicas desempenham um papel estratégico crucial, especialmente ao estarem situadas próximas aos principais centros de demanda de energia, contribuindo significativamente para a segurança e estabilidade do SIN. Essa diversificação de fontes de energia não apenas aumenta a resiliência do sistema elétrico brasileiro, mas também promove um desenvolvimento sustentável, reduzindo as emissões de gases de efeito estufa e mitigando os impactos ambientais associados à geração de eletricidade

– Figura 5 - Subsistemas do SIN.



Fonte: (38).

A Figura 5 mostra a divisão física dos subsistemas brasileiros pelo ONS. Vale ressaltar que os subsistemas não seguem necessariamente a divisão político-administrativa dos estados e regiões. Além dos subsistemas Norte, Nordeste, Sudeste/Centro-Oeste e Sul, existem os denominados Sistemas Isolados, que não serão abordados neste trabalho. Em linhas gerais, os subsistemas brasileiros assim se caracterizam:

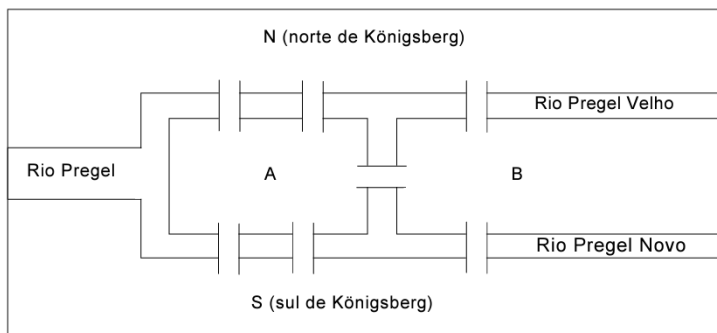
- Subsistema Sudeste/Centro-Oeste: o epicentro da demanda energética do Brasil, representando um polo de grande importância no contexto nacional. Ao longo da maior parte do ano, este subsistema se caracteriza como importador de energia proveniente de outras regiões, apesar de possuir reservatórios com considerável capacidade de armazenamento de água. Destaca-se o aproveitamento eficiente do potencial hidráulico disponível, sendo que a maior parte já se encontra inventariada. Este cenário ressalta a relevância estratégica da região no fornecimento de energia para todo o país, bem como a necessidade contínua de otimização e modernização das infraestruturas energéticas para garantir um suprimento estável e confiável de eletricidade;
- Subsistema Sul: hidrotérmico, com grande variação de armazenamento, em comportamento distinto ao dos demais subsistemas (sem regime anual de vales e picos). Período úmido e período seco não são bem delimitados e os subsistemas Sudeste/Centro-Oeste e Nordeste são altamente dependentes de suas exportações;
- Subsistema Nordeste: principalmente importador de energia dos demais subsistemas, conforme condições hidrológicas da região. Afluências menos elevadas e períodos de estiagem prolongados, dependência da energia eólica para complementaridade sazonal;
- Subsistema Norte: eminente exportador de energia hidrelétrica. Fronteira de expansão da capacidade de geração hídrica e menor regularização dos reservatórios. Baixo consumo energético com grandes extensões territoriais. Maior parte de potencial hidráulico ainda não inventariado;
- Sistemas isolados: áreas geograficamente desafiadoras para a interligação ao SIN devido a questões de viabilidade econômica. Essas regiões podem ser caracterizadas pela dificuldade em alcançar economias de escala devido à presença de unidades geradoras independentes. Exemplos dessas áreas incluem a região Norte do Brasil, algumas localidades no Mato Grosso e a ilha de Fernando de Noronha.

2.2 GRAFO

Historicamente, o estudo em redes teve origem na criação da Teoria dos grafos, precisamente quando o matemático suíço Leonard Paul Euler, em 1736, resolveu o problema

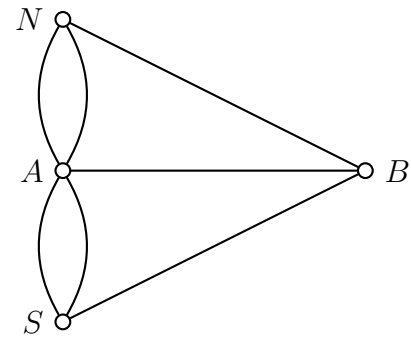
das pontes de Königsberg (39). Este problema consiste em saber se era possível ou não atravessar as sete pontes em volta do rio Pregel, que banhava a cidade de Königsberg, uma única vez, e logo em seguida, retornar ao ponto de partida sem passar pela mesma ponte mais de uma vez. Como solução do problema, Euler montou um diagrama (grafo) em que cada porção de terra era representado como um nó e arestas. Euler mostrou que não era possível realizar o trajeto proposto, ou seja, o problema não era favorável, uma vez que todos os vértices do grafo possuíam um número ímpar de ligações. Para o caminho proposto ser possível, os vértices deveriam apresentar um número par de arestas. Este tipo de grafo, ficou conhecido por grafo de Euler, o qual se constitui de grafos em que todos os seus vértices possui um número ímpar de arestas (40). A Figura 6 mostra duas representações das pontes de Königsberg.

– Figura 6 - Representações das sete pontes de Königsberg em um diagrama e em um grafo



6.a) Diagrama das sete pontes de Königsberg

Fonte: (41)



6.b) Grafo das sete pontes de Königsberg

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Fonte: (41) e Próprio Autor

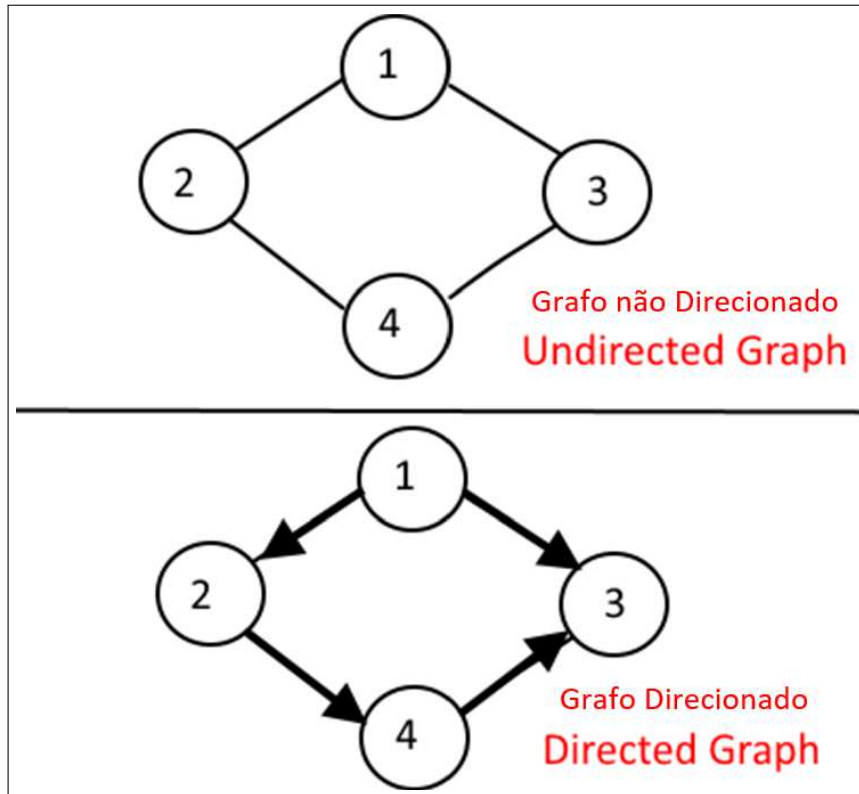
Informalmente, um grafo é algo que pode ser representado por elementos ligados por linhas; esta também é a representação mais intuitiva. Um grafo $G = (V(G), E(G))$ é uma estrutura, consistindo em um conjunto finito e não vazio de vértices (nós, pontos, *node*) $V = V(G)$ e um conjunto $E = E(G)$ formado por pares de elementos de V , denominado arestas (*links*) de G . O conjunto de arestas E induz uma relação binária em V que é chamada relação de adjacência dos vértices de G .

2.2.1 Grafo Direcionado e não Direcionado

Um grafo orientado, grafo dirigido, grafo direcionado ou dígrafo se difere de um grafo não direcionado no sentido que o não dirigido não possui pares ordenados, ou seja, não possui um sentido único. Exemplificando, considerando um grafo representado ruas de uma cidade, nem todas as ruas são de mão dupla. Assim, ao se estudar esse tipo de

grafo deve-se considerar se as ruas são de mão única ou dupla e o sentido das mesmas. A Figura 7 mostra um exemplo de grafos direcionados e não direcionados.

– Figura 7 - Grafo não direcionado e Grafo direcionado.

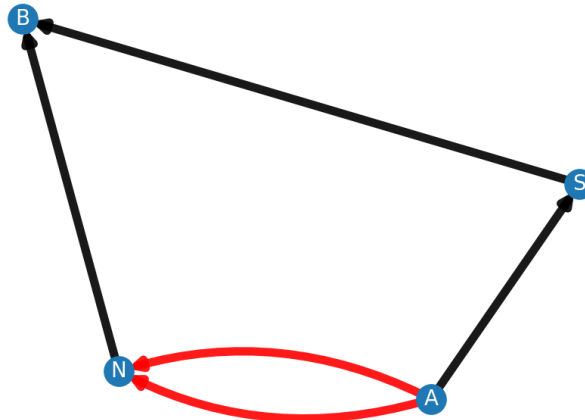


Fonte: (42).

2.2.2 Multigrafo

Um grafo $G(V, A)$ é dito ser um multigrafo quando existem múltiplas arestas entre pares de vértices de G . Na Figura 8, por exemplo, há duas arestas entre os vértices A e N e entre os vértices A e S, caracterizando-o como um multigrafo. A Figura 8 mostra um exemplo de um multigrafo, nesse exemplo a parte que a classifica como multigrafo está em vermelho, também nesse exemplo parte vermelha indica um caminho no mesmo sentido, mas poderiam ser dois caminhos, um de ida e outro de volta.

– Figura 8 - Multigrafo ou Multigraph.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Em teoria dos grafos, um laço ou *auto-loop* é uma aresta que conecta um vértice a ele mesmo. Um grafo simples, não contém nenhum laço.

2.2.3 Representações de Grafos

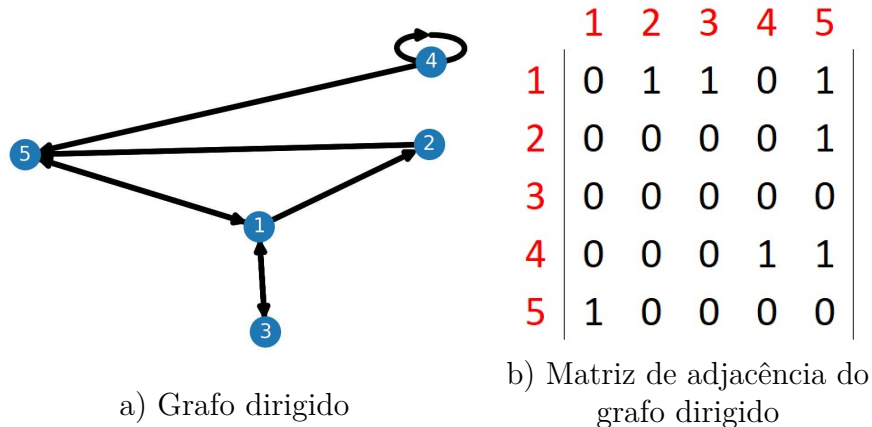
Grafos também são usualmente representados e armazenados na forma de listas, uma das mais utilizadas é a lista de adjacência: $L_I = \{\{v_i, v_j\} | v_i, v_j \in V\}$; os pares são considerados ordenados se o grafo for orientado, com o primeiro e segundo elementos sendo respectivamente a origem e o destino da seta (aresta);

A matriz de adjacências de um grafo é uma matriz booliana com colunas e linhas indexadas pelos vértices. Se $adj[][]$ é uma tal matriz então, para cada vértice v e cada vértice w :

- $adj[v][w] = 1$ se $v - w$ é um arco;
- e $adj[v][w] = 0$ em caso contrário.

A Figura 9 apresenta um grafo e sua respectiva matriz de adjacência, as linhas representam a saída e as colunas a entrada. Como nessa imagem a matriz não possui pesos as conexões são representadas por 0 e 1, se tivessem pesos os mesmos poderiam ser os valores a serem inseridos nas matrizes. É possível observar também que a matriz A para grafos dirigidos não é simétrica.

– Figura 9 - Grafo dirigido e sua matriz de adjacência



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Assim, a linha v da matriz $adj[v][w]$ representa o leque de saída do vértice v e a coluna w da matriz representa o leque de entrada do vértice w . Como nossos grafos não têm laços, os elementos da diagonal da matriz de adjacências são iguais a 0. Se o grafo for não-dirigido, a matriz é simétrica: $adj[v][w] \equiv adj[w][v]$.

2.2.4 Subgrafo

Um grafo H é subgrafo de um grafo G se todo vértice de H é vértice de G e todo arco de H é arco de G .

2.2.5 Peso

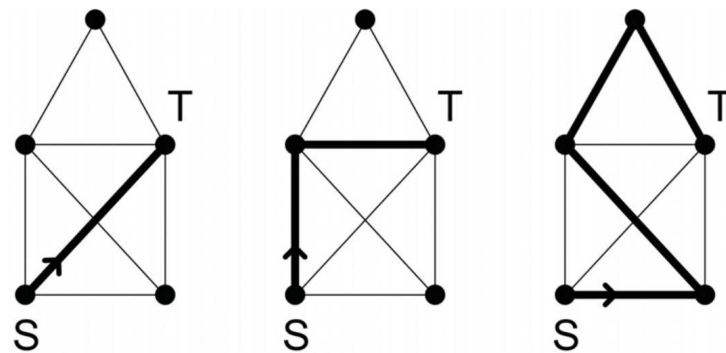
As arestas de um grafo podem estar associadas a uma função peso $w : E \rightarrow \mathbb{R}$. Normalmente, $w(e)$ recebe um valor relevante à aplicação. Por exemplo, V representa as cidades, E representa a malha rodoviária e w pode ser o comprimento do segmento de rodovia representado. Um exemplo de peso em grafo pode ser visto na Figura 11.

2.2.6 Caminho

Antes de explicar o que é um caminho é importante definir passeio. Um passeio em um grafo é uma sequência de vértices dotada da seguinte propriedade: se a e b são vértices consecutivos na sequência, então $a - b$ é um arco do grafo.

Um caminho em um grafo é um passeio sem arcos repetidos, ou seja, um passeio onde os arcos são todos diferentes entre si. Um caminho é simples se não tem vértices repetidos. Por exemplo, $S - T$ é um caminho simples no grafo da Figura 10, nela é apresentado três formas de se percorrer esse caminho, sendo a primeira a menor e a terceira a maior.

– Figura 10 - Exemplo de diferentes caminhos de um grafo.



Fonte: (43).

O comprimento de um passeio é dado pelo número de arestas deste ou, em grafos com peso, pela soma dos pesos.

Uma geodésia é um caminho de tamanho mínimo entre dois nós. O comprimento de qualquer geodésia entre a e b é a distância entre a e b , denotada por $d(a, b)$. Se não há caminho entre a e b , convencionou-se que $d(a, b) = \infty$ (44).

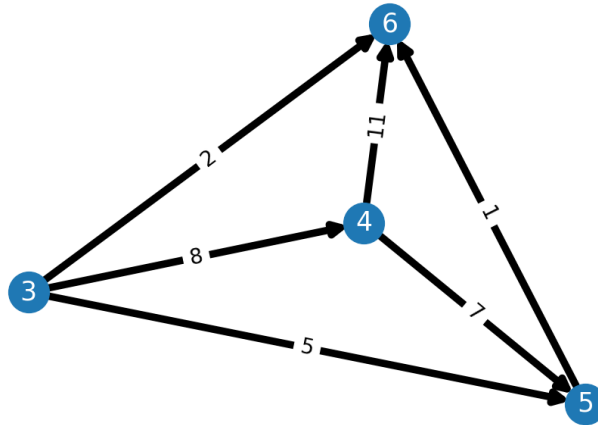
O diâmetro de G é a distância máxima entre dois nós, ou seja, $diam(G) = \max_{a, b \in V} d(a, b)$. A excentricidade de um vértice a é a maior distância entre a e qualquer vértice de G , define-se como $e(v_i) = \max_{v \in V} d(v_i, v)$. O raio do grafo é definido por $r(G) = \min_{v \in V} e(v)$, e o centro do grafo é $c(G) = \{v \in V : e(v) = r(G)\}$.

Componente é conjunto de nodos onde cada nó possui um caminho para todos os nós. Na prática, identificar componentes é interessante no caso de grafos direcionados, para que assim possam ser localizados componentes fortemente conectados. Componente Maior (ou componente gigante) é componente com a maior parte dos nós da rede. Para efeito de análise, considera-se o componente maior que tenha mais de 50% da quantidade total de nós.

2.2.6.1 Maior caminho e Menor caminho

O maior caminho é o caminho simples de comprimento máximo num dado grafo, pode ser medido pelos números de arestas ou pela soma dos pesos das mesmas. Como pode ser visto na Figura 11 abaixo, o maior caminho nesse grafo exemplo seria 19 (3 – 4 – 6).

– Figura 11 - Grafo com pesos exemplo.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

O menor caminho é o caminho mais curto entre dois vértices de um grafo. Normalmente usado na minimização do custo de travessia de um grafo. Como pode ser visto na Figura 11 acima, o menor caminho entre 4 e 6 nesse grafo exemplo, não seria a conexão direta entre eles (11) e sim sua conexão 4 – 5 – 6 (8).

2.2.7 Eficiência

Como passo preliminar, relembremos brevemente a definição de distância geodésico comumente usado na literatura sobre redes complexas. Começemos considerando um grafo não ponderado: o número de linhas em um caminho que conecta os nós i e j é chamado de comprimento do caminho. Um caminho geodésico ou caminho mais curto entre i e j é o caminho que conecta esses nós com o menor comprimento. O comprimento do caminho geodésico é a distância geodésica d_{ij} entre i e j . Se alguém está lidando com um gráfico ponderado, o comprimento de um caminho é a soma dos pesos das linhas que constituem esse caminho (45).

A eficiência global E de uma rede foi primeiramente introduzida por Latora e Marchiori (46) do seguinte modo:

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} \frac{1}{d_{ij}}$$

,

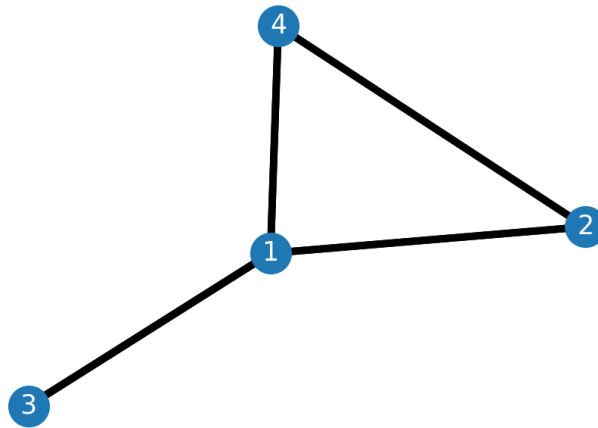
Onde N é o número de nós de uma rede é, d_{ij} é a distância entre os nós i e j ; a soma é feita sobre todos os pares de nós de uma rede. A eficiência global é a medida do desempenho de uma rede, sobre o pretexto que a eficiência da transmissão de informações entre dois nós (i e j) é proporcional sua distância.

2.2.8 Métricas de Centralidade

2.2.8.1 Grau

Na teoria dos grafos, o grau de um vértice de um grafo é o número de arestas incidentes para com o vértice, com os laços contados duas vezes. Ou de forma análoga, o número de vértices adjacentes a ele. O grau de um vértice v é denotado $deg(v)$. O grau máximo de um grafo G , denotado por $\Delta(G)$, e o grau mínimo de um grafo, denotado por $\delta(G)$, são os graus máximos e mínimos de seus vértices. No grafo na Figura 12, o grau máximo é 3 (para o vértice 1) e o mínimo é 1 (para o vértice 3) os outros vértices (2 e 4) possuem grau 2. Em um grafo regular, todos os graus são os mesmos, e assim podemos falar do grau do grafo.

– Figura 12 - Grau exemplo.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A fórmula da soma dos graus afirma que, dado um grafo $G = (V, E)$,

$$\sum_{v \in V} deg(v) = 2|E|$$

A equação implica que em qualquer grafo, o número de vértices de grau ímpar é par. Este princípio é conhecido como o Lema do Aperto de Mãos, uma designação derivada de um problema matemático clássico. Esse problema visa demonstrar que, em qualquer grupo de pessoas, o número de indivíduos que cumprimentam um número ímpar de outras pessoas do grupo é sempre par.

2.2.8.1.1 Lei de Potência

Como já foi dito, em muitos casos a distribuição de grau em uma rede elétrica segue a distribuição de lei de potência. Matematicamente, a quantidade x obedece à lei de

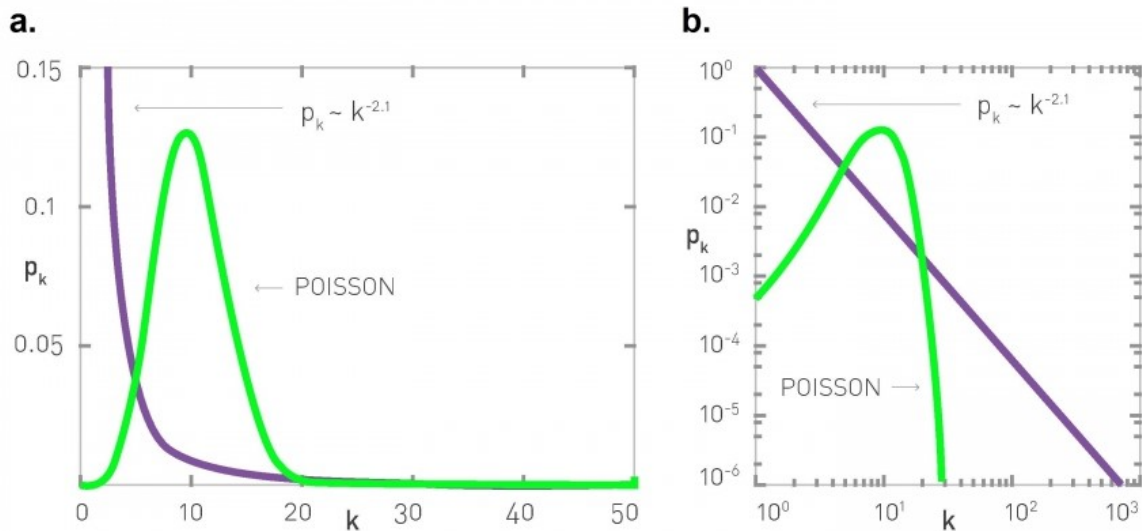
potência se a mesma for tirada de uma distribuição de probabilidade

$$p(x) = Cx^{-\alpha}$$

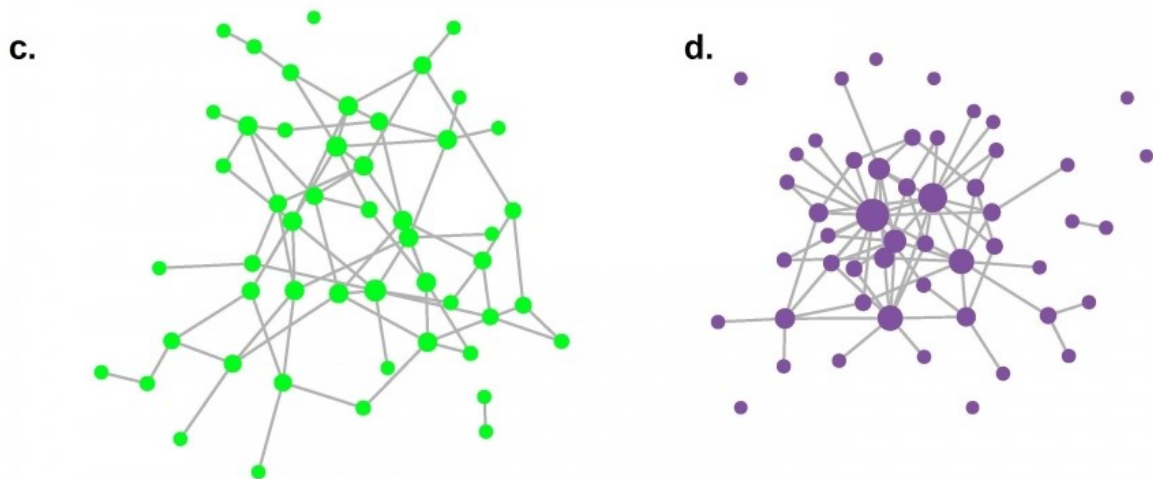
onde α é um parâmetro constante de distribuição conhecido como expoente. Esse normalmente se encontra com valores entre $2 < \alpha < 3$, embora possuam exceções. Na prática, alguns fenômenos empíricos obedecem à lei de potência para todos os valores de x . Embora seja mais comum, a lei de potência só se aplicar para valores maiores que um x_{min} (47). Nesses casos é dito que a cauda da distribuição segue a lei de potência.

A lei de potência é expressa por uma linha reta em um gráfico log-log, pois a equação anterior pode ser escrita da mesma forma da equação de uma reta. A *power law* é altamente inclinada (assimetria) em um gráfico de valores. A lei de potência também é o tipo de distribuição que uma *scale free* possui. A Figura 13 mostra um modelo de um gráfico de *power law* (roxo) em comparação com uma distribuição aleatória (Poisson — verde). Nessa Figura, 13.a seria o gráfico da distribuição de grau das redes *c* e *d*, 13.b seria as mesmas distribuições só que em um gráfico log-log, 13.c seria um grafo aleatório com $k = 3$ e 50 nós, já 13.d seria um grafo *scale-free* com $\alpha = 2.1$ e $k = 3$.

– Figura 13 - Distribuição Poisson vs Distribuição *Power-law*.



a. Gráfico da distribuição de grau das redes *c* (verde) e *d* (roxo); b. Gráfico da distribuição de grau das redes *c* (verde) e *d* (roxo) em log-log;



c. Grafo distribuição aleatória (Poisson - verde); d. Grafo de uma rede *power law*(roxo).

Fonte: (48).

2.2.8.2 *Betweenness*

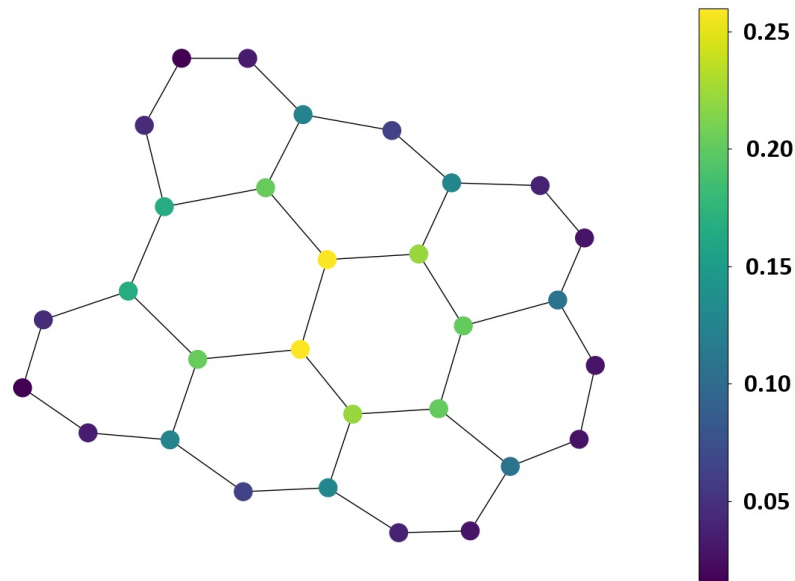
Centralidade de intermediação ou *betweenness* quantifica o número de vezes que um nó age como ponte ao longo do caminho mais curto entre dois outros nós. Foi introduzido por Linton Freeman (49) como uma medida para quantificar o controle de um ser humano sobre a comunicação entre outros seres humanos numa rede social.

De forma mais compacta, a intermediação pode ser representada como:

$$C_b(v) = \sum_{s \neq v \neq t \in V} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$

Onde, σ_{st} é o número total de caminhos curtos desde o nó s ao nó t e $\sigma_{st}(v)$ é o número desses caminhos que passam por v . A intermediação pode ser normalizada ao ser dividida pelo número de pares de vértices não incluindo v , que para grafos diretos é $(n-1)(n-2)$ e para grafos indiretos é $(n-1)(n-2)/2$. ou, por exemplo, um grafo indireto em estrela, o vértice central (que está contido em cada caminho mais curto possível) teria uma intermediação de $(n-1)(n-2)/2$ (1, se normalizado) enquanto as folhas (as quais não estão presentes em nenhum dos caminhos mais curtos) teria uma intermediação de 0. Na Figura 14 mostra um exemplo de como a centralidade por *betweenness* funciona usando uma biblioteca específica do Python (Rustworkx), as cores representam as diferenças de *betweenness* conforme a legenda (barra na lateral).

- Figura 14 - Centralidade de Betweenness de um Grafo 3 x 3 Hexagonal Lattice usando a biblioteca Rustworkx de Python.

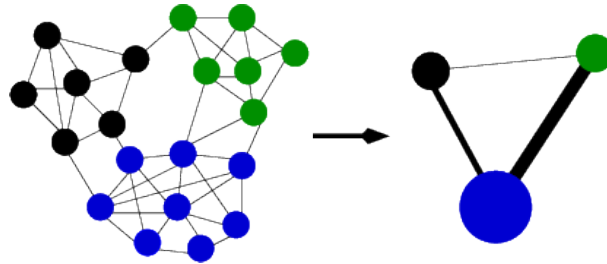


Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

2.2.8.3 Clustering

O processo de identificação da estrutura em termos de agrupar os dados em conjuntos é chamado agrupamento (*clustering*). Os grupos resultantes são chamados *clusters*. O agrupamento é normalmente baseado em alguma medida de similaridade definida sobre os dados. *Clustering* é um tipo de problema de aprendizado não supervisionado em sistemas de reconhecimento de padrões, em que os dados são agrupados em vários grupos baseados na medida de similaridade. *Clustering* em grafos é a tarefa de agrupar os vértices do grafo em *clusters* considerando a estrutura das arestas dos grafos de uma maneira que tenha muitas arestas dentro de cada *cluster* e, relativamente, poucas arestas fora de cada *cluster* que não foram possíveis agrupar. O campo de estudo desse problema tem se tornado popular. Tal popularidade se deve à utilidade encontrada para o problema, principalmente para a área de mineração de dados. A Figura 15 mostra um exemplo de *clustering* para simplificar nós em um *cluster*.

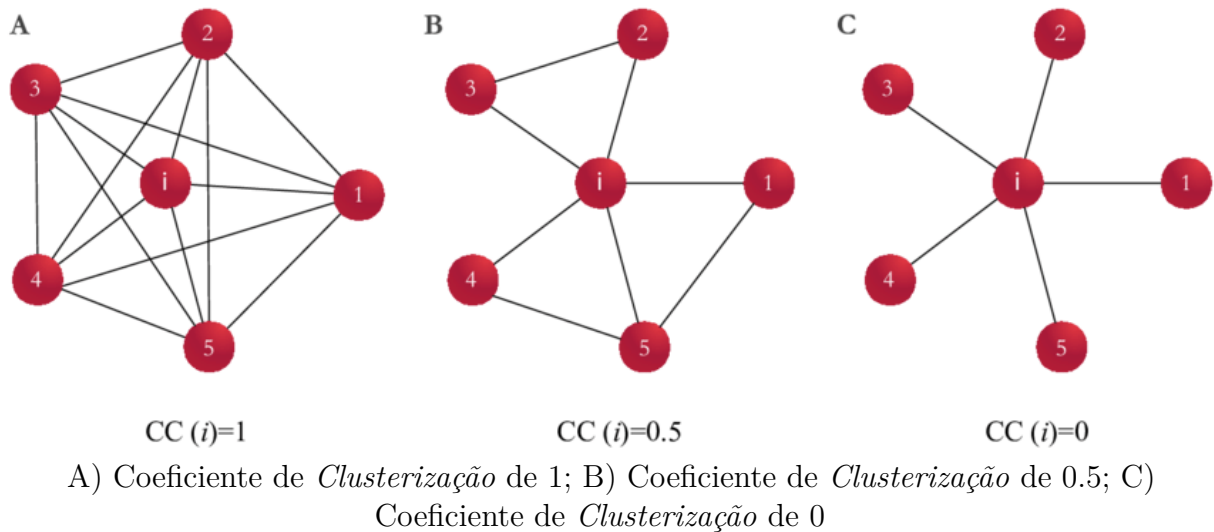
– Figura 15 - Clustering exemplo.



Fonte: (50).

Na teoria dos grafos, o coeficiente de agrupamento mede o grau com que os nós de um grafo tendem a agrupar-se. O coeficiente de agrupamento global é baseado em trios de nós. Um trio consiste em três nós que se encontram conectados por dois ou três laços não direcionados. O coeficiente de agrupamento global mede, assim, o número total de trios fechados sobre o número total de trios. O coeficiente de agrupamento local de um vértice num grafo mede o quão perto os seus vizinhos estão de serem um grafo completo. Por outras palavras, pode dizer-se que o coeficiente de agrupamento local mede o grau da densidade de ligações da vizinhança de um determinado nó, isto é, corresponde ao grau com que os vizinhos de um nó se interligam. Esta medida foi introduzida por Duncan J. Watts e Steven Strogatz (19) em 1998 para determinar se um grafo constitui uma rede de pequeno mundo. A Figura 16 mostra diferentes grafos de acordo com seu coeficiente de *clusterização*, já a Figura 17 mostra a comparação de grafo conforme o grau e o coeficiente de *clusterização*.

– Figura 16 - Exemplos de diferentes coeficientes de clustering



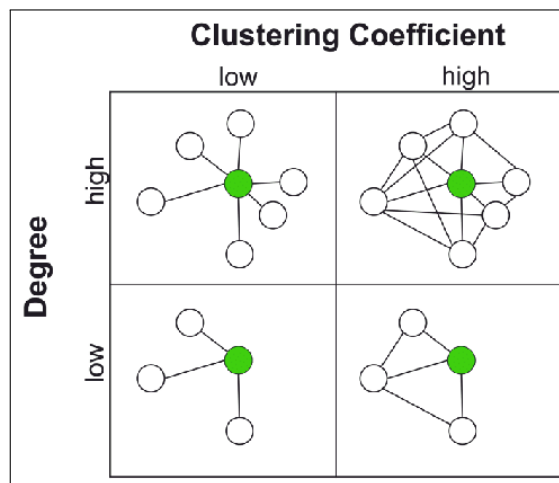
Fonte: (51).

Assumindo que $\lambda_G(v)$ indica o número de triângulos em $v \in V(G)$ para o grafo

não direcionado G , isto é, $\lambda_G(v)$ corresponde ao número de subgrafos de G com 3 arestas e 3 vértices, um dos quais corresponde a v . Seja $\tau_G(v)$ o número de trios existentes em $v \in G$, isto é, $\tau_G(v)$ refere-se ao número de subgrafos com 2 arestas e 3 vértices, um dos quais corresponde a v , sendo este incidente em ambas as arestas. Assim, o coeficiente de agrupamento pode ser definido pela seguinte fórmula:

$$C_i = \frac{\lambda_G(v)}{\tau_G(v)}$$

– Figura 17 - Exemplos de diferentes coeficientes de clustering e graus.



Fonte: (52).

2.2.8.4 Outras Centralidades

Outros conceitos que não irão ser muito abordados nesse trabalho, mas também, são muito úteis como: *Closeness*, Centralidade de Eficiência e as centralidades usando as arestas ao invés dos nós.

- *Closeness*: A mais simples e natural forma de se medir essa centralidade foi proposta por Sabidussi (53), em 1966, chamada centralidade de proximidade, é baseada na soma das distâncias de um vértice em relação aos demais vértices do grafo;
- Eficiência: Hage e Harary (54), em 1995, propuseram uma medida chamada centralidade de eficiência, baseada no conceito de excentricidade de um vértice.

2.2.9 Assortatividade

Assortatividade é uma métrica utilizada para quantificar a tendência de nós se conectarem a outros nós semelhantes em um grafo, também é usado para medir a robustez e o comportamento dinâmico de uma rede.

Esse valor varia de -1 a 1 e representa:

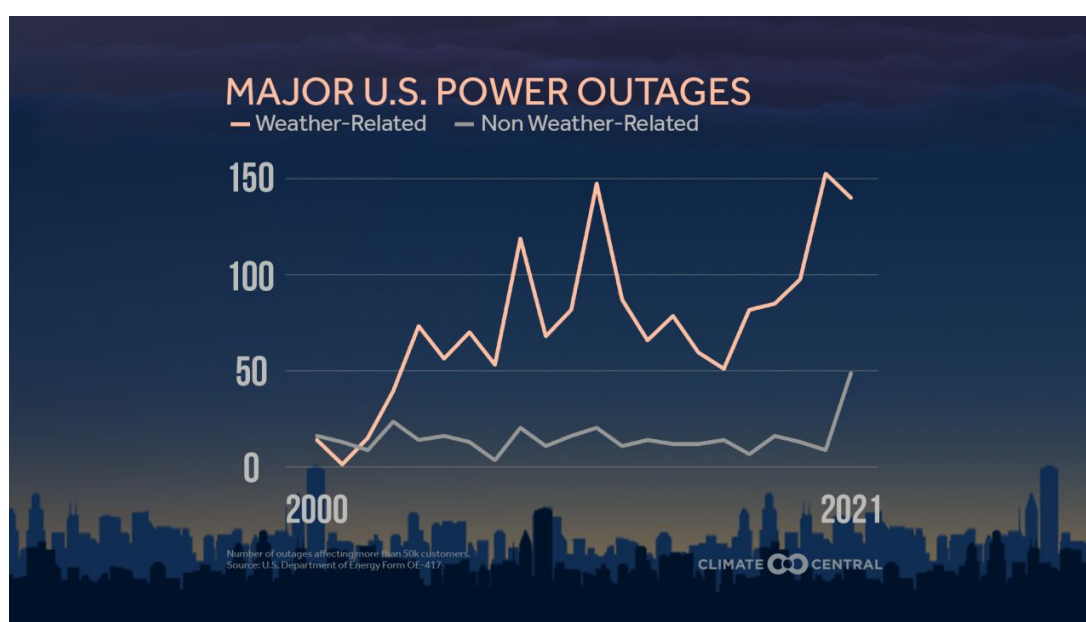
- $r > 0$: assortativa, os nós tendem a se conectarem com outros nós de grau similar;
- $r < 0$: dissassortativa, os nós tendem a se conectarem com outros nós de graus diferentes (grau alto com grau baixo);
- $r \approx 0$: não-assortativa, os nós não tem preferência.

2.2.10 Robustez

Uma rede robusta é uma rede complexa capaz de suportar falhas e perturbações. Em um grafo isso seria a retirada de um nó ou uma aresta. A vulnerabilidade ou fragilidade de uma rede indica o quão frágil é a mesma. Sendo que o quão mais ela aguenta ataques e falhas mais robusta ela é. A robustez é de imensa importância para redes as quais se tem perdas muito grandes em casos de falhas como em redes de transporte de internet e de transporte de energia.

Redes elétricas são, com o transporte de Internet, um dos tipos de redes mais importantes para os humanos (55). Elas permitem o sucesso das economias avançadas baseadas em energia elétrica, mas também ilustram as limitações impostas por preocupações ambientais, juntamente com crescimento econômico e demográfico, devido à constante demanda de crescimento (56). Uma consequência direta dessa situação talvez seja a fragilidade da infraestrutura da mesma, com mais e mais casos de *blackouts* (apagões ou blecautes) e falhas de pequena e grande escala (57, 58).

– Figura 18 - *Blackouts* nos Estados Unidos nos últimos anos.



Fonte: (59).

A Figura 18 mostra a alta em apagões (*Power Outages*), sejam por causas naturais (*Weather-Related*) e não naturais (*Non Weather-Related*), nos Estados Unidos (59). A vulnerabilidade da rede elétrica é uma característica comum compartilhada por muitas redes complexas, que vão desde a infraestrutura da Internet até o intrincado sistema genômico. (60, 61). Especificamente, as redes reais são frequentemente caracterizadas por uma resiliência considerável contra a remoção aleatória ou falha de unidades individuais, mas experienciam deficiências quando os elementos altamente conectados são os alvos da remoção. Ataques direcionados têm efeitos dramáticos nas estruturas da rede, geralmente levando à fragmentação da mesma (62, 63). Este comportamento foi estudado para distribuições de nós, tipo lei de potência assimétrico, encontrados em muitas redes de mundo pequeno (64, 65). Pesquisas recentes revelam que respostas semelhantes não se limitam apenas a redes de mundo pequeno ou redes sem escala. Redes elétricas, por exemplo, apresentam um grau exponencial menos distorcido e, frequentemente, não possuem a topologia característica de um mundo pequeno. No entanto, elas exibem padrões comparáveis de resposta quando se trata da perda de nós. (66).

2.2.11 Tipos de Redes

Algumas redes seguem características similares, a ponto que vários estudos foram feitos com objetivo de classificar/nomear essas características em tipos específicos.

2.2.11.1 Rede Regular

Redes regulares possuem todos os vértices, possuem o mesmo número de vizinhos, ou seja, todos os nós possuem o mesmo grau. Devido a facilidades operacionais, redes regulares são fundamentais ao estudo de diversos sistemas. Por exemplo, na física, modelos atômicos são estudados através de redes regulares (67).

2.2.11.2 Redes Aleatórias

As redes aleatórias são geradas a partir de ligações aleatórias entre os vértices de um conjunto. As redes complexas podem ser separadas de acordo com suas propriedades estatísticas, grau ou coeficiente de agregação. Dentre essas existem algumas que são mais conhecidas que outras.

2.2.11.2.1 Erdős-Rényi

Como uma das bases das redes complexas, os estudos de Pál Erdős e Alfréd Rényi (22), originaram um modelo de rede o qual a formação é aleatória, os nós se interligam aleatoriamente. Neste modelo cria-se uma rede com N nós e conecta-se cada par de nós com uma probabilidade p , em que se gera uma rede com aproximadamente $pN(N-1)/2$ arestas distribuídas aleatoriamente.

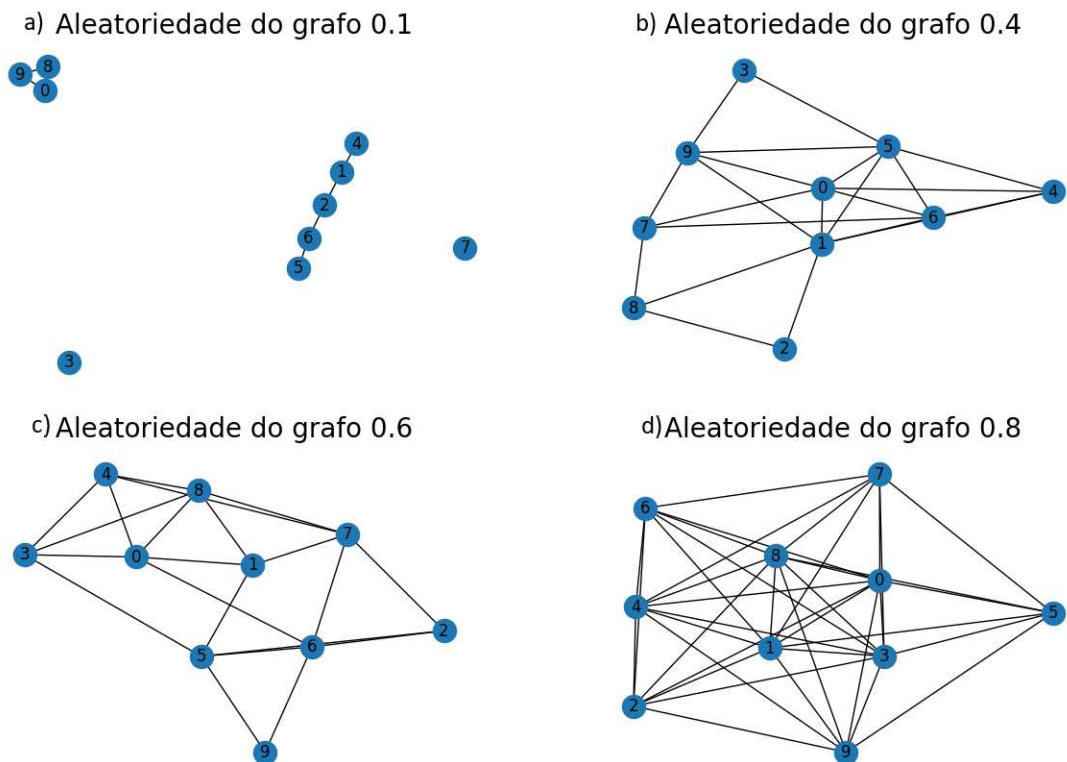
Este modelo serviu de base para o estudo das redes complexas por décadas, pois se acreditava que as redes reais não possuíam princípios de organização, argumento derrubado ao longo do tempo. Neste modelo, todos os nós, em média, teriam valores próximos da mesma quantidade de ligações, ou probabilidade de receber ligações (22). Redes aleatórias apresentam uma distribuição de graus característica: a distribuição de Poisson, com grau médio dado por $p(n - 1)$. O coeficiente de aglomeração médio é dado por p e, portanto, independe de n (68).

Na teoria da probabilidade e na estatística, a distribuição de Poisson é uma distribuição de probabilidade de variável aleatória discreta que expressa a probabilidade de uma série de eventos ocorrer num certo período se estes eventos ocorrem independentemente de quando ocorreu o último evento. A mesma um valor aproximado à seguinte fórmula:

$$P_{\mu}(\nu) = e^{-\mu} \frac{\mu^{\nu}}{\nu!}$$

A Figura 19 mostra diferentes grafos de acordo com sua probabilidade p .

– Figura 19 - Grafos com diferentes probabilidades p .



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

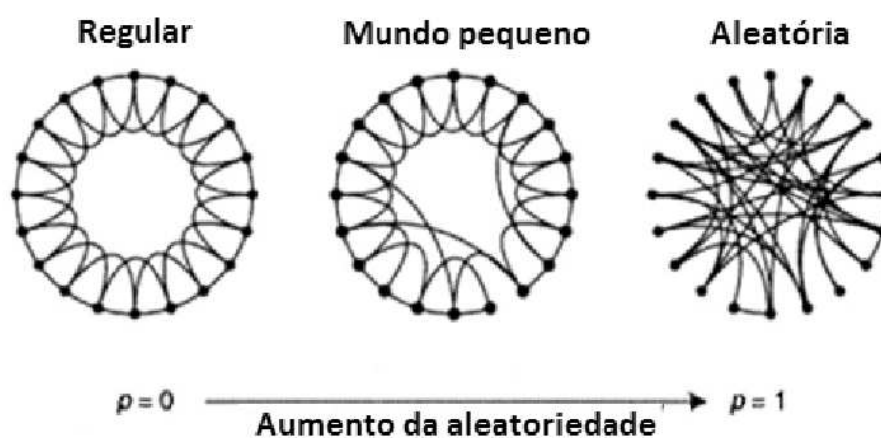
2.2.11.2.2 Mundo Pequeno

As redes de mundo pequeno são um tipo de grafo onde a maioria das conexões é estabelecida entre os vértices mais próximos. A principal característica das redes de mundo pequeno é um caminho relativamente curto entre qualquer par de nós de uma rede. Este caminho é representado pela quantidade mínima de arestas para um nó chegar até o outro. Em 1967, Stanley Milgram (69) criou o conceito de seis graus de separação, que na época citou que qualquer morador dos Estados Unidos está em média no máximo seis arestas distantes de qualquer outro norte-americano, com base nas relações sociais que possuem (68).

O modelo, concebido por Duncan J. Watts e Steven H. Strogatz, baseia-se na teoria do mundo pequeno, inspirada na experiência de Stanley Milgram, e nas noções de conexões fortes e fracas de Mark Granovetter. Nesse modelo, as conexões de uma rede regular são ajustadas com uma probabilidade variável p . Quando $p = 0$, a rede mantém sua estrutura regular, enquanto $p = 1$ resulta em uma rede totalmente aleatória. Para valores de p entre 0 e 1, especialmente em valores muito próximos de zero, a rede adota uma topologia característica de um mundo pequeno. (19).

Watts e Strogatz, em 1998, propuseram um algoritmo baseado em redes aleatórias, no qual buscavam mimetizar a topologia de interações sociais em um modelo abstrato para tentar estudar este mesmo problema de uma maneira mais geral. O fruto desse algoritmo são as redes de pequeno mundo, que possuem comportamento e características entre os apresentados por uma rede aleatória e uma rede regular. Redes de pequeno mundo apresentam coeficiente de aglomeração médio significativamente maior e mínimo caminho médio menor que uma rede aleatória de mesmo número de vértices e arestas (67). A Figura 20 mostra o aumento da probabilidade p e as mudanças de tipo de rede que ocorrem com essa mudança.

– Figura 20 - Diferenças de aleatoriedade em grafos (*random*, *smallworld* e regular).



Fonte: (70).

Na Figura 20 também pode ser visto a diferença entre as redes e suas aleatoriedades.

2.2.11.2.3 Barabasi-Albert

Antes de entrar no tópico sobre *preferential attachment* em si, vale a pena frisar, de maneira breve, as diferenças e igualdades de *preferential attachment* e *scale free*, e também suas relações com a lei de potência.

A lei de potência é, como esperado, a articulação entre ciência de redes e estatística. Pertence a ambos os campos na medida em que é uma distribuição estatística e uma característica definidora de redes complexas.

Além desse conceito, a invariância de escala é o princípio ativo tanto na lei de potência quanto nas redes complexas. O fato de dimensionar a entrada de uma função apenas causa um dimensionamento da função, por mais tautológico que pareça, é realmente notável. É precisamente a definição de invariância de escala. Acontece que essa caracterização é estritamente equivalente à fórmula de uma lei de potência. Daí a seguinte conclusão: a invariância de escala é a lei de potência. Embora a invariância de escala e as redes de livre escala não sejam exatamente a mesma coisa, o link ainda é notavelmente direto, considerando que as redes de livre escala recebem o nome de invariância de escala. Uma rede de livre escala é uma rede cuja distribuição de grau segue uma lei de potência, pelo menos assintoticamente.

A lei de potência também está especificamente ligada a redes sem escala e não a redes de mundo pequeno. Como foi visto, esses dois tipos de redes às vezes são intercambiáveis e incluídos na categoria mais geral de redes complexas. Mas no que diz respeito à lei de

potência, eles não são equivalentes, pois não se espera que as redes de mundo pequeno sigam uma lei de potência.

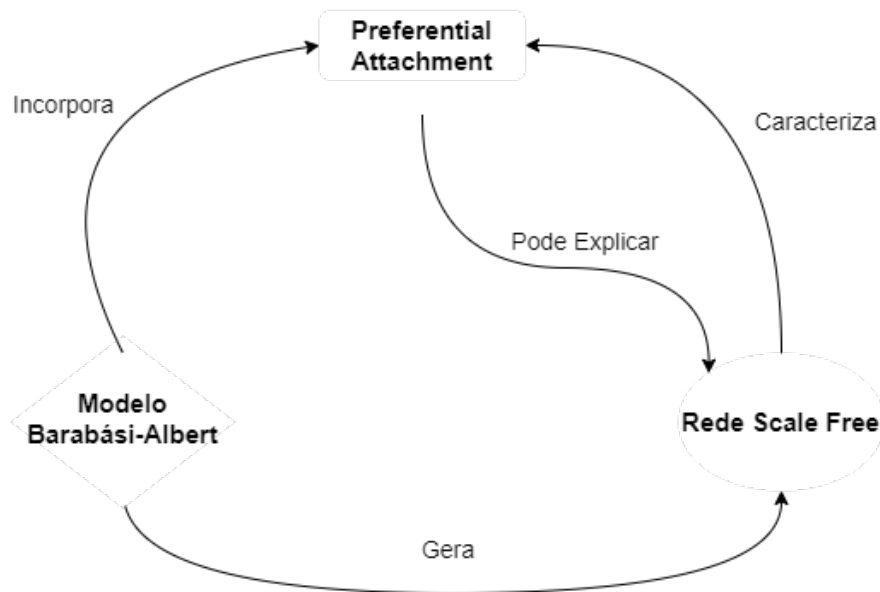
A faixa de graus de nó em uma rede é caracterizada por uma função de distribuição $p(k)$, que é a probabilidade de um nó selecionado aleatoriamente ter k arestas. As redes cuja distribuição de grau cumpre uma lei de potência, são chamadas de redes sem escala. Além disso, se uma rede for direcionada, a propriedade sem escala pode ser aplicada independentemente aos graus de entrada e saída. As distribuições de lei de potência são mais gerais do que exponenciais, ou seja, elas não têm uma escala característica e permitem a existência de nós muito grandes.

A lei de potência e as redes de livre escala também se relacionam com frequência a um terceiro conceito: ligação preferencial. Na ciência da rede, esse conceito descreve um fenômeno no qual os nós mais conectados tendem a atrair novas conexões, mas também tem uma interpretação não relacionada à rede. Assim como o conceito de lei de potência, ele tem várias variações, como, por exemplo, os ricos ficam mais ricos.

No final da década de 90, Albert-László Barabási e Réka Albert estavam estudando a rede da Web e perceberam que esta possuía uma distribuição de grau muito particular. Eles observaram empiricamente que a distribuição de conectividade de entrada dos nós era representada por uma lei de potência. Após a construção de um modelo para representar esses casos, Barabási e Albert mostraram que muitas redes reais apresentam uma topologia livre de escala, por serem compostas por vários constituintes que continuam crescendo devido à adição de novos nós e arestas e a probabilidade $p(k)$ e um vértice na rede interagir com k outros vértices decai seguindo uma lei de potência expressada por $P(k) \propto k^{-\gamma}$, da mesma maneira, eles observaram um processo denominado de ligação preferencial, na qual os vértices recém-adicionados na rede preferem se conectar aos nós com alta conectividade. Dessa forma, crescimento e ligação preferencial são a essência do modelo de Barabási-Albert e geram uma rede com distribuição de conectividade em lei de potência com um expoente γ fixo (40).

Simplificando, uma *preferential attachment* é incorporada por um modelo Barabási-Albert que gera uma rede *scale free*, que por sua vez caracteriza uma *preferential attachment*, que por sua vez pode explicar uma rede *scale free*. Conforme representado na Figura 21.

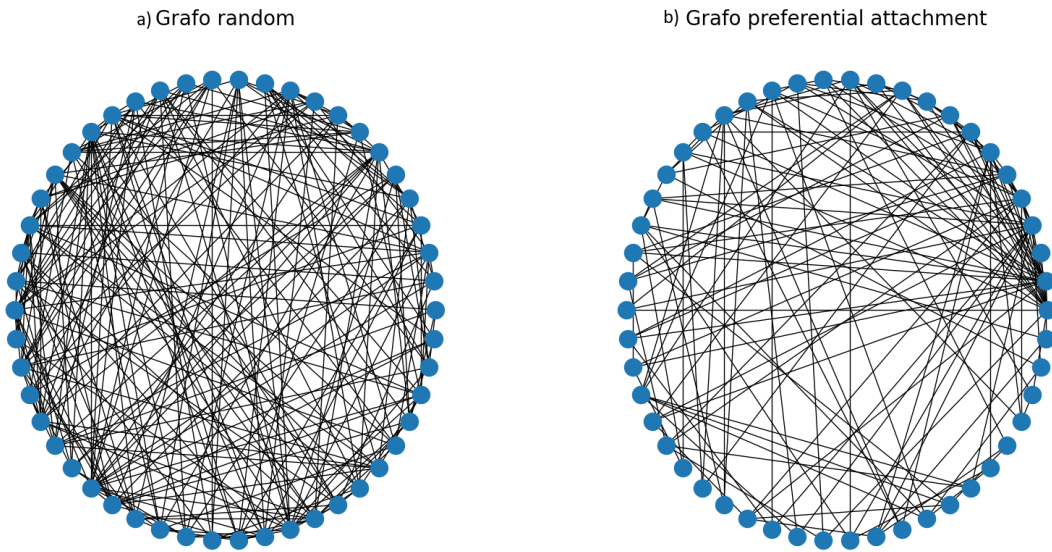
– Figura 21 - Relação simples entre *preferential attachment* e *scale free*.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Barabási provou que as redes reais, normalmente, não são formadas de modo aleatório, existindo assim uma ordem na dinâmica de estruturação das redes, a ideia de, *rich get richer*, ou seja, os novos nós têm uma maior tendência de se conectar com nós com mais ligações. Isto é, isso vai conta a ideia de que redes sejam constituídas por nós com probabilidades de terem o meso número de ligações (20). Esse modelo, criado por Albert-László Barabási e Réka Albert, recebeu o nome de *preferential attachment* ou livre escala.

Na geração de uma rede livre de escala, a cada passo surgem arestas conectando os vértices que, no momento, apresentam os maiores graus. Por este motivo, a distribuição de graus de uma rede livre de escala segue uma lei de potência na qual poucos vértices possuem altos graus e a maioria dos vértices apresenta graus baixos. O modelo de Barabási e Albert é um dos mais usados para gerar redes livres de escala. A ideia fundamental é o crescimento da rede via o princípio da ligação preferencial: quão maior o grau de um vértice i , maior a probabilidade de que a cardinalidade de A_i aumente na próxima iteração do processo de crescimento. A rede é gerada a partir de um número pequeno de vértices iniciais e, a cada passo de tempo, são acrescentados novos vértices e arestas, definidos a partir de regras como: $p(k) = k / \sum k$, sendo p a probabilidade de surgir uma aresta e k o grau de determinado vértice; $n = t + mt$, sendo n o número de vértices após um número t de passos de tempo e mt o atual número de arestas. A Figura 22 mostra dois grafos, um aleatório e um *preferential attachment*.

– Figura 22 - Grafo *random* e Grafo *Preferential attachment*.

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Uma noção muito discutida, e importante, sobre redes livre de escala é sua tolerância a falhas. Isto implica que remoções aleatórias de vértices da rede atingem, na maioria das vezes, vértices de baixo grau, pois eles são maioria (67). Considerando o grau de um vértice como uma medida da sua informação, há baixa probabilidade de uma grande perda de informação em processos de falha em uma rede livre de escala. Por outro lado, este tipo de rede é extremamente sensível a ataques. Em particular, redes de livre escala são mais sensíveis a ataques em enlaces (*links*) de curto alcance do que em enlaces de longo alcance.

2.3 GRAFOS MULTI-ASPECTO - MAG

O Grafo Multi Aspecto é uma estrutura capaz de representar diferentes tipos de redes, tais como redes multicamadas, variáveis no tempo ou de alta ordem. É definido como $H = (A(H), E(H))$, sendo que $E(H)$ é um conjunto de arestas e $A(H)$ é uma lista finita de conjuntos, onde cada elemento dessa lista é chamado de aspecto (5). Cada aspecto $\sigma \in A(H)$ é um conjunto finito, e o número de aspectos $p = |A(H)|$ é definido como a ordem de H . Cada aresta $e \in E(H)$ é uma “tupla” (*tuple*) com $2 \times p$ elementos. Todas as arestas são construídas seguindo o formato $(a_1, \dots, a_p, b_1, \dots, b_p)$ sendo a_1, b_1 elementos do primeiro aspecto de H , a_2, b_2 do segundo aspecto de H , e assim por diante, até a_p, b_p elementos do último aspecto de H (5). Dois conjuntos podem ser construídos a partir do produto cartesiano dos aspectos $A(H)$ na ordem p :

$$\mathbb{V}(H) = \prod_{n=1}^p A(H)[n],$$

que representa o conjunto de todos os vértices compostos possíveis do **MAG H**, gerado a partir do produto de todos os aspectos desse **MAG H**, e:

$$\mathbb{E}(H) = \prod_{n=1}^{2p} A(H)[(n-1)(\text{mod } p) + 1],$$

que representa o conjunto de todas as arestas no **MAG H**, sendo que $E(H) \subseteq \mathbb{E}(H)$.

Cada $u \in \mathbb{V}(H)$ é chamado de vértice composto do **MAG H**. Para todo $e \in \mathbb{E}(H)$ existem dois vértices composto $u, v \in \mathbb{V}(H)$, sendo que u possui os elementos de origem, que são (a_1, a_2, \dots, a_p) , e v os elementos de destino, que são (b_1, b_2, \dots, b_p) da aresta $e = (a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, b_2, \dots, b_p) \in E(H)$.

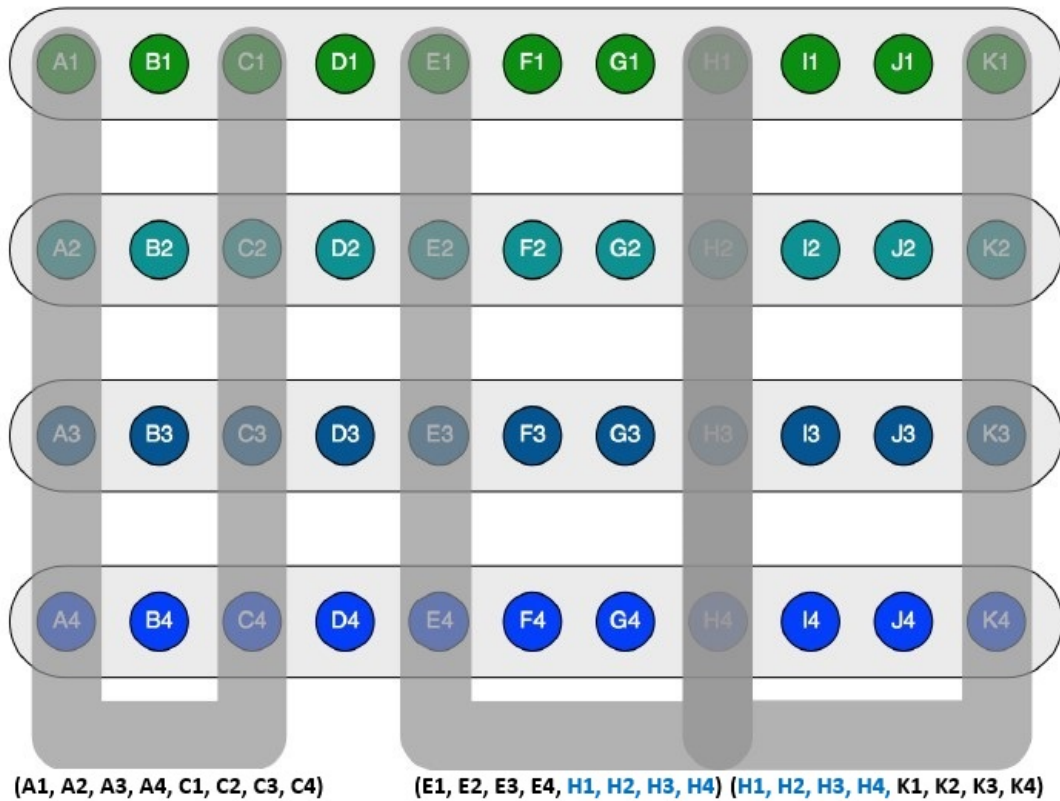
Na Figura 23 está representado um MAG composto por quatro aspectos representados pelos números, isto é, o conjunto $(A1, B1, C1, D1, \dots, K1)$ pertence ao primeiro aspecto, o conjunto $(A2, B2, C2, D2, \dots, K2)$ pertence ao segundo aspecto, e assim por diante. Esse MAG é composto pelo conjunto de onze vértice compostos:

$$V = \{(A1, A2, A3, A4), (B1, B2, B3, B4), \dots, (K1, K2, K3, K4)\}$$

e pelo conjunto de três arestas descritas e ilustradas, como, por exemplo, a aresta:

$$(A1, A2, A3, A4, C1, C2, C3, C4) \in E(H).$$

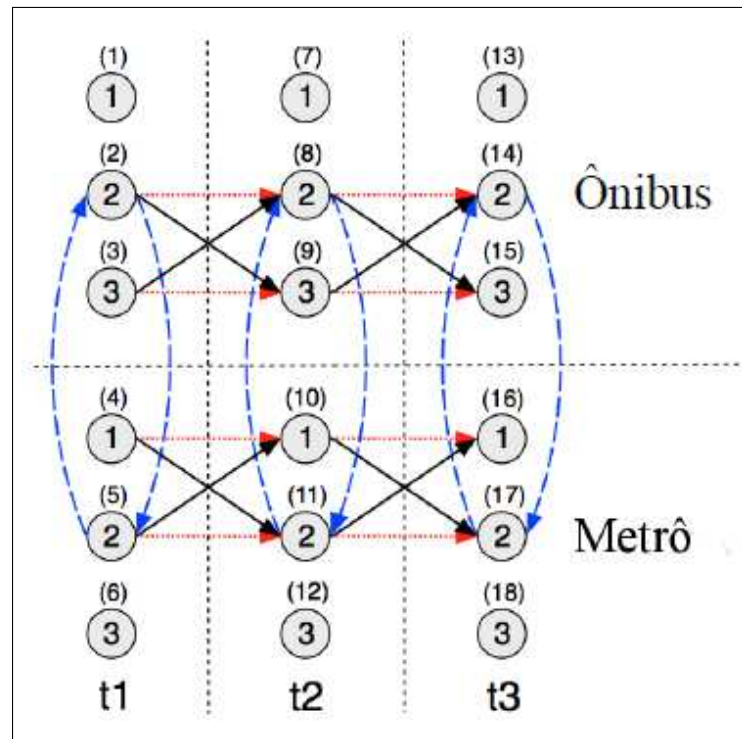
– Figura 23 - Exemplo ilustrativo de três arestas MAG.



Fonte: (5).

Na Figura 24 temos um exemplo de uma pequena rede de transporte que pode ser representada por um MAG. Para essa rede, a lista de aspectos $A(H)$ contém três aspectos: as estações, meios de transporte e os instantes de tempo. Cada aspecto possui um conjunto finito de informações, por exemplo, o conjunto de estações é $\{1, 2, 3\}$. O conjunto de arestas $E(H)$ nesse exemplo possui 22 arestas representadas pelas setas na figura. As setas pretas representam viagens de uma estação para outra em um meio de transporte, as setas azuis representam a troca de um meio de transporte e as setas vermelhas a permanência em uma estação e meio de transporte. Nessa rede, a aresta $(2, Onibus, t1, 2, Metro, t1)$ é um exemplo da aresta que liga dois vértices em um mesmo instante de tempo; a aresta $(2, Onibus, t1, 3, Onibus, t2)$ é um exemplo de aresta que liga dois vértices em dois instantes de tempo.

– Figura 24 - MAG.



Fonte: (5).

2.3.1 Centralidades de MAG

Em teoria dos grafos e análise de redes, uma centralidade pode ser estendida como um indicador da importância relativa dos vértices ou arestas no grafo em análise. A avaliação das centralidades em um MAG pode ser feita a partir de qualquer representação do MAG, por exemplo, pode ser feita de maneira direta usando a representação de vértices compostos do MAG. Esta representação é isométrica a um grafo orientado tradicional e transporta todas as arestas do MAG, preservando assim as suas propriedades topológicas, isto é, suas propriedades de adjacência. Assim, as centralidades podem ser calculadas utilizando os mesmos métodos aplicados aos grafos orientados tradicionais (71).

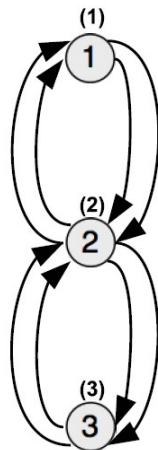
2.3.2 Subdeterminação

A subdeterminação é uma generalização do conceito de agregação aplicado a grafos multicamadas ou variáveis no tempo, em que todos as camadas podem ser agregadas, resultando em um grafo tradicional. Um MAG subdeterminado será um MAG com aspectos agregados conforme a subdeterminação determinada pela tupla zeta (ζ). A tupla ζ tem o mesmo número de elementos que o número de aspectos no MAG original, e para cada aspecto terá um valor 1 em 0, de modo que somente os aspectos marcados com 1 permanecerão no MAG resultante. Dessa forma, é possível subdeterminar um MAG H em $2^p - 2$ formas distintas, sendo $p = |A(H)|$, isto é, p é o número de aspectos do MAG

H. Além disso, pode-se optar por considerar multígrafos direcionados (múltiplos arcos sem laços (*loops*)), ou pseudógrafos direcionados (múltiplos arcos com laço(*loops*)), ou dígrafos (sem múltiplos arcos e sem laços (*loops*)) ou grafos direcionados com laços (*loops*). O MAG subdeterminado resultante terá as arestas do MAG original, projetadas sobre a estrutura de aspecto reduzido dada pela subdeterminação definida. Sendo assim, o MAG subdeterminada terá ordem menor que a do MAG original.

Como, por exemplo, podemos aplicar a subdeterminação no MAG representado na Figura 24, no qual manteremos apenas o aspecto que representa as estações (1, 2 e 3) criando um multigrafo direcionado sem laços (*loops*). Durante essa subdeterminação no MAG da Figura 23, na qual consideramos apenas as estações, observe que as arestas em linhas tracejadas (azuis) e pontilhadas (vermelhas) serão laços (*loops*) no MAG resultante, e que as arestas em linhas contínuas (pretas) continuarão ligando diferentes estações, assim, após retirar os laços, teremos a Figura 25 representando o MAG resultante dessa subdeterminação descrita.

– Figura 25 - MAG subdeterminado.



Fonte: (72).

3 TRABALHOS RELACIONADOS

Diversas pesquisas na literatura visam compreender o funcionamento dos sistemas reais. Em vários estudos, são propostas distintas maneiras de estruturar e analisar a dinâmica desses sistemas por meio da utilização de redes complexas. O estudo de rede elétricas são necessários para que essa possa continuar a evoluir e diminuir o acontecimento de eventuais erros.

Dentro do tema de *power grid* muitos trabalhos focam em observar a rede elétrica como um grafo tradicional (73, 74, 3, 45). Muitos outros focam em comparar a rede elétrica com redes aleatórias. Por exemplo, sua comparação com a rede *small world* (75, 76, 77, 78), devido a suas características similares. Além de sua comparação também com a rede *preferential attachment* (79, 4, 80). Outros abordam a ideia de se testar a resistência da rede a efeitos cascatas (apagões) (81, 82, 83). Muitos outros focam apenas em modelar a rede elétrica com um modelo tradicional (73, 74, 3, 45).

Devido às características intrínsecas do sistema de transmissão de energia, torna-se imperativo conduzir estudos e comparações entre esse sistema e redes complexas. Numerosos trabalhos se dedicam à representação das redes elétricas como grafos, onde as usinas, torres de transmissão/distribuição são consideradas nós, e as linhas de transmissão/distribuição são representadas como arestas. Essa representação possibilita uma perspectiva renovada, permitindo a identificação de novas dinâmicas na rede. Além disso, abre oportunidades para descobrir estratégias que fortaleçam a resiliência da rede, minimizando potenciais falhas.

Há estudos dedicados à comparação com redes aleatórias, explorando as características topológicas dessas redes em relação à rede elétrica. Um exemplo notável é a semelhança na distribuição entre a rede elétrica e a rede de preferência por conexões (*preferential attachment*). Ambas seguem distribuições similares à lei de potência (*power law*). Em outros trabalhos, é feito a comparação da rede elétrica com as características de caminho e *clustering* de uma rede *small world*.

Vários estudos também se concentram em analisar potenciais falhas e os impactos que essas podem causar na rede, explorando especialmente a noção de efeito cascata, como ocorre em situações de apagões/blecautes. A proposta dessas pesquisas é investigar erros e interrupções no fornecimento de energia em sistemas de transmissão e distribuição, avaliando a capacidade da rede em resistir a essas falhas. Caso a rede não consiga resistir, isso pode desencadear um efeito cascata, semelhante à ideia de um efeito dominó. Por fim, busca-se determinar se há maneiras de aprimorar a robustez da rede diante dessas situações.

Nos trabalhos citados nos parágrafos anteriores, muitos não separam as subestações das gerações e analisam os dois como simples nós. A comparação entre os nós e feita

ignorando as diferenças e características desses nós.

Em contraponto, nesse trabalho foi feito o uso do conceito de MAG (5) para se diferenciar os nós de usinas dos de transmissão. Com isso, foi possível ter uma visão diferente sobre a rede. Com a ideia de usar esse mesmo conceito para trazer uma diferente abordagem sobre os testes de resistência e vulnerabilidade da rede.

4 MODELAGEM DA REDE ELÉTRICA

A rede abordada nesse trabalho tem como definição os nós sendo subestações ou gerações e linhas de transmissões como arestas. Os aspectos dos nós (subestação e geração) foram definidos usando a planilha da ONS sobre capacidade de geração (84).

Os nós de geração, que são os nós de origem dessa rede, são essencialmente as usinas elétricas que seriam instalações industriais designadas para a geração de energia elétrica. Os demais nós são subestações de energia que são um conjunto de equipamentos responsáveis por aumentar ou diminuir a tensão da rede elétrica, o principal componente para esse processo é o transformador. Na rede desse trabalho as subestações são os nós que se conectam às usinas, às outras subestações ou são sumidouros.

Neste trabalho, só foi considerado para a montagem da rede, a transmissão e geração, visto que os dados da ONS, disponíveis na seção Dados Abertos (85) do site da ONS, foram usados, pois a ONS coordena apenas a geração e transmissão e coordena não a distribuição. Quais nós eram usinas e subestações foram definidos usando os dados das linhas de transmissões, seus nomes e a capacidade de geração. O arquivo final possui 24 colunas e 2204 linhas (até a data de apresentação desse trabalho - 19/12/23). Algumas conexões são idênticas a outras significando que apresentava características de multígrafos.

Como já foi apresentado, foi escolhido fazer o modelo conforme a formatação do MAG, de certa forma, os nós seriam substituídos por uma tupla a qual teria uma combinação de nós e aspectos. Na rede usada nesse trabalho a tupla seguiria o seguinte formato: (NOME, Tipo de Geração, Subsistema). Exemplo: (UHE Itaipu, UHE, S). Nas Tabelas 1 e 2 abaixo são apresentados esses dois aspectos e seus significados.

Tabela 1 – Descrição dos Aspectos, Tipo de Geração/Subestação

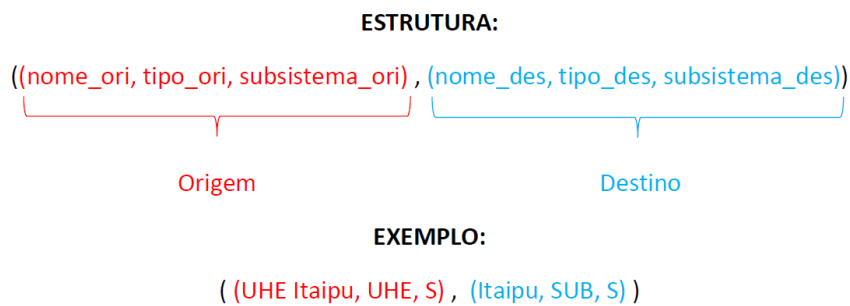
Tipo de Geração/Subestação	Significado
UHE	Hidroelétrica
UTE	Termoelétrica
UTN	Termonuclear
UFV	Fotovoltaica
EOL	Eólica
SUB	Subestação

Um exemplo de um nó dessa com seus aspectos pode ser: Nó de geração (UHE Itaipu, UHE, S) e Nó de subestação (Itaipu, SUB, S). Assim a aresta de ligação desses nós ficaria: ((UHE Itaipu, UHE, S), (Itaipu, SUB, S)) como mostra a Figura 26.

Tabela 2 – Descrição dos Aspectos, Subsistema

Subsistema	Significado
N	Norte
NE	Nordeste
S	Sul
SE	Sudeste
AR	Argentina
UY	Uruguai
PY	Paraguai

– Figura 26 - Estrutura da aresta.

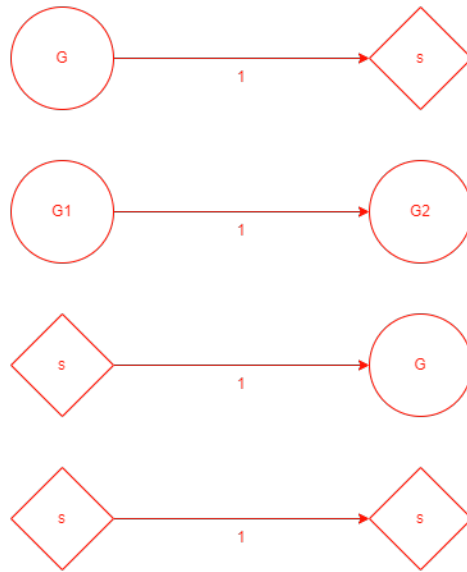


Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Outras adequações com relação às gerações foram a adição de uma subestação para cada geração à qual não possuía uma. Pois por lógica uma usina precisaria de uma subestação, para elevar a tensão da energia gerada para que fosse possível a transmissão. Além do fato que não faria sentido uma geração ligada diretamente a outra, já que só se tem a representação de geração e transmissão, e entre as duas haveria uma subestação para transformar a energia e uma distribuição. Os nomes de alguns nós (subestações e usinas) foram alterados para que fosse de melhor identificação a diferença entre as usinas e suas respectivas subestações, por exemplo: Subestação (Itaipu), Usina (UHE Itaipu). As novas ligações seguem o modelo das Figuras 27 e 28, a seguir. Na Figura 27 mostra como as ligações eram antes das mudanças, e a Figura 28 mostra respectivamente como as ligações ficaram, os números abaixo das setas correspondem aos números de ligações. Sendo o “G” significando o nó de geração, o “s” o nó de subestação e o “sG” a subestação de uma usina. As Figuras 29 e 30 mostram respectivamente os grafos das antigas e novas ligações. Os números de nós e vértices antes e depois são:

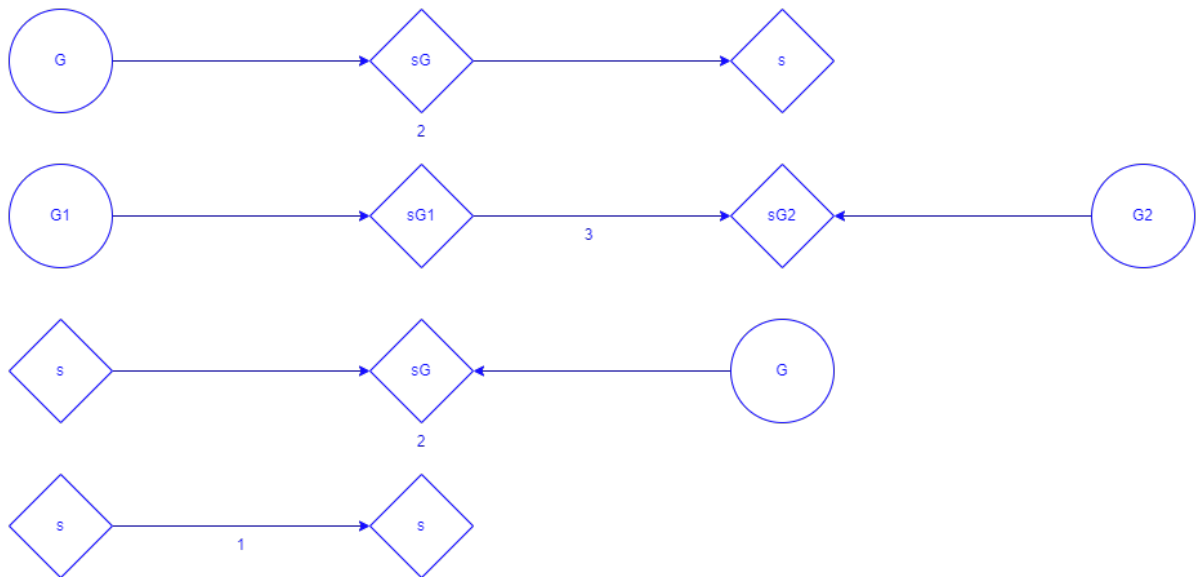
- **Antiga:** Grafo com 783 nós e 1142 vértices;
- **Nova:** Grafo com 987 nós e 1346 vértices.

– Figura 27 - Antigo modelo de ligações.



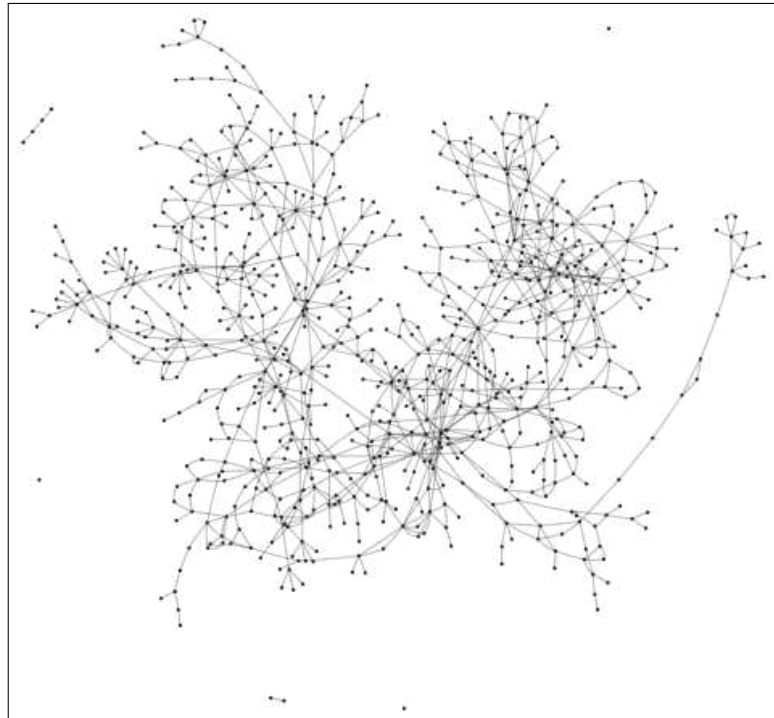
Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 28 - Novo modelo de ligações.



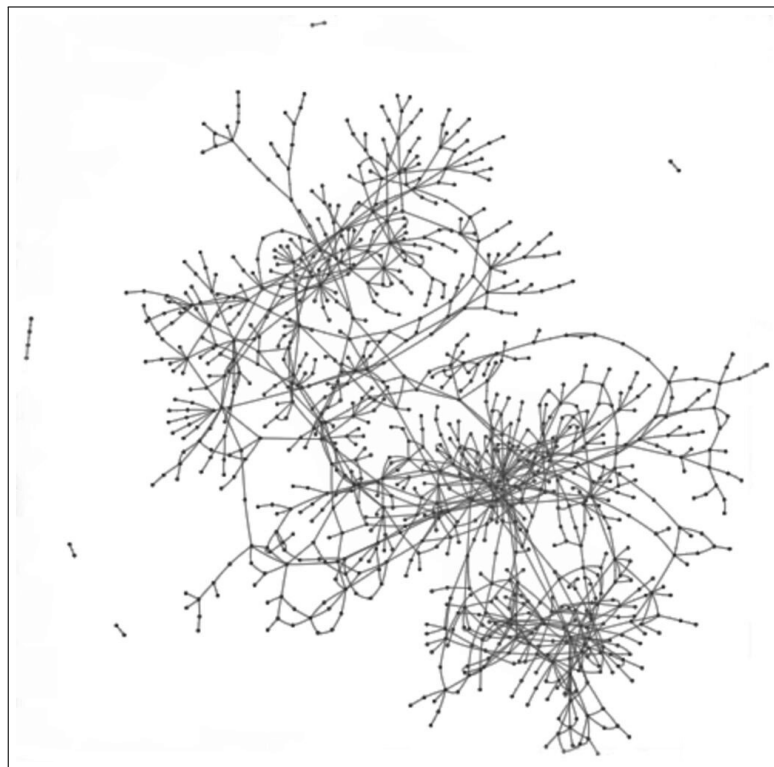
Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 29 - Antigas ligações.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 30 - Novas ligações.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Tendo dados de linhas desativadas, linhas ativas, subestações e geração de energia disponíveis para análise neste trabalho, foram obtidas quatro redes usando os dados da ONS:

- Atual: seriam todos os nós de geração e subestação os quais existem atualmente (até a data de apresentação desse trabalho - 19/12/23);
- Atual sub: seriam todos os nós de subestação os quais existem atualmente, a rede Atual seria basicamente a rede Antiga sem a adição das gerações;
- Todos: seriam todos os nós de geração e subestação os quais existem ou existiram no SIN desde sua criação conforme os dados da ONS;
- Todos sub: seriam todos os nós de subestação os quais existem ou existiram no SIN desde sua criação conforme os dados da ONS.

Os dados de apenas as subestações são de extrema valia para estudos, pois sem as gerações a rede se torna uma rede comum. Por isso a representação por meio do MAG se torna um grande diferencial para a rede.

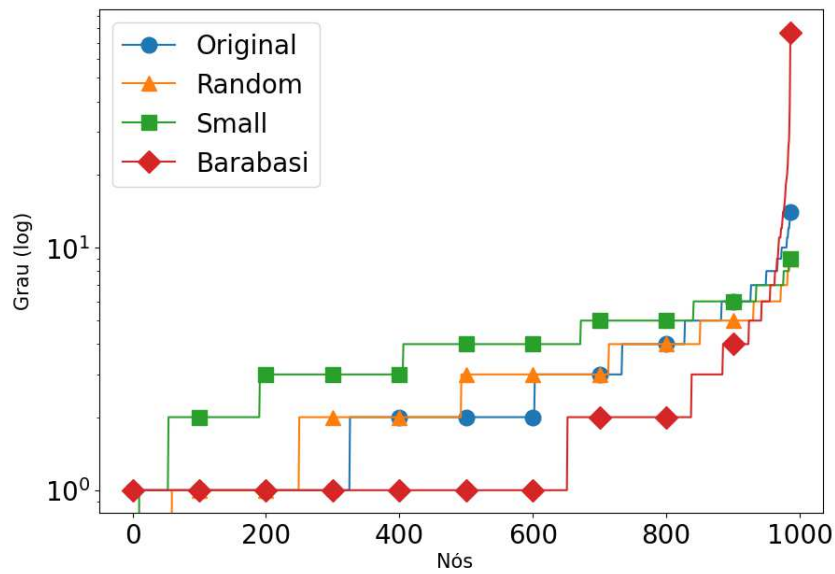
Outras características medidas, como maiores nós em grau e *clustering*, sobre cada uma dessas redes geradas podem ser encontradas no **Apêndice A**.

A partir desses dados, torna-se viável comparar a rede examinada neste estudo com outros tipos de redes, incluindo variações da rede original e redes aleatórias. Como era de se esperar, ao analisar os dados das redes Atual e Todas em comparação com suas versões apenas com subestações, nota-se que as redes compostas apenas por subestações são essencialmente versões reduzidas em termos de nós, uma vez que as usinas de geração não afetam a estrutura da rede devido à sua única conexão. No que diz respeito à comparação entre as redes Atual e Todas, ambas exibem muitas semelhanças, uma vez que a rede Atual constitui uma parte significativa da rede Todas. No entanto, a rede Todas demonstra uma eficácia superior à rede Atual, por possuir mais nós, já que algumas subestações e linhas de transmissão foram desativadas.

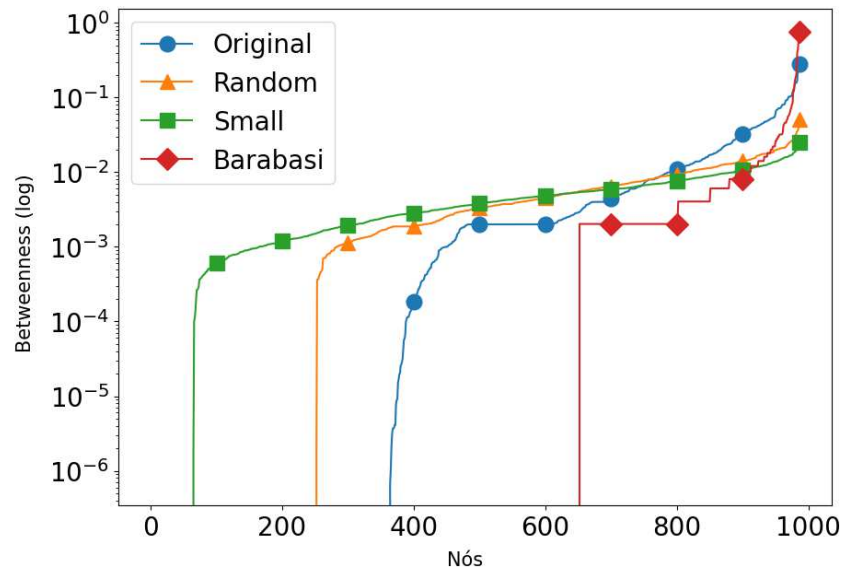
5 TESTES COM REDES ALEATÓRIAS

Para critérios de comparação, foram feitos testes com redes aleatórias. Comparar com redes aleatórias permite observar o comportamento da rede e perceber se os mesmos são similares aos das redes aleatórias. As redes aleatórias foram geradas a partir das bibliotecas NetworkX e smallworld de Python. As Figuras 31, 32 e 33 mostram as comparações da rede original com as aleatórias em grau, *betweenness* e *clustering*. Nos gráficos abaixo e nos seguintes o eixo y é a característica seja grau *clustering* ou outro e o eixo x são os nós em ordem crescente de acordo com a característica medida.

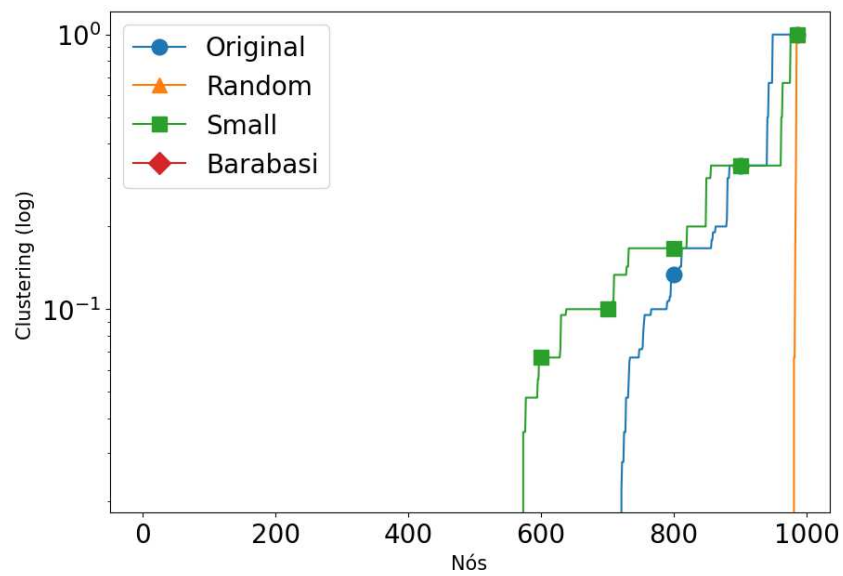
– Figura 31 - *Degree* grafos - aleatórias.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 32 - *Betweenness* grafos - aleatórias.

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 33 - *Clustering* grafos - aleatórias.

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Tabela 3 – Médias grafos - aleatórias

Característica	Original	Random	Small	Barabasi
Clustering	0.0426	0.0017	0.1039	0
Grau	2.7265	2.5994	4.0081	1.998

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

As imagens e a tabela acima destacam que a rede Original exhibe características similares às redes de mundo pequeno, especialmente em termos de agrupamento e centralidade, enquanto a distribuição dos graus se assemelha ao modelo proposto por Barabási.

Como é possível notar, o *clustering* da rede aleatória Barabasi-Albert não está nas Figuras 33, 36 e 39 pois os mesmos são zero (0) não aparecem em uma escala “log”. Essa característica vem de como o *clustering* de uma rede é medido, quantos vizinhos também são vizinhos entre si, combinado com a estratégia para criar a rede Barabasi-Albert (usando o conceito de que os novos nós tendem a se conectar com nós com mais conexões), a rede Barabasi-Albert tem *clustering* zero nesses testes. As Figuras 40, 41 e 42 mostram uma comparação entre a rede sem 10 dos maiores nós (em grau) e todas as gerações em grau, *betweenness* e *clustering*.

5.1 TESTES DE ATAQUE

Pelo fato que as estruturas sociais, na maioria dos países mais desenvolvidos, são muito dependentes de eletricidade, graves problemas podem ocorrer ao ter uma falta de energia devido à rede elétrica não conseguir entregar a mesma. Sistemas de transporte urbano interrompem, os sistemas de aquecimento e resfriamento param, os sistemas de computador são desligados e serviços vitais como água, esgoto e comunicações degradam-se rapidamente. Em alguns casos, os apagões podem revelar grande agitação social, como ocorreu no apagão de Nova York em 1977, que levou a um tumulto e a prisão de mais de 3.000 indivíduos. Enquanto seria confortável saber que podemos prever todas as falhas, a rede elétrica é muito complexa para que isso seja possível. E também enquanto não é possível construir uma rede elétrica invulnerável, é mais viável ter a certeza que certos serviços essenciais sobrevivam a essas possíveis falhas (86).

Um dos maiores problemas para um sistema elétrico seria uma falha em algum ponto importante. Dependendo de onde essa falha ocorrer, vários locais podem ficar sem energia. Por isso, é sempre válido estudos que ajudem a prever/prevenir ou detectar locais com mais riscos, ou mais problemáticos para falhas. Em uma rede um jeito de se fazer esses tipos de testes seria por meio de “ataques” aleatórios e selecionados, testando assim a robustez da rede.

Com a análise e entendimento da robustez da rede é possível qualificar a vulnerabilidade e robustez, sendo a vulnerabilidade o oposto da robustez, ela é definida como a medida da habilidade da rede a continuar funcional após ataques ou falhas (87).

Um processo de **ataque** em uma rede consiste na remoção de um vértice de alto grau. Em contrapartida, uma **falha** é uma remoção indiscriminada de um vértice da rede (67).

5.1.1 Ataques Aleatórios (Falhas)

Muitas vezes não é possível se prever falhas e as mesmas podem acontecer em diversos locais. Um modo de tentar simular esses ataques seria eliminar nós aleatórios da rede. Com isso, avaliar a robustez da rede e mudanças que ocorreriam em casos de ataques aleatórios. Eliminando 10% dos nós, a Tabela 4 mostra as comparações após o ataque aleatório. Na Tabela 4, foi feito alguns testes de ataques para serem comparados com a Tabela 6.

Tabela 4 – Comparações após o ataque aleatório

Característica	Original	Random	Small	Barabasi
Clustering	0.03899	0.00188	0.10051	0
Grau	2.48824	2.36058	3.56774	1.78051

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Na Tabela 5, foi feito alguns testes de falhas na rede Original para serem comparados com a Tabela 7.

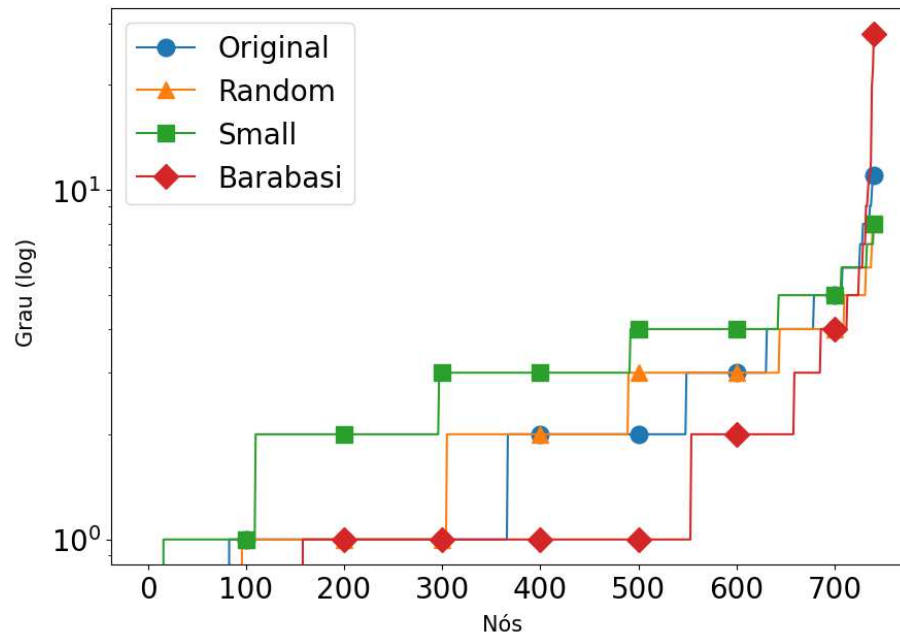
Tabela 5 – Tabela com testes aleatórios

Teste	Nº de nós retirados	Grau médio	Clustering médio
1	10	2.7082	0.0431
2	98	2.4724	0.0380
3	100	2.5028	0.0404
4	100	2.4487	0.0439
5	490	1.3199	0.0231

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

As Figuras 34, 35 e 36 mostram as falhas aleatórias na rede original e nas aleatórias em grau, *betweenness* e *clustering*, diferentes dos apresentados nas tabelas 5 e 4, retirando cerca de 25% (246) dos nós.

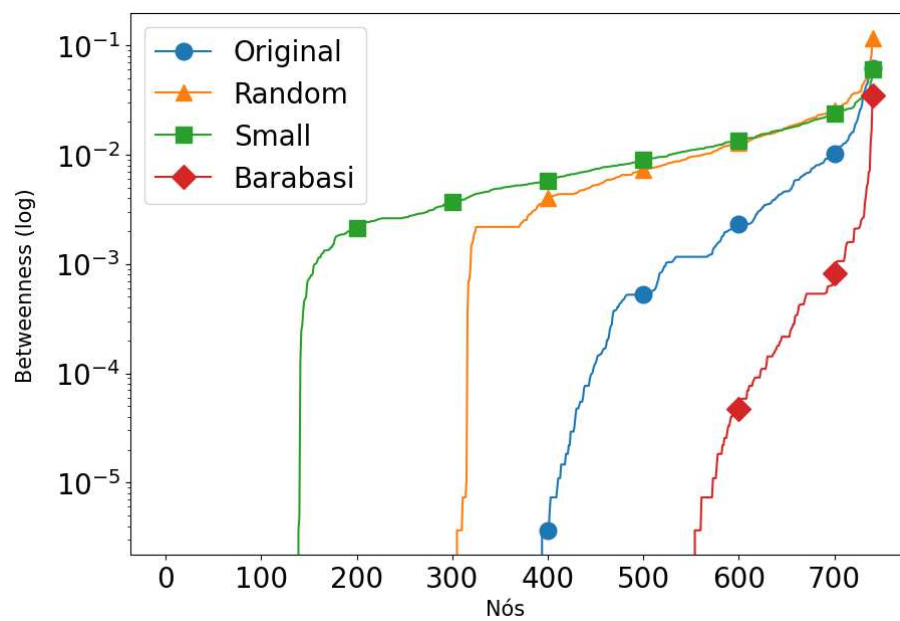
– Figura 34 - *Degree* Ataques - aleatórios.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Falhas ou ataques aleatórios, normalmente, não afetarão a rede com um grande efeito. No caso da Figura 41, os gráficos das redes permaneceram similares ao que eram anteriormente.

– Figura 35 - *Betweenness* Ataques - aleatórios.

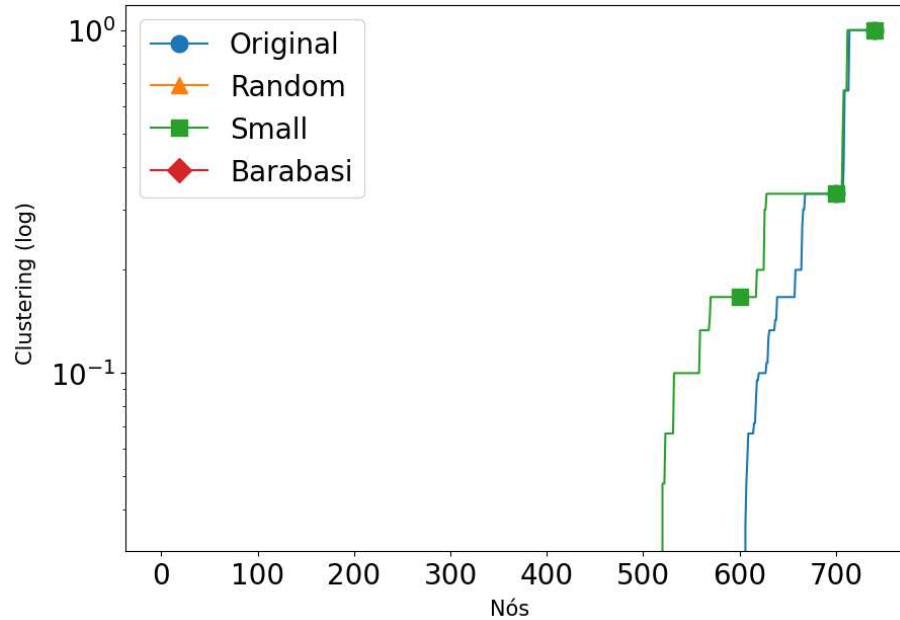


Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

O *betweenness* das redes foi mais afetado do que o grau, mas mesmo assim não foi

uma grande mudança. As redes mais afetadas nesse quesito foram a rede Original e a rede Barabasi.

– Figura 36 - *Clustering* Ataques - aleatórios.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Examinando o *clustering*, ele sofreu mais mudança que o grau, mas menos que o *betweenness*. No caso da rede Barabasi, durante todo o trabalho, será 0 devido a como sua estrutura é formada. A rede *Random* teve o clustering 0 devido à retirada de um nó de grande importância para a mesma, o que foi acaso devido à característica aleatória da retirada de nó.

Ao final dessa primeira etapa de testes a rede original apresenta características similares a rede Barabasi e aparenta ter uma considerável resistência a falhas

5.1.2 Ataques Direcionados

A análise de ataques direcionados a nós específicos é crucial para avaliar possíveis cenários de manutenção ou falhas previstas em determinadas áreas da rede. Além disso, essa abordagem identifica os pontos críticos ou mais vulneráveis da rede, fornecendo percepções valiosas para o desenvolvimento de estratégias preventivas direcionadas a esses pontos específicos. Eliminando 10% dos nós, a Tabela 6 mostra as comparações após o ataque direcionado.

Na Tabela 7, foi feito alguns testes de ataques para serem comparados com a Tabela 5.

Tabela 6 – Comparações após o ataque direcionado

Característica	Original	Random	Small	Barabasi
Clustering	0.03036	0.00067	0.08846	0
Grau	1.6	1.76931	3.07950	0.73908

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Tabela 7 – Tabela com testes direcionados

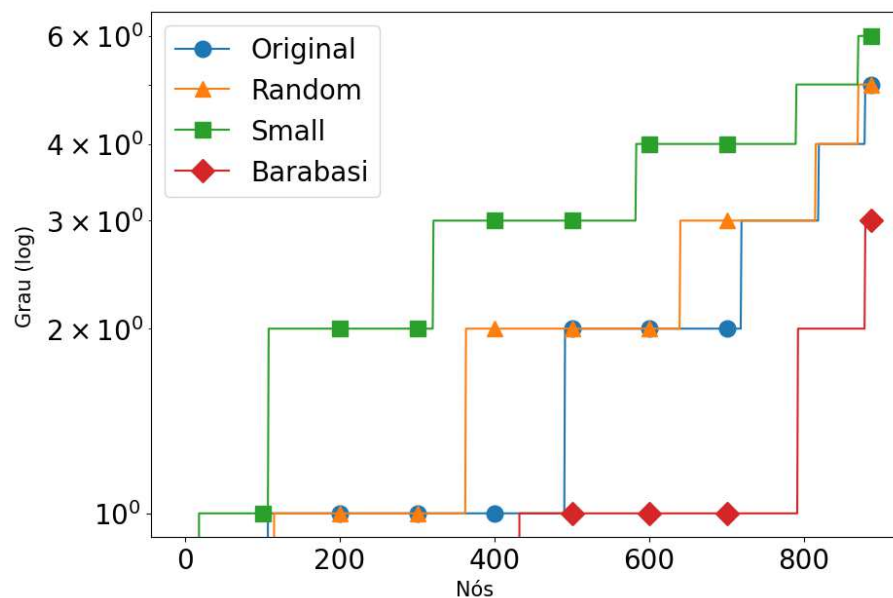
Teste	Nº de nós retirados	Grau médio	Clustering médio
1	10	2.5342	0.0375
2	98	1.6332	0.0105
3	100	1.6099	0.0092
4	100	1.6099	0.0092
5	490	0.3822	0

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

No caso de ataques direcionados a todas as gerações, é interessante de se notar que mesmo nesse exemplo a rede em si não sofre quase nenhuma alteração, mas isso em um sistema real seria o fim do mesmo. Isso mostra a importância da separação da rede em aspectos por meio do uso da MAG.

As Figuras 37, 38 e 39 mostram os ataques direcionados na rede original e nas aleatórias em grau, *betweenness* e *clustering*, diferentes dos apresentados nas tabelas 7 e 6, retirando cerca de 10% dos nós (ataques direcionados a 25% dos nós causaria muito estrago as redes).

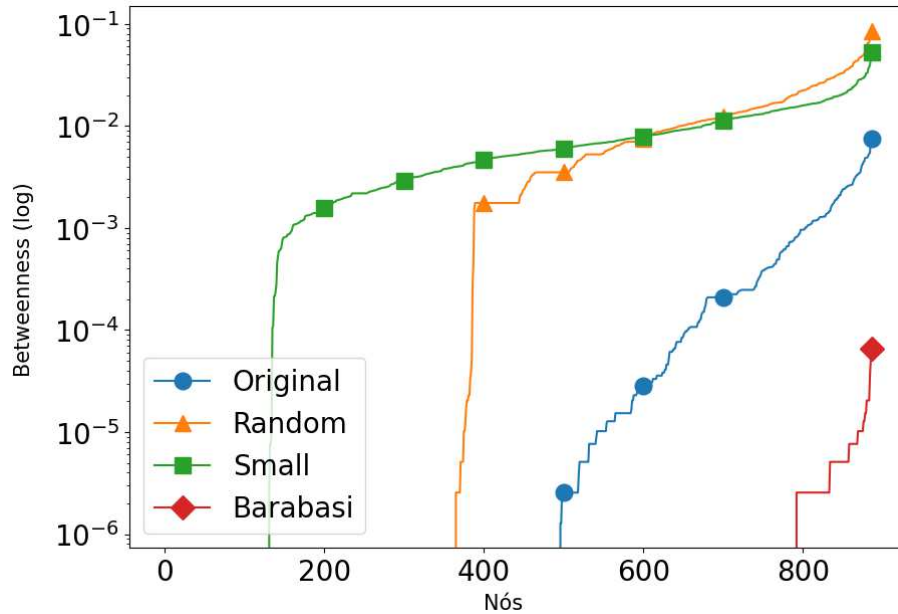
– Figura 37 - Degree Ataques - direcionados.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

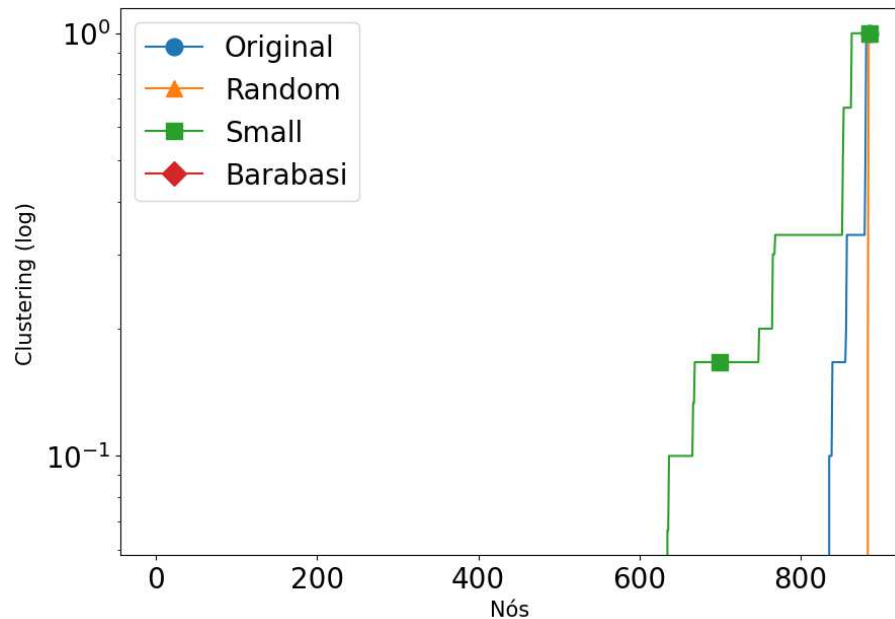
Como pode ser observado na Figura 44, no caso de ataques direcionados aos nós de maior grau, as redes de forma geral sofrem mais, o que é esperado. As que menos toleraram os ataques foram as redes Original e Barabasi, devido ao seu tipo de distribuição de grau, em principal a Barabasi.

– Figura 38 - *Betweenness* Ataques - direcionados.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Em relação ao *betweenness* novamente as redes que mais sofreram com o ataque foram a Original e Barabasi. Em compensação, a *Random* e *Small* aguentaram bem esse ataque direcionado em relação ao *betweenness*.

– Figura 39 - *Clustering* Ataques - direcionados.

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

No caso do *clustering*, como era esperado, as redes sofreram com o ataque, mas ainda mantiveram um pouco de seus *clustering*. É possível observar também que nesse ataque que o clustering da rede Random se manteve por coincidência esse nó com clustering não estava nos nós com maior grau.

Com esses ataques direcionados é possível observar que a rede Original apresenta características similares a da rede Barabasi. Além disso, é possível perceber que a rede do trabalho (Original - SIN) não suporta muito bem ataques direcionados.

5.1.2.1 Ataques Direcionados - Gerações versus Subestações

A rede modelada revela uma maior vulnerabilidade a ataques direcionados a 10 pontos críticos do que a ataques que visam todos os nós de geração. No entanto, é importante observar que na rede real, a remoção de todas as fontes de geração resultaria na perda de funcionalidade, pois não haveria energia para transmitir. Isso destaca a necessidade de considerar não apenas a estrutura da rede como um grafo, mas também sua implementação prática.

Para melhor ilustrar o impacto desses ataques na rede, foi utilizada a noção de componente gigante, que representa o maior componente conectado da rede. Identificar componentes é particularmente útil em grafos direcionados, por permitir localizar componentes fortemente conectados. Ao examinar a relação entre essa componente e o número total de nós em um gráfico, torna-se evidente a diferença no efeito desses dois tipos de ataques direcionados.

As Tabelas 8 e 9 mostram as comparações após o ataque aos 10 maiores graus e todas as gerações.

Tabela 8 – Comparações após o ataque aos 10 maiores graus e as gerações 1

Característica	Original	Sem 10 maiores graus	Sem todas as gerações
Nós	987	977	783
Arestas	1346	1235	1142

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

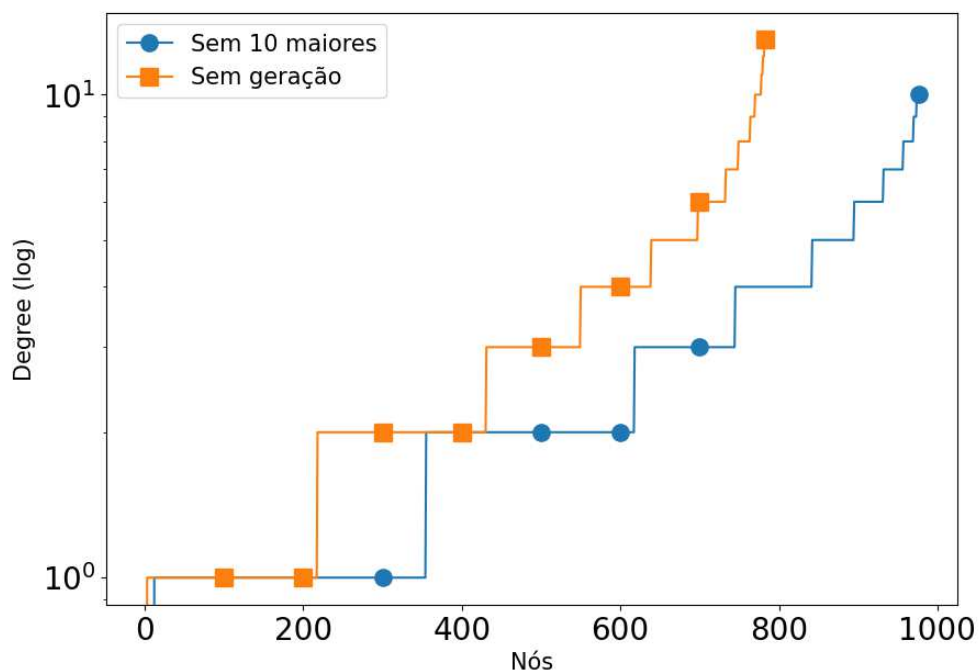
Tabela 9 – Comparações após o ataque aos 10 maiores graus e as gerações 2

Característica	Sem os 10 maiores graus	Sem todas as gerações
Clustering	0.07438	0.11874
Grau	2.52814	2.91698

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

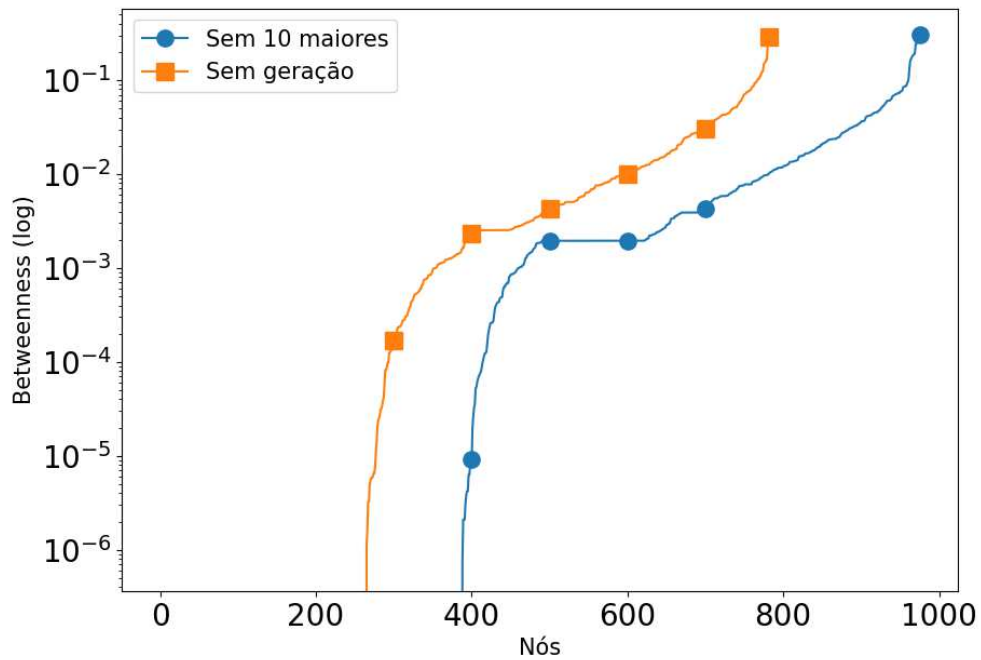
Como é possível perceber nas Tabelas 8 e 9, a rede sofre muito mais, em relação a grau e *clustering* médio, retirando 10 dos maiores nós em grau do que ao retirar todos os nós de geração (194 nós).

– Figura 40 - Rede após o ataque - grau.



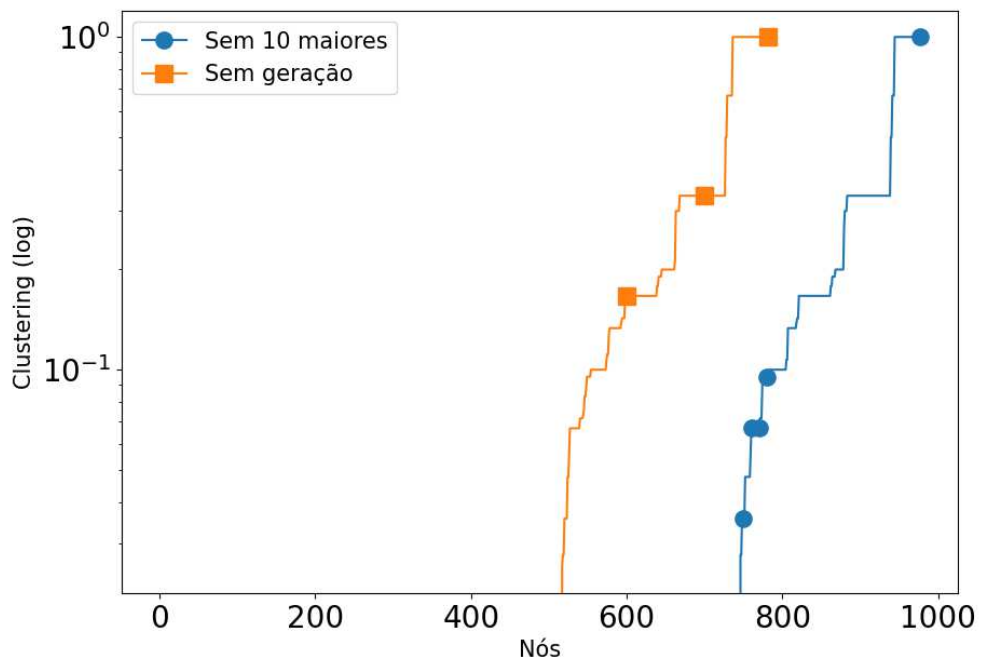
Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 41 - Rede após o ataque - betweenness.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 42 - Rede após o ataque - clustering.



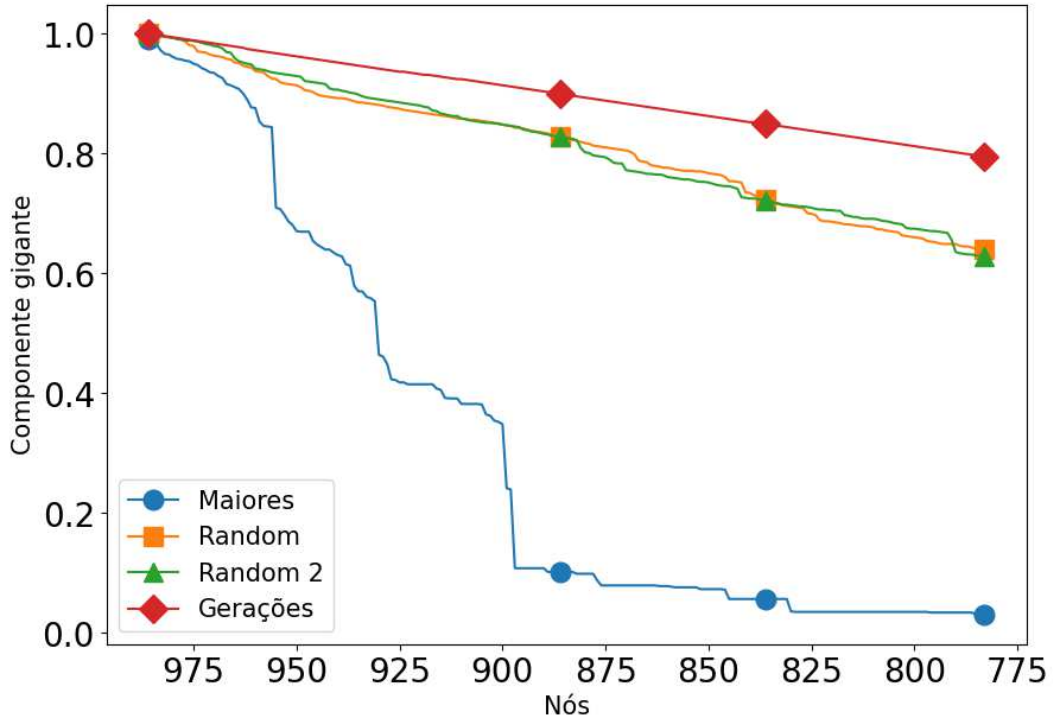
Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Como é possível perceber nas Figuras 40, 41 e 42 a rede sofre muito mais, em relação a grau, *clustering* e *betweenness*, retirando 10 dos maiores nós em grau do que ao

retirar todos os nós de geração (194 nós).

Na Figura 43, foi feita a comparação da retirada de nós da geração, com a retirada de nós aleatórios e nós maiores em grau.

– Figura 43 - Comparações ataques geração vs aleatórios.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Conforme observado na Figura 43, a remoção das fontes de geração tem um impacto gradual na componente gigante da rede, afetando os nós um a um. As fontes de geração aleatórias são ligeiramente mais afetadas do que as fontes específicas de geração. No entanto, ao retirar os nós de maior importância, a componente gigante diminui de forma significativa e rápida. Isso ressalta a relativa irrelevância dos nós de geração para o modelo da rede, pelo menos no que diz respeito à sua componente gigante.

6 CONSIDERAÇÕES

Seguindo o modelo do trabalho de (88) uma tabela foi construída contendo algumas informações da rede e de suas redes aleatórias geradas com sua base. Esses mesmos autores propuseram 3 hipóteses com base em seus estudos anteriores. A terceira foi negada instantaneamente por eles se baseando em trabalhos passados, então não será inclusa neste trabalho.

- Hipótese 1: Redes de transmissão tem a mesma distribuição de grau que redes sintéticas do mesmo tamanho: $(Pr(k) \sim Pr(k : EI))$.
- Hipótese 2: Várias redes tem uma distribuição por lei de potências: $(Pr(k) \sim k^{-\alpha})$.

Para a hipótese 1 e 2 foi usado o teste de Kolmogorov–Smirnov. Este é um teste não paramétrico de bondade do ajuste em relação à igualdade de distribuições de probabilidade contínuas e unidimensionais, que pode ser aplicado para comparar uma amostra com uma distribuição de probabilidade de referência ou comparando duas amostras uma com a outra (89) Recebeu este nome devido os matemáticos Andrei Kolmogorov e Nikolai Smirnov.

Nesses teste, tanto da hipótese 1 quanto a 2 foram negadas. Os valores gerais das comparações estão nas Tabelas 10 e 11.

6.1 TESTES DE KOLMOGOROV-SMINOV

No caso do teste Kolmogorov-Sminov, os resultados nesse trabalho são testados conforme o que seria o erro ($pmax$) e a proximidade com a outra distribuição (D). O $pmax$ tem que ser maior que 0,05 para o erro estar aceitável. O número de amostras é x . Já o D tem que ser menor que o valor crítico (p) de Kolmogorov este sendo calculado pela fórmula:

$$1,36/\sqrt{x}$$

Se forem mais de 40 amostras, essa fórmula deve ser usada, até 40 amostras esses resultados seguem na tabela na Figura 44.

– Figura 44 - Tabela valores críticos (até 40) Kolmogorov-Smirnov.

α						α					
n	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	n	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.900	0.95	0.975	0.990	0.995	21	0.226	0.259	0.287	0.321	0.344
2	0.684	0.776	0.842	0.900	0.929	22	0.221	0.253	0.281	0.314	0.337
3	0.565	0.636	0.708	0.785	0.829	23	0.216	0.247	0.275	0.307	0.330
4	0.493	0.565	0.624	0.689	0.734	24	0.212	0.242	0.269	0.301	0.323
5	0.447	0.509	0.563	0.627	0.669	25	0.208	0.238	0.264	0.295	0.317
6	0.410	0.468	0.519	0.577	0.617	26	0.204	0.233	0.259	0.290	0.311
7	0.381	0.436	0.483	0.538	0.576	27	0.200	0.229	0.254	0.284	0.305
8	0.358	0.410	0.454	0.407	0.542	28	0.197	0.225	0.250	0.279	0.300
9	0.339	0.387	0.430	0.480	0.513	29	0.193	0.221	0.246	0.275	0.295
10	0.323	0.369	0.409	0.457	0.489	30	0.190	0.218	0.242	0.270	0.290
11	0.308	0.352	0.391	0.437	0.468	31	0.187	0.214	0.238	0.266	0.285
12	0.296	0.338	0.375	0.419	0.449	32	0.184	0.211	0.234	0.262	0.181
13	0.285	0.325	0.361	0.404	0.432	33	0.182	0.208	0.231	0.258	0.277
14	0.275	0.314	0.349	0.390	0.418	34	0.179	0.205	0.227	0.254	0.273
15	0.266	0.304	0.338	0.377	0.404	35	0.177	0.202	0.224	0.251	0.269
16	0.258	0.295	0.327	0.366	0.392	36	0.174	0.199	0.221	0.247	0.265
17	0.250	0.286	0.318	0.355	0.381	37	0.172	0.196	0.218	0.244	0.262
18	0.244	0.279	0.309	0.346	0.371	38	0.170	0.194	0.215	0.241	0.258
19	0.237	0.271	0.301	0.337	0.361	39	0.168	0.191	0.213	0.238	0.255
20	0.232	0.265	0.294	0.329	0.352	40	0.165	0.189	0.210	0.235	0.252

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

É importante ressaltar que os valores listados como “0,0” não são necessariamente nulos, mas sim valores menores do que a precisão decimal apresentada. Valores nulos serão explicitados como “0,0”.

Na Tabela 10 é possível ver que nenhuma distribuição coincidiu com a distribuição teste, lei de potência, negando assim a hipótese 2. Essa hipótese ser negada indica que a rede não segue, essencialmente, uma distribuição por lei de potências. O que indica que nem toda rede elétrica é uma lei de potências.

Já na Tabela 11, observa-se mais uma vez que nenhuma das distribuições coincide com a distribuição de teste, inclusive nas redes originais (Atual, Atual sub, Todas e Todas sub), refutando assim a hipótese 1. Isso indica que redes elétricas não são essencialmente redes aleatórias, mas sim seu próprio tipo com características similares.

Tabela 10 – Tabela com testes Kolmogorov-Smirnov (*power law*)

Nº	Rede	Valor de D	Valor de pmax	Valor de p
1	Atual	0,9392	0,0	0,0432
2	Atual Random	0,9949	0,0	0,0432
3	Atual Small	0,9939	0,0	0,0432
4	Atual Barabasi	0,9361	0,0	0,0432
5	Atual sub	0,9936	0,0	0,0486
6	Atual sub Random	0,8390	0,0	0,0486
7	Atual sub Small	0,9923	0,0	0,0486
8	Atual sub Barabasi	0,9821	0,0	0,0486
9	Todas	0,9889	0,0	0,0430
10	Todas Random	0,9599	0,0	0,0430
11	Todas Small	0,9919	0,0	0,0430
12	Todas Barabasi	0,6923	0,0	0,0430
13	Todas sub	0,8975	0,0	0,0483
14	Todas sub Random	0,8836	0,0	0,0483
15	Todas sub Small	0,9924	0,0	0,0483
16	Todas sub Barabasi	0,7029	0,0	0,0483

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Tabela 11 – Tabela com testes Kolmogorov-Smirnov (redes originais)

Nº	Rede	Valor de D	Valor de pmax	Valor de p
1	Atual Random	0,1114	0,0	0,0432
2	Atual Small	0,4488	0,0	0,0432
3	Atual Barabasi	0,3302	0,0	0,0432
4	Atual sub Random	0,1251	0,0	0,0486
5	Atual sub Small	0,4418	0,0	0,0486
6	Atual sub Barabasi	0,3984	0,0	0,0486
7	Todas Random	0,1472	0,0	0,0430
8	Todas Small	0,4428	0,0	0,0430
9	Todas Barabasi	0,3146	0,0	0,0430
10	Todas sub Random	0,1201	0,0	0,0483
11	Todas sub Small	0,5018	0,0	0,0483
12	Todas sub Barabasi	0,2781	0,0	0,0483

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Tabela 12 – Tabelas de comparações 1.

Tipo	Dados				Random			
Rede	Atual	Atual sub	Todas	Todas sub	Atual	Atual sub	Todas	Todas sub
P	-	-	-	-	0,0025	0,0036	0,0032	0,0042
NÓS	987	783	998	791	987	783	998	791
ARESTAS	1346	1142	1568	1298	1236	1099	1599	1316
K	2,72	2,91	3,14	3,28	2,5	2,8	3,2	3,32
MAX K	14	13	18	18	8	9	11	9
C	0,0845	0,1187	0,2047	0,2685	0,0013	0,0028	0,0004	0,0035
L	-	-	-	-	-	-	-	-
DMAX	-	-	-	-	-	-	-	-
R	0,0221	-0,0546	0,0016	-0,0413	-0,0088	0,0376	-0,0228	0,0038

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Tabela 13 – Tabelas de comparações 2.

Rede	Small				Barabasi			
Rede	Atual	Atual sub	Todas	Todas sub	Atual	Atual sub	Todas	Todas sub
P	0,0041	0,0051	0,0041	0,0050	0,0020	0,0025	0,0040	0,0050
NÓS	987	783	998	791	987	783	998	791
ARESTAS	1996	1566	2043	1554	986	782	1992	1578
K	4,04	4	4,09	3,92	1,99	1,99	3,99	3,98
MAX K	10	10	11	10	71	67	109	47
C	0,1054	0,0937	0,0937	0,0791	0	0	0,0384	0,0193
L	-	-	-	-	7,83	7,5547	3,8759	4,151
DMAX	-	-	-	-	18	18	7	8
R	0,0041	-0,0169	0,0129	0,0684	-0,1062	-0,1232	-0,1158	-0,0872

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

As Tabelas 12 e 13 apresentam uma comparação entre a rede Atual (Original) e as redes derivadas da remoção de nós de geração e da adição de nós anteriormente desativados (Atual sub, Todas e Todas sub). A partir dessas quatro redes, foram geradas redes aleatórias adicionais para cada uma delas, totalizando 16 redes para análise comparativa.

Nessas tabelas, o **P** se refere à porcentagem de randomicidade. Esses valores vão depender de como as redes foram geradas e não vão ser de muita relevância nesse trabalho. Os **NÓS** das redes aleatórias vão ser idênticos aos dos dados que foram usados para gerar as mesmas. As **ARESTAS** das redes aleatórias vão depender de sua formação. o número de arestas das redes aleatórias ficam bem similar ao da rede dos Dados, sendo a rede Random mais próxima, a Small um pouco mais de arestas e a Barabasi varia dependendo dos dados.

O **K**, o grau médio, de todas as redes aleatórias ficou similar aos das redes dos dados, sendo a Random mais próxima, a Small um pouco maior e a Barabasi vária. O maior grau, **MAX K**, nas redes Random e Small ficaram menores que o dos dados, já a Barabasi ficou muito maior devido à característica de formação dessa rede.

No caso do coeficiente de clusterização médio, **C**, o da rede Random ficou muito baixo, característica normal desse tipo de rede, a rede Small ficou relativamente similar ao da rede dos dados. Já a rede Barabasi para os dados Atual e Atual sub ficou 0, devido a como a rede foi formada, e para a rede Todas e Todas sub ficou relativamente baixo.

No caso das redes de dados (Original), Random e Small World, não é possível calcular o menor caminho (**L**) nem o diâmetro máximo (**DMAX**), uma vez que essas redes apresentam ilhas, ou seja, nós ou grupos de nós desconectados da rede principal. Quanto à rede Barabasi, o valor do menor caminho para os dados Atual e Atual sub foi de aproximadamente 7, enquanto para as redes Todas e Todas sub foi em torno de 4. Já o diâmetro máximo foi de 18 para Atual e Atual sub, e cerca de 7 para as redes Todas e Todas sub.

O **R**, grau de assortatividade, em todos os casos ficou próximo de 0, o que pode significar que as redes são não-assortativas, os nós não tem preferência de conexão. Ao analisar se os valores são positivos, observamos que os nós têm a tendência de se conectar com outros nós de grau semelhante, o que é conhecido como assortatividade. Por outro lado, se os valores são negativos, os nós tendem a se conectar com outros nós de graus diferentes, o que é chamado de disassortatividade. Para os dados, as redes que possuíam só subestações ficaram negativas e as que possuíam as gerações ficaram positivas. Já para as redes Random ficou o exato oposto dos valores dos dados. No caso das redes Small, os valores ficaram similares aos dos dados, com exceção da rede Todas sub que ficou o oposto. Como era esperado, devido a sua característica de distribuição de grau a rede Barabasi ficou negativa em todas as redes.

Com base nessas tabelas é possível perceber que a rede dos dados apresenta características similares a algumas redes aleatórias. Como, por exemplo, o *clustering* médio e assortividade similar a rede Small. O grau médio e número de arestas da rede Random, e o tipo de distribuição da rede Barabasi com grau máximo bem maior que o grau médio.

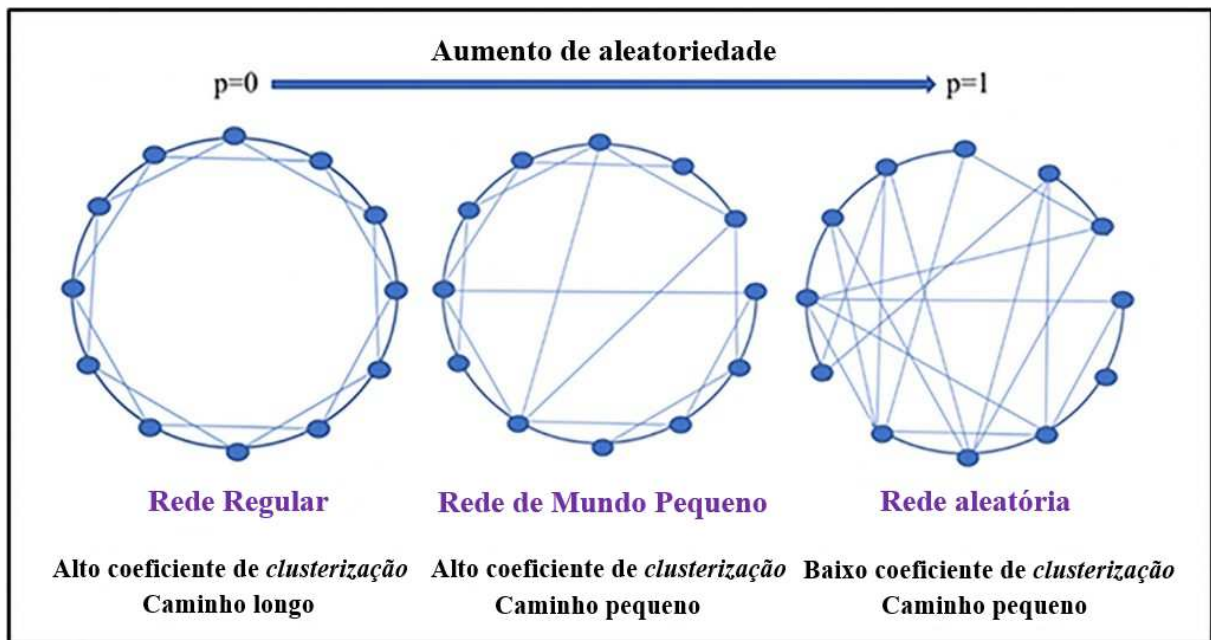
6.2 ANÁLISE COMPARATIVA

Comparando as características das redes aleatórias com a rede abordada nesse trabalho (ONS), a teoria dos trabalhos (88), (4) foi confirmada. Ou seja, como pode ser comprovada nas Tabelas 5 e 7, a rede tem características de *small world* e de *powerlaw* mas não necessariamente é exclusivamente uma destas.

Na Figura 45 a seguir é possível se ver características das redes aleatórias comparadas com uma rede regular. Comparando as características apresentadas na imagem com a rede abordada no trabalho (rede elétrica) é possível fazer algumas observações:

- Alto coeficiente de *cluterização* : um alto coeficiente de clusterização significa que vários nós estão agrupados e possuem muitas conexões fechadas. Comparando com uma rede elétrica, isso faz muito sentido, ao proporcionar outras opções para a energia chegar em uma cidade caso haja uma falha;
- Caminho pequeno: um caminho curto em uma rede elétrica faz muito sentido, pois quanto menor o caminho, menor os gastos com equipamentos.

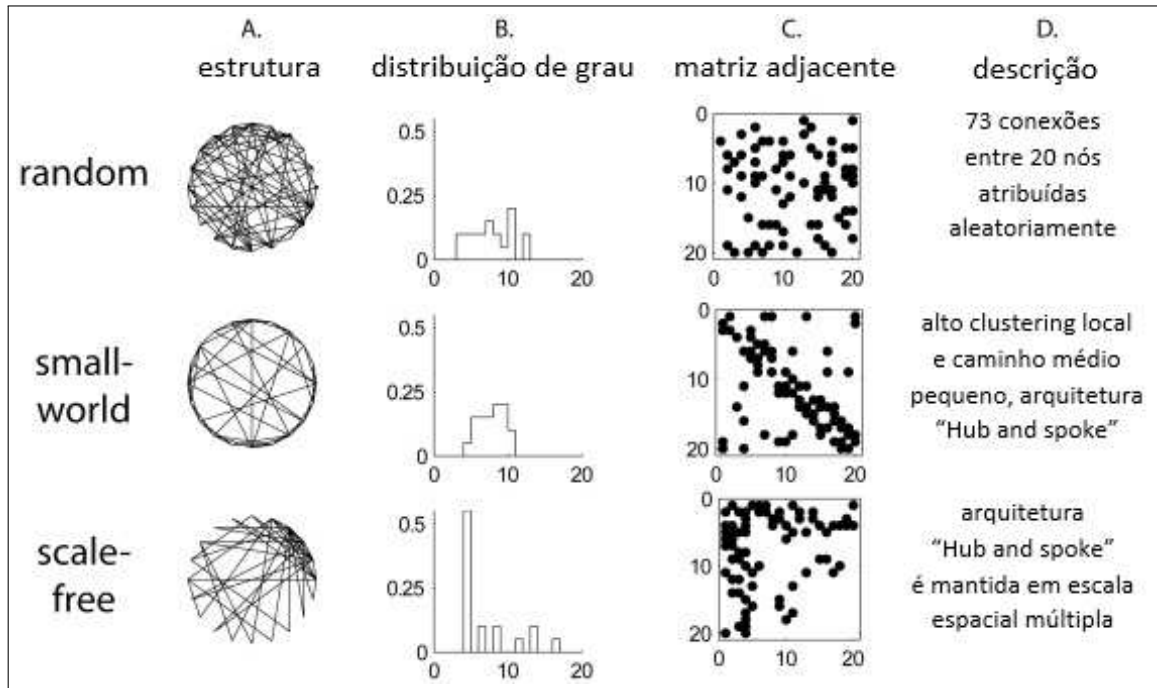
– Figura 45 - Comparação da distribuição de arestas entre os grafos do tipo regular, redes de mundo pequeno e aleatórios. A distribuição das arestas varia conforme o valor da probabilidade p de um nó se conectar a outro.



Fonte: (70).

Na Figura 46 é possível ver características das redes *random*, *small world* e *scale free*. A distribuição de grau característica das redes *scale-free* se assemelha ao que seria esperado em uma rede elétrica. Isso ocorre porque essas redes apresentam nós que são significativamente maiores que outros, refletindo o fato de que cidades, estados e regiões de maior porte tendem a ter mais conexões. Importante ressaltar que uma arquitetura/estrutura *Hub and spoke* significa que um *Hub* se conecta a vários nós e esses nós (*spokes*) conectam esse *hub* a outros nós indiretamente.

– Figura 46 - Comparação da estrutura de grafos do tipo *scale-free*, mundo pequeno e aleatórios. A distribuição de grau, a matriz adjacente e descrição dos grafos.



Fonte: (90).

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi modelado uma *power grid* utilizando múltiplos aspectos. O estudo permite ter uma visão diferente da rede, quando comparado a estudos que modelam essas redes apenas com um aspecto. Ao final desse trabalho foi possível se perceber que os objetivos foram cumpridos, a representação com MAG é uma ótima maneira de se representar essa rede elétrica. Além que a comum comparação com rede aleatórios pode ser apenas devido a características da rede.

Até o momento, muitos dos trabalhos sobre rede elétrica focam em testar o efeito cascata, que causam apagões, e apenas comparar o modelo da rede com outras redes, muitas vezes ignorando as diferenças do modelo da rede comparado com a rede elétrica real. A comum comparação de uma *power grid* com redes *small world* e *preferential attachment* foi provada ser apenas uma forma ideal para a rede. Visto que, em suas comparações, os resultados encontrados mostram que a rede apresenta características desses dois modelos, como o alto grau de agrupamento ou o tipo de distribuição em *power law*. Essas características acontecem devido à necessidade, como, por exemplo, o alto grau de clusterização, que viria da necessidade de diversas conexões para prevenção de falta de energia em casos de falhas. Como já foi visto, muitas das associações são devido às condições que essa rede tem que seguir, por exemplo, esse tipo de rede tende a ter poucos nós com maior grau e muitos nós com menor grau. Pois existem cidades maiores com usinas que geram mais e muitas cidades pequenas que não possuem muito a estrutura para transmitir uma grande quantidade energia. Isso faz com que esses nós de cidades grandes tendam a ter mais conexões que outros nós. Além disso, devido às características de região, população, relevo, entre outras, raramente será possível gerar uma rede aleatória que possua todas as características de uma rede elétrica.

Diversas características das redes podem ser representadas de várias maneiras, incluindo a atribuição de pesos ou outras medidas. No contexto específico das redes elétricas, a representação através de um MAG se mostra mais apropriada, devido às distinções entre pontos de geração e de transmissão. Ao comparar a rede real com o modelo gerado, observa-se que este último é significativamente mais sensível à perda de um nó de transmissão do que à perda de um nó de geração. Isso se deve ao fato de que os nós de geração geralmente possuem apenas uma conexão de saída, o que os torna menos influentes para o modelo da rede. Por outro lado, os pontos de transmissão estão geralmente conectados a um ou mais nós, com exceção dos sumidouros, e são essenciais para a funcionalidade da rede elétrica, já que são responsáveis por transmitir a energia até os consumidores. Sem os pontos de geração, a rede elétrica perderia sua utilidade.

Além disso, é importante considerar a capacidade da rede elétrica de transmitir energia mesmo com a ausência de alguns nós. Essa capacidade reflete a eficácia da rede em

transmitir energia. No contexto da rede discutida neste estudo, observa-se uma eficiência notável na transmissão de energia, apesar das limitações naturais e das restrições de conexão de pontos distantes. Isso sugere que a rede consegue distribuir energia eficazmente, mesmo diante de desafios como obstáculos geográficos e limitações de infraestrutura.

Com isso em mente, os resultados encontrados nesse trabalho corroboram com o que seria esperado de uma rede elétrica. Sua similaridade com as redes *small world* e *preferential attachment* é devido à estrutura que a rede segue. Seus nós que seriam mais frágeis e que fariam menos diferença para o modelo da rede, as usinas, na verdade, são de extrema importância para a rede elétrica real. Fazendo com que seja de grande relevância o estudo desses nós de forma diferente dos demais. Pois eles são a origem da rede, o que faz ela existir, não seria possível transmitir a energia se não se tivesse uma usina para produzir essa energia.

Dentro desse tipo de estudo sempre é possível pesquisar mais. Como princípios trabalhos futuros, é a ideia de usar o conceito de *electrical distance/resistance distance*. Um método que usa resistência/potência/tensão dos nós e arestas para calcular um novo tipo de centralidade da rede baseada na distância elétrica, a resistência equivalente de uma rede de Kirchoff. Isso, pode gerar conclusões diferentes, conseguindo capturar melhor as especificidades das redes elétricas do que quando são empregadas distâncias topológicas ou medidas de conectividade.

Outro teste que pode ser feito consiste em usar a atribuição de um conjunto de aspectos dos subsistemas da ONS para calcular isoladamente esses subsistemas e até mesmo usar o conceito de subdeterminação da MAG para criar uma rede dos aspectos, fazendo assim uma nova rede só com os subsistemas, e usar os dados de transferência de energia entre subsistemas da ONS para tentar fazer previsões usando séries temporais. Uma série temporal é uma sequência de observações de uma variável durante um período. Ou seja, é uma sequência de dados numéricos em ordem sucessiva. Com esse conceito e os dados de transmissão da ONS talvez fosse possível prever e calcular em média transmissões futuras.

REFERÊNCIAS

- 1 S. Mei, X. Zhang, and M. Cao, *Power grid complexity*. Springer Science & Business Media, 2011.
- 2 M. E. Newman, “Estimating network structure from unreliable measurements,” *Physical Review E*, vol. 98, no. 6, p. 062321, 2018.
- 3 G. A. Pagani and M. Aiello, “The power grid as a complex network: a survey,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 392, no. 11, pp. 2688–2700, 2013.
- 4 P. Hines, S. Blumsack, E. C. Sanchez, and C. Barrows, “The topological and electrical structure of power grids,” in *2010 43rd Hawaii International Conference on System Sciences*, pp. 1–10, IEEE, 2010.
- 5 K. Wehmuth, É. Fleury, and A. Ziviani, “On multiaspect graphs,” *Theoretical Computer Science*, vol. 651, pp. 50–61, 2016.
- 6 G. C. Martins, L. S. Oliveira, F. L. Ribeiro, and F. L. Forgerini, “Complex network analysis of brazilian power grid,” *arXiv preprint arXiv:1608.07535*, 2016.
- 7 E. Gout, “A clean power grid is a reliable power grid.”
<https://www.americanprogress.org/article/a-clean-power-grid-is-a-reliable-power-grid/>, 02 2022.
- 8 E. Martinho, *Distúrbios da energia elétrica*. Saraiva Educação SA, 2009.
- 9 Z. Wang, A. Scaglione, and R. J. Thomas, “Electrical centrality measures for electric power grid vulnerability analysis,” in *49th IEEE conference on decision and control (CDC)*, pp. 5792–5797, IEEE, 2010.
- 10 P. H. Nardelli, N. Rubido, C. Wang, M. S. Baptista, C. Pomalaza-Raez, P. Cardieri, and M. Latva-aho, “Models for the modern power grid,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 223, pp. 2423–2437, 2014.
- 11 L. Duenas-Osorio and S. M. Vemuru, “Cascading failures in complex infrastructure systems,” *Structural safety*, vol. 31, no. 2, pp. 157–167, 2009.
- 12 Y. Cui, X. Song, C. Wang, L. Zhao, and G. Wu, “Ground-level dc electric field sensor for overhead hvdc/hvac transmission lines in hybrid corridors,” *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 14, no. 19, pp. 4173–4178, 2020.
- 13 I. Dobson, B. A. Carreras, V. E. Lynch, and D. E. Newman, “Complex systems analysis of series of blackouts: Cascading failure, critical points, and self-organization,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 17, no. 2, p. 026103, 2007.
- 14 S. Pahwa, C. Scoglio, and A. Scala, “Abruptness of cascade failures in power grids,” *Scientific reports*, vol. 4, no. 1, pp. 1–9, 2014.
- 15 M. Vaiman, K. Bell, Y. Chen, B. Chowdhury, I. Dobson, P. Hines, M. Papic, S. Miller, and P. Zhang, “Risk assessment of cascading outages: Methodologies and challenges,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 2, p. 631, 2012.

- 16 G. Zhang, Z. Li, B. Zhang, and W. A. Halang, “Understanding the cascading failures in indian power grids with complex networks theory,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 392, no. 15, pp. 3273–3280, 2013.
- 17 S. H. Strogatz, “Exploring complex networks,” *nature*, vol. 410, no. 6825, pp. 268–276, 2001.
- 18 Agência de notícias da indústria, “Setor elétrico brasileiro.” <https://noticias.portaldaindustria.com.br/noticias/inovacao-e-tecnologia/setor-eletrico-brasileiro/>, 11 2021.
- 19 D. J. Watts and S. H. Strogatz, “Collective dynamics of ‘small-world’ networks,” *nature*, vol. 393, no. 6684, pp. 440–442, 1998.
- 20 A.-L. Barabási and R. Albert, “Emergence of scaling in random networks,” *science*, vol. 286, no. 5439, pp. 509–512, 1999.
- 21 R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási, “Error and attack tolerance of complex networks,” *nature*, vol. 406, no. 6794, pp. 378–382, 2000.
- 22 P. Erdős and A. Rényi, “On random graphs i,” *Publicationes mathematicae*, vol. 6, no. 1, pp. 290–297, 1959.
- 23 P. Erdős, A. Rényi, *et al.*, “On the evolution of random graphs,” *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.*, vol. 5, no. 1, pp. 17–60, 1960.
- 24 M. Barthélemy, “Spatial networks,” *Physics reports*, vol. 499, no. 1-3, pp. 1–101, 2011.
- 25 A. Arenas, A. Díaz-Guilera, J. Kurths, Y. Moreno, and C. Zhou, “Synchronization in complex networks,” *Physics reports*, vol. 469, no. 3, pp. 93–153, 2008.
- 26 L. d. F. Costa, O. N. Oliveira Jr, G. Travieso, F. A. Rodrigues, P. R. Villas Boas, L. Antiqueira, M. P. Viana, and L. E. Correa Rocha, “Analyzing and modeling real-world phenomena with complex networks: a survey of applications,” *Advances in Physics*, vol. 60, no. 3, pp. 329–412, 2011.
- 27 H. Jeong, B. Tombor, R. Albert, Z. N. Oltvai, and A.-L. Barabási, “The large-scale organization of metabolic networks,” *Nature*, vol. 407, no. 6804, pp. 651–654, 2000.
- 28 J. P. Doye, “Network topology of a potential energy landscape: A static scale-free network,” *Physical review letters*, vol. 88, no. 23, p. 238701, 2002.
- 29 J. Travers and S. Milgram, “An experimental study of the small world problem,” in *Social networks*, pp. 179–197, Elsevier, 1977.
- 30 W. Aiello, F. Chung, and L. Lu, “A random graph model for massive graphs,” in *Proceedings of the thirty-second annual ACM symposium on Theory of computing*, pp. 171–180, 2000.
- 31 M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos, “On power-law relationships of the internet topology,” *ACM SIGCOMM computer communication review*, vol. 29, no. 4, pp. 251–262, 1999.
- 32 R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási, “Diameter of the world-wide web,” *nature*, vol. 401, no. 6749, pp. 130–131, 1999.

- 33 V. Colizza, A. Barrat, M. Barthélemy, and A. Vespignani, “Predictability and epidemic pathways in global outbreaks of infectious diseases: the sars case study,” *BMC medicine*, vol. 5, pp. 1–13, 2007.
- 34 R. Guimera and L. A. N. Amaral, “Modeling the world-wide airport network,” *The European Physical Journal B*, vol. 38, pp. 381–385, 2004.
- 35 M. Boss, H. Elsinger, M. Summer, and S. Thurner 4, “Network topology of the interbank market,” *Quantitative finance*, vol. 4, no. 6, pp. 677–684, 2004.
- 36 P. Crucitti, V. Latora, and M. Marchiori, “Locating critical lines in high-voltage electrical power grids,” *Fluctuation and Noise Letters*, vol. 5, no. 02, pp. L201–L208, 2005.
- 37 ONS, “O que É ons.” <http://www.ons.org.br/paginas/sobre-o-ons/o-que-e-ons>, 11 2022.
- 38 F. Andretta, “Sob risco de apagão, país joga fora energia que sobra, e conta de luz sobe.” <https://economia.uol.com.br/noticias/redacao/2021/06/01/energia-eletrica-desperdicio-limites-intercambio-conta-luz.htm>, 06 2021.
- 39 L. Euler, “Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis,” *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, pp. 128–140, 1741.
- 40 R. M. d. Oliveira, “Ligações preferenciais em redes complexas: modelo de desafinidade,” Master’s thesis, Brasil, 2018.
- 41 R. P. Novo, “Passeios de euler e as pontes de königsberg,”
- 42 J. García Cabello, “A model towards global demographics: an application—a universal bank branch geolocator based on branch size,” *Soft Computing*, vol. 23, no. 16, pp. 7193–7205, 2019.
- 43 C. Schallert, *Integrated safety and reliability analysis methods for aircraft system development using multi-domain object-oriented models*. PhD thesis, Technische Universität Berlin, 2016.
- 44 E. M. Borba, “Medidas de centralidade em grafos e aplicações em redes de dados,” 2013.
- 45 S. Arianos, E. Bompard, A. Carbone, and F. Xue, “Power grid vulnerability: A complex network approach,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 19, no. 1, p. 013119, 2009.
- 46 V. Latora and M. Marchiori, “Efficient behavior of small-world networks,” *Physical review letters*, vol. 87, no. 19, p. 198701, 2001.
- 47 A. Clauset, C. R. Shalizi, and M. E. Newman, “Power-law distributions in empirical data,” *SIAM review*, vol. 51, no. 4, pp. 661–703, 2009.
- 48 A.-L. Barabási, “Network science,” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 371, no. 1987, p. 20120375, 2013.

- 49 L. C. Freeman, “A set of measures of centrality based on betweenness,” *Sociometry*, pp. 35–41, 1977.
- 50 H. Meyerhenke, P. Sanders, and C. Schulz, “Partitioning complex networks via size-constrained clustering,” in *Experimental Algorithms: 13th International Symposium, SEA 2014, Copenhagen, Denmark, June 29–July 1, 2014. Proceedings 13*, pp. 351–363, Springer, 2014.
- 51 G. F. de Arruda, F. A. Rodrigues, and Y. Moreno, “Fundamentals of spreading processes in single and multilayer complex networks,” *Physics Reports*, vol. 756, pp. 1–59, 2018.
- 52 E. Teppa, D. J. Zea, and C. M. Buslje, “Identification of coevolving amino acids using mutual information,”
- 53 G. Sabidussi, “The centrality index of a graph,” *Psychometrika*, vol. 31, no. 4, pp. 581–603, 1966.
- 54 P. Hage and F. Harary, “Eccentricity and centrality in networks,” *Social networks*, vol. 17, no. 1, pp. 57–63, 1995.
- 55 E. Commission *et al.*, “A european strategy for sustainable, competitive and secure energy,” *Green Paper. COM (2006)*, vol. 105, 2006.
- 56 R. V. Solé, M. Rosas-Casals, B. Corominas-Murtra, and S. Valverde, “Robustness of the european power grids under intentional attack,” *Physical review E*, vol. 77, no. 2, p. 026102, 2008.
- 57 P. F. Schewe, *The grid: A journey through the heart of our electrified world*. National Academies Press, 2007.
- 58 J. Makansi, *Lights out: the electricity crisis, the global economy, and what it means to you*. John Wiley & Sons, 2007.
- 59 R. Ramirez, “Power outages are on the rise, led by texas, michigan and california. here’s what’s to blame.” <https://edition.cnn.com/2022/09/14/us/power-outages-rising-extreme-weather-climate/index.html>, 09 2022.
- 60 R. Albert and A.-L. Barabási, “Statistical mechanics of complex networks,” *Reviews of modern physics*, vol. 74, no. 1, p. 47, 2002.
- 61 S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, and D.-U. Hwang, “Complex networks: Structure and dynamics,” *Physics reports*, vol. 424, no. 4-5, pp. 175–308, 2006.
- 62 R. Albert, I. Albert, and G. L. Nakarado, “Structural vulnerability of the north american power grid,” *Physical review E*, vol. 69, no. 2, p. 025103, 2004.
- 63 A. E. Motter, “Cascade control and defense in complex networks,” *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 9, p. 098701, 2004.
- 64 L. A. N. Amaral, A. Scala, M. Barthelemy, and H. E. Stanley, “Classes of small-world networks,” *Proceedings of the national academy of sciences*, vol. 97, no. 21, pp. 11149–11152, 2000.

- 65 P. Crucitti, V. Latora, M. Marchiori, and A. Rapisarda, “Error and attack tolerance of complex networks,” *Physica A: Statistical mechanics and its applications*, vol. 340, no. 1-3, pp. 388–394, 2004.
- 66 M. Rosas-Casals, S. Valverde, and R. V. Solé, “Topological vulnerability of the european power grid under errors and attacks,” *International journal of bifurcation and chaos*, vol. 17, no. 07, pp. 2465–2475, 2007.
- 67 A. D. Bessa, L. B. Santos, P. Martinez, M. C. Costa, P. G. Cardoso, and A. do grupo de Física Estatística, “Introdução às redes complexas,” *Universidade Federal da Bahia*, 2010.
- 68 A. Macohin¹ and C. A. Serbena, “Análise de precedentes legais através de redes complexas legal precedents analysis through complex networks,” in *ICAIL Multilingual Workshop on AI & Law Research*, 2015.
- 69 S. Milgram, “The small world problem,” *Psychology today*, vol. 2, no. 1, pp. 60–67, 1967.
- 70 E. J. Pegg, J. R. Taylor, S. S. Keller, and R. Mohanraj, “Interictal structural and functional connectivity in idiopathic generalized epilepsy: A systematic review of graph theoretical studies,” *Epilepsy & Behavior*, vol. 106, p. 107013, 2020.
- 71 K. Wehmuth and A. Ziviani, “Avoiding spurious paths in centralities based on shortest paths in high order networks,” in *2018 Eighth Latin-American Symposium on Dependable Computing (LADC)*, pp. 19–26, IEEE, 2018.
- 72 E. C. Costa, A. B. Vieira, and A. P. C. da Silva, “Centralidade de tempo em grafos variantes no tempo,” in *Anais do XXIX Concurso de Teses e Dissertações*, pp. 351–356, SBC, 2016.
- 73 C. H. A. d. Nascimento, “Aplicação de redes complexas no estudo de redes elétricas,” 2012.
- 74 I. I. M. Cardoso, *Proposta de modelo para rede de distribuição elétrica de alta e média tensão*. PhD thesis, Universidade de Lisboa (Portugal), 2020.
- 75 M. Ding and P. Han, “Reliability assessment to large-scale power grid based on small-world topological model,” in *2006 International conference on power system technology*, pp. 1–5, IEEE, 2006.
- 76 L. Fu, W. Huang, S. Xiao, Y. Li, and S. Guo, “Vulnerability assessment for power grid based on small-world topological model,” in *2010 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*, pp. 1–4, IEEE, 2010.
- 77 B. Hartmann and V. Sugár, “Searching for small-world and scale-free behaviour in long-term historical data of a real-world power grid,” *Scientific Reports*, vol. 11, no. 1, p. 6575, 2021.
- 78 P. Panigrahi and S. Maity, “Structural vulnerability analysis in small-world power grid networks based on weighted topological model,” *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 30, no. 7, p. e12401, 2020.

- 79 M. E. Newman, “Clustering and preferential attachment in growing networks,” *Physical review E*, vol. 64, no. 2, p. 025102, 2001.
- 80 G. A. Pagani and M. Aiello, “Power grid complex network evolutions for the smart grid,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 396, pp. 248–266, 2014.
- 81 T. Carlotto and J. M. Grzybowski, “Estabilidade e robustez em redes complexas: Estudo de falhas em cascata no grafo do sistema de transmissão da eletrosul,” *SEPE-Seminário de Ensino, Pesquisa e Extensão da UFFS*, vol. 3, 2013.
- 82 W. R. de Paiva, *Alterações topológicas para reduzir a propagação de falhas na rede elétrica de alta tensão brasileira*. PhD thesis, [sn], 2014.
- 83 E. P. R. Coelho, “Análise de vulnerabilidade em smart grid utilizando métricas de centralidade em grafos,” 2019.
- 84 ONS, “Dados abertos - linhas de transmissão da rede de operação.” <https://dados.ons.org.br/dataset/linha-transmissao>, 11 2023.
- 85 ONS, “Dados abertos.” <https://dados.ons.org.br>, 11 2022.
- 86 P. Hines, K. Balasubramaniam, and E. C. Sanchez, “Cascading failures in power grids,” *Ieee Potentials*, vol. 28, no. 5, pp. 24–30, 2009.
- 87 S. Freitas, D. Yang, S. Kumar, H. Tong, and D. H. Chau, “Evaluating graph vulnerability and robustness using tiger,” in *Proceedings of the 30th ACM International Conference on Information & Knowledge Management*, pp. 4495–4503, 2021.
- 88 E. Cotilla-Sanchez, P. D. Hines, C. Barrows, and S. Blumsack, “Comparing the topological and electrical structure of the north american electric power infrastructure,” *IEEE Systems Journal*, vol. 6, no. 4, pp. 616–626, 2012.
- 89 V. W. Berger and Y. Zhou, “Kolmogorov–smirnov test: Overview,” *Wiley statsref: Statistics reference online*, 2014.
- 90 M. Stobb, J. M. Peterson, B. Mazzag, and E. Gahtan, “Graph theoretical model of a sensorimotor connectome in zebrafish,” *PLoS One*, vol. 7, no. 5, p. e37292, 2012.
- 91 “Cumulative distribution function.” [https://www.ncl.ac.uk/webtemplate/ask-assets/external/math-resources/statistics/distribution-functions/cumulative-distribution-function.html: :text=Definition,P](https://www.ncl.ac.uk/webtemplate/ask-assets/external/math-resources/statistics/distribution-functions/cumulative-distribution-function.html#:text=Definition,P)

APÊNDICE A - Características Medidas

Algumas características da rede medidas de acordo com centralidades e características mais comuns:

Atual:

Rede considerando apenas os nós existentes.

1. A rede:

- **Total arestas:** 1351;
- **Total nós:** 991;
- **A ordem da MAG:** 3.

Aspectos:

- **Set[0]:** Seriam os nós;
- **Set[1]:** {EOL, UHE, UTN, UFV, SUB, UTE};
- **Set[2]:** {UY, N, SE, S, PY, AR, NE};
- **Tau:** [987, 6, 7].

2. Subdeterminação do MAG:

{Nome: Sub Grid - subsistemas}

- **zeta:** [0,0,1] - Reduzindo para o Set[2];
- **Total arestas:** 10;
- **Total nós:** 7;

Aspectos da subdeterminação:

- **Set[0]:** {UY, N, SE, S, PY, AR, NE};
- **Tau:** [7].

3. Grau:

Números de vezes que um nó se liga a outros. Se o grafo for direcionado pode ser dividido em graus de saída e graus de entrada. Em uma rede elétrica esse grau pode definir a importância de um nó e a falta que o mesmo fará para a rede caso seja desligado. Normalmente gerações vão ter graus pequenos, mas isso não diminui sua essencialidade para a rede.

- **Média:** 2.72653;

Tabela 14 – 5 maiores *degree's* da rede

Grau - Atual	
P. Afonso III	14
Itumbiara	13
Pau Ferro	13
Recife II	11
S. João PiauÍ	11

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

4. *Betweenness*:

É uma medida que quantifica o número de vezes que um vértice age como ponte ao longo do caminho mais curto entre dois outros vértices. Em uma rede pode indicar a importância de um nó.

- **Média:** 0.00020;

Tabela 15 – 5 maiores *betweenness's* da rede

<i>Betweenness - Atual</i>	
Itumbiara	0.01220
Estreito	0.00772
C. Paulista	0.00665
Nova Ponte	0.00583
Jagura-SE	0.00538

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

5. *Clustering*:

Transitividade ou coeficiente de clustering em grafos é a tarefa de agrupar os vértices do grafo em clusters considerando a estrutura das arestas dos grafos de maneira que tenha muitas arestas dentro de cada cluster e, relativamente, poucas arestas fora de cada cluster. Para uma rede elétrica, isso pode ajudar a definir como uma rede se portará caso um nó falhe, e se outros nós na proximidade conseguiram suprir essa falha.

Para o cálculo do coeficiente de clustering foi usado a biblioteca NetworkX de Python. Para um nó específico, o coeficiente de clustering é calculado como o número de triângulos conectados ao nó dividido pelo número total possível de triângulos que poderiam existir no subgrafo induzido pelos vizinhos desse nó. O coeficiente de clustering para um nó sem vizinhos é definido como zero. O coeficiente de clustering para um nó isolado (sem arestas) é definido como zero.

- **Média:** 0.04258;

Tabela 16 – 5 maiores *clustering's* da rede

<i>Clustering - Atual</i>	
Venda Pedras	0.5
U.Vitoria Norte	0.5
Tubarao Sul	0.5
Tacaratu	0.5
Tacaimbo	0.5

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

No caso da Tabela 16 é possível perceber que vários valores são iguais, então a ordem desses nós podem ser desconsiderados.

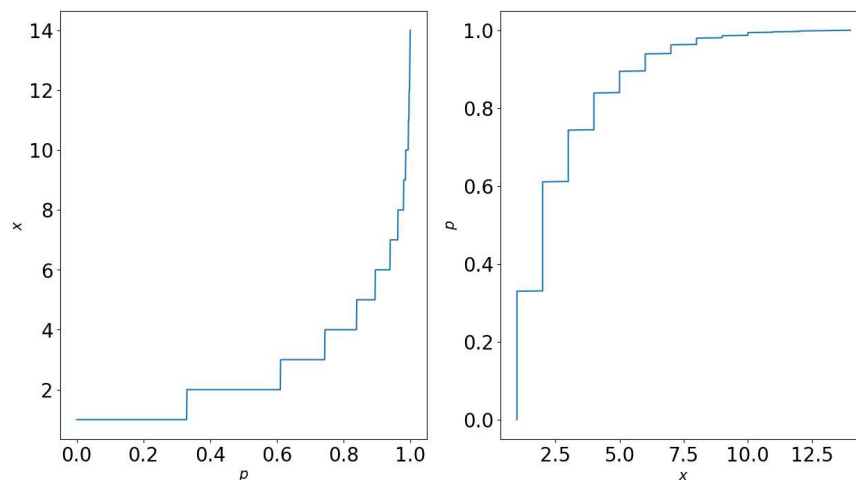
6. CDF - Função distribuição acumulada/*Cumulative distribution function*:

Em teoria da probabilidade, a função distribuição acumulada (FDA) ou simplesmente função distribuição, descreve completamente a distribuição da probabilidade de uma variável aleatória de valor real x (91). Para cada número real x , a FDA é dada por:

$$F(x) = P(X \leq x),$$

A Figura 47 mostra a CDF da distribuição de grau da rede Atual.

– Figura 47 - CDF da rede.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Atual sub:

Rede Atual sem as gerações: é interessante de se examinar para se ter uma noção da diferença que essa retirada de nós faria para o modelo da rede. Sendo que essa retirada desses pontos em uma rede elétrica inutilizaria a rede.

1. **Grau:**

- **Média:** 2.91698;

Tabela 17 – 5 maiores *degree's* da rede

Grau - Atual sub	
P. Afonso III	13
Itumbiara	12
Santo Angelo	12
Pau Ferro	11
Nova Sta Rita	11

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

2. ***Betweenness:***

- **Média:** 0.01143;

Tabela 18 – 5 maiores *betweenness's* da rede

<i>Betweenness - Atual sub</i>	
Estreito	0.28551
Imperatriz	0.26834
S. Joao Piaui	0.23543
P. Dutra	0.16601
Santo Angelo	0.16496

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

3. ***Clustering:***

- **Média:** 0.11874;

Tabela 19 – 5 maiores *clustering's* da rede

<i>Clustering - Atual sub</i>	
Venda Pedras	1
U.Vitoria Norte	1
Tubarao Sul	1
Tacaratu	1
Tacaimbo	1

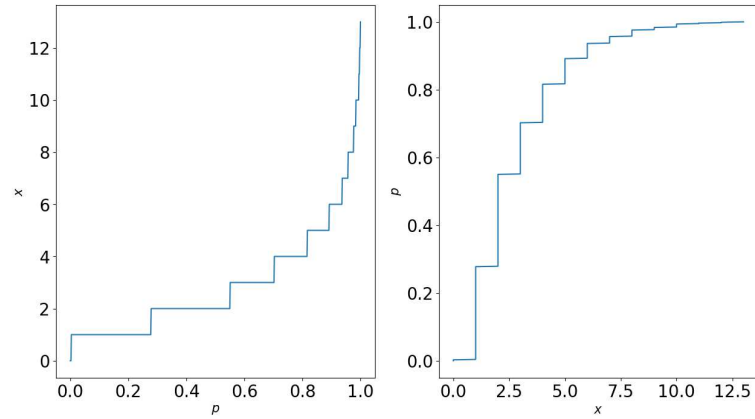
Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

No caso da Tabela 19 é possível perceber que vários valores são iguais, então a ordem desses nós podem ser desconsiderados.

4. CDF - Função distribuição acumulada/*Cumulative distribution function*:

A Figura 48 mostra a CDF da distribuição de grau da rede Atual sub.

– Figura 48 - CDF da rede - Atual sub.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Todas:

Rede com todos os nós incluindo os que já foram desativados, interessante para se ver a dimensão que a rede teria se nenhum nó tivesse sido desativado.

1. Grau:

- Média: 3.14228;

Tabela 20 – 5 maiores *degree's* da rede

Grau - Todas	
Santo Angelo	18
P. Afonso III	16
Gravatai 2	15
Camacari II	14
Pau Ferro	14

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

2. *Betweenness*:

- Média: 0.00874;

Tabela 21 – 5 maiores *betweenness's* da rede

<i>Betweenness - Todas</i>	
Estreito	0.29890
Imperatriz	0.27983
S. Joao Piaui	0.22914
Santo Angelo	0.21176
P. Dutra	0.18226

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

3. *Clustering*:

- **Média:** 0.20465;

Tabela 22 – 5 maiores *clustering's* da rede

<i>Clustering - Todas</i>	
Vinhedos	1
Venda Pedras	1
Varz. Grande 2	1
Tacaratu	1
Tacaimbo	1

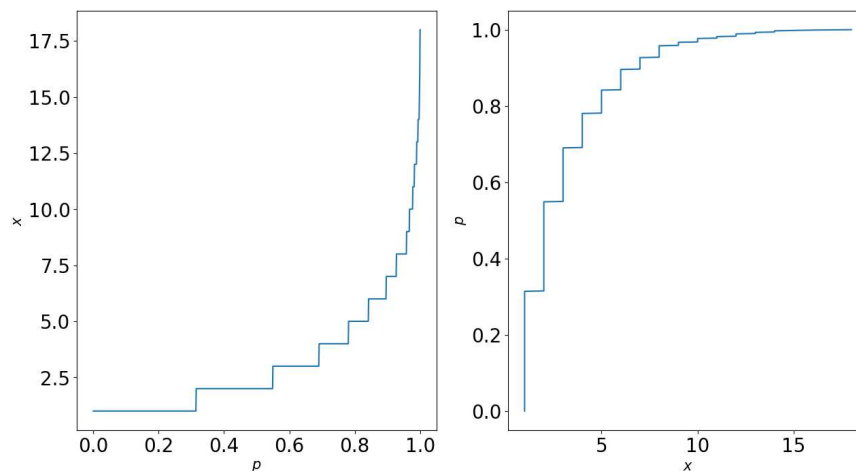
Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

No caso da Tabela 22 é possível perceber que vários valores são iguais, então a ordem desses nós podem ser desconsiderados.

4. CDF - Função distribuição acumulada/*Cumulative distribution function*:

A Figura 49 mostra a CDF da distribuição de grau da rede Todas.

– Figura 49 - CDF da rede - Todas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Todas sub:

Rede sem as usinas, mas com todas as subestações que já existiram no SIN.

1. **Grau:**

- **Media:** 3.28192;

Tabela 23 – 5 maiores *degree's* da rede

Grau - Todas sub	
Santo Angelo	18
P. Afonso III	15
Gravatai 2	15
Camacari II	14
C. Industrial	14

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

2. **Betweenness:**

- **Média:** 0.01027;

Tabela 24 – 5 maiores *betweenness's* da rede

Betweenness - Todas sub	
Estreito	0.30440
Imperatriz	0.27400
P. Dutra	0.21424
Santo Angelo	0.21202
Teresina II	0.17934

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

3. **Clustering:**

- **Media:** 0.26854;

Tabela 25 – 5 maiores *clustering's* da rede

Clustering - Todas sub	
Vinhedos	1
Venda Pedras	1
Varz. Grande 2	1
Tacaratu	1
Tacaimbo	1

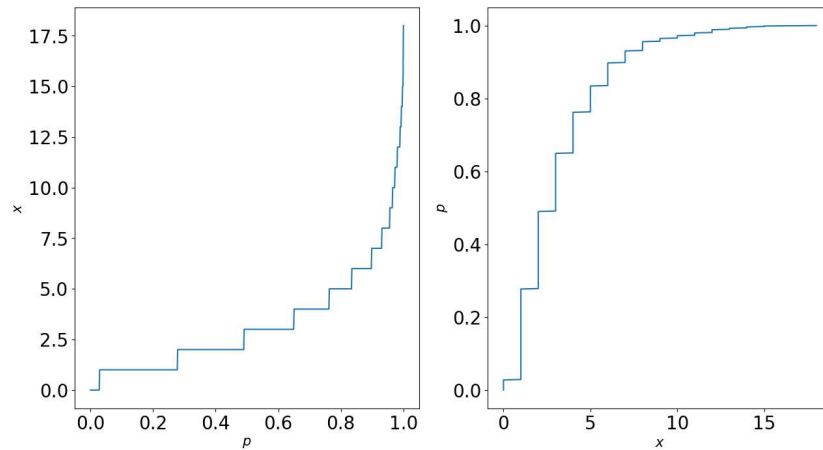
Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

No caso da Tabela 25 é possível perceber que vários valores são iguais, então a ordem desses nós podem ser desconsiderados.

4. CDF - Função distribuição acumulada/*Cumulative distribution function*:

A Figura 50 mostra a CDF da distribuição de grau da rede Todas sub.

– Figura 50 - CDF da rede - Todas sub.

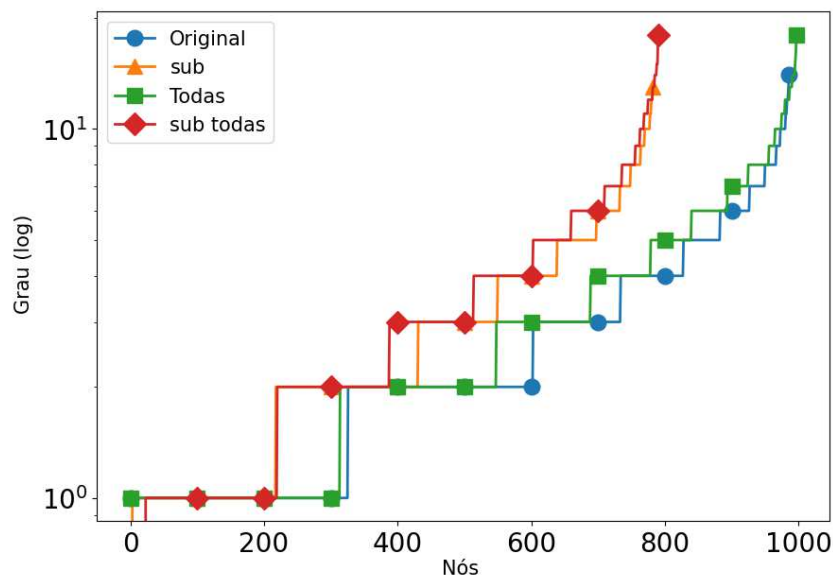


Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

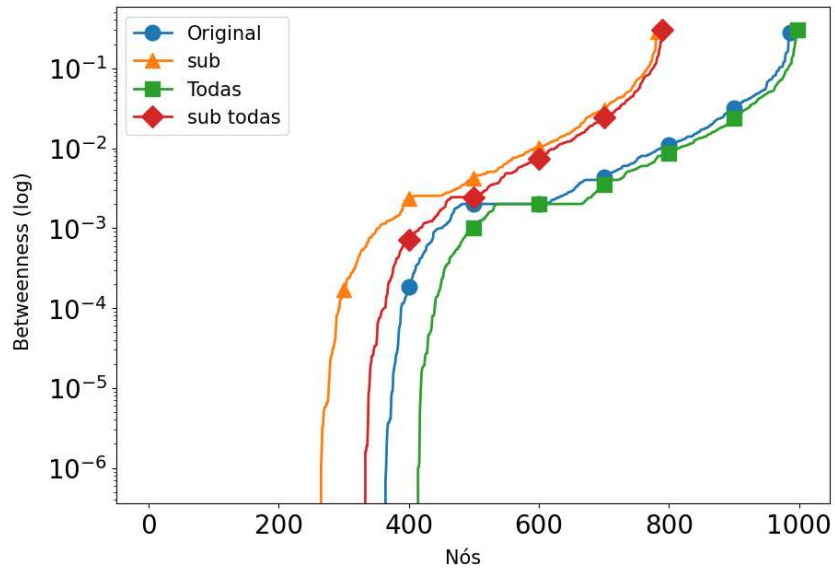
Comparações:

As Figuras 51, 52 e 53 apresentam comparações entre a rede Atual (Original) e outras variantes, como a rede Atual sub (sub), a rede Todas e a rede Todas sub (sub Todas), em relação ao grau, *betweenness* e *clustering*.

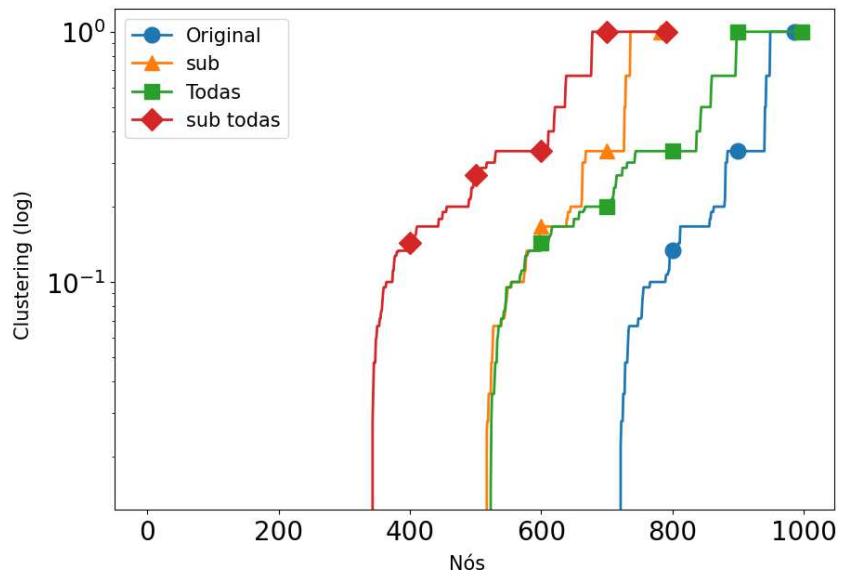
– Figura 51 - *Degree* grafos.



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 52 - *Betweenness* grafos.

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

– Figura 53 - *Clustering* grafos.

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).