

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Gabriel Marcos Silva**

**Análise de Oscilações de Baixa Frequência em Sinais de Sistemas Elétricos de  
Potência Utilizando VMD e Prony**

Juiz de Fora

2024

**Gabriel Marcos Silva**

**Análise de Oscilações de Baixa Frequência em Sinais de Sistemas Elétricos de  
Potência Utilizando VMD e Prony**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas Eletrônicos

Orientador: Dr. Eng. Leandro Rodrigues Manso Silva

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, Gabriel Marcos.

Análise de Oscilações de Baixa Frequência em Sinais de Sistemas Elétricos de Potência Utilizando VMD e Prony / Gabriel Marcos Silva. – 2024.

90 f. : il.

Orientador: Leandro Rodrigues Manso Silva

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia Elétrica. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2024.

1. Oscilações de baixa frequência. 2. Análise de sinais. 3. VMD. 4. Prony. 5. Instabilidade do sistema elétrico. I. Silva, Leandro Rodrigues Manso. Título.

**Gabriel Marcos Silva**

**Análise de Oscilações de Baixa Frequência em Sinais de Sistemas Elétricos de Potência Utilizando VMD e Prony**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas Eletrônicos

Aprovada em 27 de março de 2024.

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Dr. Leandro Rodrigues Manso Silva** - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

**Prof. Dr. Wesley Peres**

Universidade Federal de São João del-Rei

**Prof. Dr. Marcelo Antônio Alves Lima**

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 06/03/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Leandro Rodrigues Manso Silva, Professor(a)**, em 27/03/2024, às 16:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Antonio Alves Lima, Professor(a)**, em 27/03/2024, às 16:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **Wesley Peres, Usuário Externo**, em 27/03/2024, às 16:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf ([www2.ufjf.br/SEI](http://www2.ufjf.br/SEI)) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1735502** e o código CRC **157D6C9B**.

---

Dedico este trabalho a minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais que sempre me deram todo apoio e incentivo para concluir meus objetivos.

Agradeço a minha esposa pelo constante suporte que me permitiu concluir mais essa etapa da minha vida acadêmica.

Aos meus amigos da Itaipu Binacional pela motivação e auxílio fornecido.

Ao Professor Dr. Eng. Leandro Rodrigues Manso Silva pela orientação, ensinamentos, amizade, atenção e paciência durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

## RESUMO

Este trabalho aborda a análise de oscilações de baixa frequência em sistemas elétricos de potência utilizando os algoritmos VMD (*Variational Mode Decomposition*) e Prony. A importância dessa análise se dá pois as oscilações de baixa frequência podem causar instabilidade ao sistema elétrico e comprometer sua operação e confiabilidade quando não são corretamente amortecidas. Por se tratarem de oscilações eletromecânicas, podem influenciar no funcionamento das partes mecânicas dos conjuntos eixo-turbina causando vibrações e desgaste. O algoritmo do VMD é usado para decompor o sinal elétrico em seus componentes modais e atenuar o ruído, ou seja, realizar a separação dos componentes de oscilação de baixa frequência dos demais componentes presentes no sinal. O algoritmo de Prony é usado para modelar os componentes modais resultantes e determinar os parâmetros do modelo, caracterizando assim as oscilações em termos de amplitude, frequência, fator de amortecimento e fase. Os resultados apresentados buscam comparar o desempenho do método frente a diferentes cenários. Foram gerados sinais com parâmetros aleatórios dentro da faixa de valores comumente vistos em oscilações de baixa frequência para a realização de análises estatísticas quanto ao desempenho do método frente a um grande volume de testes. Posteriormente, o método proposto é aplicado em sinais sintéticos utilizados em outros artigos encontrados na literatura e seu desempenho é comparado ao de outros métodos. Além disso, são utilizados dados de dois sistemas elétricos, sendo um deles simulado e o outro real, para verificar o desempenho do método frente a situações mais próximas das encontradas da realidade. Os resultados obtidos mostram que a combinação desses dois algoritmos permite uma análise eficiente e precisa para detectar e analisar oscilações de baixa frequência em sistemas elétricos de potência.

Palavras-chave: oscilações de baixa frequência; análise de sinais; VMD; Prony; instabilidade do sistema elétrico.



## ABSTRACT

This article addresses the analysis of low-frequency oscillations in power systems using the VMD (Variational Mode Decomposition) and Prony algorithms. Low-frequency oscillations can cause instability in the power system and compromise its operation and reliability when not properly damped. As they are electromechanical oscillations, they can influence the operation of the mechanical parts of turbine-generator sets, causing vibrations and wear. The VMD algorithm is used to decompose the electrical signal into its modal components and attenuate noise, thus separating low-frequency oscillation from other frequency components present in the original signal. The Prony algorithm is used to model the resulting modal components and determine the model parameters, thus characterizing the oscillations in terms of amplitude, frequency, damping factor, and phase. The presented results aim to compare the performance of the method across different scenarios. Signals with random parameters within the commonly observed range of low-frequency oscillations were generated for statistical analysis of the method's performance across a large volume of tests. Subsequently, the proposed method is applied to synthetic signals used in other articles found in the literature, and its performance is compared to that of other methods. Additionally, data from two electrical systems, one simulated and the other real, are used to assess the method's performance in situations closer to real-world conditions. The results obtained shows that the combination of these two algorithms allows for efficient and accurate analysis to detect and analyze low-frequency oscillations in power systems.

Keywords: low frequency oscillations; Signal Analysis; VMD; Prony; Power System Instabili.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|   |    |
|---|----|
| <b>Figura 1:</b> Classificação de estabilidade em sistemas de potência. . . . .   | 19 |
| <b>Figura 2:</b> Modelo simplificado do sistema de potência máquina única. . . . .  | 22 |
| <b>Figura 3:</b> Diagrama de blocos do método proposto. . . . .   | 37 |
| <b>Figura 4:</b> Sinal de tensão elétrica simulada e suas IMFs. . . . .   | 39 |
| <b>Figura 5:</b> Diagrama de blocos do algoritmo VMD. . . . .   | 42 |
| <b>Figura 6:</b> Sinal elétrico simulado e modos intrínsecos do VMD com efeito de borda. . . . .  | 46 |
| <b>Figura 7:</b> Diagrama de blocos do algoritmo Prony. . . . .   | 49 |
| <b>Figura 8:</b> Sinal elétrico simulado e modos intrínsecos do VMD. . . . .  | 53 |
| <b>Figura 9:</b> Comparação entre o sinal da LFO analisado e reconstruído. . . . .  | 53 |
| <b>Figura 10:</b> Componente de baixa frequência reconstruída com ruído em 70 dB, 80 dB, 90 dB e 100 dB respectivamente, utilizando apenas o método de Prony. . . . . | 55 |
| <b>Figura 11:</b> Sinal simulado e sua decomposição pelo VMD. . . . .   | 56 |
| <b>Figura 12:</b> Comparação da Análise e Reconstrução dos Sinais das LFOs de 0.5 Hz e 1.1 Hz. . . . .  | 58 |
| <b>Figura 13:</b> Sinal simulado e sua decomposição pelo VMD. . . . .   | 59 |
| <b>Figura 14:</b> Comparação da Análise e Reconstrução dos Sinais das LFOs de 0.4 Hz, 0.7 Hz e 0.9 Hz. . . . .  | 60 |
| <b>Figura 15:</b> Sistema de duas áreas. (Fonte: Power System Stability and Control - Prabha Kundur, pág. 813) . . . . .  | 61 |
| <b>Figura 16:</b> Implementação no MATLAB do circuito do exemplo: "Performance of Three PSS for Interarea Oscillations". . . . .                                      | 62 |
| <b>Figura 17:</b> Esquema de conexão entre os geradores M1 e M2 da Área 1. . . . .  | 63 |
| <b>Figura 18:</b> Potência ativa que flui na linha de transmissão entre as áreas 1 e 2. . . . .   | 64 |
| <b>Figura 19:</b> Diferença angular da tensão máquinas M1 e M2. . . . .   | 65 |
| <b>Figura 20:</b> Diferença angular da tensão máquinas M3 e M4. . . . .   | 65 |
| <b>Figura 21:</b> Comparação da Análise e Reconstrução do Sinal LFO da Potência ativa. . . . .  | 67 |
| <b>Figura 22:</b> Comparação da Análise e Reconstrução do Sinal LFO da diferença angular da tensão máquinas M1 e M2. . . . .  | 67 |
| <b>Figura 23:</b> Comparação da Análise e Reconstrução do Sinal LFO da diferença angular da tensão máquinas M3 e M4. . . . .  | 68 |
| <b>Figura 24:</b> Diagrama unifilar - Itaipu 50 Hz. . . . .   | 68 |
| <b>Figura 25:</b> Sinais de Potência, Tensão na barra A1 e Tensão na barra B2 medidos - Itaipu 50 Hz. . . . .   | 69 |
| <b>Figura 26:</b> Sinais de Potência, Tensão na barra A1 e Tensão na barra B2 medidos - Itaipu 50 Hz. Recorte na perturbação presente nos sinais. . . . .             | 69 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 27:</b> Sinais de Potência, Tensão na barra A1 e Tensão na barra B2 medidos - Itaipu 50 Hz. Destaque nos diferentes tipos de amortecimentos presente nos sinais. . . . . | 70 |
| <b>Figura 28:</b> Sinal da perturbação não amortecida na potência ativa e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz. . . . .   | 71 |
| <b>Figura 29:</b> Sinal da perturbação não amortecida na tensão da barra A1 e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz. . . . .   | 71 |
| <b>Figura 30:</b> Sinal da perturbação não amortecida na tensão da barra B1 e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz. . . . .   | 72 |
| <b>Figura 31:</b> Sinal da perturbação amortecida na potência ativa e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz. . . . .   | 72 |
| <b>Figura 32:</b> Sinal da perturbação amortecida na tensão da barra A1 e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz. . . . .   | 73 |
| <b>Figura 33:</b> Sinal da perturbação amortecida na tensão da barra B1 e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz. . . . .   | 73 |

## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 – Intervalo de geração dos parâmetros . . . . .   | 51 |
| Tabela 2 – Parâmetros de entrada do algoritmo VMD . . . . .  | 52 |
| Tabela 3 – Parâmetros gerados para teste . . . . .   | 52 |
| Tabela 4 – Erro relativo para a estimação dos parâmetros da equação 5.2 . . . . .                                | 54 |
| Tabela 5 – Erro relativo médio para 3 valores diferentes de ruído. . . . .                                       | 54 |
| Tabela 6 – Erro relativo médio para 4 valores diferentes de ruído. . . . .                                       | 55 |
| Tabela 7 – Parâmetros de entrada do algoritmo VMD - Simulação artigo TLS-ESPRIT                                  | 57 |
| Tabela 8 – Parâmetros estimados das LFO - Simulação artigo TLS-ESPRIT. . . . .                                   | 57 |
| Tabela 9 – Erro absoluto para a frequência e o fator de amortecimento. . . . .                                   | 58 |
| Tabela 10 – Parâmetros estimados LFO - Simulação artigo IVMD-TKEO. . . . .                                       | 60 |
| Tabela 11 – Erros relativos médios da frequência, amplitude e fator de amortecimento.                            | 60 |
| Tabela 12 – Parâmetros de entrada do algoritmo VMD . . . . .   | 66 |
| Tabela 13 – Parâmetros estimados LFO sistema Kundur. . . . .   | 66 |
| Tabela 14 – Erro relativo médio para as LFO interárea, local 1 e local 2 - Comparativo<br>entre métodos. . . . . | 66 |
| Tabela 15 – Parâmetros estimados LFO não amortecidas. . . . .  | 71 |
| Tabela 16 – Parâmetros estimados LFO amortecidas. . . . .  | 74 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- AOF** Precisão do Ajuste (do inglês, *Accuracy of Fitting*)
- AVR** Reguladores Automáticos de Tensão (do inglês, *Automatic Voltage Regulator*)
- EEMD** Decomposição de Modo Empírico Conjunta (do inglês, *Ensemble Empirical Mode Decomposition*)
- EMD** Decomposição de Modo Empírico (do inglês, *Empirical Mode Decomposition*)
- ESPRIT** Estimacão de Parâmetters do Sinal via Tecnica de Invariância Rotacional (do inglês, *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*)
- EWT** Transformada Wavelet Empírica (do inglês, *Empirical Wavelet Transform*)
- FACTS** Sistemas de Transmissão em Corrente Alternada Flexíveis (do inglês, *Flexible Alternating Current Transmission System*)
- FFT** Transformada Rápida de Fourier (do inglês, *Fast Fourier Transform*)
- FOMMC** Cumulante de Quarta Ordem (do inglês, *Fourth-Order Mixed Mean Cumulant*)
- IMF** Função de Modo Intrínseco (do inglês, *Intrinsic Mode Function*)
- IVMD** Decomposição de Modo Variacional Aprimorada (do inglês, *Improved Variational Mode Decomposition*)
- LFO** Oscilação de Baixa Frequência (do inglês, *Low Frequency Oscillation*)
- LPF** Filtro Passa-Baixas (do inglês, *Low Pass Filter*)
- MRE** Erro Médio Relativo (do inglês, *Mean Relative Error*)
- MSE** Erro Médio Quadrático (do inglês, *Mean Squared Error*)
- POD** Amortecimento de Oscilação de Potência (do inglês, *Power Oscillation Damping*)
- PSS** Estabilizadores do Sistema de Energia (do inglês, *Power System Stabilizer*)
- RES** Fonte de Energia Renovável (do inglês, *Renewable Energy Source*)
- RLS** Mínimos Quadrados Recursivo (do inglês, *Recursive Least Squares*)
- RTDS** Simulador de Dados em Tempo Real (do inglês, *Real time data simulator*)
- RCRSV** Taxa de Mudança Relativa do Valor Singular (do inglês, *Relative Change Rate of Singular Value*)
- SEP** Sistemas Elétricos de Potência

**SNR** Relação Sinal Ruído (do inglês, *Signal to Noise Ratio*)

**SVD** Decomposição em Valores Singulares (do inglês, *Singular Value Decomposition*)

**TKEO** Operador de Energia Teager-Kaiser (do inglês, *Teager-Kaiser Energy Operator*)

**TLS** Mínimos Quadrados Totais (do inglês, *Total Least Squares*)

**VMD** Decomposição de Modos Variacional (do inglês, *Variational Mode Decomposition*)

**VSC** Conversor Fonte de Tensão (do inglês, *Voltage Source Converter*)

**WECC** Conselho de Coordenação de Eletricidade do Oeste (do inglês, *Western Electricity Coordination Council*)

## SUMÁRIO

|              |   |           |
|--------------|---|-----------|
| <b>1</b>     | <b>Introdução</b>   | <b>15</b> |
| 1.1          | Contextualização  | 15        |
| 1.2          | Motivação   | 15        |
| <b>1.2.1</b> | <b>Incidentes envolvendo instabilidade oscilatória</b>  | <b>16</b> |
| 1.3          | Objetivos   | 16        |
| 1.4          | Divisão do Trabalho   | 17        |
| <b>2</b>     | <b>Oscilações de baixa frequência - LFO</b>   | <b>18</b> |
| 2.1          | O Princípio das Oscilações de Baixa Frequência  | 21        |
| 2.2          | Energias Renováveis e as Oscilações de Baixa Frequência   | 23        |
| 2.3          | Conclusões Parciais   | 24        |
| <b>3</b>     | <b>Revisão Bibliográfica</b>  | <b>26</b> |
| 3.1          | Métodos de Estimação de Parâmetros de LFO   | 26        |
| <b>3.1.1</b> | <i>Mode identification of low-frequency oscillations in power systems based on fourth-order mixed mean cumulant and improved TLS-ESPRIT algorithm</i> | <i>27</i> |
| <b>3.1.2</b> | <i>Identification method for power system low-frequency oscillations based on improved VMD and Teager–Kaiser Energy Operator</i>                      | <i>30</i> |
| 3.1.2.1      | O fluxo do algoritmo  | 30        |
| 3.1.2.2      | Aprimoramento do VMD  | 31        |
| 3.1.2.3      | Teager–Kaiser Energy Operator   | 32        |
| <b>3.1.3</b> | <i>Application of Prony Algorithm Based on EEMD for Identifying PSS Parameters</i>  | <i>33</i> |
| <b>3.1.4</b> | <i>Identification of low frequency oscillation parameters based on EEMD-SVD method and Prony algorithm</i>  | <i>33</i> |
| <b>3.1.5</b> | <i>Estimation of low-frequency modes in power system using robust modified Prony</i>  | <i>34</i> |
| <b>3.1.6</b> | <i>A Modified RLS Algorithm for Online Estimation of Low-Frequency Oscillations in Power Systems</i>  | <i>34</i> |
| <b>3.1.7</b> | <i>Analysis of Power System Low Frequency Oscillation Using Improved Prony Algorithm</i>  | <i>35</i> |
| <b>3.1.8</b> | <i>Estimation of Model order for Electromechanical Modes using Sequential K-Means Algorithm</i>   | <i>35</i> |
| 3.1.8.1      | <i>Identification of Dominant Modes in Power System Using Unsupervised Learning Approaches</i>  | <i>36</i> |
| 3.2          | Conclusões Parciais   | 36        |
| <b>4</b>     | <b>Método Proposto VMD-Prony</b>  | <b>37</b> |
| 4.1          | Variational Mode Decomposition - VMD  | 38        |
| <b>4.1.1</b> | <b>Funções de Modo Intrínseco - IMF</b>   | <b>38</b> |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.1.2    | Vantagens do Método VMD . . . . .                                       | 39        |
| 4.1.3    | VMD . . . . .   | 40        |
| 4.1.4    | O Algoritmo do VMD . . . . .  | 42        |
| 4.1.5    | Parametrização do VMD . . . . .   | 44        |
| 4.1.6    | O Efeito de Borda do VMD . . . . .                                      | 45        |
| 4.2      | O Método de PRONY . . . . .   | 47        |
| 4.2.1    | O Algoritmo de PRONY . . . . .  | 48        |
| 4.3      | Conclusões Parciais . . . . .   | 50        |
| <b>5</b> | <b>Resultados . . . . .</b>   | <b>51</b> |
| 5.1      | Resultados Estatísticos . . . . .                                       | 51        |
| 5.1.1    | Análise Visual de um Caso Específico . . . . .                          | 52        |
| 5.1.2    | Análise considerando 1000 sinais . . . . .                              | 54        |
| 5.1.3    | Contribuição do VMD para Redução do Ruído . . . . .                     | 54        |
| 5.2      | Resultados de comparação com outros métodos . . . . .                   | 56        |
| 5.2.1    | Comparação com o método FOMMC-TLS-ESPRIT . . . . .                      | 56        |
| 5.2.2    | Comparação com o método IVMD-TKEO . . . . .                             | 58        |
| 5.3      | Resultados para um Sistema Elétrico Simulado . . . . .                  | 61        |
| 5.3.1    | Análise de Pequenos Sinais do Sistema . . . . .                         | 63        |
| 5.4      | Resultado com Sinais Reais - ITAIPU 50 Hz . . . . .                     | 68        |
| 5.4.1    | Análise dos Sinais Não Amortecidos . . . . .                            | 70        |
| 5.4.2    | Análise dos Sinais Amortecidos . . . . .                                | 72        |
| 5.5      | Conclusões Parciais . . . . .   | 74        |
| <b>6</b> | <b>Conclusão . . . . .</b>  | <b>75</b> |
|          | <b>ANEXO A – Ferramentas de processamento de sinais utilizadas pelo</b> |           |
|          | <b>VMD . . . . .</b>  | <b>77</b> |
| .0.0.1   | Filtro Wiener . . . . .   | 77        |
| .0.0.2   | Transformada de Hilbert . . . . .                                       | 77        |
| .0.0.3   | Sinal Analítico . . . . .   | 78        |
| .0.0.4   | Mistura de Frequências e Demodulação Heteródina . . . . .               | 78        |
|          | <b>ANEXO B – Algoritmos Python . . . . .</b>                            | <b>80</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>  | <b>88</b> |



## 1 Introdução

### 1.1 Contextualização

A energia elétrica é o pilar fundamental da sociedade moderna, sendo vital para o funcionamento de inúmeras atividades diárias. Seu fornecimento contínuo e confiável é essencial para o desenvolvimento econômico, a operação de serviços essenciais e até mesmo para a segurança das pessoas. A atual infraestrutura de fornecimento elétrico caminha no sentido de uma maior interligação dos sistemas de energia, visando possibilitar uma transmissão mais eficiente de eletricidade das usinas geradoras para os consumidores e com vantagens técnicas, operativas e econômicas. A interconexão proporciona maior segurança e confiabilidade no fornecimento de energia. Ao permitir a integração de diversas fontes de geração e a capacidade de redistribuir o fluxo elétrico em caso de falhas locais, a rede interligada minimiza consideravelmente os impactos de interrupções, garantindo continuidade no abastecimento. Outra vantagem é a otimização do uso de recursos. Com a interligação, é viável aproveitar fontes de energia diversificadas e geograficamente distribuídas, como a integração de energia renovável. Essa diversificação reduz a dependência de fontes específicas, promovendo uma matriz energética mais sustentável e resiliente. Além disso, a interconexão dos sistemas de energia contribui para a redução de custos operacionais. A possibilidade de importar eletricidade de regiões com preços mais baixos durante picos de demanda local ou exportar energia excedente em momentos de menor consumo ajuda a equilibrar os custos e otimizar a eficiência operacional. Por fim, esse sistema interligado permite uma resposta mais ágil a situações de emergência. Em caso de contingências, como falhas técnicas ou desastres naturais, as áreas afetadas podem receber suporte de outras regiões conectadas, agilizando a recuperação do fornecimento de energia.

### 1.2 Motivação

A estabilidade dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP) é crucial para garantir o seu funcionamento adequado. Falhas nesse aspecto podem desencadear colapsos catastróficos, levando a apagões generalizados e danos severos aos equipamentos. A estabilidade é afetada por diversas variáveis, como flutuações na demanda e na oferta de energia, integração de fontes renováveis intermitentes, distúrbios e falhas nos componentes críticos da rede, como transformadores, linhas de transmissão ou geradores.

Dentro do contexto da estabilidade do sistema elétrico de potência, duas áreas se destacam como principais: o estudo da estabilidade angular e a estabilidade de tensão. Dentro da grande área da estabilidade angular, está localizada a estabilidade a pequenas perturbações, ou pequenos sinais, área onde são estudadas as oscilações de baixa frequência, tópico principal desse trabalho. Uma perturbação no SEP é considerada pequena quando sua magnitude é limitada e não causa efeitos significativos ou desestabilização na operação

normal da rede. Porém, nesse contexto surgem as oscilações de baixa frequência, principalmente quando estas são fracamente amortecidas ou até mesmo não amortecidas. As chamadas Oscilação de Baixa Frequência (do inglês, *Low Frequency Oscillation*) (LFO), representam um desafio substancial para a estabilidade do SEP. Essas perturbações podem surgir devido a múltiplos fatores, como variações na carga, instabilidades nas máquinas geradoras ou interações complexas entre diferentes partes da rede elétrica. Embora muitas vezes passem despercebidas nos monitoramentos convencionais, seu impacto pode ser devastador, resultando em apagões e interrupções no fornecimento de energia.

### 1.2.1 Incidentes envolvendo instabilidade oscilatória

Embora tenha havido muitos incidentes relacionados com oscilações de baixa frequência, nenhum estudo aprofundado foi realizado sobre suas causas. Porém, sua simples ocorrência, mostra a necessidade de se ter técnicas eficazes para a análise e correta proteção em cenários de ocorrência dessas oscilações. Alguns dos incidentes relacionados com oscilações de baixa frequência ocorridos são listados abaixo [1]:

- Reino Unido (1980), frequência da oscilação em torno de 0.5 Hz;
- Taiwan (1984, 1989, 1990, 1991, 1992), frequência de oscilação em torno de 0,78–1,05 Hz;
- Oeste dos EUA/Canadá, separação de sistemas (1996), frequência de oscilação em torno 0,224 Hz;
- Escandinávia (1997), frequência de oscilação de cerca de 0,5 Hz;
- China (2003), apagão em 6 de março, frequência de oscilação em torno de 0,4 Hz;
- EUA (2003), apagão em 14 de agosto, frequência de oscilação em torno de 0,17 Hz;
- Itália (2003), apagão em 28 de setembro, frequência de oscilação em torno de 0,55 Hz.

## 1.3 Objetivos

A identificação e o controle das LFO são essenciais para a manutenção da estabilidade do sistema elétrico. A correta parametrização dessas oscilações permite o desenvolvimento de dispositivos de proteção e controle mais eficazes. A estimação precisa dos parâmetros das LFO capacita os sistemas de proteção a agir de maneira direcionada, intervindo apenas quando necessário para mitigar oscilações indesejadas, sem afetar desnecessariamente a geração e transmissão de energia.

Diversos estudos se concentram no aprimoramento dos algoritmos dedicados à identificação e isolamento das oscilações de baixa frequência. Esses avanços visam reduzir os erros envolvidos no processo de estimação dos parâmetros, ampliando a precisão dos

sistemas de proteção e controle. Uma abordagem promissora atualmente explorada é a combinação de múltiplos algoritmos capazes de identificar, isolar e estimar com maior acurácia a componente de baixa frequência presente nos sinais elétricos.

Neste contexto, esse trabalho busca estudar o desempenho de uma abordagem que combina dois algoritmos: Decomposição de Modos Variacional (do inglês, *Variational Mode Decomposition*) (VMD) e Prony. O primeiro é capaz de identificar e isolar o componente de baixa frequência presente no sinal elétrico e o outro é capaz de realizar a correta estimação dos parâmetros do componente de oscilação, tais como: amplitude, frequência e fator de decaimento.

#### 1.4 Divisão do Trabalho

Este trabalho está dividido da forma descrita a seguir. O Capítulo 2 objetiva-se a realizar uma descrição sobre as oscilações de baixa frequência que ocorrem nos sistemas de energia elétrica. Como elas surgem, quais são suas características e classificações, os problemas potenciais que a ausência de um eficaz sistema de proteção que atue extinguindo as LFO pode causar nos sistemas interligados atuais. O Capítulo 3 é uma revisão bibliográfica sobre alguns dos algoritmos utilizados para realizar a estimação de parâmetros de sinais contendo oscilações de baixa frequência, realizando uma breve explicação sobre as vantagens e desvantagens de cada método estudado. No Capítulo 4 é apresentado o método proposto do trabalho e descrito o funcionamento dos algoritmos presentes no método. Os principais resultados obtidos no trabalho estão apresentados no Capítulo 5, sendo estes divididos em 4 seções. Resultados referentes a uma análise estatística com dados simulados são apresentados na Seção 5.1. A Seção 5.2 é responsável por realizar um comparativo entre os resultados encontrados com o método proposto sobre o estudo de sinais também estudados em outros trabalhos disponíveis na literatura. Os resultados apresentados nas Seções 5.3 e 5.4 são, respectivamente, o resultado de testes realizados utilizando o método proposto em sinais simulados de um sistema de energia elétrica baseado no conhecido sistema de duas áreas do livro do Kundur [2], e os resultados obtidos após um estudo realizado utilizando dados reais da usina hidrelétrica de Itaipu. Ao final, é apresentada a conclusão do trabalho no Capítulo 6.

## 2 Oscilações de baixa frequência - LFO

As LFO em SEP de potência são um fenômeno estudado dentro da grande área da estabilidade. A estabilidade do sistema de energia é um problema complexo e com muitas variantes, sendo difícil estudá-lo como um caso único. A análise de problemas de estabilidade, a identificação de fatores essenciais que contribuem para a instabilidade e a obtenção de métodos para melhorar a operação estável são facilitadas pela classificação da estabilidade em categorias apropriadas. Estas são baseadas nas seguintes considerações:

- A natureza física da instabilidade resultante;
- O tamanho da perturbação considerada;
- Os dispositivos, processos e período de tempo que devem ser levados em consideração para determinar a estabilidade;
- O método mais apropriado de cálculo e previsão da estabilidade.

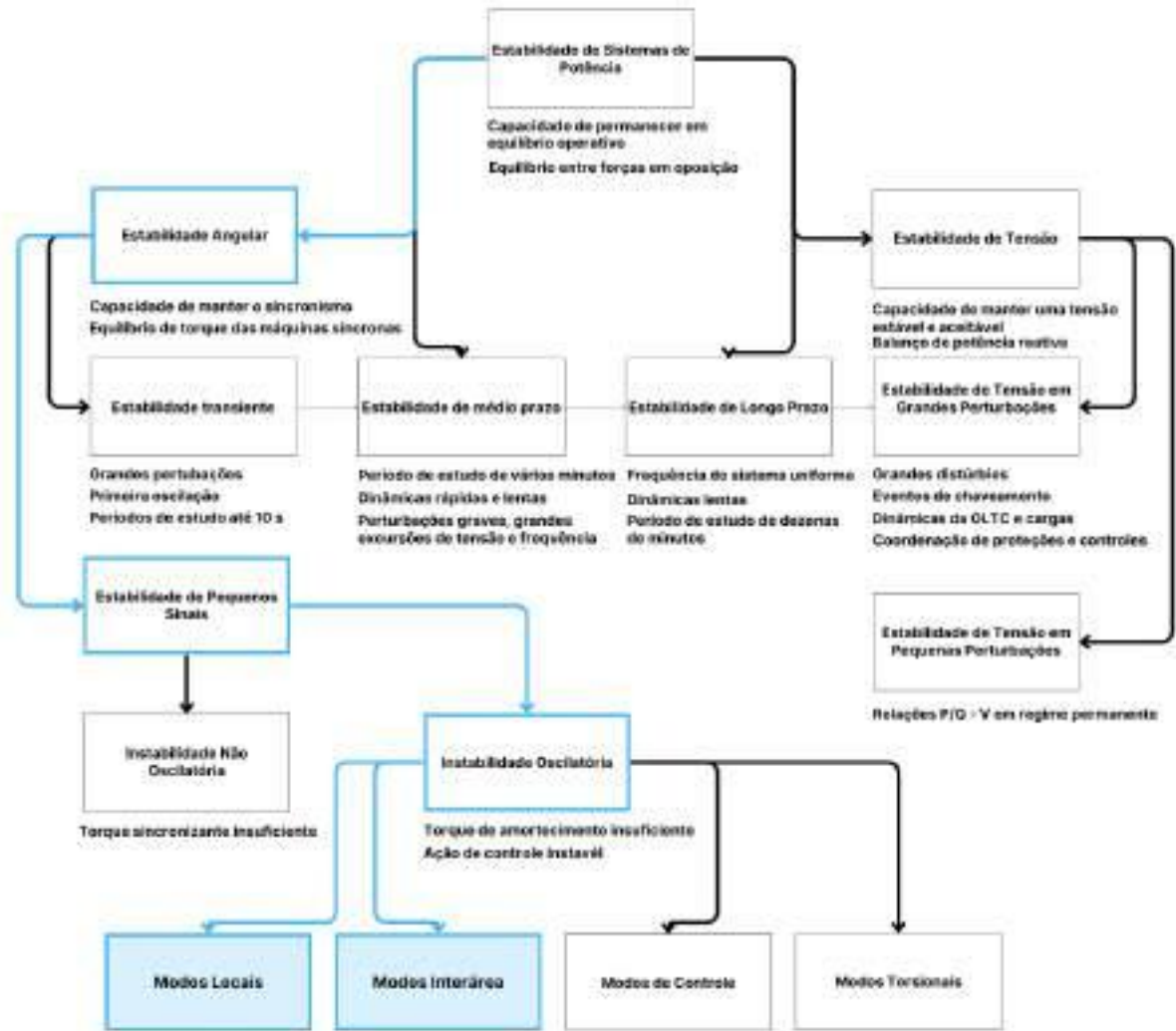
A Figura 1 fornece uma visão geral do problema de estabilidade do SEP, identificando suas classes e subclasses em termos das categorias. Como uma necessidade prática, a classificação foi baseada em uma série de considerações diversas, dificultando a seleção de categorias claramente distintas e o estabelecimento de definições rigorosas e convenientes para o uso prático. Embora a classificação da estabilidade do SEP seja um meio eficaz e conveniente para lidar com as complexidades do problema, a estabilidade geral do sistema deve sempre ser mantida em mente. As soluções para problemas de estabilidade de uma categoria não devem ser às custas de outra. É essencial observar todos os aspectos dos fenômenos de estabilidade e cada aspecto de mais de um ponto de vista. Isso requer o desenvolvimento e boa utilização de diferentes tipos de ferramentas analíticas. A este respeito, um certo grau de sobreposição nos fenômenos sendo analisados é de fato desejável [2].

Sendo a análise das LFO um caso particular dentro do conceito de estabilidade de sistemas elétricos, na Figura 1 é possível observar que essas oscilações se enquadram na classe de Instabilidade Oscilatória, nas subclasses de Modos Locais e Modos Interárea.

As LFO se caracterizam por estarem tipicamente localizadas no espectro entre 0.1 Hz e 2 Hz. Normalmente, essas oscilações decaem rapidamente permitindo que o sistema permaneça estável. Porém, dependendo de certas condições de operação, as LFO podem crescer e se sustentar de forma a fazer com que máquinas síncronas percam o sincronismo. Os efeitos adversos dessas oscilações intensificam as flutuações na tensão, no fluxo de potência, no torque e na velocidade por uma longa duração.

As LFO podem afetar a confiabilidade do sistema e podem surgir a partir da interação das oscilações dos rotores de inúmeras máquinas do sistema ou devido a falta

– **Figura 1:** Classificação de estabilidade em sistemas de potência.



Fonte: Adaptado de [2]

de torque de amortecimento. Elas induzem o aparecimento de oscilações em diversas grandezas do sistema de forma prolongada, cujos impactos negativos podem ser visualizados na forma de desgastes mecânicos nos geradores, limites de transferência de potência em linhas de transmissão e até na interrupção do fornecimento de energia elétrica [3].

Quando não tratadas, as LFO podem levar a perda de sincronismo entre geradores, resultando, em última instância, em interrupção no fornecimento de energia elétrica. Por isso, a análise e detecção precoce dessas oscilações é fundamental para garantir a estabilidade e bom funcionamento do SEP. Em algumas situações, o sistema pode não perder a estabilidade logo na primeira oscilação, mesmo que essa tenha sido uma grande perturbação, mas sim após decorrido algum tempo posterior a esse fenômeno. Ocorre que, neste caso, pode ter havido juntamente com a grande oscilação, uma perturbação oriunda de pequenos sinais, que tem amplitude crescente e só será constatada após alguns segundos ou até mesmo minutos após a perturbação. Um dos fatores que contribui para o surgimento dessas oscilações, é a utilização dos reguladores automáticos de tensão nos

geradores síncronos, que foram implementados para substituir os reguladores anteriores que eram rotativos e de lenta atuação. Em situações de carga plena, esses reguladores eletrônicos aumentavam o coeficiente de sincronização dos geradores, mas ao mesmo tempo causavam um impacto negativo ao amortecimento do sistema [4].

O controle dessas oscilações pode ser uma dificuldade na maioria dos países em desenvolvimento devido a frequente presença de oscilações de baixa frequência fracamente amortecidas resultante de longas linhas de transmissão e sistemas sobrecarregados. Para sintonizar corretamente os Estabilizadores do Sistema de Energia (do inglês, *Power System Stabilizer*) (PSS) ou um Reguladores Automáticos de Tensão (do inglês, *Automatic Voltage Regulator*) (AVR), é de grande valia entender a estrutura do sistema de potência [5]. O próprio conjunto de geradores é fundamental para mitigar as oscilações. A inércia das máquinas evita que a potência mecânica seja reduzida nos primeiros instantes após uma redução da potência elétrica, fazendo com que o rotor acelere, aumentando seu ângulo de rotação e provocando as oscilações [6]. Ou seja, máquinas de menor porte que tendem a ter uma menor inércia rotacional, normalmente estão mais sujeitas a sofrerem oscilações.

O aumento da potência que flui por uma rede de transmissão do sistema é um dos motivos que causa LFO. Além disso, essas oscilações também podem ser causadas por distúrbios na rede como faltas, especialmente em sistemas com linhas de transmissão fracas. A taxa de decaimento dessas oscilações é dependente principalmente do amortecimento vindo do sistema gerador e de perdas da linha de transmissão. No entanto, em alguns casos, o amortecimento total pode não ser suficiente e oscilações fracamente amortecidas podem ocorrer no sistema. Por essa razão, controladores do tipo Amortecimento de Oscilação de Potência (do inglês, *Power Oscillation Damping*) (POD) são comumente usados no sistema de energia. A maneira mais simples de implementar esse tipo de controle é incluir um PSS no regulador de tensão do gerador síncrono. O algoritmo de controle de um PSS [2], tem como objetivo sintetizar o componente oscilatório de forma a eliminá-lo ou pelo menos atenuá-lo. No entanto, o PSS é eficaz apenas localmente e geralmente não pode fornecer ação de amortecimento suficiente quando ocorrem perturbações longe das unidades de geração, como no caso de oscilações interáreas. Nesse caso, controladores Sistemas de Transmissão em Corrente Alternada Flexíveis (do inglês, *Flexible Alternating Current Transmission System*) (FACTS) podem ser aplicados para fins de POD [7],[8]. A estrutura de controle típica dos controladores FACTS para POD é semelhante à utilizada para PSS. No entanto, esse tipo de ação de controle pode não ser eficaz, devido ao fato de que o deslocamento de fase correto é fornecido apenas em uma frequência de oscilação específica, na qual o projeto do filtro é otimizado. Uma abordagem melhor é usar um método de estimação baseado em uma combinação Filtro Passa-Baixas (do inglês, *Low Pass Filter*) (LPF), conforme proposto em [9],[10]. Estes métodos apresentam melhor desempenho (tanto em estado estacionário quanto durante condições transitórias). No entanto, sua velocidade de resposta é altamente dependente da frequência característica das

oscilações de potência. Outra alternativa poderia ser o uso de técnicas de estimação, como a análise de Prony, conforme descrito em [11],[12]. No entanto, algumas implementações do método de Prony podem ser computacionalmente ineficientes devido à grande quantidade de dados necessária na estimação, tornando o método inadequado para aplicação em tempo real [13].

Durante o processo transitório de pequenas perturbações, o rotor do gerador ocasionalmente oscila para frente e para trás em relação ao campo magnético síncrono. O gerador alterna entre o status de gerador e o status de motor, e a energia da linha conectada à rede também é transmitida de um lado para o outro, o que afeta a operação normal do SEP e pode causar acidentes na rede elétrica em casos graves [14].

Outro fator que pode causar as LFO é o desbalanço entre a demanda e a potência disponível em um momento. No início do desenvolvimento dos sistemas de potência, essas oscilações eram raras, porque os geradores estavam localizados perto das cargas. Hoje em dia, com os pontos de demanda cada vez mais espalhados e longe das cargas, as linhas de transmissão precisam suportar grandes quantidades de energia fluindo por grandes distâncias, o que resulta no aumento das oscilações de potência. O fenômeno da LFO envolve a oscilação mecânica do ângulo de fase do rotor em relação a um referencial rotativo, visto que o ângulo da fase está fortemente acoplado a transferência de potência [1]

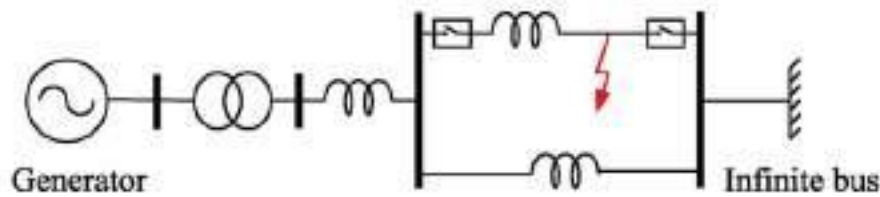
As LFO podem ser classificadas em dois grupos: oscilações locais e oscilações globais ou interárea. Os modos de oscilação local, estão associados a uma pequena parte do sistema. Essas oscilações podem estar associadas com variações no ângulo do rotor de um único gerador ou com uma planta única frente ao resto do sistema. Além disso, as oscilações podem também estar associadas a interações entre rotores de um grupo de geradores próximos. Normalmente, essas oscilações estão na faixa de 0,7 Hz a 2 Hz. [2]

Já os modos de oscilação interárea, são causados pela interação entre um grande número de geradores. Elas envolvem um grupo de geradores de uma área oscilando contra um grupo de geradores de outra área. Grandes sistemas interconectados normalmente possuem duas formas distintas de oscilações interárea: i) Um modo de oscilações de frequências muito baixas envolvendo todos os geradores no sistema. O sistema é essencialmente dividido em duas partes, com os geradores de uma parte oscilando contra as máquinas da outra parte. A frequência desse modo de oscilação é na ordem de 0,1 Hz a 0,3 Hz; e ii) Modos de frequência mais altos envolvendo sub grupos de geradores oscilando uns contra os outros. A frequência de oscilação dessas máquinas está tipicamente no intervalo de 0,4 Hz a 0,7 Hz. [2]

## 2.1 O Princípio das Oscilações de Baixa Frequência

Para analisar a origem das LFO utiliza-se a análise de pequenas interferências a partir do equacionamento matemático do gerador. Adotando o modelo clássico de segunda

ordem, as equações que descrevem o rotor do gerador em um sistema de potência de máquina única e barramento infinito (Figura 2) são expressas em (2.1) e (2.2).



– **Figura 2:** Modelo simplificado do sistema de potência máquina única.

$$M \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e - D \cdot (\omega - 1) \quad (2.1)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - 1 \quad (2.2)$$

em que,  $M$  é o momento de inércia do rotor do gerador;  $\omega$  é a velocidade angular do rotor;  $\delta$  é o ângulo de potência do gerador;  $P_m$  é a potência de saída do motor primário;  $P_e$  é a potência eletromagnética de saída do gerador;  $D$  é o coeficiente de amortecimento do gerador;  $t$  é o tempo.

Sabendo que:

$$P_e = \frac{E'U}{X_\Sigma} \cdot \sin(\delta) \quad (2.3)$$

em que,  $E'$  é a força eletromotriz do gerador;  $U$  é a tensão de saída do gerador;  $X_\Sigma$  é a impedância do sistema.

Escrevendo (2.1) e (2.2) na forma incremental, obtém-se:

$$M \frac{d\omega}{dt} = \Delta P_m - P_e - \frac{E'U}{X_\Sigma} \cdot \cos(\delta) \cdot \Delta\delta - D \cdot \Delta\omega \quad (2.4)$$

$$\frac{d(\Delta\delta)}{dt} = \Delta\omega \quad (2.5)$$

Considerando:

$$K = \frac{E'U}{X_\Sigma} \cdot \cos(\delta) \quad (2.6)$$

é possível escrever:

$$M \cdot \Delta\ddot{\delta} + D \cdot \Delta\dot{\delta} + K \cdot \Delta\delta = 0 \quad (2.7)$$

A equação característica correspondente à (2.7) é:



$$Mp^2 + Dp + K = 0 \quad (2.8)$$

Se o amortecimento não é considerado, as raízes de (2.8) são:

$$p_{1,2} = \pm j\sqrt{\frac{K}{M}} \hat{=} j\omega_n \quad (2.9)$$

A partir de (2.9) é possível fazer as seguintes análises [14]:

1. Quando  $X_\Sigma$  é pequeno,  $K$  é grande e a frequência de oscilação  $\omega_n$  é grande, o que geralmente ocorre em redes locais. Quando  $X_\Sigma$  é grande,  $K$  é pequeno e a frequência de oscilação  $\omega_n$  é pequena, o que normalmente ocorre em sistemas interconectados
2. Setando  $\cos \phi$  em 1,  $X_\Sigma$  no intervalo de 0,2 – 10 e  $M$  no intervalo de 6 – 12s, e substituindo esses valores em (2.9), pode-se calcular que a LFO está no intervalo de 0,25 Hz a 2,5 Hz.
3. Quando o amortecimento é levado em conta, tem-se:

$$p_{1,2} = \frac{-D \pm \sqrt{D^2 - 4MK}}{2M} \hat{=} \alpha \pm j\Omega \quad (2.10)$$

Neste caso, o coeficiente de atenuação é  $-D/2M$ , o que mostra que o amortecimento auxilia na prevenção das LFO.

4. Esta análise mostra que as LFO são uma característica inerente ao sistema. Portanto, é possível concluir que se o sistema não apresentar amortecimento, durante um distúrbio, haverá ocorrência de LFO. O que mostra a importância dos dispositivos de controle para controlar o amortecimento do sistema.

## 2.2 Energias Renováveis e as Oscilações de Baixa Frequência

Nas últimas décadas, o progresso na tecnologia de semicondutores aumentou significativamente a eficiência e funcionalidade dos dispositivos eletrônicos de potência. Em particular, o uso de Conversor Fonte de Tensão (do inglês, *Voltage Source Converter*) (VSC) baseados em interruptores semicondutores contribuiu para uma alta penetração Fonte de Energia Renovável (do inglês, *Renewable Energy Source*) (RES) e significativa expansão do grau de controlabilidade e eficiência dessas unidades geradoras. [15],[16]. Nesse caso, as unidades de RES podem operar em qualquer faixa de frequência de modos normais e de emergência, por exemplo, no modo conectado à rede, elas podem fornecer injeção de potência reativa e manter o nível de tensão requerido. Portanto, atualmente, projetos de RES conectados à rede principal via VSC são amplamente utilizados. [17], [18],[19]

Obviamente, isso oferece várias vantagens: ausência de caixas de engrenagens e fontes adicionais de excitação, bem como regulação independente da potência ativa e reativa, etc.

No entanto, à medida que o nível de penetração de RES aumenta, o nível de potência geradora instalada no SEP também aumenta, mas o valor da inércia síncrona do sistema (inércia física) é reduzido. De acordo com *Fernandez-Guillamona* em [20], no período de 1996 a 2016, o valor equivalente de inércia na Europa diminuiu em 20%, o que contribuiu para uma taxa mais alta de mudança dos parâmetros do SEP (potência, tensão, frequência) em um curto período de tempo. Assim, os processos no SEP são alterados: seu espectro de frequência e o SEP tornam-se mais vulneráveis a várias perturbações (o que pode causar novos modos do SEP que antes não existiam). Em particular, pode ocorrer a LFO, que é caracterizada pelas oscilações relativas entre os rotores de geradores síncronos durante perturbações no SEP. Tradicionalmente, a LFO pode ser efetivamente amortecida pelos estabilizadores do sistema de energia. No entanto, de acordo com *Ghorbaniparvar* [21], principalmente as unidades de geração tradicionais e configurações incorretas dos estabilizadores do sistema de energia são as fontes das oscilações de potência [22].

Além disso, com o aumento das inserções de energias renováveis integradas ao sistema elétrico, o tamanho do sistema de energia está se expandindo significativamente. A moderna rede elétrica desenvolveu-se em uma grande área de redes elétricas interconectadas. As redes elétricas interconectadas podem ajudar a melhorar aspectos econômicos e de confiabilidade da transmissão de energia. No entanto, um número de interconexões regionais de redes elétricas pode ocasionar LFO significativas. Especialmente, as grandes e rápidas flutuações das energias renováveis (como eventos de aumento da energia eólica) em um período de tempo muito curto estão chamando mais atenção de pesquisadores em todo o mundo e impactando as operações seguras e estáveis do sistema.

### 2.3 Conclusões Parciais

Como parte crucial da análise de estabilidade do SEP, a estimativa dos parâmetros das LFO é digna de pesquisa e análise utilizando técnicas modernas. As LFO têm maior probabilidade de ocorrer em linhas de transmissão de longa distância e alta capacidade, especialmente sob as condições de sistemas de excitação rápidos e de alta ordem. A estabilidade do sistema de energia pode ser comprometida se o amortecimento não for eficaz.

A análise dos modos de LFO pode ajudar a compreender as características dinâmicas e o desempenho do sistema de energia, fornecendo referências importantes para a prevenção e controle. O surgimento das LFO na operação do sistema de energia é caracterizado por forte aleatoriedade e características não lineares. Os modos de LFO no processo dinâmico são variados, e o processo de oscilação é complexo e mutável. Muitas vezes, o sinal que contém as LFO é misturado com várias interferências, o que dificulta muito a correta

estimação dos parâmetros da oscilação.

Conseguir estimar com precisão os parâmetros (amplitude, frequência e fator de decaimento) das LFO, imersa em sinais oscilatórios, com características não lineares e variantes no tempo ainda é um desafio para os operadores de sistemas de energia. Além disso, as características dinâmicas do sinal de oscilação monitoradas de forma eficaz por meio de rastreamento em tempo real, fornece uma base importante para a tomada de decisões relacionadas à proteção e controle do sistema de energia.

### 3 Revisão Bibliográfica

O estudo das LFO é um tema complexo e de constante investigação. Por suas características próprias, as LFO são difíceis de serem identificadas quando presentes na rede elétrica, e ainda mais complicadas para serem modeladas. Por acontecerem de forma sobrepostas ao sinal de energia, as LFO estão sempre presentes dentro de algum outro determinado tipo de sinal, como por exemplos os sinais senoidais de tensão ou de corrente do sistema, e até mesmo nos sinais de potência. A correta detecção e modelagem da LFO é extremamente importante para realizar o projeto e os ajustes nos equipamentos que são responsáveis por sua mitigação e amortecimento.

Cada vez mais, técnicas avançadas de processamento de sinais são desenvolvidas e utilizadas no estudo das LFO. De maneira geral, o que considera-se como técnicas de processamento de sinais são uma variedade de métodos que buscam compreender, identificar, classificar e resolver problemas específicos, seja através de análises espectrais como no caso de transformadas capazes de decompor sinais em diferentes domínios, seja no emprego de filtragens cada vez mais robustas que visam remover ruídos e interferências indesejadas dos sinais ou no desenvolvimento de modelos matemáticos para simular o comportamento de sistemas sob diferentes condições. As técnicas avançadas permitem extrair informações úteis de sinais complexos, revelando padrões, tendências e características ocultas no sinal original.

Considerando as LFO, técnicas de processamento desses sinais visam especialmente a detecção precoce de oscilações indesejadas que podem levar a instabilidade no sistema elétrico, a caracterização e modelagem para se conhecer a natureza desse sinal, a localização e identificação das fontes geradoras dessas oscilações, bem como a mitigação ou controle desses distúrbios para manter a estabilidade e confiabilidade do sistema elétrico.

#### 3.1 Métodos de Estimação de Parâmetros de LFO

Os algoritmos encontrados na literatura aplicados ao contexto de LFO implementam métodos matemáticos e técnicas de processamento de sinais para analisar dados provenientes do sistema elétrico, buscando estimar parâmetros fundamentais que descrevem a LFO, como frequência, amplitude e fator de amortecimento, ou outras características pertinentes às oscilações

Uma parte desses algoritmos destinados ao estudo das LFO está relacionada ao problema da estimação dos parâmetros que caracterizam o sinal. Os algoritmos implementam métodos matemáticos que objetivam decompor sinais complexos em componentes mais simples, podendo lançar mão de transformadas matemáticas para analisar os sinais no domínio do tempo ou da frequência. Além disso, outras técnicas buscam ajustar modelos matemáticos aos dados observados, buscando os parâmetros que melhor descrevem as

oscilações presentes no sinal de forma otimizada.

As subseções seguintes apresentam uma revisão dos principais métodos de processamento de sinais encontrados na literatura.

### 3.1.1 *Mode identification of low-frequency oscillations in power systems based on fourth-order mixed mean cumulant and improved TLS-ESPRIT algorithm*

Nesse artigo [23], os autores apresentam um método para identificar os modos de oscilação de baixa frequência em sinais de SEP, utilizando a combinação Cumulante de Quarta Ordem (do inglês, *Fourth-Order Mixed Mean Cumulant*) (FOMMC) e da técnica Mínimos Quadrados Totais (do inglês, *Total Least Squares*) (TLS)-Estimação de Parâmetros do Sinal via Técnica de Invariância Rotacional (do inglês, *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*) (ESPRIT) aprimorada. A utilização do cumulante de quarta ordem é devido à sua imunidade ao ruído gaussiano, gerando assim um sinal mais limpo para a aplicação do algoritmo TLS-ESPRIT, que por sua vez, é utilizado para identificar os parâmetros de cada modo de oscilação presente no sinal. O artigo apresenta testes do método em dois cenários: o primeiro utilizando sinais sintéticos, os quais também foram utilizados neste trabalho com o intuito de comparação (resultados mostrados na Subseção 5.2.1) e o segundo utiliza dados provenientes de um modelo de SEP de 4 máquinas e 2 áreas, disponibilizado pelo IEEE [24], [25] para estudos na área de LFO. Os resultados mostram que o método é eficaz na filtragem de ruído e apresenta boa precisão de ajuste do modelo. Os autores afirmam ainda que o método apresenta simplicidade de implementação e é posto como um bom candidato para identificação de LFO em tempo real. Os pontos negativos são a não análise do algoritmo frente a influência de fatores como harmônicos e erros de medição e na determinação de um limite para a incerteza da estimativa. Uma descrição resumida do método proposto é mostrada abaixo:

As LFO podem ser modeladas como sinais senoidais exponencialmente amortecidas como em (3.1) ou também na forma de exponenciais complexas como em (3.2).

$$Y(t) = x(t) + v(t) = \sum_{m=1}^{2P} A_m e^{\alpha_m t} \cos(2\pi f_m t + \theta_m) + v(t) \quad (3.1)$$

$$Y(t) = x(t) + v(t) = \sum_{m=1}^{2P} R_m e^{B_m t} + v(t) \quad (3.2)$$

em que,  $P$  é o número de modos de oscilação,  $B_m = \alpha_m \pm j2\pi f_m$  e  $R_m = \frac{1}{2}A_m e^{j\theta_m}$ , sendo  $\alpha_m$  o fator de amortecimento,  $f_m$  a frequência,  $A_m$  a amplitude e  $\theta_m$  a fase. Como o ruído  $v(t)$  e os sinais determinísticos são independentes entre si,  $Y(t)$  é um processo estocástico misto não estacionário. Para um processo estocástico estacionário  $Z(t)$  em tempo discreto, o cumulante de quarta ordem,  $C_{4Z}(\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4)$  é definido como mostrado em (3.3) e (3.4) [26].

$$C_{4Z} \stackrel{\text{def}}{=} \text{cum} [z(t), z(t + \tau_1), z(t + \tau_2), z(t + \tau_3)] \quad (3.3)$$

$$\text{cum}(a, b, c, d) \stackrel{\text{def}}{=} E(abcd) - E(ab)E(cd) - E(ac)E(bd) - E(ad)E(bc) \quad (3.4)$$

em que,  $\tau_1, \tau_2$  e  $\tau_3$  são atrasos de tempo diferentes, o símbolo  $\stackrel{\text{def}}{=}$  é usado para representar uma definição e  $E$  é o valor esperado.

O fluxo principal do algoritmo FOMMC-TLS-ESPRIT é descrito pelos seguintes passos:

1. Obter  $Y'(t)$  através da desagregação dos dados medidos  $Y(t)$
2. Encontrar o cortes diagonais de FOMMC  $\bar{C}_{4Y}(\tau)$  com  $\tau$  variando de 0 até N-1 de  $Y'(t)$
3. Usar  $\bar{C}_{4Y}(\tau)$  para formar a matriz Hankel de  $Y$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{4Y}(0) & \dots & \bar{C}_{4Y}(M-1) \\ \bar{C}_{4Y}(1) & \dots & \bar{C}_{4Y}(L) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}_{4Y}(L-1) & \dots & \bar{C}_{4Y}(N-1) \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

em que,  $L > 2P$ ,  $M > 2P$ ,  $P$  é o número de modos de oscilação de  $x(t)$  definidos em 3.1, e  $N = L + M$  é o número de pontos amostrados.

4. Encontrar o número efetivo de modos de oscilação do sinal considerando a Taxa de Mudança Relativa do Valor Singular (do inglês, *Relative Change Rate of Singular Value*) (RCRSV) da matriz  $Y$ . A Decomposição em Valores Singulares (do inglês, *Singular Value Decomposition*) (SVD) de  $Y$  é dado por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^{\mathbf{H}} \quad (3.6)$$

em que,  $\mathbf{U}$  é uma matriz unitária  $L \times L$  (sua transposta conjugada,  $\mathbf{U}^{\mathbf{H}}$ , também é sua inversa, ou seja,  $\mathbf{U}^{\mathbf{H}}\mathbf{U} = \mathbf{U}\mathbf{U}^{\mathbf{H}} = \mathbf{I}$ ),  $\mathbf{S}$  é uma matriz diagonal  $L \times M$  com números reais não negativos na diagonal principal (os valores singulares de  $\mathbf{Y}$ ), e  $\mathbf{V}^{\mathbf{H}}$  é a transposta conjugada da matriz  $\mathbf{V}$ , isto é, uma matriz unitária  $M \times M$ .)

Esta etapa é necessária, pois o número de modos de oscilação presentes no sinal é desconhecido. Algumas técnicas para a obtenção do número de modos utilizam um limiar que apresenta alta sensibilidade na escolha: Se o limiar for muito grande, alguns modos de oscilação importantes serão perdidos; Se for definido muito pequeno, o

custo computacional será aumentado desnecessariamente, pois o algoritmo retornará modos redundantes, e os resultados podem sofrer de sobreajuste. A proposta de utilizar o RCRSV se mostra interessante, pois não necessita de limiar: o número que resulta no máximo RCRSV é escolhido como o número de modos de oscilação. Os passos específicos do método RCRSV são os seguintes:

- a) Encontrar os valor singulares da matriz  $Y$ , 3.5, e os organizar em ordem decrescente.

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_{2P} \geq \sigma_{2P+1} \approx \dots \approx \sigma_L \approx 0 \quad (3.7)$$

Os valores singulares da matriz  $Y$  têm valores significativos até certo ponto ( $2P$ ), que é considerado o ponto crítico entre a representação do sinal efetivo e o sinal de ruído. Assim,  $2P$  é uma escolha razoável para o ponto de corte, definindo o número efetivo de modos de oscilação do sinal a serem identificados.

- b) Determinar todas RCRSV, dadas por:

$$RCRSV_i = \frac{\sigma_i - \sigma_{(i+1)}}{\sigma_{(i+1)}}, i = 1, 2, \dots, L - 1 \quad (3.8)$$

Como os valores singulares estão em ordem decrescente, um valor grande de RCRSV indica que a diferença relativa entre os valores singulares  $\sigma_i$  e  $\sigma_{i+1}$  também é grande. O índice associado ao valor máximo de RCRSV é definido como o número de modos a serem identificados ( $2P$  na notação de 3.2).

5. Obter a estimativa do subespaço do sinal, calcular sua decomposição de autovalores e dividir essa decomposição em submatrizes que serão usadas no próximo passo. A estimativa do subespaço do sinal,  $V_s$  consiste nos  $2P$  vetores singulares direitos dominantes de  $Y$  (que são colunas de  $V$  em 3.6. As matrizes  $V_1$  e  $V_2$  são obtidas excluindo a primeira e a segunda linhas de  $V_s$ , respectivamente. A partir da decomposição dos vetores singulares de uma matriz definida por  $|V_1, V_2|$ , é possível obter seus valores singulares direitos  $R$  e particioná-los em quatro submatrizes  $2P \times 2P$ ,

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{22} & R_{22} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

6. Calcular os autovalores de  $R_{12}R_{22}^{-1}$  e, em seguida, encontrar os valores de frequência do sinal e os coeficientes de amortecimento para  $2P$  sinais.
7. Usar o método TLS para obter os valores de amplitude e ângulo de fase inicial relacionados a cada modo de oscilação.

A Precisão do Ajuste (do inglês, *Accuracy of Fitting*) (AOF) usada para caracterizar a aproximação do sinal estimado ao sinal original é definida em 3.10, onde  $\hat{x}$  é o sinal estimado,  $x$  é o sinal original sem ruído, e  $\|\cdot\|$  é a norma euclidiana. A da AOF é dB.

$$AOF = 10 \log \frac{\|x\|}{\|x - \hat{x}\|} \quad (3.10)$$

A partir da equação 3.10, pode-se ver claramente que quanto maior o valor de AOF, melhor é a precisão do ajuste. Em circunstâncias normais, valores de AOF  $> 10$  dB atendem aos requisitos de precisão do ajuste, indicando que a norma do erro é um décimo da norma do sinal original.

### 3.1.2 *Identification method for power system low-frequency oscillations based on improved VMD and Teager-Kaiser Energy Operator*

Nesse trabalho [27] os autores propõem uma versão aperfeiçoada para o VMD, chamada de Decomposição de Modo Variacional Aprimorada (do inglês, *Improved Variational Mode Decomposition*) (IVMD). Trata-se de um algoritmo que tem a função de automatizar uma parte da parametrização inicial do VMD. Através da transformada rápida de Fourier, o algoritmo estima o número de modos presentes no sinal em estudo, além de estimar o melhor parâmetro de equilíbrio  $\alpha$  através de um grande número de testes. O VMD é utilizado para decompor o sinal e, em seguida, o Operador de Energia Teager-Kaiser (do inglês, *Teager-Kaiser Energy Operator*) (TKEO) é aplicado no ajuste de cada componente para estimar os parâmetros da LFO. O método proposto é então comparado com o VMD não paramétrico, com o Decomposição de Modo Empírico (do inglês, *Empirical Mode Decomposition*) (EMD), com o TLS-ESPRIT e com o Prony, sendo considerado pelos autores, superior a todos esses. Por fim, o método é testado com dois SEP referência do IEEE: o sistema de duas-áreas quatro-geradores e o sistema de 39 barras da Nova Inglaterra (New England 39-bus System). Além de um teste com sinal ideal simulado contendo três diferentes componentes de frequências. Este último, foi reproduzido neste trabalho e os resultados estão expostos da Subseção 5.2.2. As limitações do método proposto se concentram em uma necessidade de melhoria na precisão de identificação dos parâmetros que são significativamente afetados quando há uma forte interação não linear e muitos componentes variantes no tempo no sinal em análise. Em pesquisas futuras os autores pretendem aprimorar a decomposição do VMD em sinais mais complexos. Além disso, uma análise sobre a previsão de oscilações de baixa frequência instáveis não é discutida neste artigo e também será alvo de trabalhos futuros por parte dos autores.

#### 3.1.2.1 O fluxo do algoritmo

A primeira etapa do algoritmo IVMD-TKEO é a aplicação da Transformada Rápida de Fourier (do inglês, *Fast Fourier Transform*) (FFT), em seguida, as informações sobre a



quantidade de picos de energia presentes na FFT e a frequência mais baixa encontrada são usados para encontrar o parâmetro  $k$  e o  $\alpha$  do VMD. Estes parâmetros serão mostrados em mais detalhes na subseção 4.1.5. Posteriormente, as Função de Modo Intrínseco (do inglês, *Intrinsic Mode Function*) (IMF) do VMD são aplicadas ao TKEO. Este último é empregado para extrair a energia instantânea de cada modo. Isso é alcançado através do cálculo da energia do sinal após passar por um operador não-linear que ressalta as variações temporais. Com isso, permite-se uma caracterização mais detalhada da dinâmica do sinal em cada IMF, destacando eventos de interesse e facilitando a identificação de padrões relevantes.

### 3.1.2.2 Aprimoramento do VMD

O VMD não inclui a condição de término de decomposição como o EMD, é preciso configurar manualmente o parâmetro de entrada  $k$  relativo ao número de modos de decomposição. A transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform FFT) é mais adequada para refletir o número de frequências presentes no sinal. No trabalho em questão, os autores utilizaram o número de picos espectrais da FFT como referência para determinar  $k$ , ou seja, o número de componentes de decomposição do VMD. Além disso, o valor de  $\alpha$  também afeta consideravelmente o resultado da decomposição do VMD. Portanto, é crucial ajustar  $\alpha$  adequadamente. O SNR<sub>rec</sub> foi introduzido no trabalho em questão para avaliar a semelhança entre cada modo de decomposição e o componente real. Quanto maior o SNR<sub>rec</sub>, mais próximo o modo de decomposição estará do componente real, e quanto mais apropriado for o valor de  $\alpha$ . A fórmula é mostrada na equação 3.11.

$$SNR_{rec} = 10 \times \log \frac{\sum_{n=1}^N x(n)^2}{\sum_{n=1}^N [\hat{x}(n) - x(n)]^2} \quad (3.11)$$

Por meio de testes de múltiplos grupos, descobriu-se que o valor razoável de  $\alpha$  está relacionado à frequência real e ao intervalo de amostragem do sinal de teste. Portanto, três conjuntos de funções de teste foram selecionados para os testes:

$$x_1(t) = 1.2e^{-0.030t} \sin(2\pi \times 0.9t) + 1.5e^{-0.045t} \sin(2\pi \times 0.7t) + 0.8e^{0.02t} \sin(2\pi \times 0.4t) \quad t \in [0, 30] \quad (3.12)$$

$$x_2(t) = 1.2e^{-0.030t} \sin(2\pi \times 2.3t) + 1.5e^{-0.045t} \sin(2\pi \times 1.5t) + 0.8e^{0.02t} \sin(2\pi \times 0.8t) \quad t \in [0, 30] \quad (3.13)$$

$$x_3(t) = 1.2e^{-0.030t} \sin(2\pi \times 6.8t) + 1.5e^{-0.045t} \sin(2\pi \times 4.0t) + 0.8e^{0.02t} \sin(2\pi \times 2.5t) \quad t \in [0, 3] \quad (3.14)$$

Nos intervalos de amostragem de  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ , variando de 0,01 a 0,3s, e no intervalo de amostragem de  $x_3(t)$ , variando de 0,001 a 0,03s, bem como na faixa de valores de  $\alpha$  de  $10^1$  a  $10^5$ , foram realizados testes com três conjuntos específicos de funções de teste. Essas funções foram então decompostas usando o VMD para determinar o SNRrec de cada componente de frequência. Os resultados revelaram uma distribuição regular do SNRrec. Neste estudo, a região com valores mais altos de SNRrec foi designada como a "área alta". Os testes demonstraram que, dentro dessa área alta e com o intervalo de amostragem mantido constante, um  $\alpha$  maior resultou em um tempo de processamento menor pelo VMD, resultados mais suaves no ajuste pelo TKEO e um efeito de filtragem de ruído aprimorado. Assim, o valor máximo dentro da área alta foi determinado como o melhor valor para  $\alpha$ .

$$p = -\frac{\log \alpha}{\log T_s + \log f} \quad (3.15)$$

Através de gráficos de ajuste de linhas de contorno é possível determinar os melhores pontos para  $\alpha$ . Isto é feito da seguinte forma: considerando a equação 3.15, onde  $T_s$  representa o intervalo de amostragem e  $f$  a frequência do sinal. Com o auxílio dos gráficos citados pelos autores, é possível visualizar qual a curva se enquadra melhor nos dados, e ao utilizar o ajuste da curva e o substituindo na variável  $p$  da equação 3.15, é possível se calcular o valor ótimo de  $\alpha$ .

### 3.1.2.3 Teager–Kaiser Energy Operator

TKEO é um tipo de operador diferencial local não linear que não envolve transformação integral. Um sinal com amplitude  $A$  e frequência  $f$  é amostrado a uma taxa de amostragem  $f_s$  para obter uma forma discreta do sinal.

$$x(n) = A \cos(\Omega n + \Phi) \quad (3.16)$$

Onde  $\Omega = \frac{2\pi f}{f_s}$ ,  $\phi$  é a fase inicial. Três pontos adjacentes do sinal podem formar um conjunto de equações como mostrado em 3.17:

$$\begin{cases} x(n-1) = A \cos(\Omega(n-1) + \phi) \\ x(n) = A \cos(\Omega n + \phi) \\ x(n+1) = A \cos(\Omega(n+1) + \phi) \end{cases} \quad (3.17)$$

Resolvendo o sistema de equações de 3.17 obtém-se:

$$A^2 \sin^2(\Omega) = x^2(n) - x(n-1)x(n+1) \quad (3.18)$$

Quando  $\Omega$  é suficientemente pequeno,  $\sin(\Omega) \approx \Omega$ . Quando  $\Omega < \frac{\pi}{4}$ , o erro entre  $\sin(\Omega)$  e  $\Omega$  é menor que 11%. Logo, a equação 3.18 pode ser escrita como:

$$A^2 \Omega^2 = x^2(n) - x(n+1)x(n-1) \quad (3.19)$$

Definição do operador de energia TKEO:

$$\Psi[x(n)] = x^2(n) - x(n-1)x(n+1) \quad (3.20)$$

A obtenção da amplitude instantânea e frequência instantânea do sinal pode ser obtido pela transformação do TKEO:

$$\begin{aligned} A(n) &= \frac{2\Psi[x(n)]}{\sqrt{\Psi[x(n+1) - x(n-1)]}} \\ f(n) &= \frac{1}{4\pi} \arccos \left( 1 - \frac{\Psi[x(n+1) - x(n-1)]}{2\Psi[x(n)]} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

### 3.1.3 Application of Prony Algorithm Based on EEMD for Identifying PSS Parameters

O artigo [28] em questão, propõe a implementação dos algoritmos Decomposição de Modo Empírico Conjunta (do inglês, *Ensemble Empirical Mode Decomposition*) (EEMD) e Prony para identificação online de oscilações de baixa frequência no sistema elétrico de potência. Os autores buscam resolver o problema da configuração dos parâmetros do PSS e tentar melhorar a capacidade do controlador de extinguir a oscilação. O EEMD é utilizado para separar os modos do sinal em IMF e realizar a filtragem de ruído. Depois, os parâmetros do modelo de oscilação de baixa frequência são obtidos analisando a IMF com o algoritmo de Prony. Por fim, os parâmetros do PSS são calculados através do método de resíduo com base no modo dominante do sistema de oscilação. Por fim, testa-se o desempenho do PSS com os parâmetros estimados pelo modelo através de uma simulação.

### 3.1.4 Identification of low frequency oscillation parameters based on EEMD-SVD method and Prony algorithm

Uma melhoria no algoritmo de Prony é proposto em [29] para estimar os parâmetros de oscilações de baixa frequência. Para melhorar a sensibilidade do Prony ao ruído, os autores utilizam no método, o algoritmo EEMD e SVD de forma combinada para melhorar a relação sinal-ruído e, conseqüentemente, a precisão do Prony na estimação dos parâmetros. Os resultados mostram que o algoritmo de Prony sozinho se desempenhou muito bem

para sinais sem ruído, fazendo a correta identificação das oscilações de baixa frequência e estimando seus parâmetros. Já para sinais ruidosos, não foi possível identificar de forma correta os parâmetros do sinal de entrada. Apenas quando combinado com os algoritmos do EEMD e SVD o Prony foi capaz de conseguir trabalhar com sinais corrompidos por ruído. Além disso, também realizou-se um teste comparativo entre as seguintes combinações de algoritmos e seu desempenho em reconstruir os sinais com os parâmetros estimados, EEMD-Prony, SVD-Prony e EEMD-SVD-Prony, sendo que, este último, teve o melhor resultado quando o sinal analisado continha ruído.

### 3.1.5 *Estimation of low-frequency modes in power system using robust modified Prony*

Nesse artigo [30], é proposta uma modificação no método aprimorado de Prony, sugerindo o uso de uma matriz de covariância robusta baseada no algoritmo determinante de covariância mínima para lidar com os *outliers* nos dados amostrais, seguido por uma abordagem de aproximação de baixa ordem para mitigar o efeito do ruído. Portanto, o método proposto, chamado de Prony Modificado Robusto (do inglês, *Robust Modified Prony*), pode estimar os modos de forma eficaz na presença de *outliers* nas amostras e é adequado para ruído gaussiano de alta variância. Para demonstrar a eficácia do método proposto, o desempenho do método foi avaliado em sinais de teste conhecidos, no sistema de duas áreas e em dados reais de PMU retirados do sistema do Conselho de Coordenação de Eletricidade do Oeste (do inglês, *Western Electricity Coordination Council*) (WECC), com a amostra de dados corrompida por *outliers*. A partir dos resultados da simulação, os autores concluem que o método proposto é realmente robusto em relação à presença de *outliers* em comparação com outros métodos, como o Prony aprimorado e o TLS-ESPRIT. Também estão incluídos resultados de simulação para um sinal de teste com magnitude variável e diferentes posições de *outliers* no sinal utilizado para teste de diferentes métodos. Observa-se que, quando a magnitude do *outlier* é menor, o desempenho de todos os métodos é comparável. No entanto, à medida que a magnitude dos *outliers* aumenta, o método de Prony aprimorado tende a fornecer resultados mais precisos em comparação com outros métodos, uma vez que estes não são projetados para mitigar o efeito da presença de *outliers* na amostra.

### 3.1.6 *A Modified RLS Algorithm for Online Estimation of Low-Frequency Oscillations in Power Systems*

No artigo [13], foi introduzido um novo algoritmo de estimação baseado em Mínimos Quadrados Recursivo (do inglês, *Recursive Least Squares*) (RLS) para identificar oscilações de baixa frequência no sistema elétrico de potência. Os autores fazem uma comparação entre métodos baseados em filtros passa-baixa, que são conhecidos por sua baixa capacidade de extrair com precisão os componentes de sinal necessários, limitando assim o desempenho dinâmico dos controladores, e o RLS clássico, mostrando as limitações dos métodos. Em

seguida, é apresentado um método aprimorado de estimação rápida baseado no algoritmo RLS. Trata-se de um algoritmo de mínimos quadrados recursivos que emprega um fator de esquecimento variável e um mecanismo de adaptação de frequência. Esse fator de esquecimento variável permite uma estimativa rápida durante transições e uma estimativa seletiva durante o estado estacionário. Adicionalmente, discute-se um mecanismo de adaptação de frequência para lidar com a incerteza na frequência do sinal de entrada. A eficácia do método proposto em termos de velocidade de estimativa, seletividade de frequência e capacidade de adaptação é apresentada por meio de simulações e verificações experimentais.

### **3.1.7** *Analysis of Power System Low Frequency Oscillation Using Improved Prony Algorithm*

O artigo [14] propõe uma variação do algoritmo de Prony para análise de LFO. Comparado com o algoritmo de Fourier, é apontado que este método é melhor para lidar com o problema do sinal formado pela combinação linear de termos exponenciais, independentemente da quantidade de componentes. Para solucionar a já conhecida limitação do algoritmo de Prony para lidar com sinais ruidosos, os autores propõem que o algoritmo seja aperfeiçoado de forma a melhorar a precisão no cálculo da estimação dos parâmetros LFO em sistemas de energia. Idealmente, a solução do algoritmo de Prony não é complexa, mas com o sinal de entrada corrompido por ruído branco, a solução ótima do modelo exponencial complexo torna-se um problema difícil de mínimos quadrados não linear. Para simplificar o cálculo, é adotada uma solução relativamente simples e precisa baseada em estatística e linearização do sinal. Por fim, os autores concluem que o cálculo e a análise do sinal de oscilação de um modelo de rede elétrica real no ambiente de simulação mostram que o algoritmo Prony aprimorado pode eliminar em grande parte o impacto negativo do ruído na precisão do cálculo e obter os parâmetros relativos aos modos de oscilação de forma mais precisa.

### **3.1.8** *Estimation of Model order for Electromechanical Modes using Sequential K-Means Algorithm*

Os autores do artigo [31] apresentam um algoritmo baseado em agrupamentos chamado K-Means Sequencial (S-K-Means) para identificar o número de modos oscilatórios de baixa frequência em sinais de sistemas de potência. O algoritmo proposto é capaz de estimar o número de modos de baixa frequência presentes no sinal, considerando todos os autovalores significativos que representam os níveis de energia dos modos dominantes. Além disso, o algoritmo é capaz de lidar com altos níveis de ruído. Busca-se validar a eficácia do método utilizando sinais sintéticos contendo diferentes níveis de ruído, bem como dados de redes simuladas no MATLAB e no Simulador de Dados em Tempo Real (do inglês, *Real time data simulator*) (RTDS), e sinais em tempo real do WECC.

Ao contrário de métodos convencionais que requerem um ou mais valores de entrada para parametrização, o algoritmo proposto baseado em agrupamento é capaz de identificar a ordem ótima do modelo considerando todos os autovalores relevantes do sinal. Realizou-se comparações com outras técnicas e testes em diferentes condições de ruído, onde constatou-se a robustez do método. Além disso, a viabilidade do método é comprovada utilizando dados de simulações e sinais em tempo real, o que sugere que o algoritmo S-K-Means proposto é adequado para monitoramento de grandes áreas em redes elétricas inteligentes.

### 3.1.8.1 *Identification of Dominant Modes in Power System Using Unsupervised Learning Approaches*

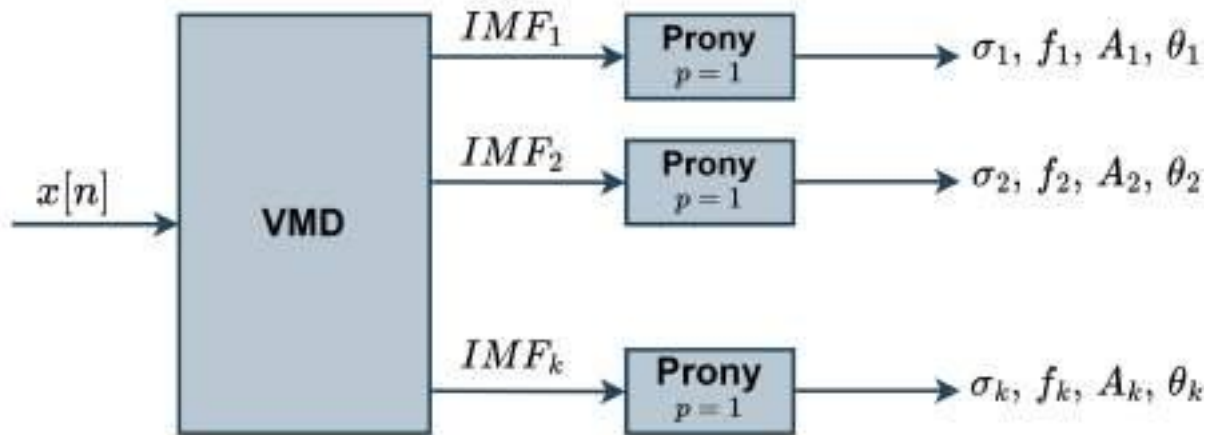
Um estudo para identificar rapidamente os modos oscilatórios de baixa frequência e suas características associadas é proposto em [32]. No trabalho, é apresentada uma revisão comparativa de duas abordagens de aprendizado não supervisionado para a estimativa da forma dos modos eletromecânicos. O objetivo principal é desenvolver um sistema de alerta na sala de controle, que acione os controles quando o amortecimento do sistema estiver comprometido. Os autores utilizaram neste estudo dados coletados de simulações de um sistema de quatro máquinas e duas áreas de Kundur, abrangendo diversas perturbações como falhas trifásicas, remoção de linhas e geradores, entre outras. Esses dados foram processados usando técnicas de análise baseadas em medições, como o Método Matrix-Pencil, para determinar o amortecimento e a frequência dos modos. No artigo, duas técnicas de aprendizado não supervisionado, K-Means e DBSCAN, foram comparadas em termos de desempenho no agrupamento. No primeiro exemplo, o algoritmo de K-Means apresentou dificuldades em distinguir entre *outliers* e dados ruidosos, além de exigir um longo tempo de cálculo. Por outro lado, o DBSCAN superou essas limitações, identificando de forma confiável *outliers* e dados ruidosos, e produzindo resultados mais precisos em menos tempo. A partir da comparação entre os dois métodos de agrupamento, os autores mostraram que o DBSCAN é mais eficaz e preciso que o K-Means. O artigo também sugere a possibilidade de explorar outras técnicas de agrupamento mais precisas para futuras análises.

## 3.2 Conclusões Parciais

Este capítulo apresentou uma revisão dos principais métodos de estimação de parâmetros de LFO encontrados na literatura. Uma revisão mais aprofundada foi feita para os métodos FOMMC-TLS-ESPRIT e IVMD-TKEO, visto que os mesmos serão utilizados na comparação com o método proposto no Capítulo 5

#### 4 Método Proposto VMD-Prony

O método proposto baseia-se na implementação conjunta de dois métodos amplamente conhecidos na literatura, sendo que, neste trabalho, os algoritmos são aplicados de forma associada, buscando-se uma maior precisão na separação dos modos de oscilação de baixa frequência presentes no sinal e a estimação dos parâmetros a eles associados. Na primeira etapa do processo, o método do VMD é utilizado para decompor o sinal  $x[n]$  original em componentes oscilatórios de diferentes frequências, esses componentes são chamados de IMF e serão explicados no texto mais adiante. Posteriormente, o método de Prony será utilizado para realizar a estimação dos parâmetros  $\sigma$ ,  $f$ ,  $A$ ,  $\theta$ , que são, respectivamente, o fator de amortecimento, a frequência, a amplitude e a fase dos componentes oscilatórios presentes em  $x[n]$ , separados pelo VMD, conforme ilustrado na Figura 3.



– **Figura 3:** Diagrama de blocos do método proposto.

O algoritmo de Prony é bastante difundido na literatura para a análise de LFO. Porém, como foi mencionado anteriormente neste trabalho este algoritmo não apresenta bom desempenho em cenários onde o sinal de entrada é corrompido por ruído. Para solucionar este problema, é comum utilizar algum algoritmo de pré-processamento de forma a filtrar o ruído. No método proposto, o algoritmo VMD é utilizado e proporciona, além da filtragem do ruído, uma decomposição do sinal em componentes que possuam apenas uma LFO. Isso é uma grande vantagem pois o Prony necessita um parâmetro de entrada que é chamado de ordem do modelo, que representa o número de componentes do sinal, e com o Prony sendo aplicado a cada IMF, a ordem do modelo é sempre igual a um.

Neste trabalho, o algoritmo proposto foi implementado em Python, sendo que o algoritmo do VMD foi aplicado com o auxílio da biblioteca *vmdpy*, originalmente implementada em [33], como já comentado anteriormente. O algoritmo do Prony foi implementado conforme o modelo matemático disponível em [34], uma vez que existem

alguns desenvolvimentos diferentes possíveis para o Prony encontrados na literatura disponível.

#### 4.1 Variational Mode Decomposition - VMD

O método VMD foi descrito pela primeira vez em 2014 pelos autores Konstantin Dragomiretskiy and Dominique Zosso no trabalho [35]. Este método é baseado no EMD, inicialmente proposto por Huang no final dos anos 1990 [36], que por sua vez, também é um algoritmo para decompor um sinal em suas IMF, porém o VMD se mostra mais robusto e com uma base matemática mais sólida quando comparado ao EMD. Esse método de decomposição é adaptativo e, portanto, altamente eficiente. Como a decomposição é baseada na escala de tempo característica local dos dados, ela é aplicável a processos não lineares e não estacionários [36].

##### 4.1.1 Funções de Modo Intrínseco - IMF

Um sinal não estacionário, por definição, é um sinal em que suas propriedades não são fixas e podem variar com o tempo. Os sinais elétricos de tensão ou corrente podem ser considerados não estacionários pois estão sujeitos a pequenas flutuações a todo momento, mesmo em condições de regime permanente, devido a diversas ocorrências, como a conexão e desconexão de cargas e flutuações na geração.

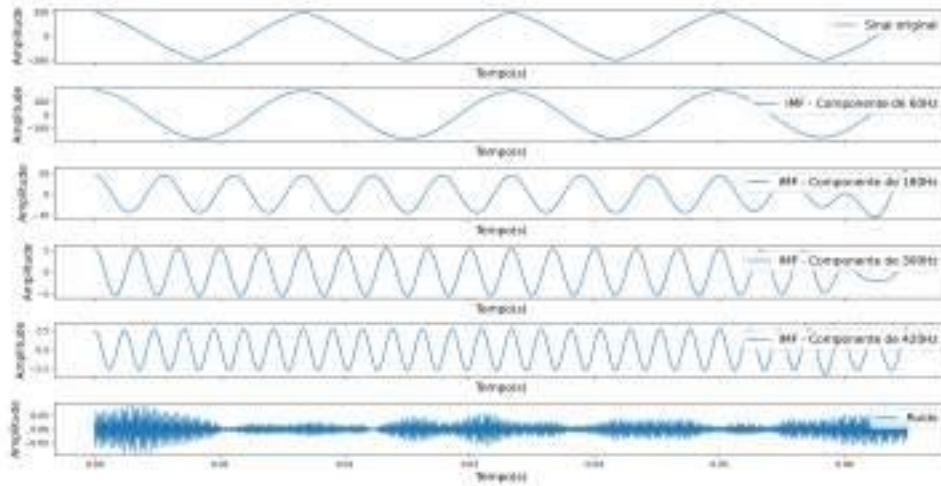
As IMF são funções que satisfazem duas condições: i) no conjunto de dados completo, o número de extremos e o número de cruzamentos por zero devem ser iguais ou diferir no máximo por um e ii) em qualquer ponto, o valor médio do envelope definido pelos máximos locais e o envelope definido pelos mínimos locais é zero [36]. Podem ser interpretadas como diferentes padrões ou modos de oscilação presentes no sinal original, e sua análise pode ser útil para identificar diferentes processos físicos ou fenômenos que afetam o sinal, como por exemplo a presença das LFO no sinal elétrico em estudo.

Para os sinais elétricos estudados nesse trabalho, as IMF podem ser definidas como os componentes oscilatórios presentes no sinal original que carregam a informação de cada frequência. Como exemplo, seja  $x[n]$  o sinal definido na equação 4.1.

$$x[n] = 180 \cos[120\pi nT_s] + 9 \cos[360\pi nT_s] + 5.4 \cos[600\pi nT_s] + 2.7 \cos[840\pi nT_s] + \nu[n] \quad (4.1)$$

É possível observar que esse sinal é composto pela soma de funções cossenoidais de diferentes frequências, mais precisamente, a frequência fundamental da rede elétrica de 60 Hz mais três componentes harmônicas de 180 Hz, 300 Hz e 420 Hz. A componente fundamental representa um sinal elétrico de 127 V, enquanto as harmônicas de terceira, quinta e sétima ordem, possuem amplitudes de 5%, 3% e 1.5% da fundamental, respectivamente. Uma ilustração do sinal e das suas IMF é mostrada na Figura 4.





– **Figura 4:** Sinal de tensão elétrica simulada e suas IMFs.

Cada IMF do sinal  $x[n]$  é representada por um componente senoidal com uma frequência central e uma banda de frequência associada, como definido em:

$$IMF_k(t) = A_k(t) \cos(\phi_k(t)) \quad (4.2)$$

em que  $\phi_k(t)$  é a fase total do sinal e  $A_k(t)$  é sua envoltória. Há uma restrição de que tanto a frequência instantânea, quanto o envelope variem mais lentamente do que a fase.

#### 4.1.2 Vantagens do Método VMD

O modelo do VMD apresenta uma evolução em relação à outros métodos de detecção como o EMD e Transformada Wavelet Empírica (do inglês, *Empirical Wavelet Transform*) (EWT), principalmente nos seguintes pontos:

1. A natureza algorítmica do EMD carece de formalização da teoria matemática
2. a filtragem recursiva na maioria dos métodos, que não permite correção de erros retroativos
3. a incapacidade de lidar adequadamente com ruído
4. os limites de banda rígidos das abordagens baseadas em *wavelet*
5. a exigência de predefinir os limites do banco de filtros na EWT

O VMD determina determina as bandas de frequência de cada componente de forma adaptativa e realiza a estimação de todos os modos simultaneamente, equilibrando adequadamente os erros entre eles. A partir da característica de banda estreita das IMF o algoritmo busca um conjunto de modos que aproximem o sinal original perfeitamente ou

no sentido de mínimos quadrados. As frequências de cada componente são estimadas de forma online. A estreita relação do VMD com o filtro de Wiener sugere uma otimalidade no tratamento do ruído [35].

O algoritmo é baseado em uma iteração alternada de filtragem e projeção, e é capaz de lidar com sinais não-estacionários. A principal vantagem do VMD é sua capacidade de decompor sinais complexos em modos mais precisos e estáveis do que outros métodos, como a Transformada de Fourier ou a Transformada Wavelet. Além disso, o VMD possui um parâmetro de balanço  $\alpha$  que controla a esparsidade dos modos durante a decomposição, permitindo uma separação mais limpa, mais esparsa e mais bem definida dos modos em comparação com o EMD. Isso evita o problema de modos misturados encontrado no EMD, onde as funções de modo intrínseco podem se misturar e levar a resultados menos precisos.

Ao obter modos esparsos, é possível extrair os principais componentes ou padrões do sinal, eliminando componentes redundantes ou de baixa contribuição. A esparsidade é útil quando os sinais possuem componentes dominantes em frequências específicas, como é o caso dos sinais elétricos de SEP, permitindo uma decomposição mais focada nessas frequências relevantes.

Outra característica interessante do VMD é que, após a decomposição, os componentes são, geralmente, ordenados em ordem decrescente de suas energias, ou seja, a primeira IMF é aquela com maior energia, seguida pela segunda, terceira e assim por diante.

### 4.1.3 VMD

O principal objetivo do VMD é decompor um sinal de entrada  $f$  em um número finito de IMF,  $u_k$ , que possuem propriedades específicas de esparsidade enquanto representam o sinal original. A esparsidade de cada IMF está relacionada à sua largura de banda no espectro. É esperado que os componentes oscilatórios possuam banda estreita de tal forma que os componentes não se sobreponham no espectro.

Para avaliar a largura de banda de cada modo, são executados os seguintes passos:

1. Calcula-se o sinal analítico associado a cada modo por meio da transformada de Hilbert, de forma a obter-se um espectro unilateral de frequência.
2. O espectro de cada modo é deslocado para a banda base, através da multiplicação por uma exponencial com a frequência possuindo valor igual à frequência central estimada.
3. A largura de banda é então estimada utilizando a norma  $L^2$  ao quadrado do gradiente. O problema variacional restrito resultante é o seguinte:

$$\begin{aligned} \min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \sum_k \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \\ \text{s.t. } \sum_k u_k = f \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde  $u_k = u_1, \dots, u_k$  são cada modo,  $\omega_k = \omega_1, \dots, \omega_k$  são as frequências centrais de cada componente,  $\delta(t)$  é a função impulso,  $\partial_t$  denota a derivada parcial de  $t$ , e  $x$  é o sinal original.

A restrição de reconstrução pode ser abordada de diferentes maneiras. No artigo original [35], é sugerido utilizar uma penalização quadrática e multiplicadores de Lagrange  $\lambda$ , para tornar o problema irrestrito. A penalidade quadrática favorece a fidelidade de reconstrução em cenários com ruído gaussiano. O peso do termo de penalidade é obtido a priori e é inversamente proporcional ao nível de ruído. Porém, em um cenário sem ruído, o peso precisa ser infinitamente grande para impor estrita fidelidade aos dados, tornando o sistema mal condicionado.

Para obter a solução ótima do problema variacional com restrições, o operador de multiplicação de Lagrange  $\lambda(t)$  é introduzido para converter o problema variacional com restrições em um problema variacional não restrito, conforme mostrado abaixo:

$$L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) = \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) \cdot u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| x(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \langle \lambda(t), x(t) - \sum_k u_k(t) \rangle \quad (4.4)$$

onde,  $\alpha$  denota o parâmetro de balanceamento da restrição de fidelidade dos dados. O ponto de sela da função de Lagrange pode ser encontrado usando o método de multiplicadores de direção alternada, que é, ou seja, a solução ótima. Os passos específicos são os seguintes:

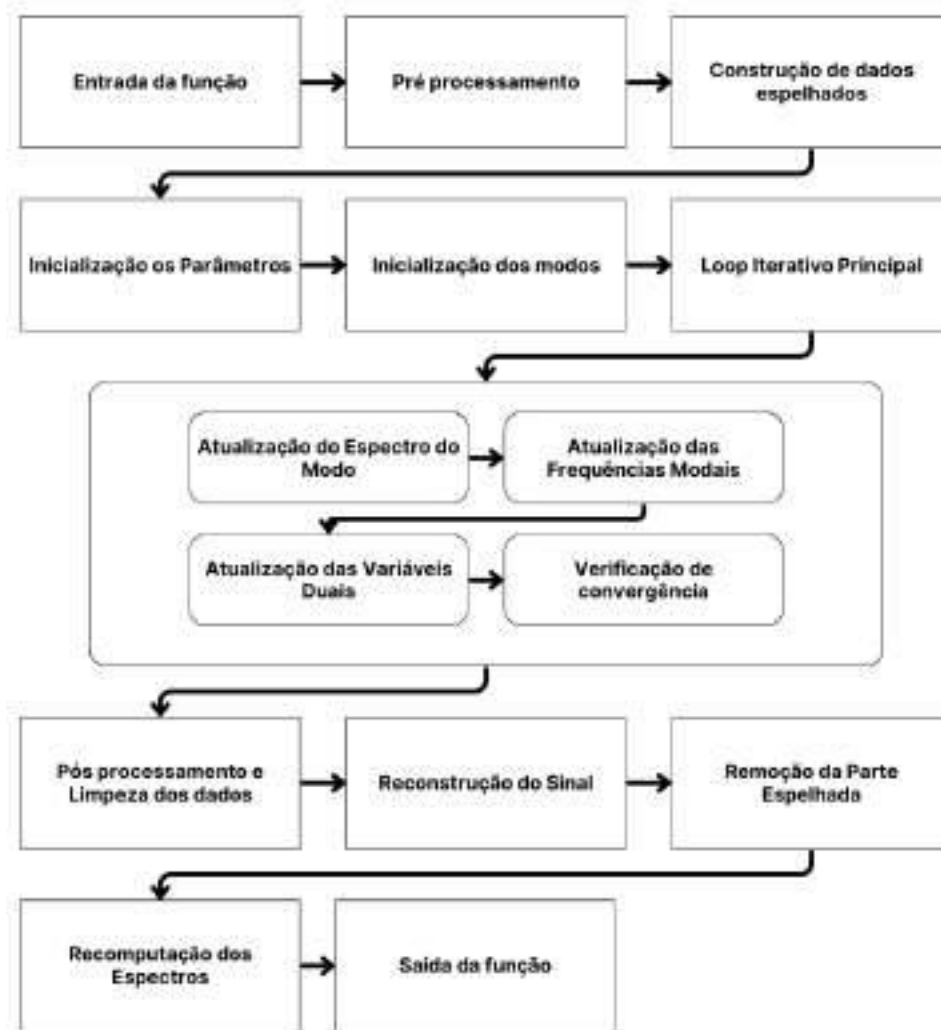
- Inicializar cada componente modal e frequência central  $u_k, \omega_k, \lambda^l, n = 0$  e transformar os parâmetros no domínio da frequência.
- Na faixa de frequência não negativa, atualizar  $u_k$
- Atualizar  $\omega_k$
- Em uma faixa de frequência não negativa, atualizar  $\lambda$
- Para a precisão de julgamento dada,  $\epsilon > 0$ , quando  $\epsilon$  satisfaz a equação abaixo, para a iteração, caso contrário, retorna ao passo 2.

Onde  $u_k^{n+1}(\omega)$ ,  $x^{n+1}(\omega)$ , e  $\lambda^{n+1}(\omega)$  são a transformada de Fourier de  $u_k^{n+1}$ ,  $x(t)$ , e  $\lambda^{n+1}$ , respectivamente.

A sequência dos passos descritos acima está melhor detalhada no artigo [35].

#### 4.1.4 O Algoritmo do VMD

O algoritmo do VMD foi implementado utilizando a biblioteca *vmdpy*, originalmente implementada em [33]. A função VMD da biblioteca mencionada, escrita em linguagem Python, está disponível no anexo com comentários adicionais sobre o passo a passo da execução da função. A Figura 5 apresenta um diagrama de blocos contendo a estrutura principal da execução do algoritmo



– **Figura 5:** Diagrama de blocos do algoritmo VMD.

A função de cada bloco mostrado na Figura 5 está descrita abaixo:

1. **Entrada da função:** Recebe o sinal que será decomposto pelo algoritmo VMD e os parâmetros de parametrização do modelo.
2. **Pré-processamento:** Nesta etapa, o sinal de entrada é verificado e ajustado, se necessário, para garantir que esteja em um formato adequado para o restante do

algoritmo. Por exemplo, o comprimento do sinal pode ser verificado e ajustado se necessário.

3. **Construção de Dados Espelhados:** Aqui, o sinal de entrada é espelhado para criar uma versão simétrica do sinal. Isso ajuda na análise espectral e na estabilização do algoritmo.
4. **Inicialização dos Parâmetros:** Definição dos parâmetros iniciais necessários para o algoritmo VMD, como número máximo de iterações, pesos para os modos, etc.
5. **Inicialização dos Modos:** Suposição inicial para as funções de modo e suas frequências centrais iniciais. Isso é crucial para iniciar o processo iterativo de decomposição. (O modo como a suposição inicial é feita pode ser ajustado como parâmetro de entrada do VMD, como mostrado em **4.1.5**).
6. **Loop Iterativo Principal:** Este loop é executado até que o critério de convergência seja atendido ou o número máximo de iterações seja atingido. A decomposição do sinal acontece nessa etapa.
  - 6.1. **Problema de Otimização:** VMD resolve um problema de otimização onde tenta minimizar a soma das larguras de banda das funções de modo, sob a restrição de que a soma das funções de modo seja igual ao sinal original.
  - 6.2. **Método de Alternância de Direção de Multiplicadores (ADMM):** Para resolver esse problema de otimização, VMD utiliza um método chamado ADMM, que alterna entre a atualização das funções de modo e a atualização dos multiplicadores de Lagrange (que são usados para impor a restrição).
  - 6.3. **Atualização da Função de Modo:** Na etapa de atualização da função de modo, cada função de modo é atualizada mantendo todas as outras funções de modo fixas. Isso é feito resolvendo um problema de otimização menor que pode ser feito eficientemente usando técnicas padrão.
  - 6.4. **Atualização do Multiplicador de Lagrange:** Na etapa de atualização do multiplicador de Lagrange, os multiplicadores são atualizados com base na diferença entre a soma das funções de modo atuais e o sinal original.
  - 6.5. **Verificação de Convergência:** O algoritmo verifica se convergiu observando a mudança nas funções de modo e suas frequências centrais. Se não tiverem mudado significativamente, o loop é encerrado; caso contrário, retorna para o passo 6.2.
7. **Pós-processamento e Limpeza:** Aqui é aonde os resultados são ajustados e preparados para a saída. Por exemplo, espaços vazios podem ser removidos.

8. Reconstrução do Sinal: Reconstrói os modos decompostos em sinais separados, ou seja, em cada IMF.
9. Remoção da Parte Espelhada: Remove a parte espelhada do sinal, que foi adicionada anteriormente para análise.
10. Recomputação dos Espectros: Recalcula os espectros dos modos reconstruídos.
11. Saída da função: Constrói a saída final da função com os modos decompostos, os espectros modais e as frequências modais.

#### 4.1.5 Parametrização do VMD

Um dos desafios da aplicação do VMD é ajustar os parâmetros de entrada do modelo de modo a obter-se um equilíbrio que seja satisfatório entre a aproximação de cada modo na direção de sua frequência central, porém sem que isso resulte em perda de dados significativos. Por outro lado, uma escolha mais ampla do espectro de cada IMF no objetivo de ter uma grande fidelidade dos dados do sinal de entrada, pode ocasionar a não distinção de frequências dominantes muito próximas entre si.

É necessário escolher a priori o número de componentes que o VMD irá separar do sinal original, ou seja, o número de IMFs que serão geradas, conforme ilustrado na Figura 3. Isso torna complexo a tarefa em situações onde não se conhece a natureza e as principais características do sinal original, alvo da análise, uma vez que uma configuração equivocada no número de modos, poderá resultar em uma mistura de modos de frequências dominantes ou até a omissão de alguma frequência relevante nas IMF resultantes.

Através do ajuste inicial dos parâmetros, também é possível controlar a eficiência do algoritmo, pela configuração da tolerância de convergência do modelo e conseqüentemente limitando seu número máximo de iterações. A função *vmdpy* possui os seguintes parâmetros de entrada:

- $\alpha$ : é o parâmetro que controla o equilíbrio da restrição de fidelidade dos dados. No algoritmo VMD, a decomposição do sinal é realizada de forma variacional, utilizando uma função objetivo que envolve a fidelidade aos dados e a esparsidade dos componentes modais, ou seja, sua dispersão. O parâmetro  $\alpha$  controla o equilíbrio entre essas duas contribuições.
- $\tau$ : é o parâmetro que controla a largura da banda. Valores maiores de  $\tau$  permitem extrair componentes mais largas em frequência. Quando  $\tau = 0$ , todas as frequências são consideradas.
- $K$ : é o número de modos que serão extraídos pelo VMD. Esse parâmetro define a quantidade de componentes do sinal que serão extraídos.

- *DC*: é uma *flag booleana* que indica se o modo com frequência zero (ou a média do sinal) será extraído ( $DC = 1$ ) ou não ( $DC = 0$ ).
- *init*: é o modo de inicialização do VMD. Pode ser:
  - 0 → todas as frequências iniciais começam em 0.
  - 1 → todas as frequências iniciais começam uniformemente distribuídas
  - 2 → todas as frequências iniciais são inicializadas aleatoriamente
- *tol*: é a tolerância para a convergência do método de otimização usado para encontrar os modos. Valores menores de *tol* garantem uma maior precisão na solução, mas aumentam o tempo de processamento.

#### 4.1.6 O Efeito de Borda do VMD

O efeito de borda é um fenômeno que pode afetar a qualidade do resultado ao aplicar o VMD. Por ser uma técnica de decomposição de sinais que separa um sinal em componentes modais, cada um com uma frequência central específica, o método considera que os sinais de entrada possuem comprimento finito. Os efeitos de borda podem distorcer as frequências modais e introduzir artefatos nas componentes decompostas. Os efeitos de borda ocorrem porque o VMD pressupõe que o sinal é periódico, o que significa que ele se repete indefinidamente no tempo. Quando aplicado a um sinal de comprimento finito, o VMD presume implicitamente que o sinal continua além dos limites de tempo observados. Isso pode levar a problemas nos extremos do sinal, onde a continuidade é quebrada e o comportamento do sinal pode ser diferente do que o VMD espera.

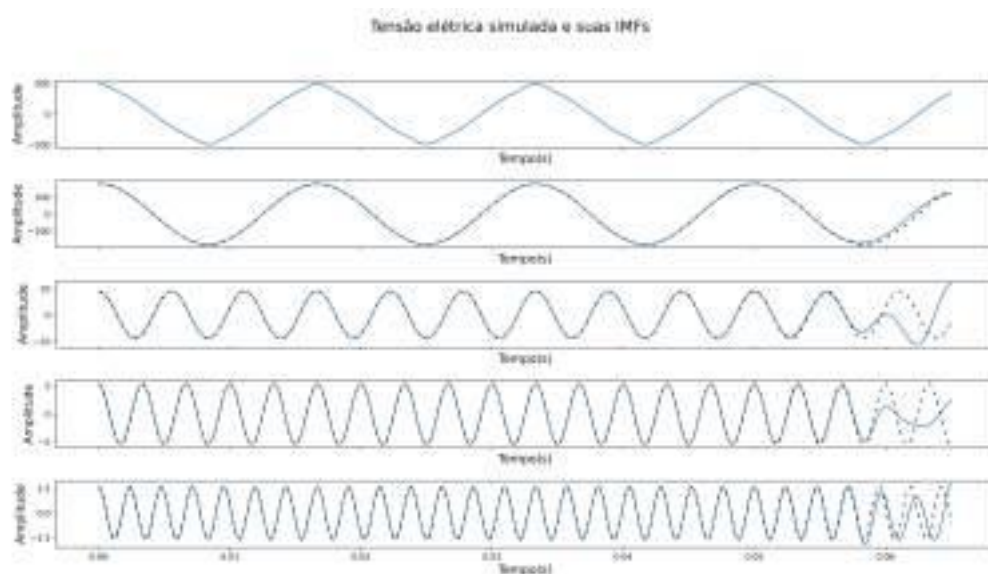
Vários fatores podem acentuar os efeitos de borda ao aplicar o VMD a sinais de comprimento finito. Alguns desses fatores incluem:

- Tamanho do sinal: Sinais mais curtos têm uma quantidade relativamente maior de dados nos extremos em comparação com o corpo principal do sinal. Isso pode amplificar os efeitos de borda, já que uma porcentagem significativa dos dados é afetada pelos artefatos gerados pela falta de continuidade.
- Padrões de frequência nas extremidades: Se o sinal tiver padrões de frequência específicos nos extremos que diferem do corpo principal do sinal, esses padrões podem ser distorcidos durante a decomposição pelo VMD, causando artefatos nas componentes modais.
- Não estacionariedade: Se o sinal não for estacionário ao longo do tempo e tiver mudanças significativas em sua estatística ao longo do tempo, isso pode acentuar os efeitos de borda. O VMD presume uma estacionariedade local, e os efeitos de

borda podem introduzir descontinuidades que não estão em conformidade com essa suposição.

- Ruído nos extremos: Se houver ruído significativo nos extremos do sinal, esse ruído pode interferir na decomposição pelo VMD, especialmente se não houver dados suficientes para o algoritmo distinguir entre componentes de sinal e ruído.
- Transições abruptas: Se o sinal tiver transições abruptas nos extremos, como descontinuidades ou mudanças bruscas na amplitude ou na frequência, essas transições podem ser mal interpretadas pelo VMD devido à falta de continuidade nos dados.
- Alta frequência de amostragem: Se o sinal for amostrado a uma alta taxa de frequência, os efeitos de borda podem se tornar mais pronunciados, já que há uma maior densidade de pontos nos extremos que podem ser afetados pelas descontinuidades.

Esse efeito de borda afeta diretamente o método de estimação de parâmetros que será utilizado, no caso, o Prony que será visto na seção 4.2. Para minimizar os efeitos de borda na estimação dos parâmetros, exclui-se alguns pontos no início e no fim do sinal. A quantidade de pontos a ser excluída, depende exclusivamente do tamanho do efeito observado no IMF resultante, e pode variar caso a caso, não tendo um número exato. Em geral, nos testes realizados os descartes variaram entre 10% e 20%, no início e no fim do sinal, foram suficientes para remover o efeito de borda e permitir ao Prony uma melhor estimação dos parâmetros. É importante destacar que o efeito de borda não necessariamente aparece sempre no início e no fim do sinal, podendo estar restrito a apenas um desses casos, como observado na Figura 6.



– **Figura 6:** Sinal elétrico simulado e modos intrínsecos do VMD com efeito de borda.



Facilmente nota-se que, a partir dos 0.06 segundos aproximadamente, os sinais do IMF não acompanham mais o formato do sinal original, que está pontilhado em preto no gráfico. Quanto mais próximo a borda, ou seja, quanto mais o sinal se aproxima do fim, mais se acentua essa distorção observada no sinal. Este é um dos efeitos indesejados observado na aplicação do método do VMD.

## 4.2 O Método de PRONY

O método de Prony é uma técnica de análise de sinais que permite estimar os parâmetros de uma função exponencial complexa a partir de um sinal discretizado. O método de Prony foi desenvolvido originalmente em 1795, por Gaspard Riche, Barão de Prony, que acreditava que as leis que governam a expansão de gases poderiam ser modeladas por meio de uma soma de exponenciais amortecidas [37].

O método de Prony basicamente realiza a decomposição de um sinal em uma soma de exponenciais complexas amortecidas, cada uma representando uma frequência específica do sinal. Em seguida, a partir da análise dessas exponenciais, é possível estimar os seus parâmetros de amplitude, fator de amortecimento, frequência e fase. Esses parâmetros podem ser utilizados para análise de espectro, modelagem de sinais e previsão de séries temporais. Neste trabalho, utiliza-se a estimação dos parâmetros para modelar as LFO presentes no sinal elétrico original. A implementação do Prony realizada neste trabalho é baseada no método polinomial [34] e é descrita abaixo:

Um sinal discreto  $x[n]$ , onde  $n = 1, \dots, N..$  pode ser representado como uma soma de funções exponenciais complexas de ordem  $p$  conforme a expressão:

$$x[n] = \sum_{k=1}^p A_k e^{j\theta_k} e^{(\alpha_k + j2\pi f_k)T_s(n-1)} = \sum_{k=1}^p h_k \cdot z_k^{(n-1)} \quad (4.5)$$

em que,  $A_k$  é a amplitude inicial,  $\alpha_k$  é o fator de amortecimento,  $f_k$  é a frequência em Hertz,  $T_s$  é o período de amostragem em segundos e  $\theta_k$  é a fase inicial em radianos do  $k$ -ésimo componente do sinal. O termo  $h_k$  é a amplitude da componente exponencial e  $z_k$  são os polos (raízes) da transformada Z do sinal discreto associados à  $k$ -ésima componente.  $n - 1$  é o instante anterior.

O primeiro passo da implementação do método é a resolução do seguinte problema de mínimos quadrados:

$$\mathbf{T}_{(N-L) \times L} \cdot \mathbf{a}_{L \times 1} = \mathbf{x}_{(N-L) \times 1} \quad (4.6)$$

em que,  $\mathbf{T}$  é a matriz Toeplitz do sinal de entrada,  $\mathbf{x}$  é o vetor que contém o sinal de entrada,  $N$  é o comprimento do sinal de entrada,  $L = 2p$  e  $p$  é a ordem do modelo. Numa forma expandida, (4.6) fica como mostrado em (4.7).

$$\begin{pmatrix} x[L] & x[L-1] & \cdots & x[1] \\ x[L+1] & x[L] & \cdots & x[2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-1] & x[N-2] & \cdots & x[N-L] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a[1] \\ a[2] \\ \vdots \\ a[L] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x[L+1] \\ x[L+2] \\ \vdots \\ x[N] \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

O resultado do sistema é um vetor  $\mathbf{a}$  com dimensão  $L \times 1$ , que contém os coeficientes de um polinômio de ordem  $L - 1$  que melhor se ajusta aos dados de entrada. Esses coeficientes são usados para encontrar os parâmetros do modelo de Prony.

Na sequência, deve-se encontrar as raízes do polinômio de Prony formado a partir dos coeficientes do vetor  $\mathbf{a}$  no passo anterior. As raízes serão os coeficientes  $z_k$  da equação (4.5). A partir de  $z_k$  calcula-se o fator de amortecimento ( $\alpha_k$ ) e a frequência ( $f_k$ ) da seguinte forma:

$$\alpha_k = \frac{\ln |z_k|}{T_s} \quad (4.8)$$

$$f_k = \frac{\tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(z_k)}{\text{Re}(z_k)} \right)}{2\pi T_s} \quad (4.9)$$

Por fim, deve-se resolver o seguinte sistema:

$$\begin{pmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_L^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_L^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \cdots & z_L^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

em que,  $\mathbf{Z}_{N \times L}$  é a matriz formada pelas potências dos valores complexos  $z_k$  correspondentes aos polos do sistema e  $\mathbf{x}$  o sinal de entrada original que se deseja analisar.

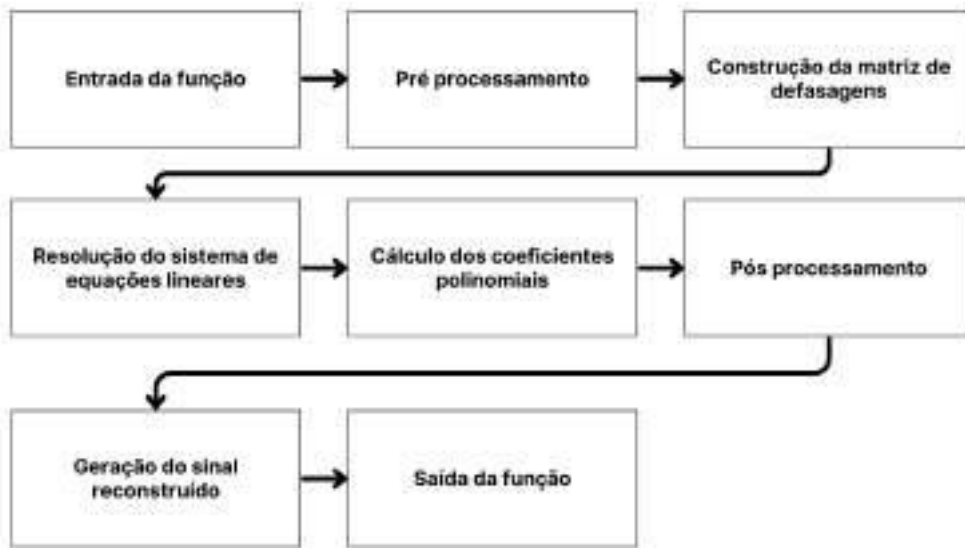
Os parâmetros de amplitude e fase são então obtidos, a partir de  $\mathbf{h}$ , da seguinte forma:

$$A_k = |h_k| \quad (4.11)$$

$$\theta_k = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(h_k)}{\text{Re}(h_k)} \right) \quad (4.12)$$

#### 4.2.1 O Algoritmo de PRONY

A Figura 7 mostra um diagrama de blocos que descreve o comportamento da função que implementa o método de Prony. O método foi implementado em Python sendo essa função desenvolvida pelos autores desse trabalho.



– **Figura 7:** Diagrama de blocos do algoritmo Prony.

A função de cada bloco mostrado na Figura 7 está descrita abaixo:

1. **Entrada da função:** Recebe o sinal de entrada que será analisado, a ordem do modelo e a taxa de amostragem do sinal.
2. **Pré-processamento:** Cálculo do comprimento total do sinal de entrada. A ordem do modelo é ajustada para ser o dobro do valor especificado na entrada da função.
3. **Construção da matriz de defasagens:** Nesta etapa, ocorre a criação da matriz de defasagens, que contém as diferentes defasagens do sinal utilizado na análise.
4. **Resolução do sistema de equações lineares:** Utilizando a matriz de defasagens e o sinal de entrada, esta etapa busca encontrar os coeficientes do modelo através da resolução de um sistema de equações lineares.
5. **Cálculo dos coeficientes polinomiais:** Aqui, utiliza-se os coeficientes do modelo encontrados anteriormente para calcular os coeficientes dos polinômios que representam o sinal.
6. **Pós-processamento:** Cálculo dos parâmetros presentes no sinal analisado, como frequência, amplitude, fator de amortecimento e fase.
7. **Geração do sinal reconstruído:** Utiliza os coeficientes dos polinômios e as raízes dos polinômios para reconstruir o sinal original.

8. Saída da função: Constrói a saída final da função com o sinal resultante da reconstrução e os parâmetros estimados do sinal.

### 4.3 Conclusões Parciais

O presente capítulo apresentou o método proposto VMD-Prony, que é uma junção dessas duas técnicas já conhecidas na literatura. O Prony é utilizado para estimar os parâmetros dos sinais de LFO. Visto que é de amplo conhecimento que o desempenho do Prony é bastante prejudicado quando o sinal de entrada possui ruído, o VMD foi utilizado para decompor o sinal em componentes individuais e eliminar ou, pelo menos, atenuar a interferência do ruído.

Os algoritmos VMD e Prony foram descritos em detalhes, bem como suas formas de implementação foram apresentadas.

## 5 Resultados

Este capítulo contém os resultados obtidos através da aplicação do método proposto em diferentes cenários. Para uma melhor análise, ele está dividido em quatro seções. A primeira seção apresentará resultados estatísticos do método proposto utilizando sinais sintéticos. Na segunda seção, o método proposto será comparados com outros métodos encontrados na literatura. Na terceira seção o método proposto será aplicado a sinais provenientes de um SEP simulado e os resultados serão comparados com os valores teóricos. Por fim, na quarta seção, o método proposto será aplicado a sinais reais.

### 5.1 Resultados Estatísticos

Para verificar a aplicabilidade do método, foram gerados sinais contendo o componente fundamental e uma LFO, como descrito na seguinte equação:

$$x[n] = \cos[2\pi f_1 n T_s] + A_i e^{\sigma_i n T_s} \cos[2\pi f_i n T_s + \phi_i] + \nu[n] \quad (5.1)$$

em que,  $f_1 = 60$  Hz é a frequência fundamental, cujo componente possui amplitude constante igual a 1. A frequência  $f_i$  assume diferentes valores na faixa de  $0,1$  Hz a  $2$  Hz de forma a caracterizar uma LFO. Este componente é amortecido, de acordo com fator de amortecimento  $\sigma_i$ , possui amplitude inicial  $A_i$  e fase  $\phi_i$ . Um componente de ruído  $\nu[n]$  é somado ao sinal.

Os sinais foram gerados utilizando uma frequência de amostragem  $F_s = 480$  Hz e um total de 5 s de duração, ou seja, conterão 2400 amostras. E com os parâmetros  $A_i$ ,  $\sigma_i$ ,  $f_i$ , e  $\phi_i$  sorteados entre os intervalos mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 – Intervalo de geração dos parâmetros

| Parâmetros | Intervalo de valores |
|------------|----------------------|
| $f_i$      | 0,1 a 2 Hz           |
| $A_i$      | 0,5 a 1              |
| $\phi_i$   | $-\pi$ a $\pi$       |
| $\sigma_i$ | -0,5 a 0,5           |

Como a decomposição realizada pelo VMD apresenta transitórios no início e no final da janela de sinal analisada (efeito de borda), devido ao seu processo de filtragem adaptativa, antes da aplicação do Prony é necessário descartar algumas amostras no início e no final de cada componente filtrado. Desta forma, foram descartadas 5% do total de amostras no início do sinal e 5% no final.

O ajuste dos parâmetros de entrada do algoritmo VMD foi feito de forma empírica, buscando minimizar os erros na identificação dos modos de oscilação. Os parâmetros usados para esse teste encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros de entrada do algoritmo VMD

| Parâmetro | Valor             |
|-----------|-------------------|
| $\alpha$  | $4,6 \times 10^3$ |
| $\tau$    | $10^{-10}$        |
| $K$       | 3                 |
| $DC$      | 0                 |
| $init$    | 1                 |
| $tol$     | $10^{-15}$        |

Os parâmetros de entrada do algoritmo do VMD foram testados de forma a minimizar o erro do sinal reconstruído ao final do método de Prony. Como no caso dessa simulação já conhece-se de antemão os componentes do sinal original e suas características (por exemplo a presença de 2 frequências dominantes no sinal, um componente de 60 Hz e um componente de baixa frequência contido no intervalo de 0,1 Hz a 2 Hz) bastou-se variar os parâmetros até chegar em uma combinação que o ruído seria minimizado e a separação dos modos ocorresse de forma satisfatória. Dependendo das características do sinal original, a variação dos parâmetros do VMD pode impactar significativamente no tempo de processamento do algoritmo.

### 5.1.1 Análise Visual de um Caso Específico

Antes de mostrar os resultados estatísticos, propriamente ditos, optou-se por apresentar um resultado mais visual para ilustrar a aplicação do método proposto, realizou-se um teste considerando o sinal da equação 5.2.

$$x[n] = \cos[2\pi 60nT_s] + 0,12e^{0,3nT_s} \cos[2\pi 1,84nT_s + 3,13] + \nu_{35 \text{ dB}}[n] \quad (5.2)$$

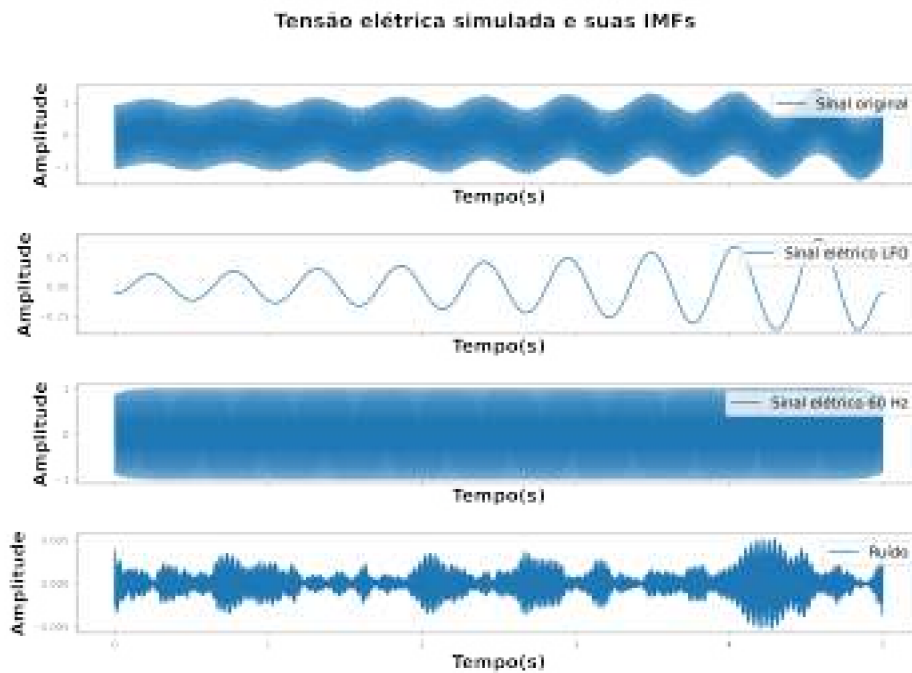
Os parâmetros utilizados para gerar a LFO para esse caso foram gerados de forma aleatória considerando os intervalos típicos para esse tipo de sinal e estão mostrados na Tabela 3.  $\nu_{35 \text{ dB}}[n]$  é o ruído branco gaussiano adicionado ao sinal, de forma que a Relação Sinal Ruído (do inglês, *Signal to Noise Ratio*) (SNR) seja de 35 dB.

Tabela 3 – Parâmetros gerados para teste

| Parâmetro  | Valor |
|------------|-------|
| $f_i$      | 1.84  |
| $A_i$      | 0.12  |
| $\phi_i$   | 3.13  |
| $\sigma_i$ | 0.3   |

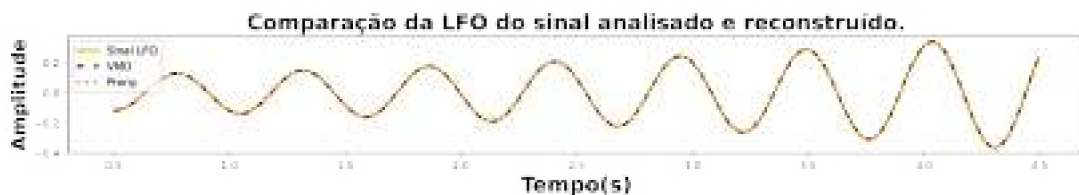
Na Figura 8, é mostrado o resultado visual sobre a separação feita pelo algoritmo do VMD. Onde é possível observar, além do sinal original, as duas IMF (uma sendo o

componente de 60 Hz e a outra a LFO) e o resíduo que representa o ruído presente no sinal.



– **Figura 8:** Sinal elétrico simulado e modos intrínsecos do VMD.

Após o descarte do transitório, o componente de baixa frequência resultante do VMD, alvo da análise, é aplicado ao Prony com ordem do modelo  $p = 1$  para estimar os parâmetros do sinal. Na Figura 9 é possível observar o sinal reconstruído a partir dos parâmetros estimados pelo algoritmo do Prony. O sinal está sobreposto a IMF da LFO resultante do VMD e ao sinal de LFO original utilizado para construir o sinal  $x[n]$  da equação 5.1.



– **Figura 9:** Comparação entre o sinal da LFO analisado e reconstruído.

Os parâmetros estimados são então comparados individualmente com os parâmetros que foram gerados de forma aleatória utilizados para criar cada sinal. A qualidade da estimativa é avaliada através do cálculo do erro relativo entre o parâmetro estimado e o parâmetro utilizado para gerar o sinal, conforme apresentado na tabela 4.

Os resultados deixam claro o ótimo desempenho do método que é capaz de estimar com alta precisão os parâmetros do sinal, com todos os erros menores que 0.1%.

Tabela 4 – Erro relativo para a estimação dos parâmetros da equação 5.2

| <b>SNR</b>       | <b>35 dB</b> |
|------------------|--------------|
| $MRE_f$ (%)      | 0.097        |
| $MRE_A$ (%)      | 0.024        |
| $MRE_\sigma$ (%) | 0.017        |

### 5.1.2 Análise considerando 1000 sinais

Para validar o desempenho do método proposto, um total de 3000 testes foram gerados, sendo 1000 para SNR = 35 dB, 1000 para SNR = 45 dB e 1000 para SNR = 60 dB, utilizando os parâmetros de amplitude, frequência, fase e fator de amortecimento gerados de forma aleatória de acordo com os limites mostrados na Tabela 1.

Os resultados foram avaliados em termos do Erro Médio Relativo (do inglês, *Mean Relative Error*) (MRE) e desvio padrão ( $\delta$ ) do  $MRE$  estão mostrados na Tabela 5.

Tabela 5 – Erro relativo médio para 3 valores diferentes de ruído.

| <b>SNR</b>          | <b>35 dB</b> | <b>45 dB</b> | <b>60 dB</b> |
|---------------------|--------------|--------------|--------------|
| $MRE_f$ (%)         | 0.136        | 0.099        | 0.081        |
| $\delta_f$ (%)      | 0.530        | 0.150        | 0.084        |
| $MRE_A$ (%)         | 0.916        | 0.713        | 0.663        |
| $\delta_A$ (%)      | 1.468        | 0.813        | 0.727        |
| $MRE_\sigma$ (%)    | 1.955        | 1.347        | 1.272        |
| $\delta_\sigma$ (%) | 3.530        | 1.080        | 1.068        |

Observando a Tabela 5 é possível perceber que o método proposto performou bem para a estimação de todos os parâmetros, apresentando um MRE inferior à 2% para todos os casos de SNR. É importante ressaltar que quanto menor a SNR, maior é a intensidade do ruído presente no sinal e mais difícil é para o VMD eliminá-lo completamente, o que está perfeitamente refletido nos resultados obtidos.

Um fato que vale a pena destacar é que a estimação da frequência é excelente para todas as SNR testadas e que o parâmetro em que o método apresentou pior desempenho foi o fator de decaimento, o que pode ser justificado pelo fato de que o efeito de borda, que afeta mais significativamente este parâmetro, pode não ter sido completamente eliminado pelo descarte das amostras realizado no início e no final do sinal. Ou ainda, pelo fato de que esse descarte pode afetar significativamente os componentes que possuem rápido decaimento, visto que grande parte das amostras que contém o mesmo podem ter sido descartadas.

### 5.1.3 Contribuição do VMD para Redução do Ruído

A dificuldade do Prony em lidar com o ruído é bastante conhecida na literatura, como citado em, [28], [38], [30], [14] e [29]. Isso justifica o seu pior desempenho trabalhando



com um sinal de 35 dB de ruído quando comparado com os testes realizados com sinais com 45 dB e 60 dB. Ao observar os resultados da Tabela 5, fica evidente que o VMD é capaz de atenuar o ruído presente no sinal, mas não eliminá-lo.

Para exemplificar a dificuldade do Prony de trabalhar com sinais que contenham presença de ruído, executou-se um teste, utilizando os mesmos parâmetros de frequência, amplitude, fator de amortecimento e fase descritos na Tabela 3 para gerar uma componente de baixa frequência e aplica-lá diretamente no algoritmo de Prony sem antes realizar a filtragem dos ruídos do sinal com a aplicação do VMD. Para os mesmos valores de SNR mostrados na Tabela 5 o Prony não foi capaz de estimar os parâmetros corretamente e apresentou resultados satisfatórios apenas para  $SNR = 100$  dB. Os resultados estão para SNR superiores a 70dB são mostrados na Figura 10 e na Tabela 6

- **Figura 10:** Componente de baixa frequência reconstruída com ruído em 70 dB, 80 dB, 90 dB e 100 dB respectivamente, utilizando apenas o método de Prony.

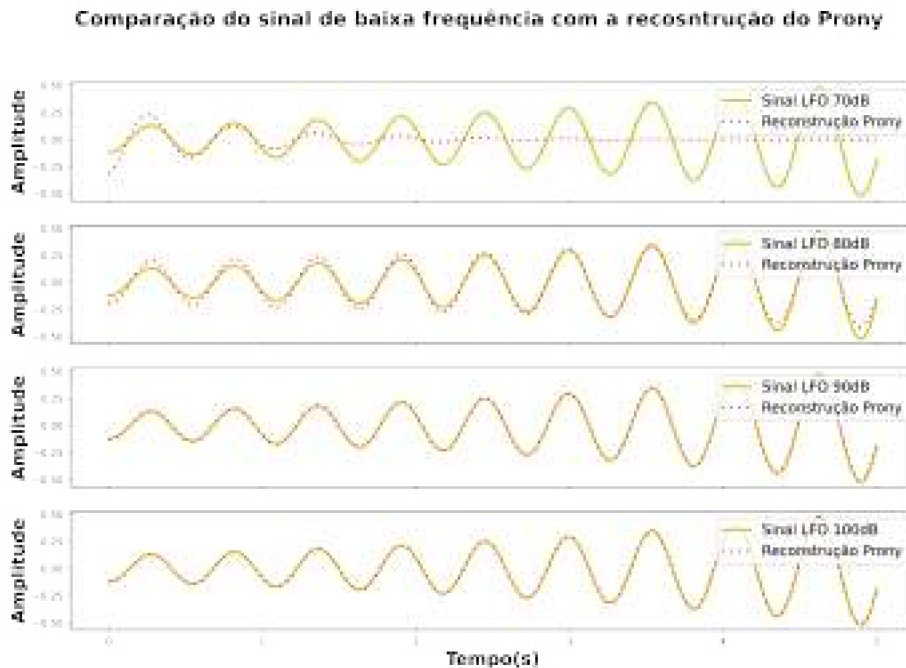


Tabela 6 – Erro relativo médio para 4 valores diferentes de ruído.

| SNR              | 70 dB   | 80 dB  | 90 dB | 100 dB |
|------------------|---------|--------|-------|--------|
| $MRE_f$ (%)      | 0.291   | 0.003  | 0.008 | 0.002  |
| $MRE_A$ (%)      | 167.341 | 58.871 | 4.958 | 0.575  |
| $MRE_\sigma$ (%) | 481.381 | 47.058 | 4.495 | 0.529  |

Ao comparar o erro relativo médio obtido nesse teste, mostrado na Tabela 6 é possível notar que apenas para  $SNR=100$  dB o Prony proporcionou uma boa reconstrução da LFO, com todos os parâmetros estimados pelo modelo com erro relativo médio abaixo de 1%, atestando assim, a eficácia do VMD em atenuar o ruído do sinal.

## 5.2 Resultados de comparação com outros métodos

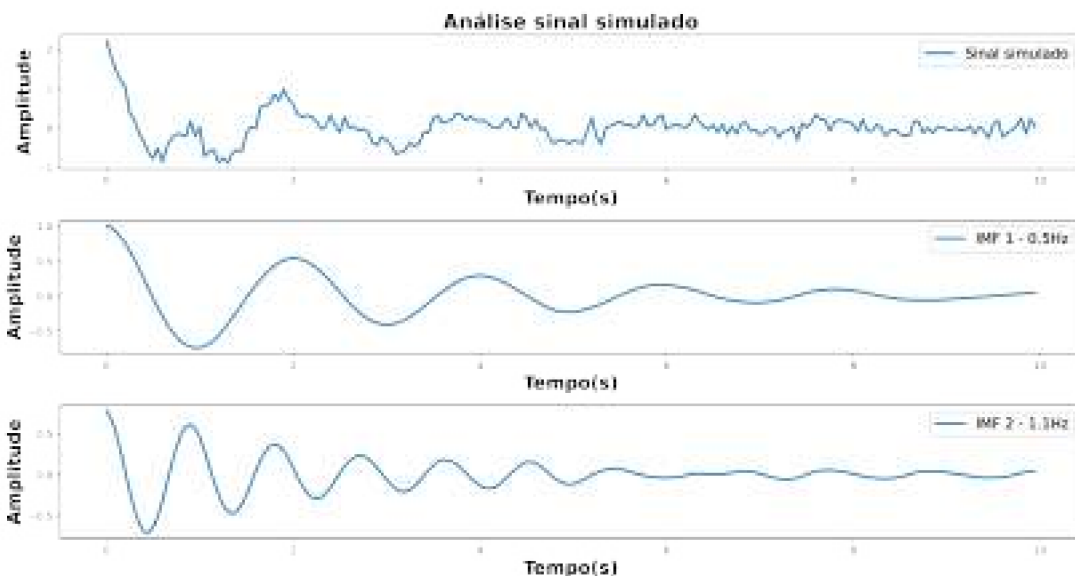
Para comparar os resultados obtidos pelo método proposto VMD-Prony, o algoritmo foi testado usando sinais já estudados em outros artigos. A comparação com resultados pré-existentes permite validar a eficácia e a robustez do método proposto VMD-Prony, ajuda a determinar se o novo método é competitivo em relação aos métodos existentes ou se há espaço para melhorias, e contribui para a generalização da aplicabilidade do método. Além disso, a comparação com outros métodos pode ajudar a identificar as vantagens e limitações do método proposto. Os resultados apresentados para os outros métodos foram extraídos dos respectivos artigos comparados nesse trabalho [23] e [27], ou seja, os métodos não foram implementados durante o desenvolvimento deste trabalho.

### 5.2.1 Comparação com o método FOMMC-TLS-ESPRIT

O método FOMMC-TLS-ESPRIT foi descrito em detalhes no Capítulo 3 e foi proposto em [23]. Inicialmente, testou-se o sinal descrito pela equação 5.3. O sinal foi gerado utilizando uma taxa de amostragem  $f_s = 20 \text{ Hz}$ , possui uma duração total de 10 segundos e é corrompido por um ruído  $v(t)$  que gera uma relação sinal ruído de  $15 \text{ dB}$ .

$$x(t) = e^{-0.3t} \cos(2\pi \cdot 0.5t) + e^{-0.6t} \cos(2\pi \cdot 1.1t) + v(t) \quad (5.3)$$

Como pode ser visto em (5.3), o sinal é composto por 2 componentes de LFO, sendo um deles uma oscilação de modo local em  $0,5 \text{ Hz}$  e outro uma oscilação de modo global em  $1,1 \text{ Hz}$ . A Figura 11 mostra o sinal em questão descrito no primeiro gráfico.



– **Figura 11:** Sinal simulado e sua decomposição pelo VMD.

Adicionalmente, a Figura 11, nos gráficos 2 e 3, mostra as IMF 1 e 2 das respectivas LFO de  $0.5 \text{ Hz}$  e  $1.1 \text{ Hz}$  presentes no sinal. Nota-se que os sinais possuem um total de

10 segundos de duração e que o sinal referente a LFO de 1.1  $Hz$  decai bem mais rápido quando comparado ao sinal da LFO de 0.5  $Hz$ , isso em virtude do seu maior fator de amortecimento.

A Tabela 7 mostra os parâmetros utilizados para o ajuste do VMD nesse caso.

Tabela 7 – Parâmetros de entrada do algoritmo VMD - Simulação artigo TLS-ESPRIT

| Parâmetro | Valor      |
|-----------|------------|
| $\alpha$  | 4000       |
| $\tau$    | $10^{-10}$ |
| $K$       | 2          |
| $DC$      | 0          |
| $init$    | 0          |
| $tol$     | $10^{-15}$ |

Antes de submeter cada LFO (ou seja, cada IMF resultante do VMD) ao Prony, o sinal teve seu comprimento ajustado para reduzir os efeitos de borda do VMD, buscando aprimorar o resultado do Prony. Na LFO relacionada a oscilação local, foram descartados 10% dos pontos do início e do final do sinal. No sinal da LFO relativa a oscilação global, descartou-se 10% dos pontos no início do sinal e 30% do final. Isto se deve a maior taxa de amortecimento presente nesta LFO, já comentada anteriormente. Nota-se na segunda IMF da Figura 11 que em torno dos 6 ou 7 segundos do sinal em diante, aproximadamente, o sinal já não possui oscilações significativas e se aproxima muito de zero, por esse motivo o corte foi realizado nesse ponto, para que esses dados não prejudicassem a estimação dos parâmetros.

A Figura 12 mostra as IMF decomposta pelo VMD junto com as reconstruções das mesmas, obtidas utilizando os parâmetros estimados pelo Prony.

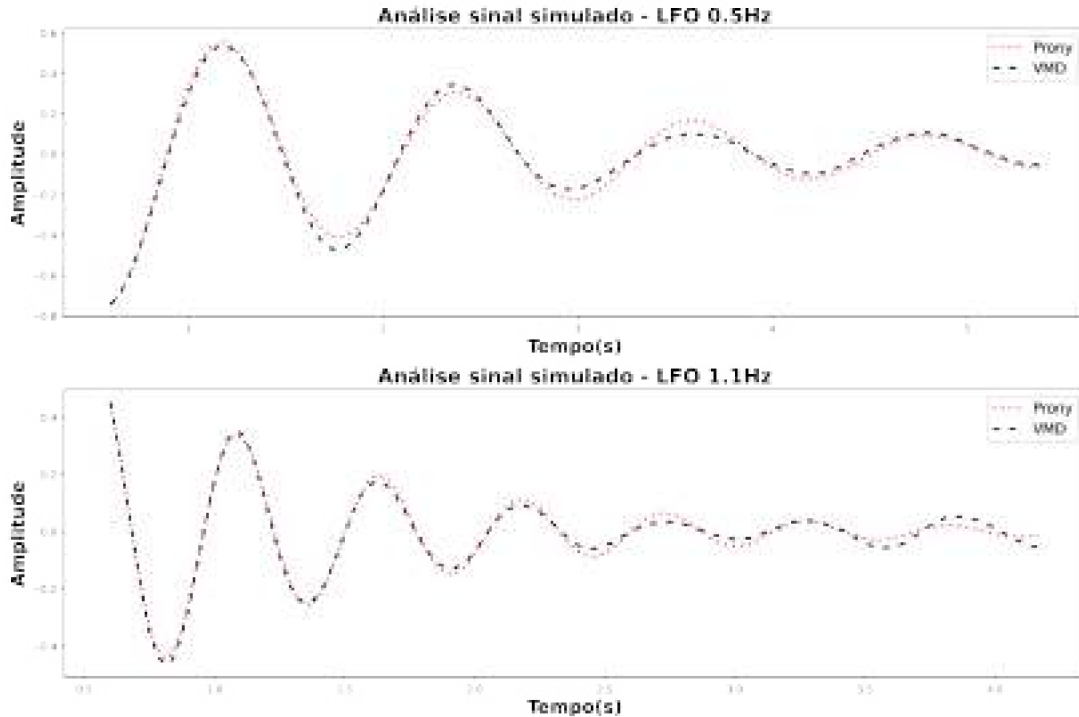
Os resultados dos parâmetros estimados pelo modelo Prony para as duas LFO são mostrados na Tabela 8 enquanto os erros calculados estão exibidos na Tabela 9, juntamente com os resultados de TLS-ESPRIT [23], onde  $AE_f$  é o erro absoluto da frequência e  $AE_\sigma$  é o erro absoluto do fator de amortecimento.

Tabela 8 – Parâmetros estimados das LFO - Simulação artigo TLS-ESPRIT.

| LFO                     | Frequência | Amplitude | Fator de amortecimento |
|-------------------------|------------|-----------|------------------------|
| Oscilação Local 0.5 Hz  | 0.496      | 0.779     | -0.298                 |
| Oscilação Global 1.1 Hz | 1.101      | 0.599     | -0.596                 |

Com o resultado mostrado acima, pode-se observar que o método proposto teve um bom desempenho em relação ao sinal  $x(t)$  e teve resultados similares ao método FOMMC-TLS-ESPRIT, sendo ligeiramente superior na estimação do fator de decaimento.

O bom desempenho do método proposto para sinais com SNR = 15 dB atesta a eficácia do VMD em mitigar o ruído presente no sinal gerando uma condição favorável à



– **Figura 12:** Comparação da Análise e Reconstrução dos Sinais das LFOs de 0.5 Hz e 1.1 Hz.

Tabela 9 – Erro absoluto para a frequência e o fator de amortecimento.

|             | Oscilação Local<br>0.5 Hz |            | Oscilação Global<br>1.1 Hz |            |
|-------------|---------------------------|------------|----------------------------|------------|
|             | VMD-Prony                 | TLS-ESPRIT | VMD-Prony                  | TLS-ESPRIT |
| $AE_f$      | 0.0041                    | 0.0080     | 0.0006                     | 0.0006     |
| $AE_\sigma$ | 0.0014                    | 0.0028     | 0.0034                     | 0.0039     |

aplicação do Prony.

### 5.2.2 Comparação com o método IVMD-TKEO

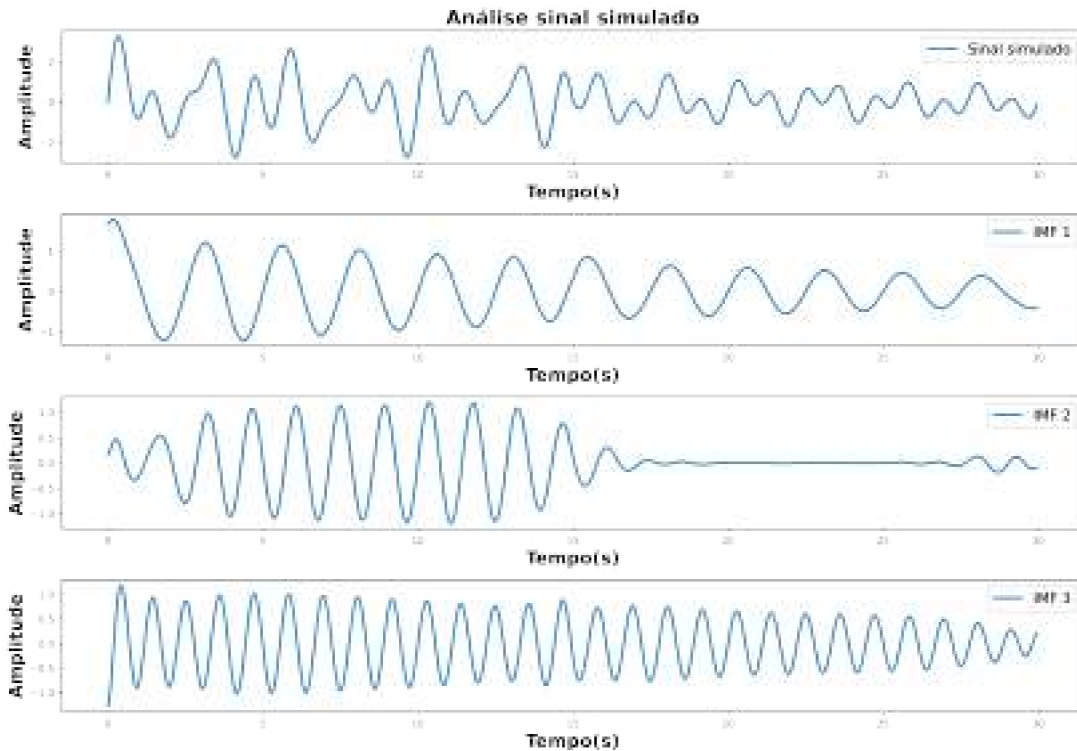
O método IVMD-TKEO foi descrito em detalhes no Capítulo 3 e foi proposto em [27]. O sinal utilizado para o teste, é a soma dos três componentes mostrados em (5.4) e foi gerado utilizando um período de amostragem  $T_s = 0.03s$  e com uma duração total de 30 segundos. Foi adicionado ruído para gerar uma  $SNR = 15$  dB.

$$\begin{cases} x_1(t_1) = 1.2e^{-0.030t_1} \sin(2\pi \times 0.9t_1) & t_1 \in [0, 30] \\ x_2(t_2) = 1.0e^{+0.015t_2} \sin(2\pi \times 0.7t_2) & t_2 \in [0, 15] \\ x_3(t_3) = 1.5e^{-0.045t_3} \sin(2\pi \times 0.4t_3) & t_3 \in [0, 30] \end{cases} \quad (5.4)$$

Este sinal contém três modos de frequências dominantes, todos eles muito próximos entre si no domínio da frequência e está exibido no Primeiro gráfico da Figura 13. Os

gráficos subsequentes exibem as IMF decompostas pelo VMD, sendo eles respectivamente:

- Gráfico 2 referente a LFO representada pelo sinal  $x_3(t_3)$
- Gráfico 3 referente a LFO representada pelo sinal  $x_2(t_2)$
- Gráfico 4 referente a LFO representada pelo sinal  $x_1(t_1)$

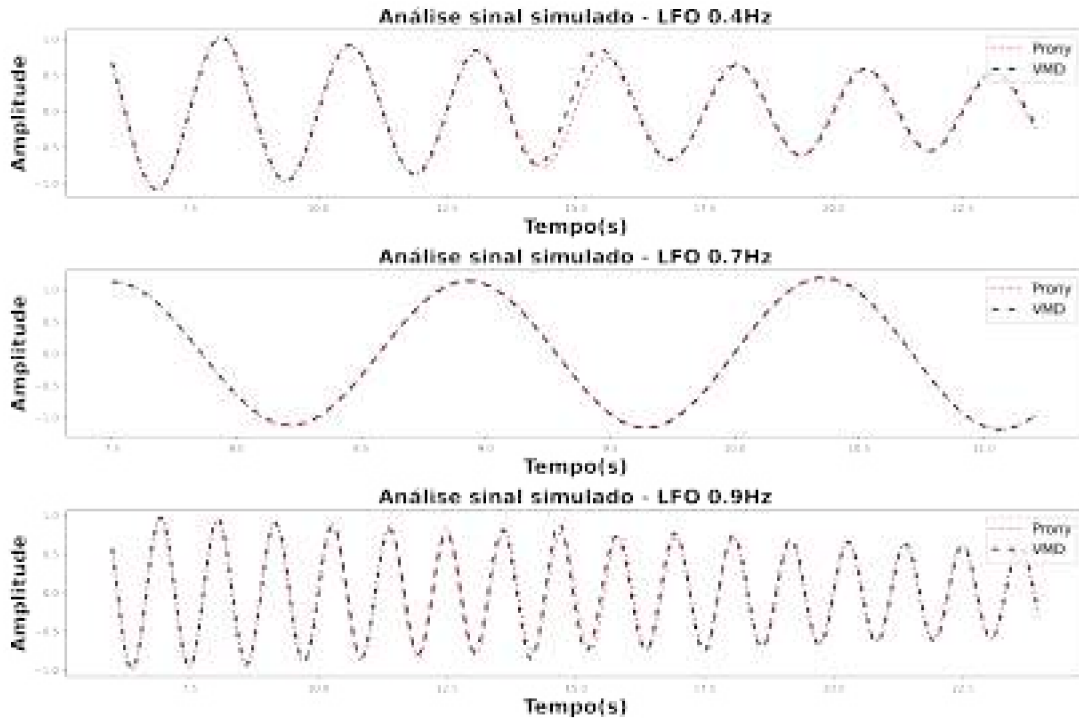


– **Figura 13:** Sinal simulado e sua decomposição pelo VMD.

O efeito de borda do VMD, citado no Capítulo 4 é facilmente visualizado em todas as IMF da Figura 13. Isso se deve a grande descontinuidade presente no sinal oriunda da LFO  $x_2(t_2)$ , que possui duração apenas entre os tempos 0 e 15 segundos. Todas as IMF apresentam este efeito, em maior ou menor grau. Na IMF 2, é possível observar que ele está presente nos tempos 0, 15 e 30 segundos, sendo que, o VMD apresenta dificuldade para lidar com a caída abrupta da LFO original decorrente da descontinuidade. O VMD tenta suavizar a transição do sinal no momento de sua ida para zero, mas acaba por inserir pequenas oscilações nestes momentos de transição, oscilações essas que não estão presentes no sinal  $x_2(t_2)$  original. Ainda assim, as IMF foram corretamente separadas e cada sinal se refere a uma das LFO do sinal de entrada.

A Figura 14 ilustra a reconstrução do sinal a partir dos parâmetros estimados pelo método de Prony, em cada um dos três casos. Para as IMF 1 e 3, utilizou-se o descarte de 20% dos dados do início e do fim antes de estimar os parâmetros com o algoritmo do Prony. O aumento percentual em relação aos testes anteriores se deve a

maior oscilação presente nas bordas desse sinal, pelos efeitos da descontinuidade já citados, além do alto ruído presente no sinal. Em relação a IMF 2, ou seja, a LFO de 0.4 Hz que contém a descontinuidade, descartou-se 25% dos pontos no início do sinal e 25% no final, considerando o intervalo de 0 a 15 segundos.



– **Figura 14:** Comparação da Análise e Reconstrução dos Sinais das LFOs de 0.4 Hz, 0.7 Hz e 0.9 Hz.

A Tabela 10 por sua vez, apresenta os valores dos parâmetros de amplitude, frequência e fator de amortecimento estimados. E os erros médios relativos calculados para as estimações do método proposto estão mostrados na Tabela 11, juntamente com os resultados para o IVMD-TKEO mostrados em [27].

Tabela 10 – Parâmetros estimados LFO - Simulação artigo IVMD-TKEO.

| LFO              | Frequência | Amplitude | Fator de amortecimento |
|------------------|------------|-----------|------------------------|
| Oscilação 0.4 Hz | 0.400      | 1.125     | -0.045                 |
| Oscilação 0.7 Hz | 0.701      | 1.123     | 0.015                  |
| Oscilação 0.9 Hz | 0.900      | 1.000     | -0.030                 |

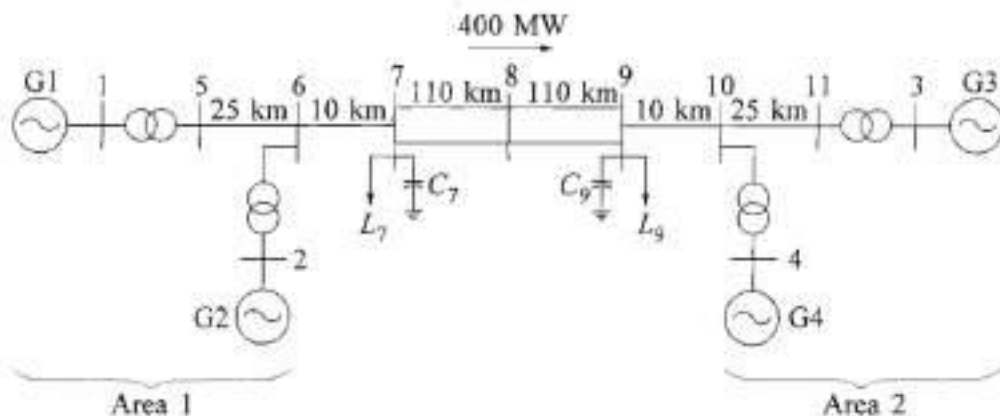
Tabela 11 – Erros relativos médios da frequência, amplitude e fator de amortecimento.

| Método →         | VMD - Prony |       |       | IVMD - TKEO |       |       |
|------------------|-------------|-------|-------|-------------|-------|-------|
| $f_i$ (Hz)       | 0.9         | 0.7   | 0.4   | 0.9         | 0.7   | 0.4   |
| $MRE_f$ (%)      | 0.052       | 0.159 | 0.128 | 0.025       | 0.100 | 0.056 |
| $MRE_A$ (%)      | 0.252       | 0.317 | 1.729 | 0.867       | 2.200 | 1.167 |
| $MRE_\sigma$ (%) | 0.274       | 0.971 | 0.221 | 0.556       | 5.267 | 0.567 |

Diferente do método VMD-Prony, o IVMD-TKEO propõe uma maneira de estimar os parâmetros de entrada do VMD ( $k$  e  $\alpha$ ), baseado na FFT. Embora isso seja uma vantagem, como dito pelos próprios autores do artigo, é importante salientar que a FFT possui resolução espectral inversamente proporcional ao comprimento do sinal analisado. Ou seja, para que seja possível detectar componentes com frequências muito próximas, é necessário um comprimento de sinal muito grande. Ou seja, dependendo da frequência dos componentes e do comprimento do sinal de entrada, a FFT pode apresentar espalhamento espectral, ocasionando um erro na estimação de  $k$  e  $\alpha$  e portanto na decomposição do sinal. Outro ponto importante é que a maneira de se estimar o valor de  $\alpha$  é baseada num conjunto de sinais de treinamento, que podem ou não refletir o comportamento dos sinais que serão analisados na prática.

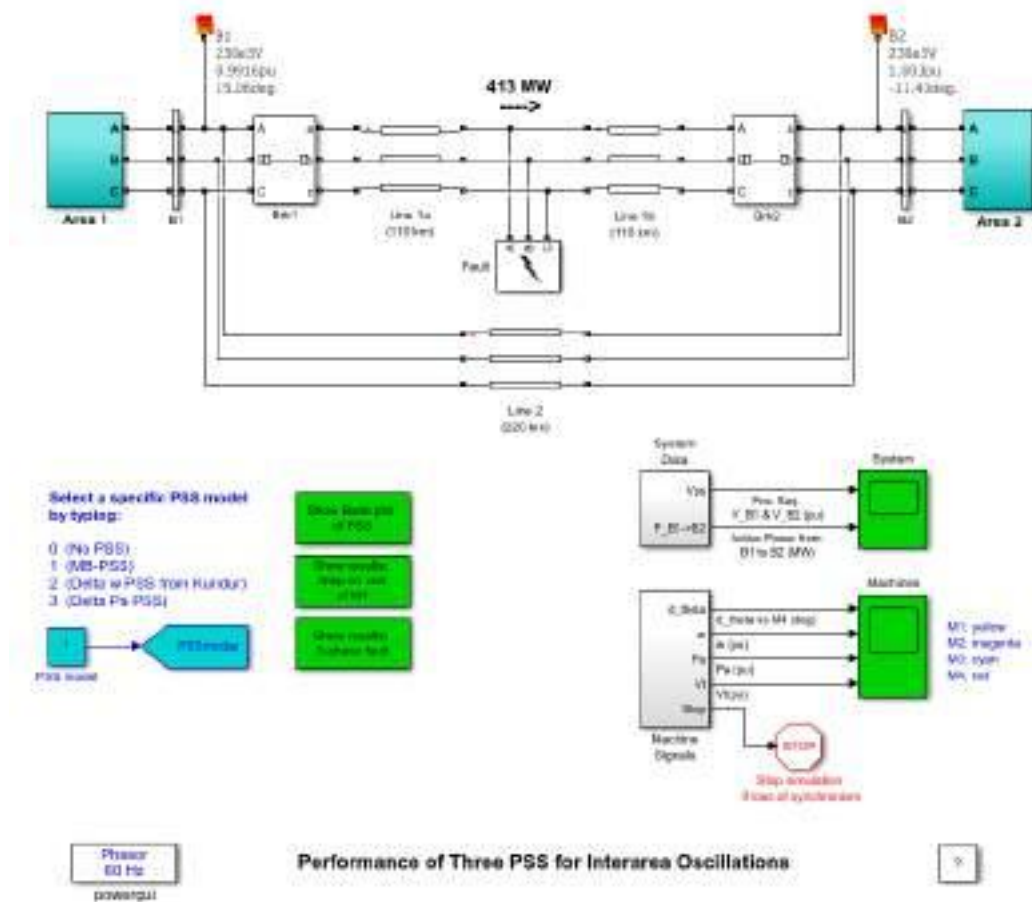
### 5.3 Resultados para um Sistema Elétrico Simulado

Nesta seção, o método proposto é testado com sinais de um sistema de duas áreas e quatro máquinas interconectadas baseado no sistema descrito no livro *Power System Stability and Control* do autor Prabha Kundur [2] exemplo 12.6 localizado entre as páginas 813 e 816. Este exemplo é largamente utilizado como referência em estudos de fenômenos dinâmicos em sistemas de transmissão e estabilidade de pequenos sinais e seu diagrama está representado na Figura 15.



– **Figura 15:** Sistema de duas áreas. (Fonte: *Power System Stability and Control* - Prabha Kundur, pág. 813)

Os dados dos sinais que foram trabalhados nesta seção foram gerados a partir da execução de um exemplo do *MATLAB* que representa um sistema que contém algumas modificações em relação ao sistema do exemplo original do livro do Kundur citado anteriormente. O sistema elétrico testado é o exemplo denominado *Performance of Three PSS for Interarea Oscillations* e está disponível para acesso em [39]. A representação do circuito no *Simulink* do *MATLAB* pode ser vista na Figura 16.



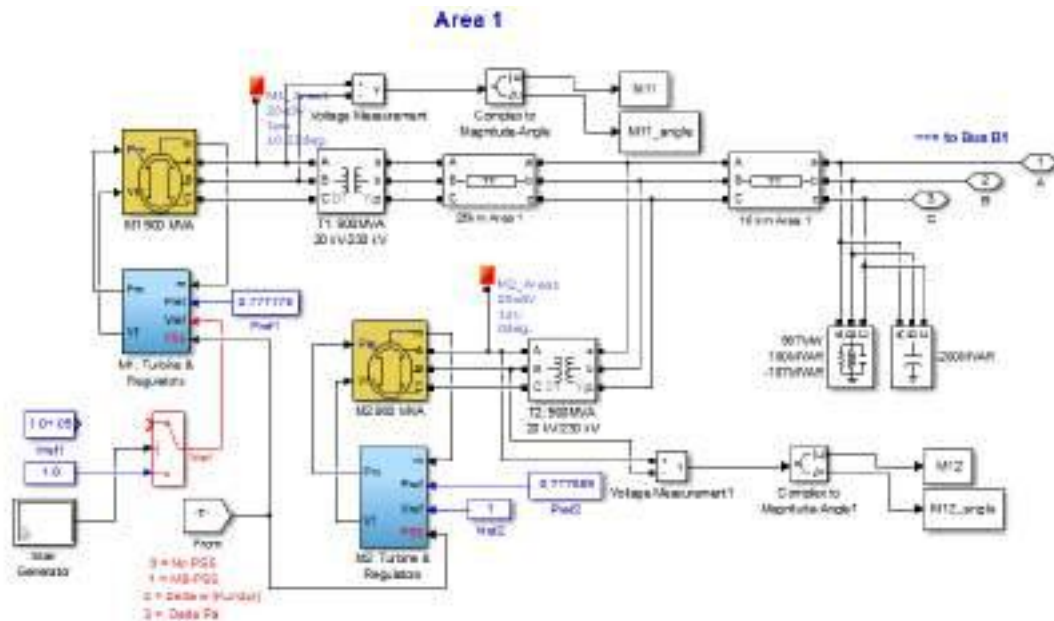
– **Figura 16:** Implementação no MATLAB do circuito do exemplo: "Performance of Three PSS for Interarea Oscillations".

O sistema do exemplo em questão consiste em duas áreas totalmente simétricas ligadas por duas linhas de 230 kV com 220 km de comprimento cada. Foi originalmente projetado em [2] para estudar oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas de energia interconectados em grande escala. Apesar de seu tamanho pequeno, ele reproduz o comportamento de sistemas típicos em operação real. Cada área está equipada com dois geradores síncronos idênticos com capacidade de 20 kV/900 MVA. As máquinas síncronas têm parâmetros idênticos, exceto pelas inércias, que são  $H = 6,5$  s na área 1 e  $H = 6,175$  s na área 2. Assume-se ainda a presença de usinas térmicas com reguladores de velocidade idênticos em todas as localizações, além de excitadores estáticos rápidos com um ganho de 200. A carga é representada por impedâncias constantes e dividida entre as áreas de tal forma que a área 1 exporta 413 MW para a área 2. Como a potência natural de cada linha é cerca de 140 MW, o sistema está sob estresse, mesmo em estado estacionário. O fluxo de carga de referência com M2 considerada a máquina líder é tal que todos os geradores estão produzindo cerca de 700 MW cada.

A Figura 17 mostra o sistema elétrico da área 1 contendo os geradores M1 e M2 e sua saída para a barra B1. A área 2 é idêntica a esse sistema, porém com os geradores M3



e M4.



– **Figura 17:** Esquema de conexão entre os geradores M1 e M2 da Área 1.

Os resultados são ligeiramente diferentes do sistema original pois neste exemplo o perfil de tensão da carga foi melhorado (aproximado para a unidade) instalando 187 Mvar a mais de capacitores em cada área. Além disso, as perdas de transmissão e geração podem variar dependendo do nível de detalhe na representação das linhas e geradores [39].

### 5.3.1 Análise de Pequenos Sinais do Sistema

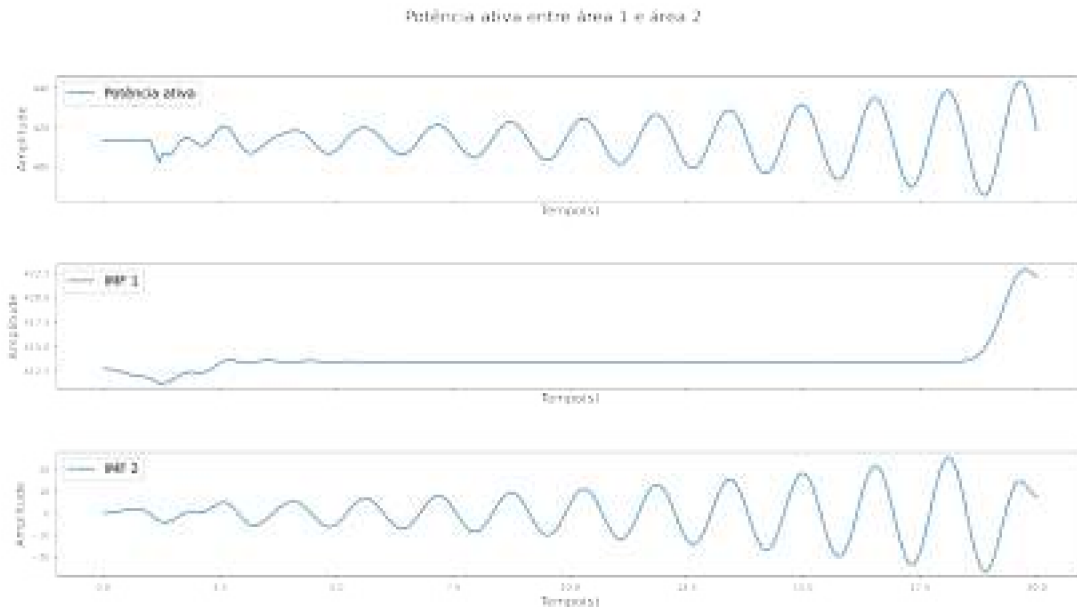
Para gerar os dados relativos os pequenos sinais que serão mais adiante estudados utilizando o método proposto, o exemplo do *MATLAB* é simulado configurando o sistema da seguinte forma: o sistema deverá estar em malha aberta ( $PSS_{model} = 0$ ), um pulso de magnitude de 5%, aplicado por 12 ciclos na referência de tensão de M1. Este teste é ativado abrindo o temporizador que controla a referência de tensão de M1 e alterando o fator de multiplicação do vetor de tempos de transição de 100 para 1. Da mesma forma, a falta na linha não deve ser aplicada, alterando de 1 para 100 o fator de multiplicação do vetor de tempos de transição no dispositivo "Fault" e nos disjuntores de linha "Brk1" e "Brk2". Todos os sinais resultantes mostram oscilações não amortecidas levando à instabilidade. Uma análise modal das potências de aceleração dos quatro geradores mostra três modos dominantes: [39]

- Modo interárea:  $f_n = 0,64 \text{ Hz}$  e  $z = -0,026 \sigma = 0.1045$ . Envolve a área 1 contra a área 2 e pode ser observado através da potência ativa na Figura 18.
- Modo local da área 1  $f_n = 1,12 \text{ Hz}$ ,  $z = 0,08 \sigma = -0.563$ . Envolve os geradores desta área uns contra os outros pode ser observado na Figura 19.

- Modo local da área 2  $f_n = 1,16 \text{ Hz}$ ,  $z = 0,08$   $\sigma = -0.583$ . Envolve o gerador M3 contra o M4 (ou seja, quanto menor a inércia, maior a frequência natural local). Representado na Figura 20

As oscilações surgem a partir da aplicação de um degrau no tempo  $t = 1s$  que possui amplitude 1 e duração até  $t = 1.2s$  na tensão de referência das máquinas 1 (área 1) e 4 (área 2). Desta forma, ocorrem oscilações locais na área 1 envolvendo as máquinas 1 e 2 e também oscilações locais na área 2 envolvendo as máquinas 3 e 4.

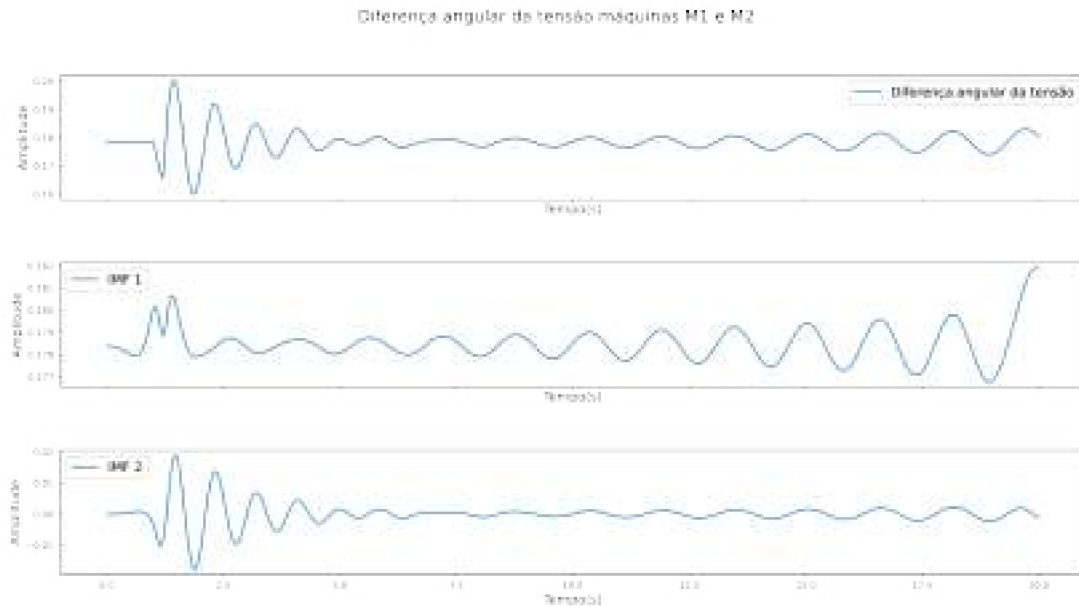
É possível observar a separação entre os modos intrínsecos da componente de baixa frequência das demais componentes presentes nos sinais. Nos três casos, figuras 18, 19 e 20, as LFO podem ser observadas no IMF 2, ou seja, terceiro gráfico das respectivas figuras.



– **Figura 18:** Potência ativa que flui na linha de transmissão entre as áreas 1 e 2.

Conforme nota-se no primeiro gráfico da Figura 18 que representa o sinal da potência ativa  $P_a$  na linha de transmissão, a LFO interárea tem características não amortecida levando o sistema à instabilidade.

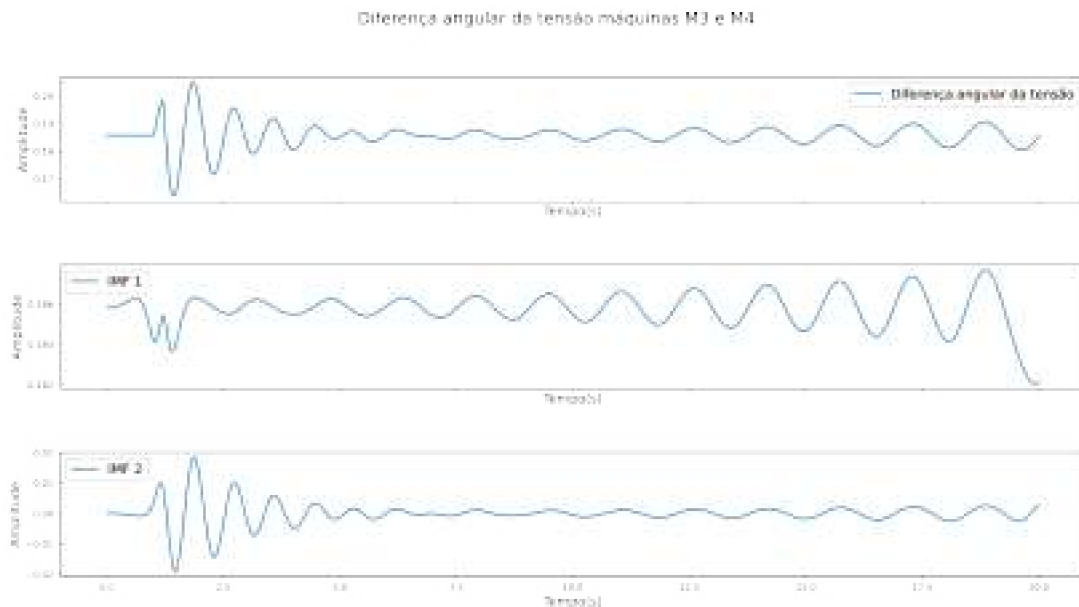
No primeiro gráfico da figura 19, é possível observar o sinal da diferença angular da tensão entre os terminais da máquina 1 e máquina 2. Nota-se que o sinal é constituído por mais de uma oscilação durante os 20 segundos mostrados no gráfico. Durante os primeiros 6 segundos aproximadamente, observa-se uma oscilação amortecida que decai rapidamente. Essa oscilação surge em decorrência imediata da aplicação do degrau de distúrbio na referência de tensão da máquina 1. Posteriormente, é possível notar que a oscilação interárea já vista no gráfico 18 anterior da potência ativa também aparece nesse sinal. Os IMFs resultantes da aplicação do VMD também estão exibidos na Figura 19, no



– **Figura 19:** Diferença angular da tensão máquinas M1 e M2.

segundo e no terceiro gráfico. A LFO correspondente a oscilação local da área 1 é exibida de forma isolada na IMF 2.

De maneira análoga, a Figura 20 representa a diferença angular entre a tensão dos terminais das máquinas M3 e M4 localizadas na área 2. Os IMFs também estão exibidos na mesma imagem.



– **Figura 20:** Diferença angular da tensão máquinas M3 e M4.

O método do VMD foi configurado conforme dados da Tabela 12 de forma empírica, buscando potencializar a separação do modo intrínseco que contém a LFO, além de reduzir ao máximo possível o ruído presente no sinal original e consequentemente auxiliar a reduzir

o erro relativo médio de todo o método. Para os três casos analisados usou-se os mesmo parâmetros, com exceção do  $\alpha$ , que mostrou os melhores resultados sendo configurado em 19500 para a potência ativa e 2000 para os dois casos da diferença angular na tensão.

Tabela 12 – Parâmetros de entrada do algoritmo VMD

| Parâmetro | Valor      |
|-----------|------------|
| $\alpha$  | 19500/2000 |
| $\tau$    | $10^{-10}$ |
| $K$       | 2          |
| $DC$      | 0          |
| $init$    | 0          |
| $tol$     | $10^{-15}$ |

Os sinais originais foram amostrados com uma frequência de amostragem  $F_s = 60 \text{ Hz}$  e possuem 20 segundos de duração. Posteriormente, cada modo intrínseco relativo as LFO dos sinais da potência ativa, e das diferenças angulares da tensão das máquinas M1 e M2 e também entre M3 e M4, tiveram seus parâmetros estimados através da aplicação do método Prony, e seus resultados estão exibidos na Tabela 13.

Tabela 13 – Parâmetros estimados LFO sistema Kundur.

| LFO                 | Frequência | Amplitude | Fator de amortecimento |
|---------------------|------------|-----------|------------------------|
| Potência Ativa      | 0.641      | 5.187     | 0.105                  |
| Dif angular M1 e M2 | 1.127      | 0.019     | -0.565                 |
| Dif angular M3 e M4 | 1.152      | 0.020     | -0.587                 |

Tabela 14 – Erro relativo médio para as LFO interárea, local 1 e local 2 - Comparativo entre métodos.

| Método     | LFO              | Inter área   | Modo local área 1 | Modo local área 2 |
|------------|------------------|--------------|-------------------|-------------------|
| VMD-PRONY  | $MRE_f$ (%)      | <b>0.154</b> | <b>0.593</b>      | <b>0.640</b>      |
|            | $MRE_\sigma$ (%) | <b>0.076</b> | <b>0.384</b>      | <b>0.713</b>      |
| FOMMC      | $MRE_f$ (%)      | 0.219        | -                 | 2.655             |
| TLS-ESPRIT | $MRE_\sigma$ (%) | 5.882        | -                 | 16.238            |
| IVMD-TKEO  | $MRE_f$ (%)      | 0.375        | 1.250             | -                 |
|            | $MRE_\sigma$ (%) | 1.119*       | 7.539*            | -                 |

Os erros relativos médios referentes a estimação dos parâmetros estão expostos na Tabela 14. É possível observar que, nos três casos, os parâmetros das LFO utilizando o método proposto foram estimados de maneira satisfatória com baixo MRE. Como comparação, utilizou-se os resultados obtidos pelos métodos FOMMC-TLS-ESPRIT [23] e IVMD-TKEO [27] analisando o mesmo sistema de 2 áreas e 4 máquinas. Os menores erros estão destacados em negrito. Não estavam disponíveis nos artigos em questão o resultado da frequência e do fator de decaimento estimados para a área 1 do artigo cujo método proposto é o FOMMC-TLS-ESPRIT e não estava disponível os mesmos dados

porém para a área 2 no artigo que utiliza o método IVMD-TKEO. Ressalta-se aqui que o erro apresentado do fator de decaimento para a inter área e a área local 1 do método IVMD-TKEO (marcados com asterisco na tabela 14) são relativos a um coeficiente de amortecimento de  $-0.0268$  e  $0.0955$ , respectivamente, o que é diferente dos coeficientes de amortecimento destas duas situações usadas neste trabalho, que foram de  $-0.026$  e  $0.08$ , respectivamente, conforme descrito em [39]. A relação entre a coeficiente de amortecimento  $z$  e o fator de amortecimento  $\sigma$  é descrita pela equação 5.5, onde  $f_n$  é a frequência da LFO.

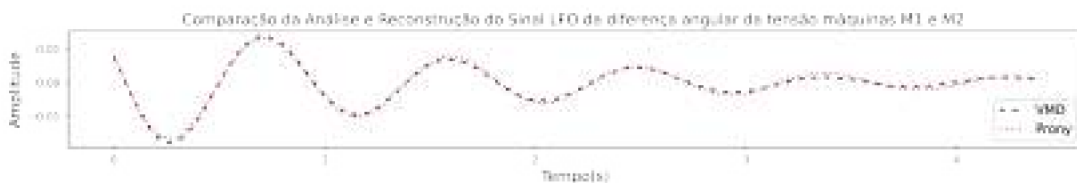
$$\sigma = z2\pi f_n \quad (5.5)$$

Pela tabela 14 fica claro o desempenho superior do método proposto frente aos outros métodos analisados. Tanto na estimação do parâmetro da frequência quanto do fator de decaimento, independente do sinal que está sendo analisado, inter área, modo local da área 1 ou da área 2.

A comparação entre os sinais reconstruídos e as componentes de baixa frequência extraídas do sinal original pelo VMD estão exibidas nas figuras 21, 22, 23, sendo a reconstrução da LFO da potência ativa, LFO da diferença angular da tensão entre as máquinas M1 e M2 e a LFO da diferença angular da tensão entre as máquinas M3 e M4, respectivamente.

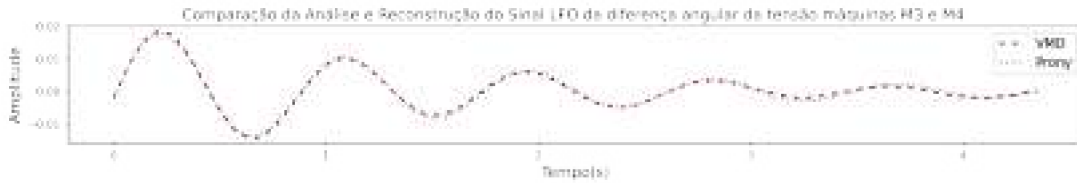


– **Figura 21:** Comparação da Análise e Reconstrução do Sinal LFO da Potência ativa.



– **Figura 22:** Comparação da Análise e Reconstrução do Sinal LFO da diferença angular da tensão máquinas M1 e M2.

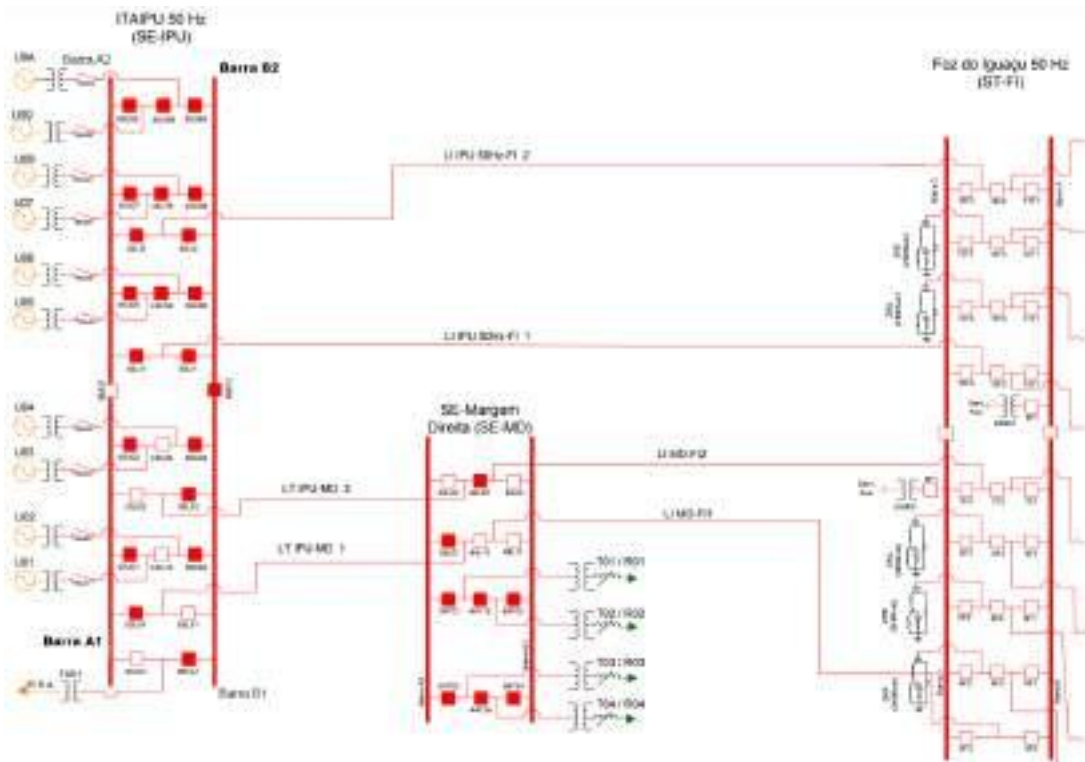
Os resultados apresentados para a aplicação do método proposto VMD-Prony frente a sinais oriundos de outras fontes de dados e confirma a robustez e aplicabilidade do método. Essa correlação positiva fortalece a credibilidade do método, demonstrando sua capacidade de generalização e fornecendo uma base sólida para sua replicabilidade.



– **Figura 23:** Comparação da Análise e Reconstrução do Sinal LFO da diferença angular da tensão máquinas M3 e M4.

#### 5.4 Resultado com Sinais Reais - ITAIPU 50 Hz

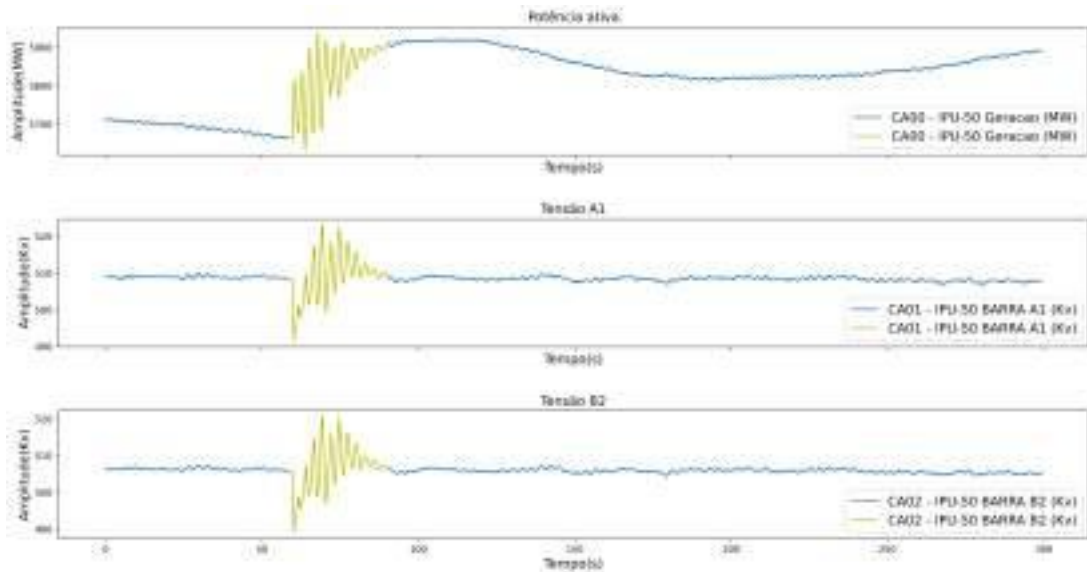
Por fim, realizou-se um teste utilizando dados reais de medições realizadas no sistema de 50 Hz da usina hidrelétrica de Itaipu. A Figura 24 mostra o diagrama unifilar do conjunto de geradores de Itaipu 50 Hz, onde destaca-se em negrito o nome das barras A1 e B2, que forneceram os sinais que serão analisados adiante.



– **Figura 24:** Diagrama unifilar - Itaipu 50 Hz.

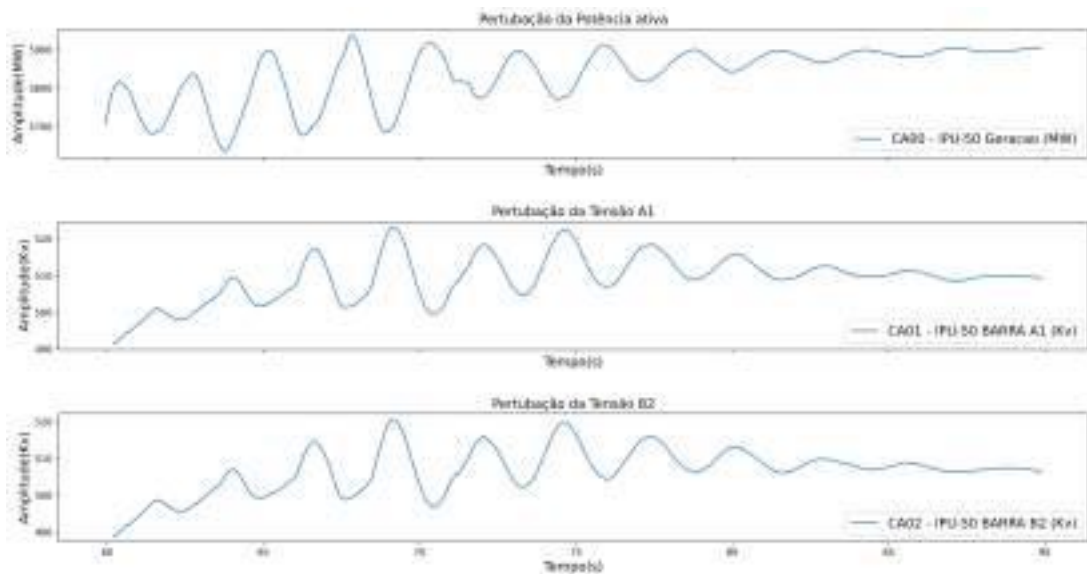
No dia 08/12/2022, ocorreu um evento de natureza desconhecida no sistema elétrico, e os dados de medição da geração e das tensões nas barras A1 e B2 estão exibidos na Figura 25.

Nota-se que há nos três sinais, uma perturbação causada por alguma falta, mas que após algum tempo, o sistema retorna para a estabilidade. O trecho da perturbação em cada um dos três sinais em análise está destacado em amarelo. Para um melhor entendimento do comportamento dos sinais, na Figura 26 é possível observar a perturbação



– **Figura 25:** Sinais de Potência, Tensão na barra A1 e Tensão na barra B2 medidos - Itaipu 50 Hz.

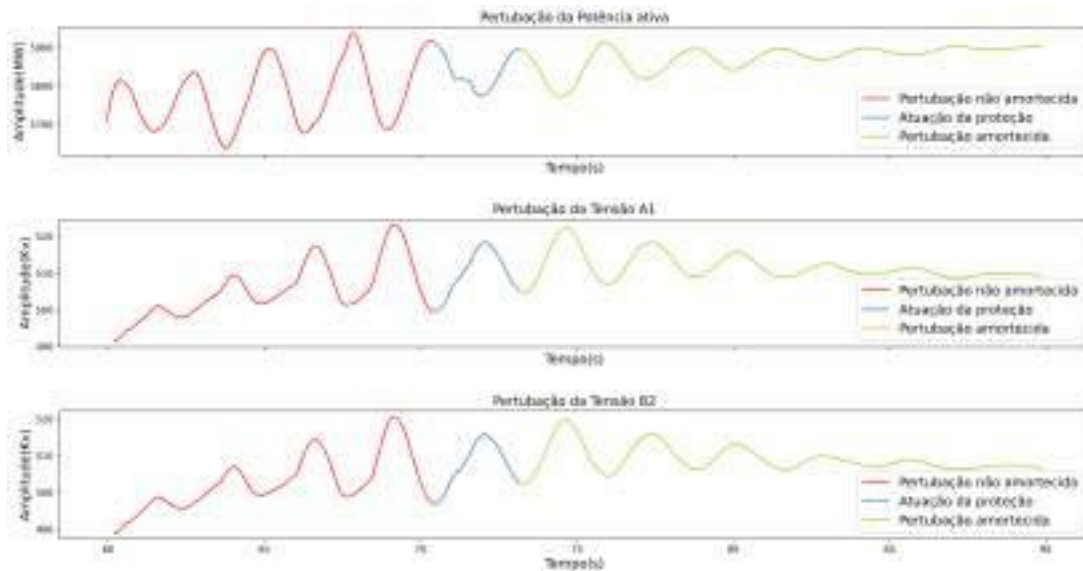
de forma ampliada. Ela se inicia próximo aos 60 segundos e é praticamente eliminada em aproximadamente 30 s.



– **Figura 26:** Sinais de Potência, Tensão na barra A1 e Tensão na barra B2 medidos - Itaipu 50 Hz. Recorte na perturbação presente nos sinais.

Observando atentamente os gráficos da Figura 26, é possível distinguir dois momentos distintos durante esse evento de perturbação dos sinais da potência ativa, da tensão da barra A1 e da tensão da barra B2. Todos os sinais possuem uma característica de não amortecimento nos primeiros 10 segundos aproximadamente. Ou seja, os sinais oscilatórios possuem fatores de amortecimento negativos, e as amplitudes crescem ao longo do tempo. Esse fato seria o suficiente para levar o sistema a instabilidade, causando, em última

instância, a desconexão. Por volta dos 71 segundos, observa-se uma descontinuidade nos sinais, logo após a qual os sinais apresentam um comportamento amortecido até a extinção da perturbação. Essa descontinuidade é devido a atuação da proteção do sistema. Os três intervalos de tempo estão destacados em cores diferentes na Figura 27.



– **Figura 27:** Sinais de Potência, Tensão na barra A1 e Tensão na barra B2 medidos - Itaipu 50 Hz. Destaque nos diferentes tipos de amortecimentos presente nos sinais.

Para uma correta análise dos sinais, os mesmos foram divididos em dois intervalos: i) de 60s a 71s, onde não existe amortecimento e ii) de 72,5s a 90s, onde os sinais apresentam amortecimento.

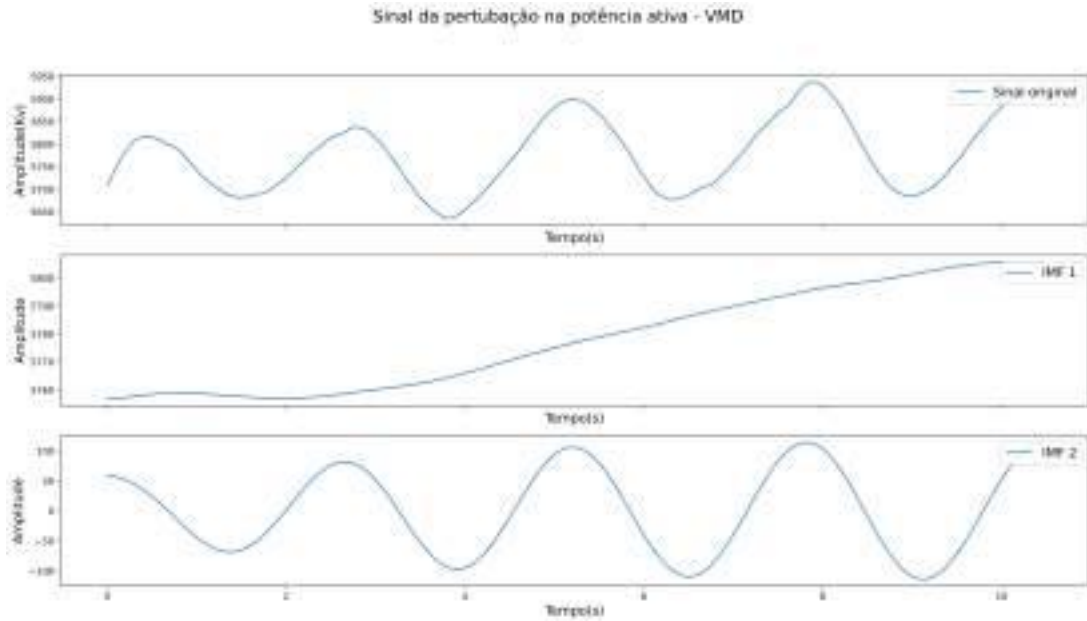
#### 5.4.1 Análise dos Sinais Não Amortecidos

Os sinais oscilatórios não amortecidos da potência ativa, da tensão na barra A1 e da tensão na barra B2, que foram mostrados em vermelho na Figura 27 foram analisados pelo método proposto e os resultados da decomposição realizada pelo VMD estão exibidos nas figuras 28, 29 e 30, respectivamente.

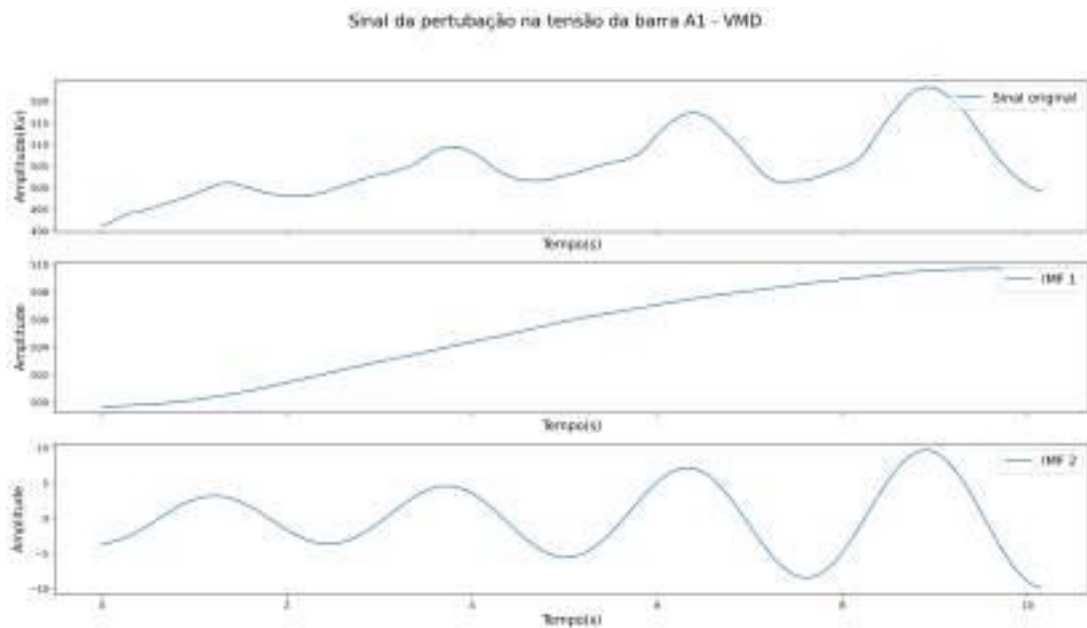
Nota-se que em todos os três casos, o sinal analisado possui 2 IMFs, sendo a IMF de número 2 o sinal da LFO em questão. É possível observar que o VMD conseguiu realizar uma boa separação do sinal principal nos três casos, e uma redução no ruído também é perceptível. Posteriormente, cada uma das três LFO foi submetida ao método de Prony e a estimação dos parâmetros dos sinais estão exibidos na Tabela 15.

Como não se sabe os valores reais dos parâmetros dos componentes de oscilação, não foi possível calcular erros para a estimação realizada pelo método proposto.





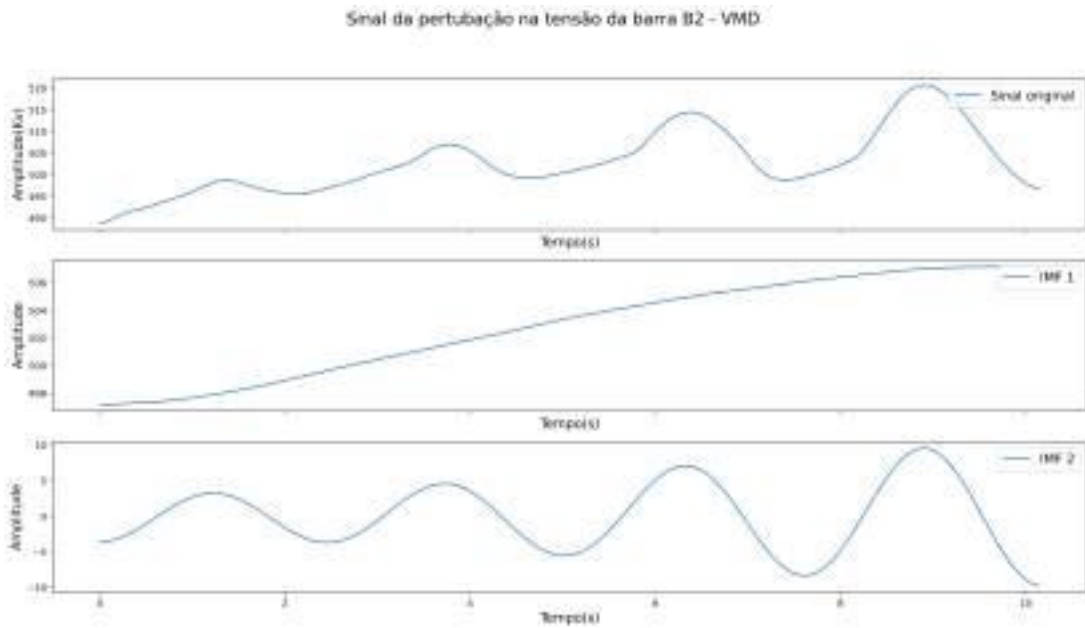
– **Figura 28:** Sinal da perturbação não amortecida na potência ativa e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz.



– **Figura 29:** Sinal da perturbação não amortecida na tensão da barra A1 e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz.

Tabela 15 – Parâmetros estimados LFO não amortecidas.

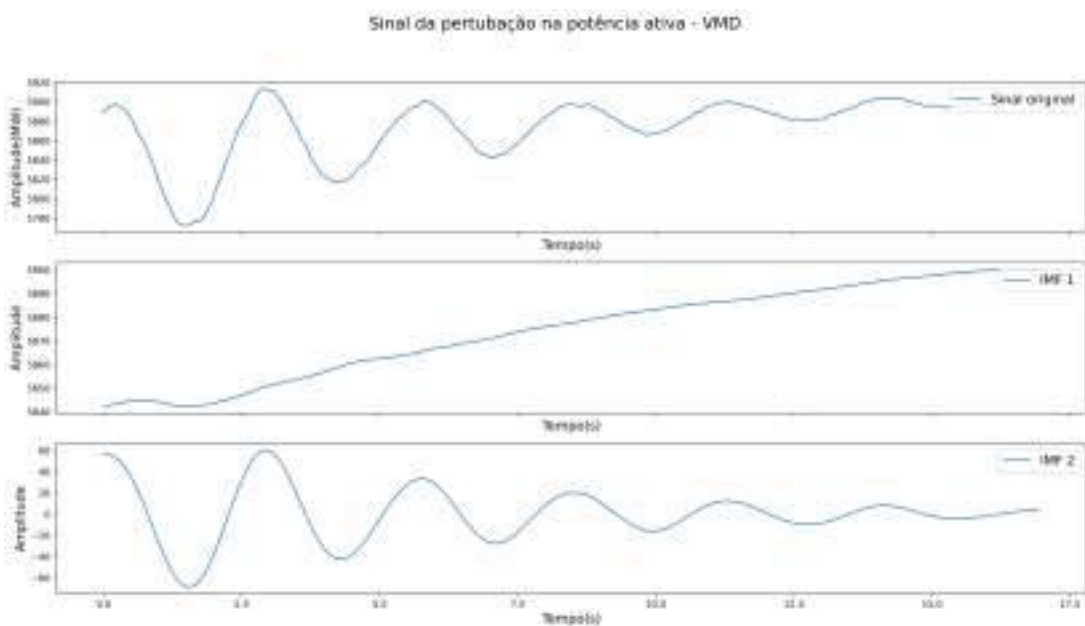
| LFO            | Frequência | Amplitude | Fator de amortecimento |
|----------------|------------|-----------|------------------------|
| Potência Ativa | 0.384      | 94.540    | 0.031                  |
| Tensão A1      | 0.386      | 4.473     | 0.118                  |
| Tensão B2      | 0.386      | 4.471     | 0.116                  |



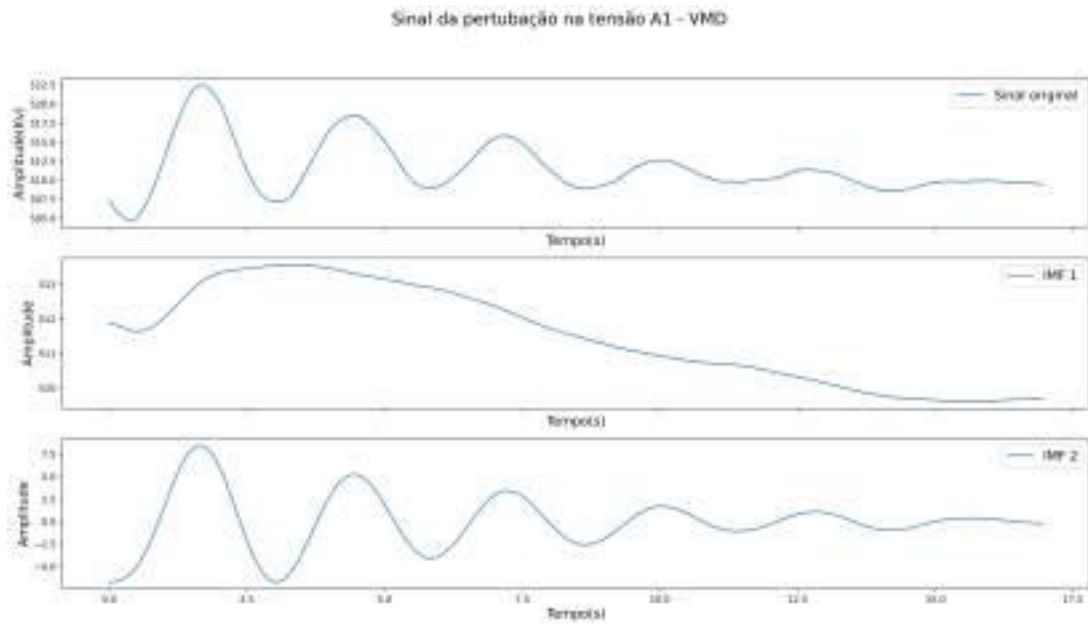
– **Figura 30:** Sinal da perturbação não amortecida na tensão da barra B1 e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz.

#### 5.4.2 Análise dos Sinais Amortecidos

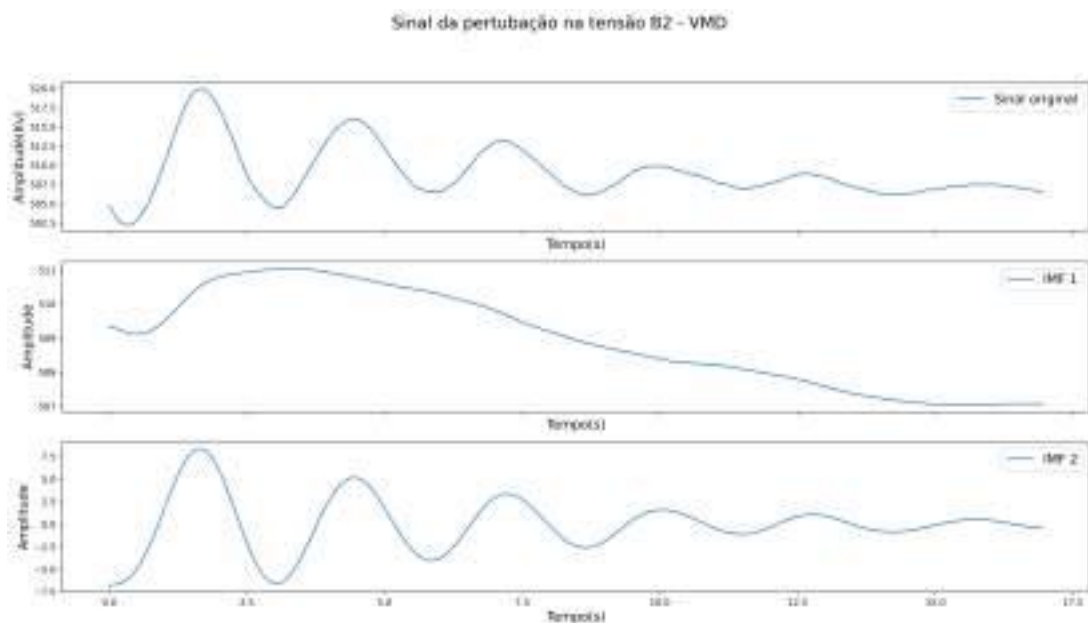
Os sinais oscilatórios amortecidos da potência ativa, da tensão na barra A1 e da tensão na barra B2, que foram mostrados em amarelo na Figura 27 foram analisados pelo método proposto e os resultados da decomposição realizada VMD estão exibidos nas figuras 28, 29 e 30, respectivamente.



– **Figura 31:** Sinal da perturbação amortecida na potência ativa e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz.



– **Figura 32:** Sinal da perturbação amortecida na tensão da barra A1 e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz.



– **Figura 33:** Sinal da perturbação amortecida na tensão da barra B1 e suas IMFs decompostas pelo VMD - Itaipu 50 Hz.

Assim como no caso anterior, o VMD conseguiu realizar a separação dos IMF e isolar o sinal da LFO nos três sinais. Os resultados da estimação dos parâmetros realizada pelo Prony estão mostrados na Tabela 16.

Novamente, não foi possível calcular erros de estimação devido à falta de informações sobre os parâmetros reais da oscilação.

Tabela 16 – Parâmetros estimados LFO amortecidas.

| <b>LFO</b>     | <b>Frequência</b> | <b>Amplitude</b> | <b>Fator de amortecimento</b> |
|----------------|-------------------|------------------|-------------------------------|
| Potência Ativa | 0.360             | 63.789           | -0.198                        |
| Tensão A1      | 0.357             | 7.466            | -0.182                        |
| Tensão B2      | 0.357             | 7.303            | -0.180                        |

### 5.5 Conclusões Parciais

Este capítulo apresentou resultados do método proposto (VMD-Prony) aplicado em quatro cenários distintos: i) utilizando um banco de sinais sintéticos, com parâmetros aleatórios e deferentes SNR; ii) comparado com outros dois métodos relevantes encontrados na literatura, também utilizando sinais sintéticos específicos e iii) com sinais obtidos através da simulação de um SEP e iv) com sinais reais obtidos no sistema de geração de Itaipu.

Os resultados comprovaram a eficácia do método proposto em lidar com sinais ruidosos devido à decomposição realizada pelo algoritmo VMD que é capaz de eliminar grande parte do ruído, proporcionando um sinal adequado para que o Prony seja capaz de estimar os parâmetros do sinal com boa acurácia.

Os resultados de comparação com os métodos FOMMC-TLS-ESPRIT e IVMD-TKEO mostraram que o método proposto foi capaz de produzir resultados equivalente aos dois métodos encontrados na literatura, atestando mais uma vez o seu bom desempenho.

Os resultados com sinais do SEP referência simulado e com sinaisreais, mostrou a aplicabilidade do método proposto em diferentes cenários.

## 6 Conclusão

A análise e estimação de oscilações de baixa frequência em sistemas elétricos de potência representam um desafio significativo na área de engenharia elétrica. Neste estudo, foi proposto um método que combina duas técnicas distintas, uma recente na literatura, responsável pela separação de modos intrínsecos de um sinal, o VMD, e o já bastante conhecido e estudado algoritmo de Prony, com o objetivo de identificar e caracterizar eficientemente as LFO em sistemas elétricos de potência.

Ao longo do primeiro capítulo, o trabalho destaca a importância dessas oscilações no contexto dos sistemas elétricos de potência, ressaltando sua influência na estabilidade e operação adequada desses sistemas de energia. A motivação para este estudo reside na necessidade de desenvolver abordagens mais precisas e eficazes para lidar com essas oscilações, a fim de garantir a confiabilidade e segurança do sistema elétrico.

No Capítulo 2, foram exploradas de forma detalhada as características das oscilações de baixa frequência, destacando seus principais desafios de análise e estimação. Em seguida, já no Capítulo 3, realizou-se uma revisão abrangente da literatura relacionada aos métodos existentes para estimação de parâmetros de LFO, destacando suas vantagens e limitações.

O Capítulo 4 foi responsável por apresentar o método proposto, que consiste na aplicação do método do VMD para separar os modos do sinal e na utilização do algoritmo de Prony para estimar os parâmetros das oscilações identificadas. Os métodos estão descritos de maneira detalhada, destacando como ocorre seu funcionamento e implementação, além de fornecer um diagrama geral para facilitar a compreensão do processo.

Por fim, o Capítulo 5 contempla os resultados alcançados com o método proposto, onde avaliou-se sua eficiência por meio da análise de diversos conjuntos de dados. Primeiramente, foram realizados experimentos estatísticos com dados simulados, com o objetivo de mensurar o grau de precisão do método frente a um grande conjunto de dados construídos a partir de intervalo de valores aleatórios, demonstrando sua capacidade de identificar e estimar os parâmetros das oscilações de baixa frequência simuladas. Em seguida, estão os resultados comparativos utilizando sinais já debatidos em estudos anteriores, evidenciando o bom desempenho do método proposto em termos de precisão e eficiência.

Para validar ainda mais a robustez do método, um sistema elétrico simulado é utilizado para gerar oscilações de baixa frequência, obtendo resultados promissores que corroboram sua eficácia em cenários práticos. Na última seção dos resultados, estão mostrados os testes que foram conduzidos a partir de sinais reais de um sistema elétrico, confirmando a capacidade do método de lidar com situações do mundo real e sua relevância para aplicações práticas em sistemas elétricos de potência.

Diante do vasto conjunto de resultados obtidos, fica evidente que o método proposto representa uma contribuição significativa para a análise de oscilações de baixa frequência em

sistemas elétricos de potência. Sua capacidade de identificar e estimar com precisão essas oscilações, aliada à sua eficiência computacional e versatilidade, o torna uma ferramenta valiosa para engenheiros e pesquisadores neste campo. O VMD mostrou-se uma excelente ferramenta na tarefa de separação dos modos intrínsecos dos sinais em diversas situações, isto é, foi capaz de realizar corretamente a separação em sinais como os da subseção **5.1.1**, onde as duas principais frequências do sinal tinham uma grande distância entre si, sendo um sinal em 60 Hz e outro em 1,84 Hz. O mesmo bom desempenho foi apresentado em casos onde as diferentes frequências presentes no sinal original estavam muito mais próximas entre si, como no caso onde os sinais eram compostos basicamente por modos intrínsecos de baixa frequência como na subseção **5.2.1**, onde o sinal original eram composto por, um sinal com frequência em 0.5 Hz e um sinal em 1.1 Hz, e na subseção **5.2.2**, em que o sinal analisado possuía componentes de frequência em 0.4 Hz, 0.7 Hz e 0.9 Hz.

Em resumo, este estudo oferece uma abordagem eficaz para lidar com um problema complexo e relevante na área de engenharia elétrica. Os resultados aqui apresentados, também tem o objetivo de estimular novas pesquisas que contribuam para o avanço contínuo no entendimento e análise de oscilações de baixa frequência em sistemas elétricos de potência.

O método proposto possui espaço para diversas melhorias que serão abordadas em trabalhos futuros, como a parametrização automática das variáveis iniciais do VMD a partir de uma análise prévia das características das energias relevantes do sinal no domínio da frequência além de seu nível aproximado de ruído. A partir disso, seria possível estimar de maneira precisa o melhor valor de  $\alpha$ , parâmetro responsável por controlar o equilíbrio da restrição de fidelidade dos dados no algoritmo do VMD, para cada sinal diferente que se fosse analisar. Além disso, é possível usar a mesma base do desenvolvimento para automatizar a inicialização do parâmetro  $k$  do VMD, ou seja, o número de modos que serão extraídos do sinal original, fazendo com que a chance de se encontrar modos que não carreguem informações significativas no sinal seja drasticamente reduzida. Por outro lado, também poderia ser realizados trabalhos que buscam aprimorar o algoritmo do Prony, buscando realizar uma segmentação automática dos componentes extraídos pelo VMD antes da aplicação do Prony, dessa forma haveria um ganho considerável no resultado geral do método proposto.

## ANEXO A – Ferramentas de processamento de sinais utilizadas pelo VMD

Antes de prosseguir com o desenvolvimento do algoritmo, alguns conceitos e ferramentas de processamento de sinais que constituem o VMD são importantes de serem destacados e estão apresentados:

### .0.0.1 Filtro Wiener

O objetivo do filtro de Wiener é recuperar um sinal original que foi corrompido por ruído. Para iniciar a análise, considere o sinal observado  $f_0(t)$ , uma cópia do sinal original  $f(t)$  afetado por ruído ( $n$ ) gaussiano aditivo de média zero, como descrito em:

$$f_0 = f + n \quad (.1)$$

Recuperar o sinal desconhecido é um típico problema inverso mal posto. Uma solução clássica para este problema é a utilização da regularização de Tikhonov:

$$\min_f \left\{ \|f - f_0\|_2^2 + \alpha \|\partial_t f\|_2^2 \right\} \quad (.2)$$

cujas equações de Euler-Lagrange são facilmente obtidas e tipicamente resolvidas no domínio de Fourier:

$$\hat{f}(\omega) = \frac{\hat{f}_0}{1 + \alpha\omega^2} \quad (.3)$$

que é obtida solucionando a seguinte equação:

$$\hat{f}(\omega) := \mathcal{F}\{f(\cdot)\}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (.4)$$

em que,  $\hat{f}(\omega)$  é a transformada de Fourier do sinal  $f(t)$  e  $j^2 = -1$ .

Claramente, o sinal recuperado  $\hat{f}$  é uma seleção de banda estreita de passa-baixa do sinal de entrada  $f_0$  em torno de  $\omega = 0$ . De fato, a solução corresponde a uma convolução com um filtro de Wiener, onde  $\alpha$  representa a variância do ruído branco, e o sinal possui um espectro de potência  $1/\omega^2$  passa-baixa.

### .0.0.2 Transformada de Hilbert

A Transformada de Hilbert é uma operação matemática que está intimamente relacionada com o conceito de sinal analítico. Ela cria um sinal analítico a partir de um sinal real, adicionando uma componente imaginária ao sinal original.

A transformada de Hilbert de um sinal  $x(t)$ , denotada por  $\mathcal{H}$ , é dada pela convolução do sinal  $x(t)$  com a função  $\frac{1}{\pi t}$ , onde  $t$  é a variável de tempo. Matematicamente, a transformada de Hilbert pode ser representada por:

$$\mathcal{H}\{x(t)\} = x(t) \circledast \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (.5)$$

### .0.0.3 Sinal Analítico

Um sinal analítico é um conceito utilizado no processamento de sinais que descreve um sinal complexo em termos de sua parte real e imaginária, fornecendo uma representação que facilita o processamento e a análise de sinais. Um sinal analítico é frequentemente utilizado em análises de sinais de amplitude modulada.

$$f_a(t) = f(t) + j\mathcal{H}\{f(t)\} = A(t)e^{j\phi(t)} \quad (.6)$$

Este sinal analítico possui as seguintes propriedades importantes. O termo exponencial complexo  $e^{j\phi(t)}$  é um fasor que descreve a rotação do sinal complexo no tempo,  $\phi(t)$  representa a fase, enquanto a amplitude é governada pelo envelope real  $A(t)$ . Essa representação é particularmente útil na análise de sinais de amplitude variável no tempo e frequência instantânea, definida como a derivada da fase em relação ao tempo ( $\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$ ). Especificamente para sinais como as IMF nos quais a amplitude  $A_k$  muda de maneira suficientemente lenta.

A segunda propriedade é o espectro unilateral do sinal analítico, consistindo apenas de frequências não negativas. Finalmente, observa-se que a partir desse sinal analítico, o sinal original (real) é facilmente recuperado como sendo sua parte real:

$$f(t) = \mathbb{R}\{f_a(t)\} \quad (.7)$$

### .0.0.4 Mistura de Frequências e Demodulação Heteródina

O último conceito que é necessário relembrar antes de introduzir o VMD é o princípio da mistura de frequências. A mistura é o processo de combinar dois sinais de forma não linear, introduzindo assim termos de frequência cruzada na saída. O misturador mais simples é a multiplicação. Multiplicar dois sinais reais com frequências  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , respectivamente, cria componentes com frequências misturadas em  $\omega_1 - \omega_2$  e  $\omega_1 + \omega_2$  o que é facilmente ilustrado pela seguinte identidade trigonométrica:

$$2 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) = \cos((\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \quad (.8)$$

Já a mistura de dois sinais analíticos é dada por:



$$e^{j\omega_1 t} e^{j\omega_2 t} = e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} \quad (.9)$$

Dessa forma, o sinal misturado é constituído de apenas uma única frequência. No domínio da frequência de Fourier tem-se que a multiplicação de um sinal analítico por uma exponencial pura resulta em um simples deslocamento de frequência:

$$f_A(t)e^{-j\omega_0 t} \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \hat{f}_A(\omega) * \delta(\omega + \omega_0) = \hat{f}_A(\omega + \omega_0) \quad (.10)$$

## ANEXO B – Algoritmos Python

## Função VMD

```

def VMD(f, alpha, tau, K, DC, init, tol):
    """
    u,u_hat,omega = VMD(f, alpha, tau, K, DC, init, tol)
    Variational mode decomposition
    Python implementation by Vinícius Rezende Carvalho -
    ↪ vrcarva@gmail.com
    code based on Dominique Zosso's MATLAB code, available at:

    ↪ https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/44765-variational-mode-decomposition
    Original paper:
    Dragomiretskiy, K. and Zosso, D. (2014) 'Variational Mode
    ↪ Decomposition',
    IEEE Transactions on Signal Processing, 62(3), pp. 531-544. doi:
    ↪ 10.1109/TSP.2013.2288675.

    Input and Parameters:
    -----
    f          - the time domain signal (1D) to be decomposed
    alpha      - the balancing parameter of the data-fidelity constraint
    tau        - time-step of the dual ascent ( pick 0 for noise-slack )
    K          - the number of modes to be recovered
    DC         - true if the first mode is put and kept at DC (0-freq)
    init       - 0 = all omegas start at 0
                1 = all omegas start uniformly distributed
                2 = all omegas initialized randomly
    tol        - tolerance of convergence criterion; typically around 1e-6

    Output:
    -----
    u          - the collection of decomposed modes
    u_hat      - spectra of the modes
    omega      - estimated mode center-frequencies

    """

```

```

if len(f)%2:
    f = f[:-1]: #Esta linha verifica se o comprimento do sinal f é
    ↪ ímpar. Se for, remove o último elemento do sinal para
    ↪ torná-lo par. Isso é feito porque algumas operações futuras
    ↪ assumem um comprimento de sinal par.

fs = 1./len(f): #Calcula a frequência de amostragem fs do sinal de
    ↪ entrada. A frequência de amostragem é o inverso do período do
    ↪ sinal, e é determinada pela inversa do número de pontos no
    ↪ sinal.

ltemp = len(f)//2: #Calcula o tamanho ltemp do sinal dividindo seu
    ↪ comprimento pela metade. Isso é útil para manipular partes
    ↪ simétricas do sinal.

fMirr = np.append(np.flip(f[:ltemp],axis = 0),f): #Cria uma versão
    ↪ espelhada (simétrica) do sinal f concatenando a parte invertida
    ↪ do início do sinal com o próprio sinal. Isso é feito para tornar
    ↪ o sinal periódico.

fMirr = np.append(fMirr,np.flip(f[-ltemp:],axis = 0)): #Concatena a
    ↪ parte invertida do final do sinal f com o sinal fMirr. Isso é
    ↪ feito para garantir que o sinal seja completamente simétrico.

T = len(fMirr): #Calcula o tamanho total T do sinal espelhado.

t = np.arange(1,T+1)/T: #Cria um vetor de tempo t de 0 a 1,
    ↪ representando o domínio do tempo do sinal espelhado.

freqs = t-0.5-(1/T): #Discretiza o domínio espectral do sinal
    ↪ espelhado. Isso é usado para calcular as frequências associadas
    ↪ aos coeficientes da transformada de Fourier.

Niter = 500: #Define o número máximo de iterações para o algoritmo
    ↪ de decomposição modal.

Alpha = alpha*np.ones(K): #Inicializa um vetor Alpha que contém o
    ↪ valor de balanceamento alpha para cada modo. Isso pode ser usado
    ↪ para controlar a importância da fidelidade aos dados versus a
    ↪ suavidade dos modos.

f_hat = np.fft.fftshift((np.fft.fft(fMirr))): #Calcula a transformada
    ↪ de Fourier do sinal espelhado e a reorganiza para que as
    ↪ frequências negativas fiquem à esquerda e as positivas à
    ↪ direita. Isso é útil para análise de sinais centrados em zero.

f_hat_plus = np.copy(f_hat): #Faz uma cópia da transformada de
    ↪ Fourier do sinal espelhado.

```

```

f_hat_plus[:T//2] = 0: #Define como zero as frequências positivas da
↳ transformada de Fourier. Isso pode ser feito para filtrar certas
↳ frequências ou componentes do sinal.
omega_plus = np.zeros([Niter, K]): #Inicializa uma matriz para
↳ armazenar as frequências modais para cada iteração do algoritmo.
↳ Cada linha representa uma iteração e cada coluna representa uma
↳ frequência modal para um dos K modos a serem recuperados.

if init == 1: #Verifica se o parâmetro de inicialização init é igual
↳ a 1. Isso determina o método de inicialização das frequências
↳ modais.
    for i in range(K):: #Loop sobre o número de modos K.
        omega_plus[0,i] = (0.5/K)*(i): #Inicializa as frequências
↳ modais de acordo com a opção 1 de inicialização.
↳ Distribui uniformemente as frequências modais no
↳ intervalo de 0 a 0.5 no domínio espectral.
elif init == 2: #Se o parâmetro de inicialização init não for igual
↳ a 1, verifica se é igual a 2. Isso determina o método de
↳ inicialização das frequências modais.
    omega_plus[0,:] = np.sort(np.exp(np.log(fs) +
↳ (np.log(0.5)-np.log(fs))*np.random.rand(1,K))): #Inicializa
↳ as frequências modais de acordo com a opção 2 de
↳ inicialização. Gera aleatoriamente frequências modais
↳ distribuídas logaritmicamente entre fs e metade de fs.
else: #Se nenhuma das condições anteriores for satisfeita, isso
↳ significa que a opção de inicialização padrão deve ser aplicada.
    omega_plus[0,:] = 0: #Inicializa todas as frequências modais
↳ como zero.

if DC: #Verifica se o modo DC (frequência zero) deve ser imposto.
    omega_plus[0,0] = 0 #Se o modo DC deve ser imposto (quando DC é
↳ verdadeiro), define a frequência modal do modo DC como zero.

lambda_hat = np.zeros([Niter, len(freqs)], dtype = complex)
↳ #Inicializa as variáveis duais com uma matriz de zeros. Estas
↳ serão usadas no processo iterativo.
uDiff = tol+np.spacing(1) # update step #Inicializa uma variável
↳ uDiff com um valor ligeiramente maior que a tolerância tol. Essa
↳ variável será usada para controlar a convergência do algoritmo.

```

```

n = 0 #Inicializa um contador de loop n para zero. Este contador
↳ será usado para controlar o número de iterações no loop
↳ principal.
sum_uk = 0: #Inicializa um acumulador sum_uk com zero. Este
↳ acumulador será usado no cálculo iterativo das atualizações dos
↳ modos.
u_hat_plus = np.zeros([Niter, len(freqs), K], dtype=complex):
↳ #Inicializa uma matriz tridimensional u_hat_plus com zeros. Essa
↳ matriz será usada para armazenar os espectros modais em cada
↳ iteração do algoritmo. Cada camada na dimensão 0 representa uma
↳ iteração, e as dimensões restantes armazenam os espectros modais
↳ para cada modo.

while (uDiff > tol and n < Niter-1): #Este é o início do loop
↳ principal. Ele continuará iterando enquanto a diferença entre
↳ duas iterações consecutivas (uDiff) for maior que a tolerância
↳ tol e o número de iterações n for menor que Niter-1.
k = 0: #Inicializa o índice k como zero, que será usado para
↳ referenciar o modo atual durante a atualização.
sum_uk = u_hat_plus[n,:,K-1] + sum_uk - u_hat_plus[n,:,0]
↳ #Atualiza o acumulador sum_uk, que é usado para calcular a
↳ soma acumulada dos espectros modais anteriores.
u_hat_plus[n+1,:,k] = (f_hat_plus - sum_uk -
↳ lambda_hat[n,:]/2)/(1.+Alpha[k]*(freqs - omega_plus[n,k])**2)
↳ #Atualiza o espectro do primeiro modo utilizando um filtro
↳ de Wiener aplicado aos resíduos. Esta linha aplica uma
↳ fórmula de atualização específica ao espectro modal.
if not(DC): #Verifica se o modo DC não está sendo imposto.
omega_plus[n+1,k] = np.dot(freqs[T//2:T], (abs(u_hat_plus[n+1,
↳ T//2:T, k])**2))/np.sum(abs(u_hat_plus[n+1,T//2:T,k])**2)
↳ #Se o modo DC não está sendo imposto, atualiza a
↳ frequência modal do primeiro modo.
for k in np.arange(1,K): #Inicia um loop sobre os modos
↳ restantes (k começa de 1, pois o modo 0 já foi tratado
↳ acima).
sum_uk = u_hat_plus[n+1,:,k-1] + sum_uk - u_hat_plus[n,:,k]
↳ #Atualiza o acumulador sum_uk para o próximo modo. Esta
↳ linha calcula a soma acumulada dos espectros modais
↳ anteriores e do espectro modal atual.

```

```

u_hat_plus[n+1,:,k] = (f_hat_plus - sum_uk -
↳ lambda_hat[n,:]/2)/(1+Alpha[k]*(freqs -
↳ omega_plus[n,k])**2) #Atualiza o espectro do modo atual
↳ utilizando um filtro de Wiener aplicado aos resíduos.
↳ Esta linha aplica a mesma fórmula de atualização
↳ utilizada para o primeiro modo.
omega_plus[n+1,k] = np.dot(freqs[T//2:T],(abs(u_hat_plus[n+1,
↳ T//2:T, k])**2))/np.sum(abs(u_hat_plus[n+1,T//2:T,k])**2)
↳ #Atualiza a frequência modal do modo atual.
lambda_hat[n+1,:] = lambda_hat[n,:] +
↳ tau*(np.sum(u_hat_plus[n+1,:,:),axis = 1) - f_hat_plus)
↳ #Atualiza as variáveis duais utilizando o método de ascensão
↳ dual.
n = n+1 #Incrementa o contador de iterações n.
uDiff = np.spacing(1) #Inicializa uDiff com um valor muito
↳ pequeno.
for i in range(K): #Loop sobre todos os modos.
    uDiff = uDiff +
↳ (1/T)*np.dot((u_hat_plus[n,:,i]-u_hat_plus[n-1,:,i]),np.conj((u_hat
↳ #Calcula uDiff, que é uma medida da diferença entre os
↳ espectros modais em duas iterações consecutivas.
uDiff = np.abs(uDiff) #Calcula o valor absoluto de uDiff.

Niter = np.min([Niter,n]) #Determina o número mínimo de iterações
↳ entre o número máximo de iterações definido inicialmente (Niter)
↳ e o número real de iterações (n). Isso é feito para descartar
↳ qualquer espaço vazio que possa ter sido reservado para
↳ iterações futuras, caso a convergência ocorra mais cedo.
omega = omega_plus[:Niter,:] #Seleciona as frequências modais
↳ calculadas até o número de iterações atual (Niter) a partir do
↳ conjunto completo de frequências modais (omega_plus). Isso
↳ garante que apenas as frequências modais calculadas até a
↳ convergência sejam mantidas.
idxs = np.flip(np.arange(1,T//2+1),axis = 0) #Cria um índice reverso
↳ para o processo de reconstrução do sinal, começando do meio do
↳ sinal até o começo.
u_hat = np.zeros([T, K],dtype = complex) #Inicializa uma matriz vazia
↳ de dimensões T×K para armazenar os coeficientes espectrais.

```

```

u_hat[T//2:T,:] = u_hat_plus[Niter-1,T//2:T,:] #Preenche a parte
↳ superior da matriz u_hat com os coeficientes espectrais da
↳ última iteração até o final do sinal.
u_hat[idxs,:] = np.conj(u_hat_plus[Niter-1,T//2:T,:]) #Preenche a
↳ parte inferior da matriz u_hat com os coeficientes espectrais
↳ conjugados da última iteração, correspondentes à parte superior.
u_hat[0,:] = np.conj(u_hat[-1,:]) #Ajusta os coeficientes espectrais
↳ na posição 0 para serem iguais aos coeficientes na última
↳ posição, garantindo a propriedade de simetria.
u = np.zeros([K,len(t)]) #Inicializa uma matriz vazia de dimensões
↳ K×len(t) para armazenar os sinais reconstruídos.

for k in range(K):
    u[k,:] = np.real(np.fft.ifft(np.fft.ifftshift(u_hat[:,k])))
    ↳ #Itera sobre cada modo e reconstrói o sinal no domínio do
    ↳ tempo através da transformada inversa de Fourier e a função
    ↳ inversa do deslocamento de frequência.

u = u[:,T//4:3*T//4] #Remove a parte espelhada do sinal reconstruído,
↳ mantendo apenas a parte original do sinal.
u_hat = np.zeros([u.shape[1],K],dtype = complex) #Inicializa uma nova
↳ matriz para armazenar os coeficientes espectrais recalculados
↳ com base no sinal reconstruído.

for k in range(K): #Cria um loop que itera sobre valores de k de 0 a
↳ K-1.
    u_hat[:,k]=np.fft.fftshift(np.fft.fft(u[k,:])) #Aqui, para cada
    ↳ valor de k seleciona-se a k-ésima linha da matriz u. Aplica a
    ↳ transformada discreta de Fourier (FFT) à k-ésima linha de u.
    ↳ Faz um deslocamento circular no resultado da FFT para que as
    ↳ frequências negativas e positivas estejam centradas na
    ↳ matriz. Atribui o resultado da FFT deslocada à k-ésima
    ↳ coluna da matriz u_hat.

return u, u_hat, omega #Retorna três variáveis: u (os modos
↳ decompostos), u_hat (os espectros modais) e omega (frequências
↳ modais).

```

## Função Prony

```
def prony(x,L,fs): #Define-se a função prony que recebe três argumentos:
↳ x (o sinal de entrada), L (a ordem) e fs (a frequência de
↳ amostragem).
```

```
N = len(x) #A N é atribuído o comprimento do sinal de entrada x.
L = L*2 #Valor usado na função deve ser o dobro da ordem L.
D = np.zeros((N-L, L)) #Matriz D de zeros é inicializada com
↳ dimensões (N-L, L).
```

```
for kk in range(1,L+1): #Inicia um loop de kk de 1 a L.
    D[:, kk-1] = x[L - kk :N - kk] #Neste loop, cada coluna da
↳ matriz D é preenchida com segmentos do sinal de entrada x
↳ com base nos índices calculados.
```

```
d = x[L:N] #d é definido como um segmento do sinal de entrada x da
↳ posição L até a posição N.
```

```
a = np.linalg.lstsq(D, d, rcond=None)[0] #A função lstsq do NumPy é
↳ usada para resolver o problema de mínimos quadrados, encontrando
↳ os coeficientes a do modelo autoregressivo. A primeira entrada
↳ do retorno é usada, que contém os coeficientes estimados.
```

```
muhat = np.roots(np.concatenate(([1], -a))) #Os valores dos
↳ polinômios característicos são calculados usando a função roots
↳ do NumPy, aplicada ao polinômio característico inverso do modelo
↳ autoregressivo.
```

```
U = np.zeros((N, len(muhat)), dtype=muhat.dtype) #Inicializa uma
↳ matriz U de zeros com dimensões (N, len(muhat)) para armazenar
↳ os polinômios de Vandermonde.
```

```
for kk in range(N):
    U[kk, :] = muhat**(kk) #Preenche a matriz U com os valores de
↳ potência das raízes muhat. Cada linha da matriz U representa
↳ um momento no tempo discreto, e cada coluna representa uma
↳ raiz do polinômio característico elevada a uma potência.
```

```
C = np.linalg.lstsq(U, x, rcond=None)[0] #Usa-se a função lstsq para
↳ resolver outro problema de mínimos quadrados, encontrando os
↳ coeficientes C que representam as amplitudes dos modos na
↳ decomposição.
```



```

Ai = 2*np.abs(C) #Calcula as amplitudes dos modos Ai como o dobro
↳ dos valores absolutos dos coeficientes C.
Phi = np.angle(C) #Calcula as fases dos modos Phi usando a função
↳ angle do NumPy.
sigma = np.log(np.abs(muhat))*fs #Calcula as frequências de
↳ oscilação sigma usando os valores próprios muhat e a frequência
↳ de amostragem fs.
freq = np.angle(muhat)/(2*np.pi*1/fs) #Calcula as frequências modais
↳ freq dividindo as fases dos valores próprios muhat pelo termo
↳ associado à frequência de amostragem.
yrec = np.zeros(N, dtype=np.complex128) #Inicializa um vetor yrec de
↳ zeros para armazenar o sinal reconstruído.

for ii in range(L): #Este é um loop que itera de 0 a L-1.
    yrec += C[ii]*muhat[ii]**np.arange(N) #A variável yrec é
↳ atualizada a cada iteração do loop. Ela acumula a
↳ contribuição de cada termo no modelo de Prony. Para cada
↳ valor de ii, o termo C[ii]*muhat[ii]**np.arange(N) é
↳ adicionado a yrec. C[ii] é o coeficiente associado ao termo
↳ muhat[ii]. muhat[ii] é a raiz característica associada ao
↳ termo ii. np.arange(N) cria um array de 0 a N-1, que
↳ representa o vetor de tempo discreto.

return (yrec.real,Ai,Phi,sigma,freq) #Retorna a saída da função
↳ contendo o sinal reconstruído yrec, as amplitudes dos modos Ai,
↳ as fases dos modos Phi, as frequências de oscilação sigma e as
↳ frequências modais freq.

```

## REFERÊNCIAS

- 1 Komkrit Prasertwong, N Mithulananthan, and Devbratta Thakur. Understanding low-frequency oscillation in power systems. *International Journal of Electrical Engineering Education*, 47(3):248–262, 2010.
- 2 Prabha Kundur. Power system stability. *Power system stability and control*, 10:7–1, 2007.
- 3 Paulo Henrique Galassi et al. Utilização de controle suplementar de amortecimento em compensadores estáticos síncronos para melhoria de oscilações interárea considerando múltiplos cenários operativos. 2022.
- 4 Carlos Eduardo Pupin. Estudo da estabilidade a pequenas perturbações de sistemas elétricos multimáquinas com dispositivos facts do tipo sssc e controladores suplementares (pod e pss). 2009.
- 5 Nnaemeka Sunday Ugwuanyi, Uma Uzubi Uma, and Arthur Obiora Ekwue. Characterization of oscillations in developing power systems: The nigerian case study. In *2021 IEEE PES/IAS PowerAfrica*, pages 1–5. IEEE, 2021.
- 6 Gustavo Kaefer Dill et al. Projeto de controladores robustos para sistemas de potência baseado em otimização paramétrica. 2013.
- 7 L Angquist, B Lundin, and J Samuelsson. Power oscillation damping using controlled reactive power compensation—a comparison between series and shunt approaches. *IEEE Transactions on Power systems*, 8(2):687–700, 1993.
- 8 Mahyar Zarghami and Mariesa L Crow. Damping inter-area oscillations in power systems by statcoms. In *2008 40th North American Power Symposium*, pages 1–6. IEEE, 2008.
- 9 Lennart Angquist and Carlos Gama. Damping algorithm based on phasor estimation. In *2001 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No. 01CH37194)*, volume 3, pages 1160–1165. IEEE, 2001.
- 10 Lennart Ängquist. *Synchronous voltage reversal control of thyristor controlled series capacitor*. PhD thesis, Elektrotekniska system, 2002.
- 11 John F Hauer, CJ Demeure, and LL Scharf. Initial results in prony analysis of power system response signals. *IEEE Transactions on power systems*, 5(1):80–89, 1990.
- 12 Ning Zhou, Zhenyu Huang, Francis Tuffner, John Pierre, and Shuangshuang Jin. Automatic implementation of prony analysis for electromechanical mode identification from phasor measurements. In *IEEE PES General Meeting*, pages 1–8. IEEE, 2010.
- 13 Mebtu Beza and Massimo Bongiorno. A modified rls algorithm for online estimation of low-frequency oscillations in power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(3):1703–1714, 2015.
- 14 Liu Zhiyang, Song Hangxuan, Rong Shuang, Liu Jin, Zheng Jun, and Song Baiyue. Analysis of power system low frequency oscillation using improved prony algorithm. In *2022 IEEE 5th International Conference on Information Systems and Computer Aided Education (ICISCAE)*, pages 696–701. IEEE, 2022.

- 15 OECD. *OECD Factbook 2015-2016*. 2016.
- 16 IEA IEA. Renewable energy market update 2021. IEA Paris, France, 2021.
- 17 Ahmed Hesham Abd El-Kareem, Mohamed Abd Elhameed, and Mahmoud M Elkholy. Effective damping of local low frequency oscillations in power systems integrated with bulk pv generation. *Protection and Control of Modern Power Systems*, 6(4):1–13, 2021.
- 18 Toshinobu Shintai, Yushi Miura, and Toshifumi Ise. Oscillation damping of a distributed generator using a virtual synchronous generator. *IEEE transactions on power delivery*, 29(2):668–676, 2014.
- 19 Shun-Hsien Huang, John Schmall, Jose Conto, John Adams, Yang Zhang, and Cathey Carter. Voltage control challenges on weak grids with high penetration of wind generation: Ercot experience. In *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–7. IEEE, 2012.
- 20 Ana Fernández-Guillamón, Emilio Gómez-Lázaro, Eduard Muljadi, and Ángel Molina-García. Power systems with high renewable energy sources: A review of inertia and frequency control strategies over time. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 115:109369, 2019.
- 21 Mohammadreza Ghorbaniparvar. Survey on forced oscillations in power system. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 5(5):671–682, 2017.
- 22 Vladimir E Rudnik, Ruslan A Ufa, and Yana Yu Malkova. Analysis of low-frequency oscillation in power system with renewable energy sources. *Energy Reports*, 8:394–405, 2022.
- 23 Tao Jin, Siyi Liu, and Rodolfo CC Flesch. Mode identification of low-frequency oscillations in power systems based on fourth-order mixed mean cumulant and improved tls-esprit algorithm. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 11(15):3739–3748, 2017.
- 24 RG Farmer. Second benchmark model for computer simulation of subsynchronous resonance iee subsynchronous resonance working group of the dynamic system performance subcommittee power system engineering committee. *IEEE Power Engineering Review*, (5):34–34, 1985.
- 25 CHEN Gang, Duan Xiao, Zhang Jihong, He Qian, and Wu Xiaochen. A new approach for online identification of low frequency oscillation modes based on auto-regressive movingaverage model. *Power System Technology*, 34(11):48–54, 2010.
- 26 Nan Hu, Xingyuan Li, Kuan Li, Zilong Mu, and Ruike Zhu. A modified matrix pencil method based on fourth-order mixed mean cumulant for low frequency oscillation mode on-line identification. In *Zhongguo Dianji Gongcheng Xuebao(Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering)*, volume 33, pages 53–60. Chinese Society for Electrical Engineering, 2013.
- 27 Huaishuo Xiao, Jianchun Wei, Hongshun Liu, Qingquan Li, Yalin Shi, and Tongqiao Zhang. Identification method for power system low-frequency oscillations based on improved vmd and teager–kaiser energy operator. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 11(16):4096–4103, 2017.

- 28 Qiu Hao. Application of prony algorithm based on eemd for identifying pss parameters. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, volume 440, page 032129. IOP Publishing, 2020.
- 29 Xianhui Zhou, Zeyu Zhong, and Xiangliang Jin. Identification of low frequency oscillation parameters based on eemd-svd method and prony algorithm. In *2021 9th International Symposium on Next Generation Electronics (ISNE)*, pages 1–4. IEEE, 2021.
- 30 Shekha Rai, Dhaval Lalani, Sisir Kumar Nayak, Tony Jacob, and Praveen Tripathy. Estimation of low-frequency modes in power system using robust modified prony. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 10(6):1401–1409, 2016.
- 31 Jangam Sandeep and Shekha Rai. Estimation of model order for electromechanical modes using sequential k-mean algorithm. In *2022 IEEE 21st Mediterranean Electrotechnical Conference (MELECON)*, pages 1247–1252. IEEE, 2022.
- 32 Parthkumar Patel, S Rahul, and R Sunitha. Identification of dominant modes in power system using unsupervised learning approaches. In *2022 International Conference for Advancement in Technology (ICONAT)*, pages 1–4. IEEE, 2022.
- 33 Vinícius R Carvalho, Márcio FD Moraes, Antônio P Braga, and Eduardo MAM Mendes. Evaluating five different adaptive decomposition methods for eeg signal seizure detection and classification. *Biomedical Signal Processing and Control*, 62:102073, 2020.
- 34 A Fernández Rodríguez, L de Santiago Rodrigo, Elena López Guillén, José Manuel Rodríguez Ascariz, Juan Manuel Miguel Jiménez, and Luciano Boquete. Coding prony’s method in matlab and applying it to biomedical signal filtering. *BMC bioinformatics*, 19:1–14, 2018.
- 35 Konstantin Dragomiretskiy and Dominique Zosso. Variational mode decomposition. *IEEE transactions on signal processing*, 62(3):531–544, 2013.
- 36 Norden E Huang, Zheng Shen, Steven R Long, Manli C Wu, Hsing H Shih, Quanan Zheng, Nai-Chyuan Yen, Chi Chao Tung, and Henry H Liu. The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences*, 454(1971):903–995, 1998.
- 37 S Lawrence Marple Jr and William M Carey. Digital spectral analysis with applications, 1989.
- 38 Jalal Khodaparast Ghadikolaie, Olav B Fosso, and Maria Marta Molinas Cabrera. Emd-prony for phasor estimation in harmonic and noisy condition. In *24th IEEE International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, SPEEDAM 2018*. IEEE, 2018.
- 39 MathWorks. Performance of three pss for interarea oscillations. Acesso em 3 de março de 2024. <https://www.mathworks.com/help/sps/ug/performance-of-three-pss-for-interarea-oscillations.html>.