

Universidade Federal de Juiz de Fora
Departamento de Energia Elétrica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Paula Oliveira La Gatta

**Desenvolvimento de Ferramentas para Análise de Regime Permanente de
Microrredes Ilhadas**

Juiz de Fora

2024

Paula Oliveira La Gatta

**Desenvolvimento de Ferramentas para Análise de Regime Permanente de
Microrredes Ilhadas**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Sistemas de Energia, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica.

Orientador: João Alberto Passos Filho

Juiz de Fora

2024

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Oliveira La Gatta, Paula.

Desenvolvimento de Ferramentas para Análise de Regime Permanente
de Microrredes Ilhadas / Paula Oliveira La Gatta. – 2024.

177 f. : il.

Orientador: João Alberto Passos Filho

Tese de Doutorado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Departamento
de Energia Elétrica . Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica,
2024.

1. Microrredes. 2. Fluxo de Potência. 3. Fluxo de Potência Ótimo. I.
Passos Filho, João Alberto. Desenvolvimento de Ferramentas para Análise
de Regime Permanente de Microrredes Ilhadas.

Paula Oliveira La Gatta

Desenvolvimento de Ferramentas para Análise de Regime Permanente de Microrredes Ilhadas

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica

Aprovada em 23 de setembro de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João Alberto Passos Filho - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Anselmo Barbosa Rodrigues

Universidade Federal do Maranhão

Profa. Dra. Camile Arêdes Moraes

Universidade Federal de Itajubá

Prof. Dr. Igor Delgado de Melo

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. André Luis Marques Marcato

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 03/09/2024.



Documento assinado eletronicamente por **Joao Alberto Passos Filho, Professor(a)**, em 23/09/2024, às 17:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Igor Delgado de Melo, Professor(a)**, em 23/09/2024, às 17:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Camile Arêdes Moraes, Usuário Externo**, em 23/09/2024, às 17:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Anselmo Barbosa Rodrigues, Usuário Externo**, em 23/09/2024, às 18:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Andre Luis Marques Marcato, Professor(a)**, em 23/09/2024, às 20:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **1961824** e o código CRC **A5F6C4EB**.

Dedico este trabalho ao meu irmão Giovanni e ao meu sobrinho Gustavo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Luigi e Maria do Carmo por todo carinho e apoio durante a elaboração deste trabalho. Agradeço ao meu irmão Giovanni por ser meu melhor amigo e meu amor maior. Agradeço à minha cunhada Isabella e sua família por sempre torcerem e rezarem por mim e por me fazerem também da sua família. Agradeço a minha avó Nelly (*in memorian*) por sempre acreditar em mim e espero que dos céus me tenha com orgulho.

Agradeço ao professor João Alberto Passos Filho pela orientação e discussões técnicas. Agradeço também ao professor José Luiz Rezende Pereira (*in memorian*) pela co-orientação, pelas discussões técnicas e conselhos, e por sempre ter acreditado no meu trabalho e em mim.

Agradeço ao professor coordenador Pedro Gomes da Costa por ter me dado a oportunidade de tentar conseguir finalizar o doutorado com mais 6 meses de curso. Agradeço tanto ao colegiado do PPEE quanto à PROPP da UFJF por terem entendido as circunstâncias atuais.

Agradeço ao Nicolás Abreu Rocha Leite Netto pelas inúmeras discussões técnicas, orientação e apoio durante a elaboração deste trabalho, e especialmente por acreditar em mim. Agradeço ao amigo Wesley Peres pelas discussões técnicas e pelo amplo apoio nesses vários anos de amizade. Agradeço também aos amigos Renan Fernandes, Leonardo Almeida, Juan Rossi, Lígia Rolim, Beatriz Levy, Eduardo Moutinho e Thiago Masseran pelas discussões técnicas e pelo apoio.

Agradeço à Universidade Federal de Juiz de Fora e a Fundação Universidade Federal de Viçosa pela excelência no ensino.

Agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a elaboração deste trabalho.

“Run, rabbit run
Dig that hole, forget the sun
And when at last the work is done
Don't sit down, it's time to dig another one”
(Breathe - The Dark Side of the Moon - Pink Floyd - 1973)

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo propor ferramentas para análise de regime permanente de microrredes baseadas em Fluxo de Potência (FP) e Fluxo de Potência Ótimo (FPO).

Em uma primeira parte, este trabalho propõe uma adaptação na formulação do FPO com Regulação Primária para características particulares de microrredes. Esta adaptação se concentra numa proposição alternativa da característica do perfil de tensão de barras de geração durante o processo de solução. Os geradores presentes em microrredes, por se tratarem de equipamentos de fontes alternativas de energia, que normalmente são conectados via dispositivos de eletrônica de potência, podem emular o controle de tensão normalmente presente em geradores síncronos por meio de ganhos, ou *droops* de tensão/potência reativa, que podem influenciar significativamente no desvio de tensão terminal destes geradores. Portanto, esse trabalho propõe a inserção de uma equação que representa a característica de regime permanente do controle de tensão/potência reativa normalmente utilizados nos dispositivos baseados em eletrônica de potência no problema de FPO. Além disso, esse trabalho propõe também uma adaptação na representação da verificação de limites de geração de potência reativa, via restrições de complementaridade, a fim de acomodar o novo comportamento do perfil de tensão dos barramentos de geração. Será visto que tal metodologia pode ser encarada como uma generalização da representação de geradores no problema de FPO.

Em uma segunda etapa, este trabalho tem por objetivo propor uma modelagem baseada em chaves sigmóides para a representação de esquemas de controle hierárquico, bem como esquemas de controle cujo equacionamento é definido por partes. As chaves sigmóides, construídas em função das variáveis de controle, montam equações que representam a característica de regime permanente destes dispositivos, de forma que elimine a necessidade de qualquer alteração das equações de controle, independente da faixa de operação deste, externamente à matriz Jacobiana. Esta representação, portanto, é feita completamente *full* Newton, ficando à cargo das chaves sigmóides desativar e ativar as equações para transitar, de forma automática, entre as faixas de operação do controle. Para os testes e validação das metodologias propostas, será utilizada uma microrrede, caracterizada por um sistema de distribuição radial de 61 barras, o sistema teste de 39 barras *New-England* do IEEE, um sistema de 11 barras e o sistema *Nordic*. As metodologias foram implementadas utilizando o Matlab®. Os resultados demonstram a eficácia e a robustez dos métodos propostos, uma vez que é possível observar a versatilidade e a aplicabilidade dos métodos às novas premissas de planejamento e operação de microrredes, quando interconectadas à rede principal ou não.

Palavras-chave: Microrredes. Fluxo de Potência. Fluxo de Potência Ótimo. Controle de Tensão. Controle de Carga-Frequência.

ABSTRACT

This work aims to propose a Power Flow (PF) and an Optimal Power Flow (OPF) based tools for steady-state microgrids assessment. More specifically, voltage control schemes were developed to coordinate reactive power injection to improve voltage profile, while maintaining a reactive margin for emergency scenarios.

Firstly, this work proposes a modified Governor OPF formulation for the particular aspects of microgrids. This modification focuses on an alternative behavior for the voltage variations in the generation bus profile during the solution process. As generators normally presented in microgrids are from alternative energy sources, which are usually connected via power electronics devices, they can emulate the voltage control normally presented in synchronous generators through gains, or voltage/reactive power droops. Therefore, this work proposes the addition of an equation that represents the aforementioned droops in the OPF problem. Also, this work proposes a change in the verification of reactive power generation limits during OPF solutions, through complementarity constraints, to accommodate the new behavior of the voltage profile of the generation buses. It will be seen such methodology can be seen as a generalization of the generators' representation in the OPF problem.

Next, this work proposes a methodology based on sigmoid functions for the representation of hierarchical control schemes, as well as control schemes whose equation is defined by parts. The sigmoid functions built according to the control variables form equations that represent the steady-state behavior of these devices, in a way that eliminates the need for any change in the control equations externally to the Jacobian matrix. Therefore, this methodology is resolved completely by the full Newton method and the sigmoid functions aim to deactivate or activate the equations to automatically move between the control's operating ranges. Thus, control schemes aimed at maintaining reactive power margins for emergency scenarios, as static var compensator and reactive limits verification, which are control schemes whose equations are defined by parts, will be used to show the effectiveness of the method.

For tests and validation purposes, the following test systems will be used: a 61-bus test microgrid, the IEEE 39-bus New-England test system and an 11-bus, an 2 areas test system and the Nordic system. The methodologies were implemented in Matlab[®]. The results demonstrate the efficiency and robustness of the proposed methods.

Key-words: Microgrids. Power Flow. Optimal Power Flow. Voltage Control. Load-Frequency Control.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de arquitetura de uma microrrede	35
Figura 2 – Esquema de controle hierarquizado nos seus três níveis	41
Figura 3 – Estatismo para frequência e tensão, respectivamente	42
Figura 4 – Corrente fluindo entre os pontos k e m do circuito	43
Figura 5 – Regulador isócrono	50
Figura 6 – Regulador com queda de velocidade	51
Figura 7 – Característica de regime permanente do regulador com queda de velocidade	51
Figura 8 – Tomada de carga de acordo com o estatismo do regulador de velocidade	52
Figura 9 – Sigmoide com inclinação negativa	65
Figura 10 – Sigmoide com inclinação positiva	65
Figura 11 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x	66
Figura 12 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x	66
Figura 13 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x	67
Figura 14 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x	67
Figura 15 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x	68
Figura 16 – Exemplo do controle no plano xy	69
Figura 17 – Diferentes configurações de chaves sigmoides dependendo do sinal da inclinação	71
Figura 18 – Impacto na tolerância das chaves sigmoides	73
Figura 19 – Sistema exemplo de 6 barras	75
Figura 20 – Sistema exemplo de 6 barras com barra adicional e circuito fictício	77
Figura 21 – Conexão do CER ao SEP	78
Figura 22 – Característica de regime permanente do CER - controle por reativo	78
Figura 23 – Característica de regime permanente do CER - controle por corrente	79
Figura 24 – Circuito de Thevenin	80
Figura 25 – Característica de regime permanente do CER e da carga - controle por corrente	80
Figura 26 – Sistema exemplo de 6 barras com CER	84
Figura 27 – Sistema exemplo de 6 barras com CER com barra adicional e circuitos fictícios	85
Figura 28 – Sistema exemplo de 6 barras	88
Figura 29 – Sistema de 6 barras com as barras adicionais e circuitos fictícios	90
Figura 30 – Controle hierarquizado	91
Figura 31 – Controle hierarquizado	92
Figura 32 – Diagrama unifilar do sistema de 11 barras	93
Figura 33 – Funções sigmoides para o controle	95
Figura 34 – Diagrama unifilar do sistema tutorial de 4 barras	127

Figura 35 – Diagrama unifilar do sistema tutorial de 4 barras com barra adicional e circuitos fictícios para o controle do banco <i>shunt</i> na barra 3	131
Figura 36 – Diagrama unifilar do sistema de 61 barras	134
Figura 37 – Geração de potência ativa para os casos de 1 a 5	135
Figura 38 – Corte de carga por barramento para os casos 3, 4 e 5	136
Figura 39 – Localização do corte de carga para o caso 4	137
Figura 40 – Diagrama unifilar do sistema <i>New England</i>	138
Figura 41 – Topologia e parâmetros para o regulador de velocidade	139
Figura 42 – Topologia e parâmetros para o regulador de tensão	139
Figura 43 – Frequência de operação do sistema obtido por meio do programa <i>Anatem</i>	142
Figura 44 – Curvas de geração de potência ativa para as barras 30 a 34 obtidas pelo programa <i>Anatem</i>	142
Figura 45 – Curvas de geração de potência ativa para as barras 35 a 39 obtidas pelo programa <i>Anatem</i>	143
Figura 46 – Curvas de geração de potência reativa para as barras 30 a 34 obtidas pelo programa <i>Anatem</i>	143
Figura 47 – Curvas de geração de potência reativa para as barras 35 a 39 obtidas pelo programa <i>Anatem</i>	144
Figura 48 – Diagrama unifilar do sistema de 2 áreas	145
Figura 49 – Curva de carga aplicada ao sistema de 2 áreas	146
Figura 50 – Variação de carga na barra 7	147
Figura 51 – Variação de carga na barra 9	147
Figura 52 – Variação dos bancos <i>shunt</i> ao longo dos patamares da curva de carga .	148
Figura 53 – Variação de geração de potência reativa no gerador da barra 1 ao longo da curva de carga	148
Figura 54 – Variação de geração de potência reativa no gerador da barra 2 ao longo da curva de carga	149
Figura 55 – Chaveamento discreto dos bancos <i>shunt</i> nas barras 7 e 8 ao longo da curva de carga	150
Figura 56 – Variação de geração de potência reativa na barra 1 para o chaveamento discreto dos bancos <i>shunt</i>	150
Figura 57 – Variação de geração de potência reativa na barra 2 para o chaveamento discreto dos bancos <i>shunt</i>	151
Figura 58 – Carregamento total de potência ativa por patamar da barra 7	151
Figura 59 – Carregamento total de potência ativa por patamar da barra 9	152
Figura 60 – Chaveamento dos bancos <i>shunt</i>	153
Figura 61 – Potência reativa gerada nas barras 1 e 2	153
Figura 62 – Intercâmbio de potência reativa entre as áreas 1 e 2 por patamar . . .	154
Figura 63 – Diagrama unifilar do sistema <i>Nordic</i>	155

Figura 64 – Diagrama unifilar do sistema <i>Nordic</i> com destaque dos elementos de controle.	156
Figura 65 – Carregamento total na área <i>Central</i>	157
Figura 66 – Potência reativa dos bancos <i>shunts</i> por carregamento	157
Figura 67 – Potência reativa gerada pelos geradores conectados nas barras 813 e 814 por carregamento	158
Figura 68 – Variação na magnitude de tensão na barra 813 durante o carregamento	158
Figura 69 – Variação na magnitude de tensão na barra 814 durante o carregamento	159
Figura 70 – Intercâmbio de potência reativa entre as áreas <i>Central</i> e <i>North</i>	160
Figura 71 – Carregamento na área <i>Central</i> sem a presença do esquema de controle de intercâmbio de potência reativa	160
Figura 72 – Número de iterações do fluxo de potência durante a solução da curva de carga por carregamento do sistema com o controle proposto	161
Figura 73 – Número de iterações do fluxo de potência durante a solução da curva de carga por carregamento do sistema sem o controle proposto	161

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela verdade	69
Tabela 2 – Tabela verdade para as chaves sigmoides de 9.(c) no controle de (4.78)	70
Tabela 3 – Tabela verdade estendida	71
Tabela 4 – Estados das chaves sigmoides e equações ativadas para (4.36)	83
Tabela 5 – Configuração das chaves sigmoides para diversos cenários	97
Tabela 6 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88)	106
Tabela 7 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $b_5 - b_5^{min}$	107
Tabela 8 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	107
Tabela 9 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $b_5 - b_5^{max}$	107
Tabela 10 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88)	108
Tabela 11 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $b_6 - b_6^{min}$	108
Tabela 12 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	108
Tabela 13 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99)	109
Tabela 14 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) referente à $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	110
Tabela 15 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) referente à $b_5 - b_5^{max}$	110
Tabela 16 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99)	110
Tabela 17 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) para $b_6 - b_6^{min}$	111
Tabela 18 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) para $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	111
Tabela 19 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) para $b_6 - b_6^{max}$	111
Tabela 20 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110)	113
Tabela 21 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $b_5 - b_5^{min}$	113
Tabela 22 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	113
Tabela 23 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $b_5 - b_5^{max}$	114
Tabela 24 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110)	114
Tabela 25 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $b_6 - b_6^{min}$	114
Tabela 26 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	115
Tabela 27 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $b_6 - b_6^{max}$	115
Tabela 28 – Casos usados para avaliar o FPO proposto	135
Tabela 29 – Sumário de resultados para o sistema de 61 barras	135
Tabela 30 – Novo patamar de carga para nas barras 4, 8, 12 e 39	139
Tabela 31 – Resultado do FPRP para geração de potência ativa	140

Tabela 32 – Resultado do FPRP para geração de potência reativa	140
Tabela 33 – Resultado do FPO proposto para o corte total de carga	140
Tabela 34 – Resultado do FPO proposto para a geração de potência ativa	141
Tabela 35 – Resultado do FPO proposto para a geração de potência reativa	141

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FPO	Fluxo de Potência Ótimo
FP	Fluxo de Potência
SEP	Sistemas Elétricos de Potência
FACTS	<i>Flexible Alternate Current Transmission System</i>
LTC	<i>Load Tap Changer</i>
OLTC	<i>On-load tap changer</i>
RV	Reguladores de velocidade
CAG	Controle Automático de Geração
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
SIN	Sistema Interligado Nacional
CER	Compensador Estático de Reativos
STATCOM	<i>Static Synchronous Compensator</i>
GD	Geradores Distribuídos
PCH	Pequena Central Hidrelétrica
PCC	Ponto de Conexão Comum
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
LEN	Leilão de Energia Nova
Proinfa	Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica
CCM	Controle Central da Microrrede
VSI	<i>Voltage Source Inverter</i>
GPSO-GM	<i>Guaranteed convergence Particle Swarm Optimization with Gaussian Mutation</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
FPRP	Fluxo de Potência com Regulação Primária
PCM	Problemas de Complementaridade Mista

LISTA DE SÍMBOLOS

Ω	Conjunto de barras
nb	Número de barras do sistema
ng	Número de geradores do sistema
npq	Número de barras do tipo PQ do sistema
npv	Número de barras do tipo PV do sistema
nc	Número de dispositivos de controle
$\Delta \underline{P}$	Vetor de resíduos das equações de potência ativa
$\Delta \underline{Q}$	Vetor de resíduos das equações de potência reativa
$\Delta \underline{y}$	Vetor de resíduos das equações de controle \underline{y}
$\Delta \underline{\theta}$	Vetor de correção dos ângulos das tensões das barras
$\Delta \underline{V}$	Vetor de correção da magnitude de tensão das barras
$\Delta \underline{x}$	Vetor de correção nas variáveis de controle
$\Delta \underline{P}^{esp}$	Vetor de potência ativa especificada
$\Delta \underline{P}^{calc}$	Vetor de potência ativa calculada
$\Delta \underline{P}_G$	Vetor de potência ativa gerada
$\Delta \underline{P}_D$	Vetor de potência ativa demandada
$\Delta \underline{Q}^{esp}$	Vetor de potência reativa especificada
$\Delta \underline{Q}^{calc}$	Vetor de potência reativa calculada
$\Delta \underline{Q}_G$	Vetor de potência reativa gerada
$\Delta \underline{Q}_D$	Vetor de potência reativa demandada
$\Delta \underline{y}^{esp}$	Vetor de variável controlada especificada
$\Delta \underline{y}^{calc}$	Vetor de variável controlada calculada
H	Submatriz de derivadas das equações de potência ativa com relação aos ângulos das tensões
N	Submatriz de derivadas das equações de potência ativa com relação às magnitudes das tensões

$\mathbf{J}_{\mathbf{P}\mathbf{x}}$	Submatriz de derivadas das equações de potência ativa com relação às variáveis de controle
\mathbf{J}	Submatriz de derivadas das equações de potência reativa com relação aos ângulos das tensões
\mathbf{L}	Submatriz de derivadas das equações de potência reativa com relação às magnitudes das tensões
$\mathbf{J}_{\mathbf{Q}\mathbf{x}}$	Submatriz de derivadas das equações de potência reativa com relação às variáveis de controle
$\mathbf{J}_{\mathbf{y}\theta}$	Submatriz de derivadas das equações de controle com relação aos ângulos das tensões
$\mathbf{J}_{\mathbf{y}\mathbf{V}}$	Submatriz de derivadas das equações de controle com relação às magnitudes das tensões
$\mathbf{J}_{\mathbf{y}\mathbf{x}}$	Submatriz de derivadas das equações de controle com relação às variáveis de controle
$\Delta \underline{z}$	vetor com os resíduos das equações de potência ativa e reativa
$\Delta \underline{u}$	vetor com as correções das tensões em magnitude e fase
J_{ori}	matriz jacobiana original
J_{zx}	matriz de derivadas das equações de potência com relação às variáveis de controle
J_{yu}	matriz de derivadas das equações de controle ativa com relação às tensões em magnitude e fase
J_{yx}	matriz de derivadas das equações de controle ativa com relação às variáveis de controle
K_p	Estatismo para o controle de frequência/potência ativa
K_q	Estatismo para o controle de tensão/potência reativa
f_0	Frequência inicial
f	Frequência calculada
P_0	Potência ativa inicial
P	Potência ativa calculada

Q_0	Potência reativa inicial
Q_0	Potência reativa calculada
V_0	Tensão inicial
V	Tensão calculada
Z	Impedância
R	Resistência
X	Reatância
$P_{G_k}^0$	Potência ativa gerada na barra k inicial
P_{D_k}	Potência ativa demandada na barra k
$Q_{G_k}^0$	Potência reativa gerada na barra k inicial
Q_{D_k}	Potência reativa demandada na barra k
\mathbf{H}'	Submatriz \mathbf{H} modificada
\mathbf{L}'	Submatriz \mathbf{L} modificada
\underline{J}_{Pf}	Vetor de derivadas das equações de potência ativa com relação à frequência
\underline{J}_{Qf}	Vetor de derivadas das equações de potência reativa com relação à frequência
R	Estatismo do regulador com queda de velocidade
P_G^{esp}	Potência ativa gerada especificada
f^{esp}	Frequência de operação do sistema especificada
h	Iteração do método de Newton ou Newton Completo
δr	Resíduo da equação de regime permanente do regulador com queda de velocidade
θ_t	Fase da tensão da barra t
θ_t^{esp}	Fase da tensão especificada da barra t
Δw	Resíduo da equação que mantém o ângulo da fase da barra t no valor especificado

C_i	Custo do corte de carga na barra i
γ_i	Corte de carga na barra i
f^{min}	Frequência mínima
f^{max}	Frequência máxima
$P_{G_i}^{min}$	Potência ativa gerada na barra i mínima
$P_{G_i}^{max}$	Potência ativa gerada na barra i máxima
V_i^{min}	Tensão na barra i mínima
V_i^{max}	Tensão na barra i máxima
S_{ij}^{min}	Fluxo de potência aparente no ramo ij mínimo
S_{ij}	Fluxo de potência aparente no ramo ij
S_{ij}^{max}	Fluxo de potência aparente no ramo ij máximo
\perp	Símbolo de complementaridade
\underline{a}	Vetor de variáveis
\underline{b}	Vetor de variáveis
$F(\underline{x})$	Função objetivo do FPO
$\underline{g}(\underline{x})$	Conjunto de restrições de igualdade
$\underline{h}(\underline{x})$	Conjunto de restrições de desigualdade
\underline{a}^{min}	Vetor de valores mínimos de \underline{a}
\underline{a}^{max}	Vetor de valores máximos de \underline{a}
\underline{c}	Vetor de variáveis de folga
\underline{d}	Vetor de variáveis de folga
$V_{c_i,g}$	Variável de folga de tensão para a barra ig
$V_{d_i,g}$	Variável de folga de tensão para a barra ig
σ	Função sigmoide
L	Parâmetro de construção da função sigmoide σ
a	Parâmetro de construção da função sigmoide σ

c Parâmetro de construção da função sigmoide σ

tol Tolerância

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	23
1.2	OBJETIVOS	30
1.3	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	30
1.4	PUBLICAÇÕES DECORRENTES DO TRABALHO	31
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	32
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	33
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	33
2.2	MICRORREDES	33
2.3	REPRESENTAÇÃO DE ESQUEMAS DE CONTROLE NO FLUXO DE POTÊNCIA	36
2.4	REPRESENTAÇÃO DE CONTROLES PARA ESTUDOS DE MICROR- REDES	39
2.5	FLUXO DE POTÊNCIA COM REGULAÇÃO PRIMÁRIA	49
2.5.1	REVISÃO TEÓRICA	49
2.5.1.1	FORMULAÇÃO	52
2.6	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM REGULAÇÃO PRIMÁRIA	53
2.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
3	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE COM- PLEMENTARIDADE	56
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	56
3.2	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO	56
3.3	RESTRIÇÃO DE COMPLEMENTARIDADE	56
3.4	RESTRIÇÃO DE COMPLEMENTARIDADE PARA REPRESENTA- ÇÃO DE LIMITE DE REATIVO	59
3.5	RESTRIÇÃO DE COMPLEMENTARIDADE PARA REPRESENTA- ÇÃO DE LIMITE DE REATIVO MODIFICADA	61
3.5.1	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE COMPLE- MENTARIDADE MODIFICADA	62
3.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
4	HIERARQUIZAÇÃO DA ATUAÇÃO DE DISPOSITIVOS DE CONTROLE	64
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	64

4.2	FUNÇÕES SIGMOIDE	64
4.3	FUNÇÕES SIGMOIDE APLICADAS AOS CONTROLES PARA FLUXO DE POTÊNCIA	68
4.3.1	Aplicação de Tolerâncias nas Chaves para o Controle	72
4.4	REPRESENTAÇÃO DE ESQUEMAS DE CONTROLE POR MEIO DE CHAVES SIGMOIDES	72
4.4.1	Limite de Reativo	72
4.4.1.1	Metodologia Proposta	74
4.4.2	Exemplo Ilustrativo	75
4.4.3	Compensador Estático de Reativos	77
4.4.3.1	Modelagem Proposta	81
4.4.4	Exemplo Ilustrativo	84
4.4.5	Regulação Primária de Carga-Frequência	86
4.4.6	Exemplo Ilustrativo	88
4.4.7	Hierarquização da Atuação de Dispositivos de Controle	90
4.4.7.1	Metodologia Proposta	92
4.4.7.2	Exemplo Ilustrativo	127
4.4.8	DISCRETIZAÇÃO DE BANCOS <i>SHUNT</i>	132
4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	132
5	RESULTADOS	133
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	133
5.2	SISTEMA DE 61 BARRAS	133
5.3	SISTEMA <i>NEW-ENGLAND</i>	138
5.4	SISTEMA DE 2 ÁREAS	145
5.5	SISTEMA 2 ÁREAS COM BANCOS INDUTIVOS	149
5.6	SISTEMA <i>NORDIC</i>	152
5.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	162
6	CONCLUSÕES	163
6.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	163
6.2	TRABALHOS FUTUROS	164
	REFERÊNCIAS	165
	APÊNDICE A – Revisão do Método de Newton-Raphson . .	172
A.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	172
A.2	MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON	172
A.3	ESTUDO DE CONVERGÊNCIA	173

A.4	APLICAÇÃO NAS EQUAÇÕES DE FP	175
-----	--	-----

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Um dos grandes desafios dos especialistas em planejamento e operação dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP) é garantir e manter um razoável grau de confiabilidade e segurança com relação ao suprimento de energia elétrica aos diversos consumidores. Este desafio reside, tradicionalmente, nas constantes restrições econômicas impostas aos reforços e expansões dos diversos níveis de infraestrutura da rede, aliado a uma crescente demanda por energia. Neste contexto, fica evidente a necessidade de estudos especializados e intensificados a fim de realizar o melhor aproveitamento dos recursos e dispositivos já existentes nos sistemas, que sejam capazes de postergar ou minimizar novos investimentos, ao mesmo tempo em que melhoram as condições operativas e, conseqüentemente, a qualidade e confiabilidade do fornecimento de energia.

Em se tratando de realizar o melhor aproveitamento de recursos e equipamentos já existentes nos SEPs, as Nações Unidas no Brasil (ONU) define 17 objetivos para o desenvolvimento sustentável no Brasil para a Agenda 2030. Dentre estes objetivos, o sétimo define a garantia de energia limpa e acessível para todos [1]. Neste contexto, a ONU espera do Brasil que, em até 2030, haja energia limpa de acesso universal, moderno, e a preços acessíveis a toda população. Além disso, é esperando que, em até 2030, o Brasil aumente substancialmente a incorporação de energias renováveis na matriz energética. Portanto, usar de forma sustentável e responsável os recursos já existentes, tanto quanto investir em energias limpas, faz parte da realidade e do futuro da matriz energética mundial.

A principal consequência deste cenário é o surgimento de condições operativas cada vez mais próximas de seus limites [2]. A operação neste cenário se caracteriza, principalmente, por carregamentos excessivos das linhas de transmissão e a necessidade de suporte de potência reativa adequada para manter níveis aceitáveis de tensão nos diversos barramentos do sistema [3]. Historicamente, estas condições operativas cada vez mais estressadas têm sido contornadas, por exemplo, com o desenvolvimento e implementação de esquemas de controle das diversas variáveis elétricas, cada vez mais automatizados; com a crescente interligação dos subsistemas hidrológicos, que auxiliam mutuamente devido à complementaridade sazonal de recursos; com o desenvolvimento de equipamentos baseados em eletrônica de potência, tais como dispositivos FACTS (do inglês *Flexible Alternate Current Transmission Systems*) [4], que são capazes de amortecer oscilações, fornecer suporte de potência reativa e controlar o fluxo de potência em circuitos; com a conexão de pequenas e médias centrais geradoras próximas aos centros de carga, nos níveis de subtransmissão e distribuição, inclusão de fontes alternativas de energia, como eólicas e solares, entre outros.

Ao mesmo tempo em que estas novas premissas de operação foram sendo incorpo-

radas aos SEPs e assim aumentando seu grau de complexidade, surgiram também diversos fenômenos relacionados a sua instabilidade [5]. O conhecimento das diversas variáveis relacionadas aos fenômenos de instabilidade, e como elas se relacionam, é importante para a manutenção da segurança do suprimento de energia. Portanto, tal evolução cronológica dos SEPs também trouxe em evidência a importância do estudo, supervisão e identificação dos vários fenômenos relacionados a estabilidade dos SEPs [2][3][6]. O conceito de estabilidade está relacionado com a capacidade de um sistema de atingir e manter níveis operativos aceitáveis após diferentes tipos de perturbações [5, 6]. A estabilidade angular se refere à manutenção de sincronismo entre os geradores de um sistema frente a um distúrbio. A estabilidade de tensão é a capacidade do sistema de manter níveis estáveis de tensão em todos os barramentos após a ocorrência de um distúrbio. A estabilidade de frequência se refere à capacidade do sistema de manter níveis aceitáveis de frequência quando sujeito à um distúrbio que cause desbalanço entre carga e geração de potência ativa. De acordo com [6], dois novos conceitos de estabilidade surgem atualmente, são eles: (i) estabilidade de ressonância (do inglês *resonance stability*) que pode ser afetada por elementos de controles baseados em eletrônica de potência e (ii) estabilidade ocorrida por conversor (do inglês *converter-driven stability*) que se baseia nas interações entre equipamentos baseados em eletrônica de potência e de equipamentos de rápida resposta. Neste sentido, os estudos relacionados à estabilidade de frequência, de tensão e as oscilações entre geradores e entre áreas, assim como os dois novos conceitos de estabilidade propostos por [6] surgiram como uma forma de se medir o grau de segurança de um estado operativo do sistema, e seu conhecimento é de extrema importância para o desenvolvimento de esquemas de controle e ferramentas computacionais de auxílio preventivo e corretivo para tomadas de decisão em geral [3].

No âmbito da estabilidade de tensão, o objetivo é estudar a capacidade de um sistema em manter níveis aceitáveis de tensão nos seus diversos barramentos quando da ocorrência de pequenas ou grandes perturbações [2]. A instabilidade de tensão ocorre devido a incapacidade de um sistema de fornecer suporte de potência reativa para este fim. Uma vez que pode ser mostrado que a produção e transmissão de potência reativa tem características unicamente locais [7], o problema de estabilidade de tensão ocorre em pontos específicos do sistema. Porém, dependendo da condição de regime permanente inicial do sistema e da severidade das perturbações ocorridas, podem ocorrer eventos em cascata, como a contingência de linhas de transmissão importantes ou de um gerador, além da atuação de diversos esquemas de proteção, que podem levar o sistema a um blecaute total ou parcial, caracterizando assim o colapso de tensão [2][3][5][7].

Os esquemas de controle de tensão disponíveis a serem aplicados nos SEPs podem contribuir ou mitigar os eventos associados à estabilidade de tensão, dependendo das condições operativas. Por exemplo, os transformadores de comutação de *tap* sob carga (LTC, do inglês *Load Tap Changer*) mantêm a magnitude de tensão próxima da referência

no barramento de consumo de potência. Por outro lado, quando o equipamento atinge seu limite de controle, normalmente em situações de carga elevada, a tensão do barramento tende a cair expressivamente, podendo irradiar o comportamento para os barramentos vizinhos. Além disso, os equipamentos de controle normalmente são ajustados para funcionarem a partir de uma premissa de comportamento diretamente proporcional entre suprimento de potência reativa e variação de magnitude de tensão; ou seja, para um aumento de injeção de potência reativa em um barramento, sua tensão em módulo deve aumentar. Em cenários de operação anormal do ponto de vista de tensão, um aumento de suporte de potência reativa faz com que reduza ainda mais o perfil de tensão dos barramentos, contribuindo assim para o colapso de tensão. Desta forma, é possível observar também que o ajuste e o esquema dos diversos dispositivos de controle de tensão e suporte de potência reativa são importantes para a manutenção segura na operação, bem como a manutenção da estabilidade de tensão dos SEPs.

A modelagem matemática dos SEPs leva em consideração tanto equações diferenciais, que modelam as máquinas e seus controles, bem como equações algébricas, que modelam a topologia da rede com os seus parâmetros [3][8]. A modelagem completa promove o estudo do comportamento e da resposta dos equipamentos de controle e das máquinas no domínio do tempo, mostrando, nas suas diferentes constantes de tempo, as dinâmicas de resposta frente à diversos eventos possíveis, como a saída de um circuito, a perda de uma unidade geradora ou a entrada de um grande montante de demanda. As simulações no domínio do tempo são muito importantes para a verificação dos fenômenos de instabilidades sofridas pelos sistemas devido ao não amortecimento das oscilações e suas dinâmicas, bem como a reprodutibilidade de eventuais ocorrências de grande porte sofridos pelo sistema real.

Por outro lado, se o objetivo do estudo for a avaliação do cenário operativo do sistema em regime permanente, ou seja, supondo que as dinâmicas do processo já estejam atendidas e estáveis, pode-se trabalhar com uma formulação matemática que leva em consideração apenas as equações algébricas do modelo. Supondo que as derivadas já estejam atendidas, as equações diferenciais são desprezadas e não variam ao longo do tempo. Em outras palavras, uma avaliação de regime permanente de SEPs (levando em consideração apenas as equações algébricas) oferece uma "fotografia" do sistema, dado um conjunto de dados de entrada, bem como de um evento imposto a ele. Além disso, a partir de ferramentas de análise de sistemas de regime permanente, é a possibilidade de se extrair sensibilidades do sistema, o que é difícil na análise dinâmica. As sensibilidades podem ser, por exemplo, avaliar o impacto nas tensões do sistema, e quais sofrem mais influência, se a tensão terminal de um gerador tiver uma variação incremental.

Dentre os estudos de regime permanente aplicáveis aos SEPs estão aqueles baseados na solução do problema de Fluxo de Potência (FP). Em sua formulação clássica, o FP

é baseado na solução do conjunto de equações algébricas que modelam as injeções de potência ativa e reativa em cada nó do circuito equivalente de um sistema [8]. Determina-se, a partir de um cenário de carga/geração, topologia e parâmetros da rede, as tensões em magnitude e fase de cada nó, ou barramento, e assim, determina-se os fluxos de potência e perdas nos circuitos, variáveis de controle, entre outras grandezas. O FP pode se valer de um estudo em si, ou seja, a determinação do estado operativo de regime permanente de um SEP, ou pode ser o ponto de partida de estudos mais complexos, como análise de segurança da operação e de tensão, avaliação de capacidade máxima de carregamento, recomposição, análise de sensibilidade, entre outros.

Desde a sua formulação clássica, várias propostas tem sido feitas para a solução as equações de FP. Devido aos recursos computacionais, no passado esse conjunto de equações já foi resolvido aplicando premissas específicas para simplificar o equacionamento e/ou sistema matricial, assim como os métodos de solução. Assim então surgiram as formulações específicas, como FP Linear, FP Desacoplado, FP Desacoplado Rápido, etc [8, 9, 10]. Dentre as metodologias de solução, aquelas que mantêm a característica não-linear da formulação utilizam o método de Newton [11], baseando-se nas linearizações sucessivas das equações de potência, na sua robustez numérica e computacional, além da garantia da trajetória de convergência quadrática em torno da solução. Quando resolvida sem a representação de controles, dependendo da tolerância pré-especificada, sistemas cujo cenário de operação admite solução são resolvidos com uma média de 3 iterações [11].

Por outro lado, os SEPs contêm diversos esquemas de controle que influenciam diretamente no seu estado operativo. Por exemplo, a verificação de limites de potência reativa em um gerador síncrono impacta na permanência da manutenção da magnitude da tensão terminal em um valor de referência. Portanto, é possível observar que, além das equações de potência, o problema de FP deve conter as representações de regime permanente dos esquemas de controle, para prover mais realidade aos resultados obtidos. De acordo com a literatura [8], essa representação pode ser feita de três formas, a saber: (i) externamente à matriz jacobiana, pelo método de ajustes alternados; (ii) pela resspecificação do tipo de barra e (iii) internamente à matriz jacobiana, pelo método *full* Newton, ou Newton completo. Usualmente o método (iii) é o mais indicado para esta finalidade, pois as equações de controle podem ser resolvidas simultaneamente às equações de potência, as sensibilidades das variáveis de estado podem ser calculadas a partir das variações nas variáveis de controle, reduzindo o número de iterações para a convergência do método, entre outras.

Outra ferramenta de análise de SEPs bastante utilizada, principalmente nas fases de planejamento da operação e expansão de sistemas de potência, é o Fluxo de Potência Ótimo (FPO) [12]. O FPO visa otimizar os recursos de potência e controle, sujeito a certas restrições, normalmente de limites de operação e equipamentos. Por exemplo, o FPO pode

ser utilizado para minimizar as perdas de potência ativa em um sistema, mantendo os fluxos de potência nos circuitos inferiores à sua capacidade máxima, e também as tensões nos barramentos dentro de limites pré-estabelecidos. Assim como o FP, o FPO deve contar com uma formulação que englobe tanto as equações de potência quanto de controle, para trazer mais realismo para a solução, bem como de dados de limites confiáveis para uma solução satisfatória. Vários são os métodos de solução de FPO, baseados tanto em linearizações sucessivas do equacionamento, método primal-dual dos pontos interiores [13], como em métodos heurísticos e bioinspirados [14].

Na operação real dos SEPs, sabe-se que existem diversos controles com diferentes constantes de tempo de atuação, fazendo com que sua ação no sistema os desacople do ponto de vista temporal. Por exemplo, um esquema de controle de carga/frequência em uma planta geradora ocorre, a um primeiro nível, por meio dos reguladores de velocidade (RV), que variam a potência mecânica das máquinas para ajustar a um novo montante de demanda. Após a atuação dos RV, o esquema de controle automático de geração (CAG) corrige os intercâmbios contratados entre agentes e a frequência nominal do sistema. Exemplo análogo pode ser visto entre geradores que participam de um controle secundário e terciário de tensão. Estudos recentes tem proposto novas metodologias para aprimorar a eficiência e robustez desses esquemas de controle nos SEPs sob várias condições operativas [15, 16, 17]. É importante observar que, do ponto de vista de simulação computacional, a cada dinâmica assentada de cada atuação de controle, o sistema atinge um cenário de regime permanente.

No Brasil, o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) define, na seção 6.9.2 de um dos seus documentos que estabelecem os Procedimentos de Rede para a operação do Sistema Interligado Nacional (SIN), que seja obedecida uma hierarquia de atuação de equipamentos de controle de tensão: aqueles que possuem atuação automática lenta ou manual devem ser utilizados primeiro, principalmente em critério de operação normal, para que sejam poupados os equipamentos automáticos de atuação rápida como recurso armazenado para cenários de operação em emergência. Assim, equipamentos como bancos *shunt* e LTCs atuam no sistema em condições normais ou enquanto tiverem recursos disponíveis, enquanto que geradores e compensadores síncronos, compensadores estáticos de reativos (CER) e compensadores síncronos de reativos (STATCOM) atuam em cenários de emergência ou em escassez de potência reativa.

Enquanto as ferramentas de análise transitória naturalmente levam em conta essas ações de controle hierárquico devido aos seus modelos dinâmicos, as ferramentas de análise estática, como as soluções de fluxo de potência, enfrentam desafios. A ativação simultânea de todos os níveis de controle pode causar divergência do problema, levando a uma matriz Jacobiana mal condicionada. Para resolver isso, foram sugeridas etapas de condicionamento nas estimativas iniciais para melhorar a convergência na solução de problemas de fluxo de

potência mal condicionados [18]. Com o mesmo objetivo de resolver problemas de mal condicionamento e dificuldade de convergência do fluxo de potência, métodos holomórficos são utilizados [19, 20, 21]. Apesar de bons resultados, tornam a formulação muito complexa e de difícil aplicação prática.

É importante observar que, se todos os dados de controle para a representação estática em problemas de FPO e FP forem fornecidos, a solução encontrada utilizará todas as fontes de recursos disponíveis, pois a formulação clássica, além de desprezar a variação temporal dos equipamentos de controle, não os atua de forma hierarquizada. Visando resolver este problema, o trabalho [22] propôs um esquema de controle baseado em inferência *fuzzy* para representar o conhecimento do analista, na forma de funções de pertinência, e hierarquizar a atuação de bancos *shunt* e a variação da tensão de referência de reguladores de tensão. Com o objetivo de reduzir o número de manobras de bancos *shunt*, o trabalho de [23] hierarquizou, também via o método de inferência *fuzzy*, a atuação dos bancos e a variação da tensão de referência do CER.

Os sistemas de inferência *fuzzy* são bastante utilizados nos modelos para análise elétrica de SEPs, pois são versáteis para representar os diversos estados de um esquema de controle [22]. Os estados de um dado controle podem ser representados em funções de pertinência, que são funções com diferentes graus entre 0 e 1. As equações utilizadas normalmente são aquelas associadas às funções sigmoide, gaussiana, etc. Nos sistemas de inferência, as diferentes entradas do controlador são *fuzzificadas* por meio das funções de pertinência. Para a tomada de decisão, este conjunto de dados de entrada é confrontado com uma lista de regras que definem o valor *fuzzy* de saída. Com base nas funções de pertinência, os valores de saída são *defuzzificados* para serem utilizados no sistema. O conhecimento do analista entra na formação do conjunto de regras dentro da inferência *fuzzy*, onde é feita uma lista de equações lógicas para definirem, a partir dos estados de entrada, o valor *fuzzy* de saída.

Apesar das aplicações dos conceitos de lógica *fuzzy* serem promissoras e apresentarem excelentes resultados para a hierarquização da atuação de controle, como mostrado nos trabalhos anteriormente citados, elas não se enquadram como uma representação de controle em que se possa aproveitar as vantagens do método *full* Newton de representação de controle no FP. Neste caso, o sistema de inferência *fuzzy* atua em um ponto de operação já convergido e, após incidir seus resultados sob as variáveis controladas, um novo FP deve ser resolvido. Isso reduz a robustez computacional do método de Newton, principalmente em aplicações de avaliação de sistemas onde vários FPs devem ser resolvidos, como a solução automática de curva de carga, fluxo de potência continuado, região de segurança estática, margem de transmissão para abnálise de escoamento de energia, etc.

Por outro lado, é importante observar que as funções de pertinência utilizadas em sistemas *fuzzy* são equações matemáticas com formulações conhecidas, contínuas

e assim, deriváveis. Mais especificamente, as funções sigmóides foram utilizadas em [24] para representar o chaveamento de bancos *shunt* em um problema de FPO para controle de tensão. Como esta função varia entre 0 e 1, quanto maior for a inclinação da transição entre estes valores, mais ela se comporta como uma “chave” para transitar entre estados. Portanto, de forma generalizada, esse tipo de função pode ser aplicada como uma forma de ativar ou desativar estados lógicos ou numéricos. No caso do trabalho [24], foi utilizada para ativar ou desativar a injeção de potência reativa na equação de barramentos candidatos a receberem bancos de capacitores como novo empreendimento para otimizar seus recursos. Visto isto, é possível observar que regras lógicas contidas em sistemas de inferência *fuzzy* podem ser traduzidas em equações matemáticas que usam funções sigmóides para desativar/ativar estados de um esquema de controle. Estes estados podem ser o número de equipamentos em redundância em um barramento, além de controles cujo equacionamento é uma função definida por partes, a depender do valor da variável de controle.

Um dos recentes requisitos para os diferentes modelos de análise de SEPs, tanto do ponto de vista elétrico quanto energético, é a representação de redes com características alinhadas ao conceito de *Smart Grids* e mais especificamente, ao planejamento e operação de microrredes. Microrredes são parcelas do sistema de distribuição e/ou subtransmissão nas quais se contém cargas, diversos esquemas de controle de tensão, esquemas armazenadores de energia e, principalmente, geradores distribuídos (GD) [25]. Os GD são pequenas centrais geradoras, usualmente a partir de fontes alternativas de energia, como eólicas, fotovoltaicas, biomassa, PCHs, etc.

Com a inserção cada vez mais crescente de geração proveniente de fontes alternativas, as microrredes estão lidando com a aplicação de novas tecnologias e esquemas de controle para viabilizar sua utilização, mesmo com todos os desafios impostos: baixa inércia, variabilidade das fontes de energia, controle coordenado de tensão, harmônicos devido ao chaveamento dos inversores, bi-direcionamento do fluxo no ponto de conexão comum (PCC), entre outros. Esses desafios exigem métodos de previsão das diversas variáveis do problema aprimorados, uma infraestrutura de rede robusta e estratégias de controle inovadoras para garantir a estabilidade e a confiabilidade da microrrede. Além disso, o uso dessas fontes de energia como parte de esquemas de serviços auxiliares, como regulação de frequência, suporte de tensão e reserva de potência, adiciona uma camada adicional de complexidade. Consequentemente, inúmeros estudos estão sendo realizados para abordar essas questões utilizando métodos de regime permanente, que fornecem *insights* valiosos e soluções para gerenciar as complexidades associadas a altos níveis de integração de energia renovável [26, 27, 28, 29, 30]. Há também estudos que tentam viabilizar a operação ilhada das microrredes, em que as fontes de energia internas devem fornecer os serviços auxiliares para prover o suprimento de demanda aos consumidores [31, 32, 33].

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo propor ferramentas baseadas em FP e FPO para a análise de regime permanente de microrredes. Mais especificamente, foram desenvolvidos esquemas de controle de tensão para coordenar recursos de injeção/absorção de potência reativa a fim de aprimorar o perfil de tensão, ao mesmo tempo que mantêm margem de reativo para situações de emergência.

Em um primeiro momento, este trabalho propõe uma adaptação de um FPO com regulação primária para características particulares de microrredes. Para este tipo de problema, já foi proposta na literatura uma metodologia para repartição de potência ativa entre geradores de um sistema a partir da regulação primária dos RV por meio do estatismo de cada equipamento. Esta formulação então será complementada com a representação dos limites de potência reativa dos geradores, feita a partir de restrições de complementaridade. Neste caso, a tensão dos geradores varia linearmente com a variação da injeção de reativo na sua barra terminal a partir de uma relação também de estatismo. Será observado também que o modelo aqui proposto generaliza aquele apresentado em [34].

Adicionalmente, será proposta uma nova formulação geral para a representação da atuação de forma hierarquizada de dispositivos de controle no problema de FP. Esta formulação será baseada no uso de funções sigmóides, que assumem a função de chaves que ativam e desativam equações de controle participantes. As funções sigmóides ativam as equações de acordo com uma ordem pré-definida de utilização de recursos. As equações serão inseridas no FP a partir do método *full* Newton, ou Newton Completo, resolvendo-as simultaneamente às equações de FP. Será mostrado também que essa metodologia pode ser utilizada para representar controles cujas representações estáticas sejam funções definidas por partes a serem resolvidas completamente interna à matriz jacobiana, sem interferência de testes externos.

As metodologias propostas serão testadas e validadas para um sistema exemplo de 11 barras, o sistema teste IEEE *New-England* de 39 barras e um sistema de distribuição radial de 61 barras. Os resultados mostram a eficácia e importância dos modelos propostos.

1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

As principais contribuições do trabalho são:

- Fornecer à literatura ferramentas de análise de SEPs de regime permanente devidamente adaptadas às características particulares das microrredes;
- Como as ferramentas de análise estática de SEPs utilizadas neste trabalho são o FP e o FPO, as formulações aqui propostas podem ser utilizadas tanto nas diversas

fases de planejamento quanto de operação;

- Proposição de uma metodologia para a inclusão da possibilidade de determinar um estado operativo a partir de um FP utilizando recursos de controle de forma hierarquizada. Será mostrado que o ponto de operação estará mais condizente com os critérios operativos de sistemas tanto de transmissão quanto de distribuição;
- Será mostrado também que a premissa da utilização de sigmóides para ativação progressiva de esquemas de controle pode ser generalizada para utilização de esquemas de controle de atuação individual que são modeladas a partir de funções definidas por partes. Assim, a verificação de limites de potência reativa, CERs, LTCs, entre outros equipamentos, podem ser completamente incorporados no problema de FP, via o método de Newton Completo, sem a necessidade de nenhuma verificação externa para alteração de equações para a mudança de comportamento do controle.
- Como as equações contruídas para a hierarquização necessitam da construção de uma tabela com os estados possíveis das chaves usadas, é contribuição desse trabalho também a proposição de uma metodologia estruturada que funciona como um "tradutor" dos estados das chaves em equações modeláveis no FP.

1.4 PUBLICAÇÕES DECORRENTES DO TRABALHO

Os seguintes artigos foram publicados durante a elaboração deste trabalho:

- LA GATTA, Paula Oliveira ; NASCIMENTO, Paulo Sérgio de Castro ; PASSOS FILHO, João Alberto ; PEREIRA, José Luiz Rezende ; VARIZ, Abílio Manuel ; OLIVEIRA, Bráulio César de . Metodologia para Representação do Controle de Intercâmbio de Potência Reativa no Problema de Fluxo de Potência. In: XXI CBA - Congresso Brasileiro de Automática, 2016, Vitória.
- PONTES, Rafael de Paiva ; PASSOS FILHO, João Alberto ; LA GATTA, Paula Oliveira . *A full Newton approach to consider reactive power generation limits in power flow problem using sigmoid switches*. In: 2018 Simposio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE) [VII Brazilian Electrical Systems Symposium (SBSE)], 2018, Niteroi.
- LA GATTA, Paula Oliveira; PASSOS FILHO, João Alberto; PEREIRA, José Luiz Resende. *Tools for handling steady-state under-frequency regulation in isolated microgrids*. IET Renewable Power Generation. Vol. 13 Iss. 4, pp.609-617. 2019
- LA GATTA, Paula Oliveira, NETTO, Nicolas Abreu Rocha Leite, PASSOS FILHO, João Alberto *A New Model for the Hierarchical Response of Control Devices in the Power Flow Problem*. Em revisão na revista *Electrical Engineering*

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esta tese está organizada da seguinte forma: o capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica dos principais conceitos e embasamento teórico para a elaboração deste trabalho.

O capítulo 3 descreve a metodologia e base teórica para o desenvolvimento do FPO com restrições de complementaridade para a representação do comportamento de perfil de tensão e verificação de limites de geração de geradores.

O capítulo 4 descreve a formulação proposta da hierarquização da atuação dos dispositivos de controle no FP.

O capítulo 5 mostra os resultados e discussões da aplicação das metodologias propostas em sistemas teste.

O capítulo 6 apresenta as conclusões acerca das metodologias aqui apresentadas, além de sugestões de trabalhos futuros.

Além disso, apresenta-se um Apêndice A que descreve o Método de Newton-Raphson aplicado às equações de potência ativa e reativa.

A notação dos vetores é a partir das grandezas sublinhadas e as matrizes em negrito, ambas em itálico.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo tem por finalidade apresentar os principais conceitos que foram utilizados como base para a elaboração deste trabalho. Neste sentido, em um primeiro momento, o conceito e utilização nos diversos países e no Brasil das microrredes será apresentado. Em seguida, as metodologias mais recentes existentes na literatura que tentam adaptar as ferramentas de análise estática para as características particulares de microrrede serão descritas. Por fim, as metodologias utilizadas como base para o desenvolvimento de um FPO e FP para análise de microrredes, proposta em [35] serão apresentadas.

2.2 MICRORREDES

Os SEPs estão sujeitos a distúrbios de diversas naturezas, quer seja um curto-circuito, queda de tensão, atuação de proteção, súbito aumento de demanda, etc. Se porventura ocorrer um distúrbio tal que isole parcialmente a demanda da geração total do sistema, o desbalanço de potência faz com que a frequência se altere do valor nominal, podendo reduzir a vida útil dos equipamentos, causando um efeito cascata, com atuação do sistema de proteção causando blecautes ou corte de carga, entre outros. Além disso, controla-se os níveis de magnitude de tensão para evitar instabilidade ou colapso de tensão. Neste sentido, os analistas especializados buscam o aumento da segurança, resiliência e confiabilidade dos SEPs.

No contexto ambiental, há um avanço na inserção de novos empreendimentos de geração a partir de fontes renováveis e limpas de energia. Assim, parques geradores hidráulicos, eólicos e fotovoltaicos são alguns dos projetos em andamento e em forte crescimento na matriz energética mundial [36]. No Brasil, os Leilões de Energia Nova A-4 (LEN A-4) são coordenados pelo Ministério de Minas e Energia por meio do Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (Proinfa), para a inserção de novos parques como por exemplo, eólicos, fotovoltaicos, pequenas centrais hidrelétricas e termelétrica à biomassa.

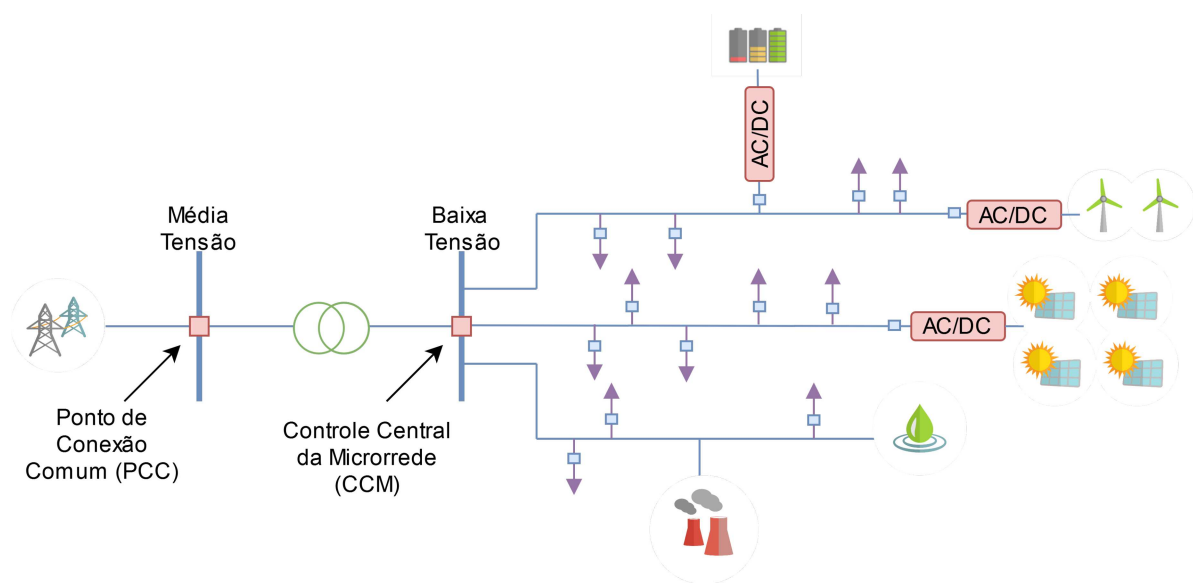
A premissa adotada atualmente para a entrada de novos empreendimentos de geração provenientes de fontes primárias renováveis é de conexão nos níveis de baixa ou média tensão, distribuídos ao longo dos centros de carga, chamados assim de GD. Do ponto de vista econômico, uma das vantagens dessa estratégia é que há uma substancial redução das perdas por transmissão de energia, desde o ponto emissor até o receptor, economizando assim para o lado da concessionária. Do ponto de vista de segurança, a geração mais próxima do centro de carga auxilia a operação dos SEPs visto que aumenta a confiabilidade

do suprimento de energia: se ocorrer algum distúrbio no nível da transmissão, tornando o sistema isolado eletricamente, os geradores próximos à carga atendem a demanda.

Operações de subsistemas de pequeno porte já são realizadas de forma independente em locais geograficamente distantes dos centros de carga/geração de vários países, inclusive no Brasil. No caso de sistemas de médio e grande porte, a operação destes tipos de subsistemas de forma isolada, quer seja devido à alguma manutenção de equipamento, ou devido a contingências que os isole, traz confiabilidade para o sistema, visto que o consumidor não perde o suprimento de energia devido ao distúrbio.

A este tipo de subsistemas dá-se o nome de microrredes [25]. Inserida no contexto de *Smart Grids* [37], uma microrrede é uma porção do sistema de subtransmissão ou de distribuição, na qual contém GDs, cargas controláveis, equipamentos de controle de tensão e/ou de fluxo, equipamentos de armazenamento de energia, controle de tensão entre outros. A Figura 1 mostra um exemplo de microrrede com seus diversos possíveis elementos conectados. A microrrede é conectada ao sistema principal via um Ponto de Conexão Comum (PCC, traduzido do inglês “*Point of Common Coupling*”). No lado de baixa tensão, está o Controle Central da Microrrede (CCM, do inglês *Microgrid Central Controller - MGCC*), onde é feito o controle normalmente baseado em aspectos econômicos. Para a microrrede, o CCM é o nível mais alto de hierarquia de controle. Em um nível secundário estão os controles localizados nas cargas e nos geradores, que trocam informações com o CCM para a sua completa atuação. Para as cargas, o CCM pode enviar uma ação de controle de corte de carga para situações de emergência, enquanto que para os geradores podem ser informados os valores de referência de geração de potência ativa e reativa, dependendo das condições operativas. O conceito de microrrede como uma alternativa para a inserção econômica e viável de DGs em SEPs aparece inicialmente em [25].

Figura 1 – Exemplo de arquitetura de uma microrrede



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Quando conectada com o sistema, a microrrede é vista pela rede como uma carga variável. Isso porque o fluxo de potência no PCC pode variar ao longo do dia, podendo ser inclusive um fluxo de importação ou exportação [38]. A esta operação dá-se o nome de operação em modo interconectado com a rede. Por outro lado, quando desconectada da rede principal, quer seja por manutenção ou por algum evento no sistema, a microrrede poderá atender à demanda, ou parte dela de forma emergencial. Para que isso ocorra, a microrrede precisa contar com esquemas de controle que sejam capazes de manter a frequência e as tensões dentro de limites pré-especificados. Esta operação é chamada de modo de operação em emergência.

As microrredes podem ser avaliadas do ponto de vista de solução de fluxo de potência baseada no método de Newton-Raphson completo ou suas variações, como os métodos desacoplado e desacoplado rápido, ou então pela solução pelo Método do Ponto Fixo (MPF). Enquanto que o primeiro método é largamente utilizado para a análise de sistemas de transmissão [39], o segundo é bastante utilizado para sistemas de distribuição desequilibrados [40, 41, 42]. O MPF pode ser encontrado em programas comerciais como o OpenDSS [43]. Neste trabalho, serão consideradas redes balanceadas, logo será mostrada a revisão bibliográfica as diversas formulações de fluxo de potência e controles baseadas no método de solução de Newton-Raphson.

Além disso, é importante mencionar também a crescente utilização de Inteligência Computacional (IC) e *Machine Learning* nos vários estudos de planejamento e operação, além da previsão, de microrredes. Neste campo, há o desenvolvimento de trabalhos recentes sobre o controle hierarquizado de controles em microrredes [44], previsão de carga e geração [45], controles adaptativos [46], detecção de ilhamento [47] e detecção de *cyber attack* [48],

entre outros.

2.3 REPRESENTAÇÃO DE ESQUEMAS DE CONTROLE NO FLUXO DE POTÊNCIA

O FP, em sua formulação clássica proposta em [11], resolve as tensões nos barramentos em magnitude e em fase a partir das equações que modelam o balanço de potência ativa e reativa em cada respectivo nó. Essas equações levam em consideração as injeções de geração e demanda de carga, bancos *shunt* e fluxo de potência em circuitos. A formulação clássica utiliza a representação polar das potências e tensões, porém pode-se fazer a representação em coordenadas retangulares [8]. Ao fim do processo iterativo do método de Newton, a partir das tensões complexas calculadas, é possível determinar os fluxos de potência nos circuitos, geração de potência reativa, perdas de potência, etc.

Por outro lado, um sistema de potência possui em operação uma série de esquemas de controle e proteção no sentido de melhorar a eficácia de transporte da energia, desde o ponto de emissão até o ponto receptor. Neste caso, para que um problema de FP, quer seja a forma de representação ou solução, deve contar com uma representação apropriada para que determine um estado operativo do sistema levando em consideração a resposta de regime permanente destes equipamentos. Devido a isso, na literatura especializada [8], é possível observar a proposta de três formas de representação de controle em um problema de FP, a saber [8]: (*i*) externamente à matriz jacobiana; (*ii*) pela reespecificação do tipo de barra e (*iii*) internamente à matriz jacobiana, pelo método de Newton completo, ou *full* Newton. A seguir serão descritos em razoável detalhamento o conceito de cada um deles.

O método (*i*), também chamado de ajustes alternados [8] utiliza, em sua formulação, equações que representam cada variável de controle e controlada por meio de uma relação de sensibilidade. A correção das variáveis de controle é feita por meio destas equações a cada solução de FP. Em outras palavras, a solução do FP é obtida, é feita então a atualização das variáveis de controle e, a partir disso, uma nova solução de FP é obtida. Esse processo de solução se repete até que se atinja a convergência. É importante observar que, como as equações de controle são resolvidas após uma solução de FP, o número de iterações para a convergência pode crescer consideravelmente. Este método de solução é bastante utilizado em soluções de FP pelos métodos desacoplados [8].

O comportamento de regime permanente de alguns controles pode ser devidamente representado pela reespecificação do tipo da barra onde está conectado (método *ii*). Um exemplo clássico desse método de representação é a verificação de limites de potência reativa de geradores e compensadores síncronos. Enquanto o controle se mantém dentro dos limites pré-especificados de potência reativa, a tensão terminal do gerador se mantém no valor especificado. Neste caso, o barramento se comporta como uma barra do tipo PV. Porém, dado um estado operativo específico em que o equipamento deveria superar seus limites para controlar a tensão, o esquema de regulador de tensão e excitatriz limita a

potência reativa no limite violado e a tensão deixa de ser controlada, variando de acordo com os estados operativos. A partir disso, pode-se perceber que a barra perde a capacidade de controle de tensão, e passa a controlar a potência reativa injetada naquela barra. Este novo comportamento pode então ser representado a partir da troca do tipo da barra, que deixa de ser PV para se tornar temporariamente uma barra PQ, até que seu controle possa novamente ser restabelecido (esquema de *backoff*).

Outro controle que pode ser representado pela reespecificação do tipo de barra é o CER [49]. A resposta estática deste equipamento se caracteriza por três faixas de operação, a depender do valor de susceptância equivalente do controle. Entre seus limites, o CER controla a tensão do barramento de forma linear em uma relação de estatismo entre a tensão terminal e o reativo injetado na rede. Quando atinge os limites se comporta como um capacitor ou reator puro. A partir disso, pode-se assumir que o estatismo seja baixo o suficiente para que a tensão controlada se mantenha igual ao valor de referência enquanto a susceptância equivalente do equipamento esteja entre seus limites. Assim, a barra controlada pode ser representada como uma barra do tipo PV. Por outro lado, se o equipamento atingir um de seus limites, é possível observar que a barra controlada tem o comportamento de tensão análogo à uma carga cuja modelagem decai ou eleva com o quadrado da tensão da barra de conexão, em outras palavras, como uma carga impedância constante. Portanto, nestes casos limites, o tipo da barra controlada pode ser reespecificado para o tipo PQ com modelagem de carga Z_{cte} . Por extensão, o STATCOM pode ser representado de forma análoga, com a exceção de que, nos casos de superação de limites, a barra controlada se comporta como uma barra PQ com modelagem de carga corrente constante. É importante observar que, para a viabilização da representação dos controles do CER e STATCOM via a reespecificação do tipo de barra de controle, a faixa de operação linear precisou ser aproximada para eliminar a influência do estatismo de regime permanente no cálculo da tensão controlada.

Por fim, a ideia da forma de representação (*iii*) de equipamentos de controle no problema de FP é que as equações dos controles podem se valer do próprio método de Newton para a determinação das variáveis de controle. Além disso, as equações utilizadas deixam de ser a relação de sensibilidade usada no método de ajustes alterados e passa a ser aquelas determinadas a partir da aplicação do teorema do valor final nas funções de transferência dos controles. A representação mais adequada dos controles confere reprodutibilidade mais fiel do ponto de operação de regime permanente dos SEPs. Além disso, representa de forma apropriada a interação entre as variáveis de estado e de controle, já que a matriz jacobiana, que recebe a derivada primeira das equações de potência, passa a receber também as derivadas as equações de controle. A equação (2.1) mostra o sistema

de equações de FP na forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \\ \underline{\Delta y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} & \mathbf{J}_{\mathbf{P}\mathbf{x}} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} & \mathbf{J}_{\mathbf{Q}\mathbf{x}} \\ \mathbf{J}_{\mathbf{y}\theta} & \mathbf{J}_{\mathbf{yV}} & \mathbf{J}_{\mathbf{y}\mathbf{x}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta\theta} \\ \underline{\Delta V} \\ \underline{\Delta\mathbf{x}} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Sendo:

$$\underline{\Delta P} = \underline{P}^{esp} - \underline{P}^{calc} = \underline{P}_G - \underline{P}_D - \underline{P}^{calc} \quad (2.2)$$

$$\underline{\Delta Q} = \underline{Q}^{esp} - \underline{Q}^{calc} = \underline{Q}_G - \underline{Q}_D - \underline{Q}^{calc} \quad (2.3)$$

$$\underline{\Delta y} = \underline{y}^{esp} - \underline{y}^{calc} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \underline{P}}{\partial \underline{\theta}} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{N} = \frac{\partial \underline{P}}{\partial \underline{V}} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{P}\mathbf{x}} = \frac{\partial \underline{P}}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\partial \underline{Q}}{\partial \underline{\theta}} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{L} = \frac{\partial \underline{Q}}{\partial \underline{V}} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{Q}\mathbf{x}} = \frac{\partial \underline{Q}}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{y}\theta} = \frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{\theta}} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{yV}} = \frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{V}} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{y}\mathbf{x}} = \frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{\mathbf{x}}} \quad (2.13)$$

Sendo que as equações de (2.2) a (2.4) são os cálculos feitos para determinar os erros nas equações de potência ao se assumir os valores das variáveis de estado de ângulo $\underline{\Delta\theta}$, tensão $\underline{\Delta V}$ e controles $\underline{\Delta\mathbf{x}}$ como estado da rede. Demais vetores e matrizes se encontram definidos na Seção de Lista de Símbolos desse documento. Durante o processo iterativo de Newton, o sistema matricial em (2.1) é resolvido para reduzir o máximo erro das equações envolvidas até que este se torne menor do que a tolerância de solução pré-especificada. Neste processo, as variáveis de estado, tanto as tensões em magnitude e fase, quanto as variáveis de controle, são atualizadas com as novas correções calculadas a partir da solução de (2.1). Estas atualizações são feitas à cada linearização, ou a cada iteração, h do processo de solução.

Em (2.1), é possível observar que a matriz Jacobiana, antes tradicionalmente montada na dimensão de $(2npq + npv, 2npq + npv)$, onde npq é o número de barras do tipo PQ do sistema e npv é o número de barras do tipo PV, agora se torna expandida, e

tem sua dimensão acrescida das nc equações de controle. Apesar do aumento da dimensão da matriz, a inserção de equações não impacta o grau de esparsidade da matriz completa de derivadas [50]. Assim, é possível aplicar técnicas de esparsidade mesmo com a matriz expandida, sem comprometer o consumo de memória e armazenamentos dos programas de solução de FP.

É possível escrever (2.1) na forma de (2.14) para discutir a respeito das sensibilidades obtidas usando equações de potência e de controle. Porém, primeiro é possível observar que a inserção de novas equações no problema de FP pelo método de Newton Completo, ou método *full* Newton, não interfere na montagem original da matriz Jacobiana. Esta característica facilita a adaptação de programas de cálculo de FP pois a alteração que deve ser feita é a inserção de equações de controle e respectivas derivadas e variáveis de estado; em outras palavras, o núcleo do cálculo não é modificado.

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta z} \\ \underline{\Delta y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\text{ori}} & \mathbf{J}_{\text{zx}} \\ \mathbf{J}_{\text{yu}} & \mathbf{J}_{\text{yx}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta u} \\ \underline{\Delta x} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Onde:

$$\underline{\Delta z} = \begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\underline{\Delta u} = \begin{bmatrix} \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta V} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Por outro lado, a matriz jacobiana expandida pode ser repartida em submatrizes que relacionam as sensibilidades do sistema. É possível observar por (2.14) que a submatriz \mathbf{J}_{zx} representa a sensibilidade das variáveis de controle nas equações de potência em (2.17). Esta representação é importante visto que as variáveis de estado são determinadas levando-se em consideração essas sensibilidades, conferindo mais realidade aos resultados obtidos.

$$\underline{\Delta z} = \mathbf{J}_{\text{ori}} \cdot \underline{\Delta u} + \mathbf{J}_{\text{zx}} \cdot \underline{\Delta x} \quad (2.17)$$

$$\underline{\Delta y} = \mathbf{J}_{\text{yu}} \cdot \underline{\Delta u} + \mathbf{J}_{\text{yx}} \cdot \underline{\Delta x} \quad (2.18)$$

2.4 REPRESENTAÇÃO DE CONTROLES PARA ESTUDOS DE MICRORREDES

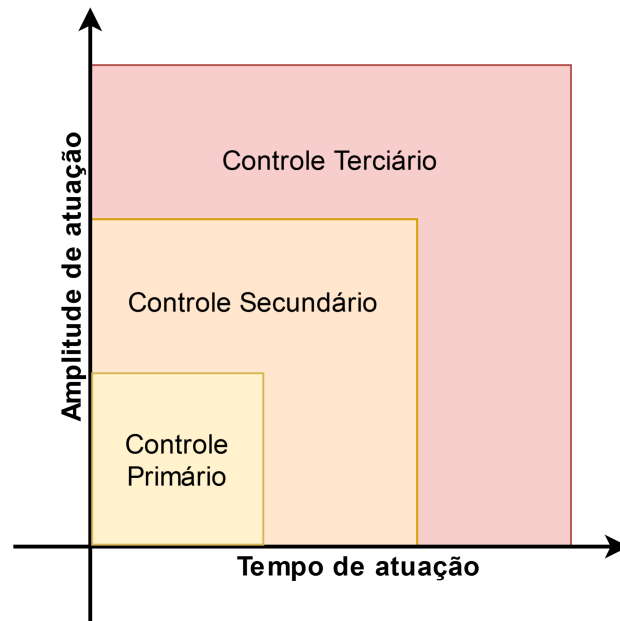
Devido à natureza das fontes de energia, como as eólicas e solares, algumas GDs não podem ser conectadas diretamente à rede, necessitando de um inversor para fazer a interface CC/CA ao sistema [51] [52]. Os inversores são então utilizados para modelar

esquemas de controle que vão atuar nas grandezas de interesse do sistema para promover a operação em modo emergencial da microrrede. Os tipos de controle que podem ser feitos via os inversores são dois, a saber [38]: (i) modo PQ, utilizando um inversor fonte de corrente, onde fornece um dado valor de referência de potência ativa e reativa e (ii) inversor fonte de tensão VSI (do inglês *Voltage Source Inverter*), que consegue modelar a variação de potência ativa e reativa por meio de um “estatismo” relacionado com a frequência e a tensão, respectivamente.

Um esquema de controle em um sistema de potência pode ser feito totalmente de forma centralizada ou descentralizada [53]. Para um sistema de transmissão de grande porte, a solução totalmente centralizada é inviável devido principalmente à quantidade necessária de equipamentos de comunicação entre os elementos da rede. Por outro lado, uma solução totalmente descentralizada isola totalmente os equipamentos das ações de controle do sistema como um todo, e principalmente daqueles que os afeta. No âmbito das microrredes, por serem sistemas geralmente de pequeno porte, a solução centralizada é viável, porém pode dificultar a expansão do sistema. Neste caso então, normalmente se adota uma solução que abrange as principais características dos dois tipos de controle.

A solução que reúne características de controle centralizado e descentralizado é o esquema de controle hierarquizado [53] [54]. A hierarquização tenta isolar o tempo e a amplitude de atuação de esquemas de controle para que cada um seja aplicado passo a passo, dependendo do seu tipo [51]. Assim então surgem três níveis de controle: controle primário, controle secundário e controle terciário. O controle primário é aquele que abrange esquemas que necessitam apenas de medição local das variáveis elétricas, sendo assim um esquema descentralizado. O controle secundário já necessita de um grau de comunicação entre os equipamentos envolvidos, pois faz uma coordenação entre eles. Já o controle terciário normalmente lida com uma amplitude maior do sistema, otimizando as variáveis elétricas sob o ponto de vista econômico e de segurança. A Figura 2 mostra como os três níveis de controle se diferem em tempo e amplitude espacial de atuação.

Figura 2 – Esquema de controle hierarquizado nos seus três níveis



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

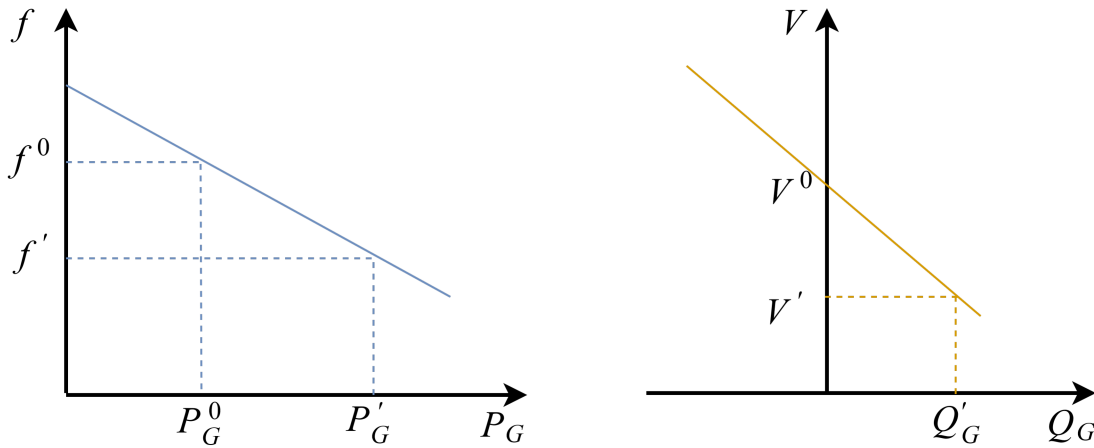
Aplicado às microrredes, o controle hierárquico segue este conceito e o aplica aos esquemas de controle normalmente praticados. O controle primário é feito no âmbito dos GDs, baterias, controles de tensão, etc. Sua constante de atuação é rápida e necessita apenas de medições locais. O controle secundário, realizado pelo CCM, envia *setpoints* de potência ativa e reativa para os geradores para, por exemplo, eliminar um desvio de frequência, ou ajustar a geração a comando do sistema principal. Por fim, o controle terciário especifica os *setpoints* do subsistema do ponto de vista ótimo e econômico, coordenando microrredes que interagem entre si.

O controle de tensão e frequência dos GDs pode ser feito no âmbito do controle primário da hierarquização de controles em uma microrrede. Como foi dito anteriormente, como algumas GDs e as baterias são conectadas ao sistema por meio de inversores VSI, que são capazes de emular esses controles baseado em eletrônica de potência. Note que, se uma GD intermitente for conectada no sistema por meio de um VSI, e um banco de baterias fizer parte de seu projeto, esta GD também poderá fazer parte do controle de frequência da microrrede [53].

O VSI é capaz de emular o esquema de controle de tensão e de frequência dos geradores síncronos e trazer para o mundo dos GDs [38]. Este tipo de controle traz flexibilidade para a operação da microrrede, principalmente na operação em emergência ou ilhada, pois acomoda os geradores controláveis ao atendimento da demanda. Além disso, reduz as oscilações de tensão e frequência, bem como seu valor de regime permanente. A Figura 3 mostra a característica de regime permanente do controle dos inversores para a

frequência e a tensão, respectivamente. As equações que modelam as retas estão em (2.19) e (2.20) para frequência e tensão, respectivamente.

Figura 3 – Estatismo para frequência e tensão, respectivamente



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

$$f_0 = f - Kp(P_0 - P) \quad (2.19)$$

$$V_0 = V - Kq(Q_0 - Q) \quad (2.20)$$

Sendo que os ganhos Kp e Kq em (2.19) e (2.20) respectivamente são os estatismos para os controles de frequência e tensão, respectivamente. Como impactam diretamente no desvio de regime permanente de frequência e tensão, estes valores são escolhidos baseados em estudos de análise estática [53].

Se o controle dos GDs for feito de modo centralizado, é necessário um arcabouço de comunicação entre o centro de controle e os geradores para promover as mudanças dos seus *setpoints*. Neste caso, não é utilizado o conceito de estatismo de tensão e frequência para realizar o controle [53]. Visto isso, então, existem duas formas de efetuar o controle de tensão e frequência em uma microrrede: de forma centralizada ou por meio do controle primário de um esquema hierarquizado baseado nos estatismos emulados nos VSIs.

Os controles de tensão e frequência em microrredes são muito importantes e podem impactar na sua estabilidade [54]. Com relação à estabilidade de frequência, a baixa inércia e a grande presença de geração à partir de fontes alternativas de energia faz com que tais subsistemas possam experimentar grandes desvios de frequência e com taxa de variação elevada, após a ocorrência de algum distúrbio, se os controles não forem desenvolvidos de forma apropriada. De acordo com a estabilidade de tensão, a variação da tensão terminal dos GDs podem impactar a microrrede como um todo, já que é um subsistema de pequeno

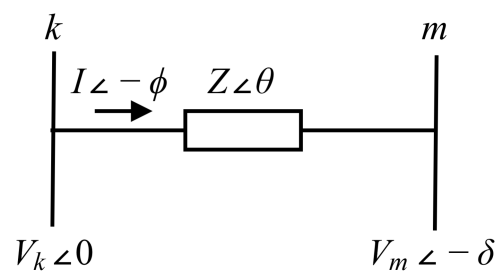
a médio porte. Desta forma, a regulação de tensão feita nos GDs causa efeito imediato nos fenômenos de instabilidade de tensão em microrredes.

O artigo [55] descreve as vantagens e desvantagens de diversos métodos baseados em controle centralizado e controle baseado em estatismos de tensão e frequência. A principal característica negativa dos controles centralizados é a necessidade de uma arquitetura de comunicação que pode inviabilizar a expansão da microrrede do ponto de vista econômico. Além disso, se houver algum problema na comunicação entre os elementos, o controle poderá ser afetado. Já aqueles controles baseados em estatismos tem como desvantagem que os transitórios de atuação são lentos, não lidam com cargas não-lineares devido às correntes harmônicas e não lidam com sistemas com relação x/r (reatância dividida pela resistência dos circuitos de um sistema) baixo, ou seja, com características de sistemas de distribuição.

Por outro lado, o artigo [56] propõe uma metodologia baseada em algoritmos probabilísticos para determinação ótima de ganhos de estatismos para controles descentralizados, melhorando a performance do controle. Além disso, descreve que vários trabalhos na literatura trabalham no sentido de propor metodologias para cálculo de ganhos de estatismos de controle para melhorar sua performance. Devido a isso, o foco deste trabalho será o de métodos que controlam as microrredes por meio de estatismos de tensão e frequência. Para contornar o problema da relação x/r baixo, o artigo [57] propôs uma formulação alternativa para a relação de estatismo de tensão e frequência baseada em uma transformação linear ortogonal de P e Q .

Os fluxos de potência ativa e reativa fluindo entre os pontos k e m da Figura 4 são dados por:

Figura 4 – Corrente fluindo entre os pontos k e m do circuito



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

$$P + jQ = \dot{S} = \dot{V}_k \dot{I}^* = \dot{V}_k \left(\frac{\dot{V}_k - \dot{V}_m}{Z} \right) \quad (2.21)$$

$$P + jQ = V_k \left(\frac{V_k - V_m e^{j\delta}}{Z e^{-j\theta}} \right) \quad (2.22)$$

$$P + jQ = \frac{V_k^2}{Z} e^{j\theta} - V_k V_m \frac{V_k}{Z} e^{j\theta + \delta} \quad (2.23)$$

$$P = \frac{V_k^2}{Z} \cos \theta - \frac{V_k V_m}{Z} \cos (\theta + \delta) \quad (2.24)$$

$$Q = \frac{V_k^2}{Z} \sin \theta - \frac{V_k V_m}{Z} \sin (\theta + \delta) \quad (2.25)$$

A impedância $Z e^{j\theta} = R + jX$. Portanto, substituindo nas equações de potência, tem-se:

$$P = \frac{V_k}{R^2 + X^2} [R(V_k - V_m \cos \delta) + X V_m \sin \delta] \quad (2.26)$$

$$Q = \frac{V_k}{R^2 + X^2} [-R V_m \sin \delta + X(V_k - V_m \cos \delta)] \quad (2.27)$$

Se $X \gg R$, as equações (2.26) e (2.27) se tornam:

$$P = \frac{V_k}{X} V_m \sin \delta \quad (2.28)$$

$$Q = \frac{V_k}{X} (V_k - V_m \cos \delta) \quad (2.29)$$

Se $\delta \approx 0$ as equações de potência são aproximadas a:

$$P = \frac{V_k}{X} V_m \delta \quad (2.30)$$

$$Q = \frac{V_k}{X} (V_k - V_m) \quad (2.31)$$

As equações (2.30) e (2.31) mostram que, para as aproximações aplicadas, o fluxo de potência P depende do ângulo δ e Q depende das tensões V_k e V_m , mostrando o desacoplamento $P - \delta$ e $Q - V$. A suposição deste desacoplamento é feita normalmente para sistemas de transmissão onde a relação r/x é baixa. Com isso, são feitas as equações que representam a característica de regime permanente do controle de tensão e frequência do sistema, considerando esse desacoplamento.

Por outro lado, se não for considerado esse desacoplamento, principalmente para sistemas de distribuição que possuem r/x é alto, as equações que modelam os fluxos de potência ativo e reativo não podem sofrer as aproximações e, assim, ambos os fluxos dependem das tensões e ângulo.

Portanto, supondo os novos valores de potência ativa e reativa P' e Q' , dados pela equação completa.

$$P' = \frac{V_k}{R^2 + X^2} [R(V_k - V_m \cos \delta) + XV_m \sin \delta] \quad (2.32)$$

$$Q' = \frac{V_k}{R^2 + X^2} [-RV_m \sin \delta] + X(V_k - V_m \cos \delta) \quad (2.33)$$

Aplica-se a matriz de transformação ortogonal rotacional em P e Q para determinar os novos valores de P' e Q' no plano fV , como mostrado em (2.34).

$$\begin{bmatrix} P' \\ Q' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X}{Z} & -\frac{R}{Z} \\ \frac{R}{Z} & \frac{X}{Z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Sendo:

$$P' = P \sin \theta - Q \cos \theta = \frac{X}{Z}P - \frac{R}{Z}Q \quad (2.35)$$

$$Q' = P \cos \theta + Q \sin \theta = \frac{R}{Z}P + \frac{X}{Z}Q \quad (2.36)$$

Substituindo as equações anteriores nas equações de estatismo de frequência e tensão, determina-se:

Para a equação de estatismo de frequência:

$$f - f_0 = -K_p \Delta P' \quad (2.37)$$

$$f - f_0 = -K_p \left(\frac{X}{Z} \Delta P - \frac{R}{Z} \Delta Q \right) \quad (2.38)$$

$$f - f_0 = -K_p \frac{X}{Z} \Delta P + K_p \frac{R}{Z} \Delta Q \quad (2.39)$$

$$f - f_0 = -K_p \frac{X}{Z} (P - P_0) + K_p \frac{R}{Z} (Q - Q_0) \quad (2.40)$$

Para a equação de estatismo de tensão:

$$V - V_0 = -K_q \Delta Q' \quad (2.41)$$

$$V - V_0 = -K_q \left(\frac{R}{Z} \Delta P - \frac{X}{Z} \Delta Q \right) \quad (2.42)$$

$$V - V_0 = -K_q \frac{R}{Z} \Delta P + K_q \frac{X}{Z} \Delta Q \quad (2.43)$$

$$V - V_0 = -K_q \frac{R}{Z} (P - P_0) + K_q \frac{X}{Z} (Q - Q_0) \quad (2.44)$$

Note que as equações (2.40) e (2.44) são equações generalizadas para a característica de regime permanente do controle de frequência e tensão, respectivamente. Isso porque,

se aplicar $R = 0$, $Z = X$ e as equações voltam a ter o seu comportamento em termos de desacoplamento das variáveis $P - V$ e $Q - \delta$.

Os controles baseados em estatismo impactam diretamente nas condições operativas determinadas por ferramentas de análise estática de sistemas de potência, como o FP. Devido a isso, vários artigos na literatura propõem a incorporação da característica estática destes controles na formulação de FP.

O artigo [58] propõe uma formulação modificada de fluxo de potência para estudos de microrredes. Neste trabalho, foi proposta a inserção das equações que modelam a relação $P - \delta$ e $Q - V$ no método de Newton em coordenadas polares. Considerando que o par de equações de potência ativa e reativa calculadas no método iterativo de Newton, para cada barra k do sistema é dado por (2.45) e (2.46)

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{calc} = P_{G_k} - P_{D_k} - P_k^{calc} \quad (2.45)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{calc} = Q_{G_k} - Q_{D_k} - Q_k^{calc} \quad (2.46)$$

As equações de estatismo que relacionam as variáveis $P - f$ e $Q - V$ podem ser reescritas conforme (2.47) e (2.48), respectivamente.

$$P_{G_k} = P_{G_k}^0 - K_p(f - f_0) \quad (2.47)$$

$$Q_{G_k} = Q_{G_k}^0 - K_q(V_k - V_{k0}) \quad (2.48)$$

Substituindo (2.47) e (2.48) nas equações (2.45) e (2.46), tem-se:

$$\Delta P_k = P_{G_k}^0 - K_p(f - f_0) - P_{D_k} - P_k^{calc} \quad (2.49)$$

$$\Delta Q_k = Q_{G_k}^0 - K_q(V_k - V_{k0}) - Q_{D_k} - Q_k^{calc} \quad (2.50)$$

As equações (2.49) e (2.50) são então resolvidas pelo método de Newton. É importante frisar que são inseridas $2nb$ equações no sistema, pois todos os geradores do sistema são modelados a partir destas equações. No caso da barra de referência, o ângulo da barra é substituída pela frequência de operação do sistema f .

O sistema matricial a ser resolvido será, portanto:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}' & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{Pf} \\ J_{Qf} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Note que, como as equações de potência são modificadas, a matriz jacobiana é modificada com relação à original. A equação de potência ativa da barra de referência entra no sistema matricial, modificando assim a submatriz \mathbf{H} . As equações de potência reativa dos geradores são inseridos no problema, modificando a submatriz \mathbf{L} . As modificações aqui são relacionadas às derivadas adicionais incluídas pelos termos de (2.47) e (2.48).

O artigo [59] utiliza um FP modificado, semelhante à formulação proposta em [58] para fazer estudos da importância da representação da real capacidade de geração de potência ativa e reativa de GDs com estatismos de frequência e tensão nos estudos de microrredes ilhadas. No trabalho, é destacado que a modelagem é válida quando se respeita os limites mínimo e máximo de potência ativa e reativa, assim como o fator de potência mínimo dos GDs.

O artigo [60] propõe uma formulação de FP para microrredes híbridas CA/CC resolvida pelo método de região de confiança de Newton (do inglês *Newton trust*). As equações de estatismo de frequência e tensão, levando em consideração o acoplamento $P - \delta$ e $Q - V$ são utilizadas para modelar as variações de geração de potência ativa e reativa dependendo do desvio de frequência e tensão, respectivamente. O artigo também modela a parte CC do problema, bem como a variação da rede e da carga com a frequência.

O artigo [61] propõe três formulações de FPO trifásico baseados na avaliação e determinação do máximo carregamento de microrredes ilhadas. Os métodos levam em consideração as equações de estatismo de frequência e tensão com o desacoplamento $P - \delta$ e $Q - V$. Os métodos propostos são: (i) FPO para cálculo de máximo carregamento; (ii) FPO para cálculo de máximo carregamento, onde os estatismos de tensão e frequência são variáveis de estado; assim, são calculados visando a otimização dos recursos da rede para a maximização da demanda e; (iii) FPO a dois níveis que visa maximizar o carregamento, minimizando o custo de geração de potência ativa. A formulação ainda realiza os tratamentos de limites mínimos e máximos de geração por meio de restrições de complementaridade.

Em [62] é proposta uma nova formulação de FPO resolvida pelo método *Guaranteed convergence Particle Swarm Optimization with Gaussian Mutation* (GPSO-GM). O método leva em consideração as equações de estatismo de frequência e tensão com o desacoplamento $P - \delta$ e $Q - V$, bem como a modelagem de carga com a frequência. O FPO é resolvido minimizando os resíduos das equações de potência ativa e reativa. De acordo com os autores, o método de *Particle Swarm Optimization* (PSO) recebeu dois novos recursos, mutação e convergência garantida, para construir assim o método de GPSO-GM e, portanto, melhorar o esforço computacional e a qualidade dos resultados obtidos.

Um FP trifásico que leva em consideração os estatismos de frequência e tensão para a obtenção de uma condição operativa de SEPs foi proposto em [63]. Novamente, as equações de estatismo são aquelas que desacoplam as variáveis $P - V$ e $Q - \delta$. Além

disso, modela a carga em função da variação da tensão terminal onde está conectada, bem como da frequência de operação do sistema. O FP é resolvido pelo método de região de confiança de Newton.

O trabalho [64] propõe uma formulação de FP pelo método de *Enhanced Newton Raphson approach* em que modela os GDs com a representação do controle baseado em diversos tipos de estatismo para analisar microrredes. Além da modelagem dos inversores, propõe também a avaliação de diversos tipos de modelagem de carga, assim como demais elementos da rede, como equipamentos de controle.

Em [65] apresenta um método de FP para análise de microrredes com controles hierárquicos e baseados em estatismo chamado de *Enhanced Microgrid Power Flow*. Neste método, barras com GDs conectadas são representadas como um novo tipo de barra, chamada *DER bus* em que a forma como suas equações que a modelam são inseridas no sistema linearizado de equações a ser resolvida pelo método de Newton. E essas equações são baseadas nos estatismos de tensão e frequência. Desse modo, os autores garantem que uma barra de referência não é mais necessária no modelo, o que confere mais realidade ao resultado visto que em microrredes normalmente não há um elemento que provê fonte constante de tensão e frequência.

O método de Gauss-Seidel para solução do FP foi modificado em [66] para estudos de microrredes em sistemas de baixa tensão e relação r/x alto. A formulação, assim como no trabalho anterior, não se vale de uma barra de referência para a solução, e as barras com DGs são modeladas de acordo com as equações baseadas em estatismo de tensão e frequência. O trabalho [67] trata de forma parecida o problema da representação das equações de tensão e frequência, porém utiliza métodos desacoplados de solução, considerando que os circuitos de uma microrrede tem r/x tão altos que podem ser considerados apenas resistivos.

É importante observar que os trabalhos citados também tratam de GDs que contém controle de tensão ou fator de potência constante. GDs que possuem controle de tensão podem ser modelados como barras do tipo *PV*. Já os GDs com controle de fator de potência constante podem ser modelados como barras do tipo *PQ*. Além disso, nos trabalhos citados, a frequência de operação do sistema se torna uma variável de estado do FP.

Todos os trabalhos levaram em consideração as equações de estatismo com o acoplamento entre as variáveis $P - \delta$ e $Q - V$. Por outro lado, pode-se perceber que estas equações podem ser substituídas, sem prejuízo aos modelos determinados, pelas equações que levam em consideração o desacoplamento das variáveis, como as equações (2.40) e (2.44) propostas em [57].

2.5 FLUXO DE POTÊNCIA COM REGULAÇÃO PRIMÁRIA

2.5.1 REVISÃO TEÓRICA

Na operação dos SEPs, um dos desafios é o atendimento constante da resposta da demanda dado pelos geradores. As cargas variam a cada instante, dependendo da hora do dia e do dia da semana. Além disso, estão sujeitos a desbalanços mais severos devido à ligação de grandes blocos de carga ou a perda de parte do sistema devido à uma situação de emergência. Nestes casos, é imperativo que o sistema tenha um esquema de controle de geração que permita o suprimento de energia com a máxima capacidade de segurança e confiabilidade.

Supondo um sistema sem a presença de um esquema coordenado de controle, ou seja, aquele que utiliza esquemas de controle e supervisão de um conjunto de elementos da rede, a própria inércia das massas girantes dos geradores fazem um controle de geração. Neste caso, supondo um súbito aumento na demanda de potência ativa de uma parcela do SEP, a potência elétrica dos geradores tenderá a aumentar, fazendo com que o rotor reduza sua velocidade [68]. Neste caso, os esquemas de controle da máquina primária fazem com que a fonte primária aumente sua vazão e, assim, aumentam o torque mecânico, fazendo com que se iguale ao novo torque elétrico. É importante observar que, em regime permanente, não há variação no tempo de torque mecânico nem torque elétrico, ou seja, a frequência de giro do rotor se torna constante.

Quando há puramente a resposta inercial do gerador, há um desvio de frequência com relação ao valor nominal [68]. O desvio de frequência ocorre devido à aceleração ou desaceleração do rotor em função do desbalanço entre os torques elétrico no terminal do gerador e o mecânico na turbina. Por meio da equação de oscilação das máquinas síncronas, quanto maior a inércia de um gerador, menor o desvio de frequência frente à um desbalanço entre cargas e geração. Este é o motivo central para que se emule controles específicos de carga/frequência em microrredes, onde ocorrem as maiores ocorrências de geradores com baixa inércia.

Outra forma de fazer a regulação de geração em um sistema, utilizando o mesmo exemplo anterior, é o comportamento da própria demanda frente a um desbalanço carga/geração. As cargas no sistema têm diferentes comportamentos frente a variações de tensão e frequência. Porém, como a maior parte das cargas industriais é de motores, a resposta da frequência na carga é fundamental para o estudo de operação de SEPs. Neste caso, a variação da carga em regime permanente é diretamente proporcional à variação de frequência. Assim, a carga é amortecida pela frequência, reduzindo a variação de potência elétrica e assim, do torque elétrico aplicado no rotor dos geradores.

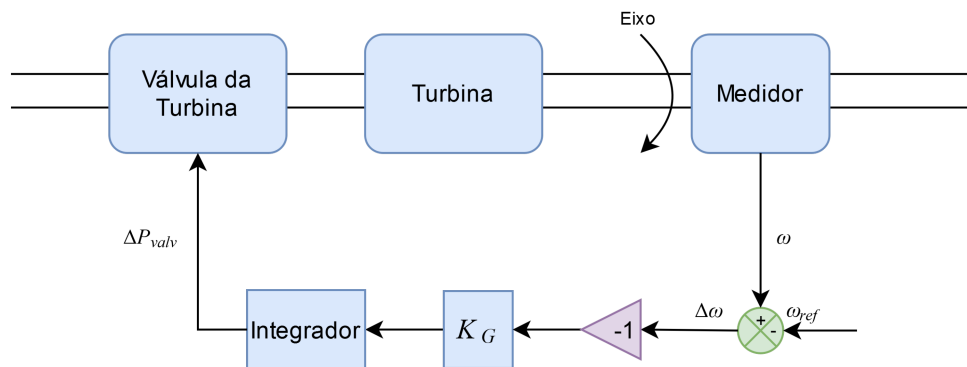
Contudo, um controle de carga/frequência feito apenas pela resposta inercial e pela resposta da demanda frente à variações de frequência pode levar a desvios, com relação ao

seu valor nominal, muito elevados. Esta condição operativa prejudica a operação dos SEPs, além de reduzir a vida útil dos equipamentos envolvidos na rede, bem como a atuação prematura de esquemas de proteção [3]. Devido a isso, foi desenvolvido um esquema de controle aplicado à resposta inercial dos geradores para regular o desvio de frequência quando da ocorrência de desbalanço de potência ativa.

Neste caso, o regulador é aplicado à máquina primária, amortecendo o desvio de velocidade medido pelo medidor no rotor. Desta forma, faz com que a variação de fonte primária seja tal que o torque mecânico possa ser alterado de forma a compensar a variação da frequência. No caso dos reguladores isócronos, a variação do torque mecânico é tal que a frequência, de regime permanente, é igual à frequência nominal, ou seja, o gerador assume todo o desbalanço de carga. Em função disso, esse regulador não é utilizado para tomada de carga em sistemas multi-máquina [3].

Neste contexto, surgiu o regulador com queda de velocidade, que atua na velocidade angular para alterar o torque mecânico de tal forma que o gerador participe com uma parcela da tomada de carga. Para isto, é inserido um *loop* com um ganho de regime permanente de $\frac{1}{R}$, onde R é o estatismo do regulador, que define o quanto cada gerador irá participar do desbalanço entre carga e geração de potência ativa. As Figuras 5 e 6 mostram os diagramas de bloco para os reguladores isócronos e com queda de velocidade, respectivamente [68].

Figura 5 – Regulador isócrono



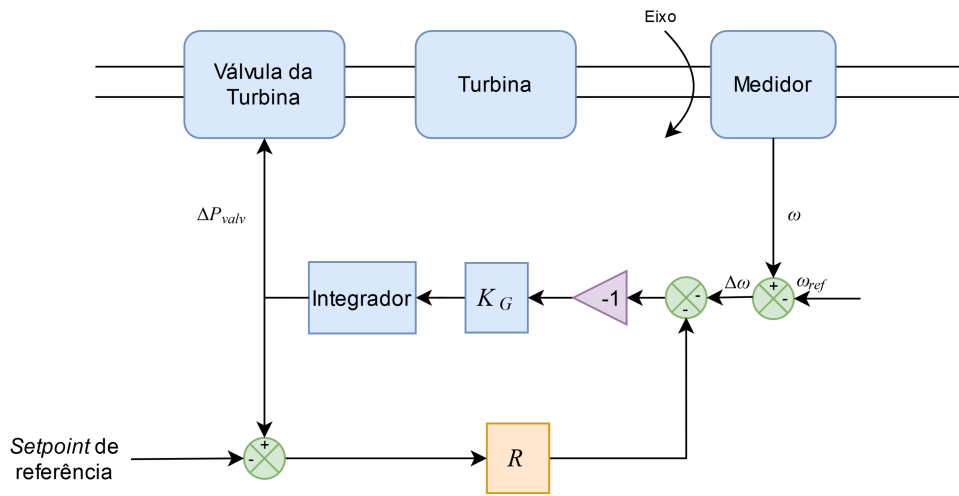
Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Aplicando-se o teorema do valor final à função de transferência [69], pode-se mostrar que a característica de regime permanente do regulador com queda de velocidade é a equação em (2.52).

$$P_G - P_G^{esp} + \frac{1}{R}(f - f^{esp}) = 0 \quad (2.52)$$

A relação em (2.53) mostra que o desvio de geração de potência ativa com o de frequência são inversamente proporcionais, e obedecem à proporção $\frac{1}{R}$, representando

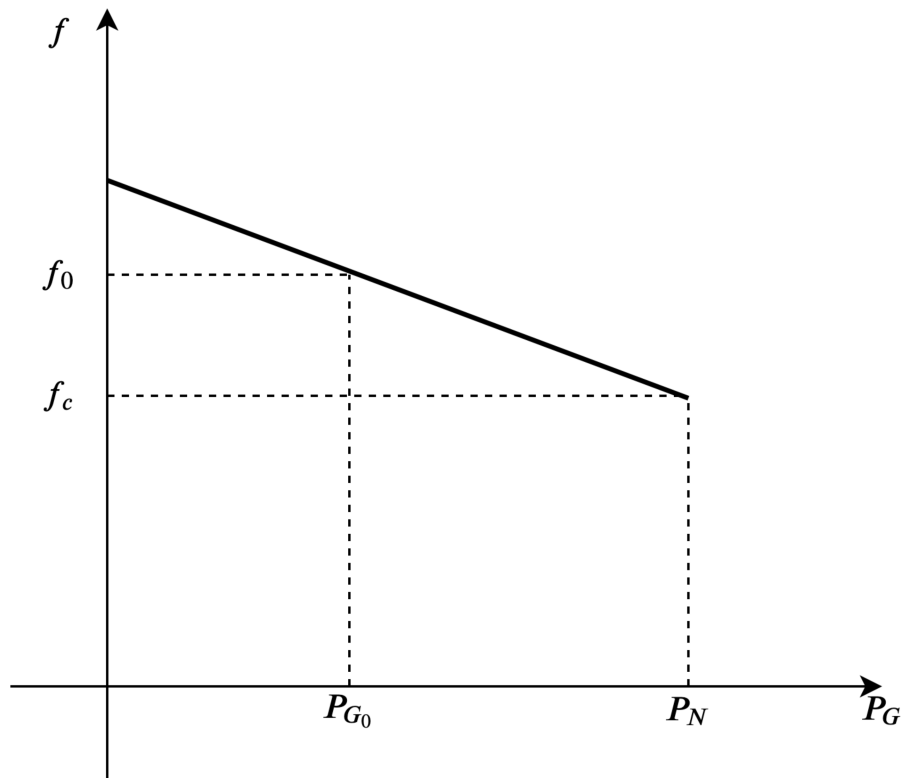
Figura 6 – Regulador com queda de velocidade



assim a equação de reta mostrada na Figura 7.

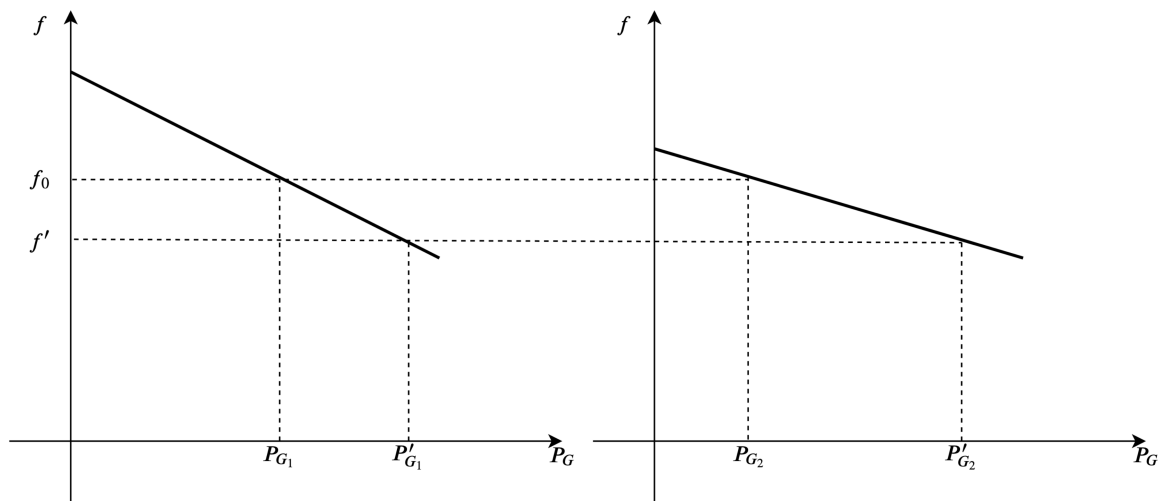
$$\frac{P_G - P_G^{esp}}{(f - f^{esp})} = -\frac{1}{R} \quad (2.53)$$

Figura 7 – Característica de regime permanente do regulador com queda de velocidade



Se dois geradores com reguladores com queda de velocidade estiverem conectados em uma mesma ilha elétrica de um sistema, ambos modificarão sua geração de saída, dependendo do estatismo de cada equipamento, para uma mesma frequência de operação. Por exemplo, a Figura 8 mostra que, na frequência nominal f^{esp} , a geração dos geradores 1 e 2 são P_{G_1} e P_{G_2} , respectivamente. Se caso ocorra um súbito aumento de carga no sistema, os reguladores de velocidade atuam no sentido de aumentar a geração de saída para P'_{G_1} e P'_{G_2} para o atendimento da nova demanda. Com isso, a frequência reduz para f' . A diferença entre a potência final e a potência inicial, como pode ser visto pela Figura, depende do estatismo do regulador de velocidade: quanto menor o estatismo, maior a variação de potência.

Figura 8 – Tomada de carga de acordo com o estatismo do regulador de velocidade



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

2.5.1.1 FORMULAÇÃO

Nesta Subseção será detalhada a formulação de Fluxo de Potência com Regulação Primária (FPRP). Para cada gerador i do sistema, a equação em (2.54) será inserida no problema de FP, a ser resolvido pelo método de Newton, em coordenadas polares.

$$P_{G_i} - P_{G_i}^{esp} + \frac{1}{R_i}(f - f^{esp}) = 0 \quad (2.54)$$

A linearização de (2.54) retorna o erro da equação a ser calculado a cada iteração (2.55). Portanto, Δr deve ser comparado com a tolerância pré-especificada de potência para o teste de convergência do problema.

$$\Delta r = -(P_{G_i} - P_{G_i}^{esp}) - \frac{1}{R_i}(f - f^{esp}) \quad (2.55)$$

Para que o sistema se torne possível e determinado, a cada inserção de (2.54), há a inclusão da potência ativa gerada P_{G_i} como nova variável de estado. Assim, P_{G_i} é atualizada, a cada iteração h , conforme (2.56) até que se atinja a convergência do método.

$$P_{G_i}^{h+1} = P_{G_i}^h + \Delta P_{G_i}^h \quad (2.56)$$

No FPRP, a necessidade da barra de referência em assumir os desbalanços de potência ativa entre carga/geração deixa de existir. Por outro lado, perde-se a referência angular do sistema. Neste caso, é inserida mais uma equação que serve para manter o ângulo de tensão de uma barra do sistema no seu valor especificado, para qualquer barra t do sistema, conforme a equação abaixo:

$$\theta_t - \theta_t^{esp} = 0 \quad (2.57)$$

Como não há a necessidade da barra de referência ser um gerador, nesta formulação a referência angular pode ser qualquer barra do sistema. A linearização de (2.57) está contida em (2.58). O cálculo do erro da equação de referência Δw é levado em consideração ao se testar a convergência do caso.

$$\Delta w = -\theta_t + \theta_t^{esp} \quad (2.58)$$

Para que o sistema seja possível e determinado, há a necessidade da inserção de mais uma variável ao problema. Neste caso, a frequência de operação do sistema f será incorporada e calculada à cada iteração do método de Newton no FP. Assim, f é atualizada a cada iteração h conforme (2.59) até que se atinja a convergência.

$$f^{h+1} = f^h + \Delta f^h \quad (2.59)$$

2.6 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM REGULAÇÃO PRIMÁRIA

A influência da resposta em regime permanente do regulador com queda de velocidade pode ser incluída também nos cálculos de FPO. As equações de (2.60) a (2.72) fazem parte da formulação do FPO para Minimização do Custo de Corte de Carga. O parâmetro γ_i representa o percentual de carga que será cortada na barra i para manter a frequência do sistema entre os limites pré-estabelecidos, bem como outros limites usuais [70].

$$\min \sum_{i \in \Omega_L} C_i \gamma_i P_{L_i} \quad (2.60)$$

s.a.

$$V_i \sum_{i,j \in \Omega} V_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) = P_{G_i} - (1 - \gamma_i) P_{L_i} \quad (2.61)$$

$$V_i \sum_{i,j \in \Omega} V_j (G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)) = Q_{G_i} - (1 - \gamma_i) Q_{L_i} \quad (2.62)$$

$$P_{G_{ig}} = P_{G_{ig}}^{esp} - \frac{1}{R_{ig}} (f - f^{esp}) \quad (2.63)$$

$$\theta_t - \theta_t^{esp} = 0 \quad (2.64)$$

$$f^{min} \leq f \leq f^{max} \quad (2.65)$$

$$0 \leq \gamma_i \leq 100\% \quad (2.66)$$

$$P_{G_{ig}}^{min} \leq P_{G_{ig}} \leq P_{G_{ig}}^{max} \quad (2.67)$$

$$Q_{G_{ig}}^{min} \leq Q_{G_{ig}} \leq Q_{G_{ig}}^{max} \quad (2.68)$$

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad (2.69)$$

$$S_{ij}^{min} \leq S_{ij} \leq S_{ij}^{max} \quad (2.70)$$

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, nb \quad (2.71)$$

$$ig = 1, 2, 3, \dots, ng \quad (2.72)$$

As equações de (2.61) a (2.64) constituem as restrições de igualdade do FPO, onde as duas primeiras são as equações de balanço de fluxo de potência ativo e reativo, respectivamente, e a terceira se refere à característica estática do regulador com queda de velocidade, definida em (2.52). Neste caso, a equação (2.63) irá definir a direção de variação da potência ativa gerada por cada gerador do sistema, dependendo do estatismo R_{ig} de cada máquina. Além disso, dependerá de um par de valores (P_{G}^{esp} , f^{esp}) já conhecido para a construção da equação para cada gerador. A quarta mantém a fase da tensão de uma barra t do sistema no valor especificado θ_t^{esp} . Novamente, esta equação terá a finalidade de servir como uma referência angular para os cálculos das defasagens angulares aplicadas aos circuitos durante o FP. As inequações de (2.65) a (2.70) representam as restrições de desigualdade da formulação do FPO, que contém os limites operacionais de um sistema de potência, onde (2.65) representa os limites de frequência de operação do sistema. A inequação (2.66) representa os limites para o corte de carga, que deve ser 0 a 100%. As inequações (2.67) e (2.68) representam os limites de geração de potência ativa e reativa das barras de geração, respectivamente. Os limites de tensão nas barras do sistema estão representados em (2.69) e os limites de fluxo estão contidos em (2.70). A formulação acima descrita foi desenvolvida usando o ambiente MATLAB® [71], utilizando a *toolbox* *FMINCON*.

2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Capítulo teve como objetivo apresentar os conceitos teóricos sobre microrredes a serem utilizados neste trabalho. O conceito de microrredes, assim como os esquemas de

controle aplicados a esses subsistemas, foram apresentados, bem como sua representação em formulações de FP e FPO. Além disso, foram apresentadas duas formulações, propostas em [35], que serão utilizadas como base para o desenvolvimento das metodologias propostas.

3 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE COMPLEMENTARIDADE

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo tem como objetivo apresentar a metodologia proposta de FPO com restrição de complementaridade modificada para a operação de GDs conectadas em microrredes via VSI. Para tanto, primeiramente será revisitado o problema de FPO, bem como o conceito de restrição de complementaridade. Em seguida, será apresentada a formulação do problema de FPO com restrição de complementaridade proposta por [34]. Por fim, será apresentada a metodologia proposta de modificação para a generalização da formulação de [34].

3.2 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

O FPO é uma ferramenta de análise de SEPs muito utilizado nas fases de planejamento da operação e expansão. Ele visa obter um ponto de operação otimizado do ponto de vista elétrico, sem que haja violação nas variáveis de estado e nas variáveis de controle, visando uma função objetivo. A função objetivo pode ser a minimização de perdas, mínimo desvio de ponto de operação, maximização de carga, etc.

As equações de (3.1) a (3.3) mostram a formulação básica de um FPO, sendo que: (3.1) mostra a minimização da função objetivo $F(\underline{x})$; (3.2) denota o conjunto de restrições de igualdade, compreendendo as equações de fluxo de potência e equações de controle; e (3.3) é o conjunto de restrições de desigualdade, normalmente representando os limites operacionais e de equipamento. O problema generalizado é mostrado como um problema de minimização, pois é possível mostrar que um problema de maximização pode ser representado como a minimização do negativo dessa função, ou seja, $-F(\underline{x})$ [72].

$$\min F(\underline{x}) \quad (3.1)$$

$$s.a. \quad \underline{g}(\underline{x}) = 0 \quad (3.2)$$

$$\underline{h}(\underline{x}) < 0 \quad (3.3)$$

3.3 RESTRIÇÃO DE COMPLEMENTARIDADE

A condição de complementaridade entre duas variáveis a e b é definida pelo produto de ambas serem iguais a zero, como mostra (3.4). Em outras palavras, a e b são ortogonais entre si.

$$ab = 0 \quad (3.4)$$

A notação de complementaridade entre as variáveis a e b é feita por meio do símbolo de complementaridade “ \perp ” tal como em (3.5).

$$a \perp b \quad (3.5)$$

Pode-se listar quatro condições possíveis para os valores das variáveis a e b , a saber:

1. $a = 0$ e $b = 0$
2. $a \neq 0$ e $b = 0$
3. $a = 0$ e $b \neq 0$
4. $a \neq 0$ e $b \neq 0$

É importante observar que a condição 4 acima não satisfaz a condição de complementaridade (3.4), porém as condições de 1 a 3 sim. A condição 1 é chamada de condição de complementaridade não estrita, e as condições 2 e 3 são chamadas de condições estritas.

A condição de complementaridade pode ser generalizada também para vetores. Supondo agora que \underline{a} e \underline{b} sejam vetores de dimensão n , a condição de complementaridade se torna:

$$\underline{a} \perp \underline{b} \quad (3.6)$$

$$\underline{a}^T \underline{b} = 0 \quad (3.7)$$

$$\underline{a} \geq 0 \quad (3.8)$$

$$\underline{b} \geq 0 \quad (3.9)$$

Isso quer dizer que, para cada i pertencente a $i = 1, 2, 3, \dots, n$, o produto $a_i b_i = 0$. Além disso, levando-se em consideração as condições de complementaridade de 1 a 3, pelo menos um dos elementos do produto tem que ser igual a 0.

Estendendo o conceito para funções, a restrição de complementaridade visa determinar um vetor \underline{a} da função $\underline{f}(\underline{a})$ no domínio $\mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ tal que:

$$\underline{a} \perp \underline{f}(\underline{a}) \quad (3.10)$$

$$\underline{a}^T \underline{f}(\underline{a}) = 0 \quad (3.11)$$

$$\underline{a} \geq 0 \quad (3.12)$$

$$\underline{f}(\underline{a}) \geq 0 \quad (3.13)$$

O problema também pode ser escrito como:

$$0 \leq \underline{a} \perp \underline{f}(\underline{a}) \leq 0 \quad (3.14)$$

De acordo com [34], vários problemas de complementaridade são Problemas de Complementaridade Mista (PCM). Neste caso, apenas uma parcela dos vetores do problema são ortogonais e, assim, devem obedecer à condição de complementaridade. Por exemplo, supondo o problema em (3.13) fosse dividido em duas partes, em que apenas em uma delas fosse necessária a definição da condição de complementaridade, o problema se tornaria da seguinte forma:

$$\begin{aligned} f_1(a_1, a_2) &= 0 \\ 0 \leq a_2 \perp f_2(a_1, a_2) &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Além disso, existem muitos PCMs cujas variáveis estejam limitadas por valores superiores e inferiores, funcionando como barreiras para seu resultado final. Essas restrições de barreira podem ser complementares à função $\underline{f}(\underline{a})$ e, neste caso, a formulação para o PCM será:

$$\underline{a}^{min} \leq \underline{a} \leq \underline{a}^{max} \perp \underline{f}(\underline{a}) \quad (3.16)$$

A condição de complementaridade entre as funções é dada da seguinte forma:

$$\text{se } a_i = a_i^{min} \Rightarrow f_i(\underline{a}) \geq 0 \quad (3.17)$$

$$\text{se } a_i^{min} < a_i < a_i^{max} \Rightarrow f_i(\underline{a}) = 0 \quad (3.18)$$

$$\text{se } a_i = a_i^{max} \Rightarrow f_i(\underline{a}) \leq 0 \quad (3.19)$$

O problema em (3.16) pode ser escrito como um problema em (3.15) da forma em que se segue [34]. Primeiro, deve-se separar a inequação de máximo e mínimo de \underline{a} da seguinte forma:

$$\underline{a} - \underline{a}^{min} \geq 0 \quad (3.20)$$

$$\underline{a}^{max} - \underline{a} \geq 0 \quad (3.21)$$

Em seguida, define-se duas variáveis de folga \underline{c} e \underline{d} , com $\underline{c} \in \mathfrak{R}_+^n$ e $\underline{d} \in \mathfrak{R}_+^n$ tal que:

$$\underline{f}(\underline{a}) = \underline{c} - \underline{d} \quad (3.22)$$

As restrições de complementaridade então podem ser escritas em função de \underline{c} e \underline{d} da seguinte forma:

$$0 \leq \underline{a} - \underline{a}^{min} \perp \underline{c} \geq 0 \quad (3.23)$$

$$0 \leq \underline{a}^{max} - \underline{a} \perp \underline{d} \geq 0 \quad (3.24)$$

O problema completo então se torna da seguinte forma:

$$\underline{f}(\underline{a}) - \underline{c} + \underline{d} = 0 \quad (3.25)$$

$$0 \leq \underline{\mathbf{a}} - \underline{\mathbf{a}}^{min} \perp \underline{\mathbf{c}} \geq 0 \quad (3.26)$$

$$0 \leq \underline{\mathbf{a}}^{max} - \underline{\mathbf{a}} \perp \underline{\mathbf{d}} \geq 0 \quad (3.27)$$

Ou ainda:

$$\underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{a}}) - \underline{\mathbf{c}} + \underline{\mathbf{d}} = 0 \quad (3.28)$$

$$0 \leq \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{a}} - \underline{\mathbf{a}}^{min} \\ \underline{\mathbf{a}}^{max} - \underline{\mathbf{a}} \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{c}} \\ \underline{\mathbf{d}} \end{pmatrix} \geq 0 \quad (3.29)$$

Aplicando o conceito de complementaridade em (3.13), tem-se:

$$\underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{a}}) - \underline{\mathbf{c}} + \underline{\mathbf{d}} = 0 \quad (3.30)$$

$$(\underline{\mathbf{a}} - \underline{\mathbf{a}}^{min})^T \underline{\mathbf{c}} = 0 \quad (3.31)$$

$$(\underline{\mathbf{a}}^{max} - \underline{\mathbf{a}})^T \underline{\mathbf{d}} = 0 \quad (3.32)$$

$$\underline{\mathbf{a}} - \underline{\mathbf{a}}^{min} \geq 0 \quad (3.33)$$

$$\underline{\mathbf{a}}^{max} - \underline{\mathbf{a}} \geq 0 \quad (3.34)$$

$$\underline{\mathbf{c}} \geq 0 \quad (3.35)$$

$$\underline{\mathbf{d}} \geq 0 \quad (3.36)$$

Do problema de (3.30) a (3.36), algumas considerações podem ser feitas. Por exemplo, de (3.31), se $a_i = a_i^{min}$, então $c_i \geq 0$, $d_i = 0$ e assim $f_i(\underline{\mathbf{a}}) \geq 0$. Por outro lado, de (3.32), se $a_i = a_i^{max}$, então $c_i = 0$, $d_i \geq 0$ e assim $f_i(\underline{\mathbf{a}}) \leq 0$. Por fim, se a_i estiver entre a_i^{min} e a_i^{max} , então $c_i = d_i = 0$ e, portanto, $f_i(\underline{\mathbf{a}}) = 0$. Pode-se observar, por essas considerações, que os vetores $\underline{\mathbf{c}}$ e $\underline{\mathbf{d}}$ são também complementares, ou seja, nunca estarão diferentes de zero ao mesmo tempo.

3.4 RESTRIÇÃO DE COMPLEMENTARIDADE PARA REPRESENTAÇÃO DE LIMITE DE REATIVO

É possível aplicar o conceito de restrição de complementaridade ao problema de verificação de limite de reativo em uma formulação de FPO, formulação esta proposta em [34]. Para isso, é importante observar os fenômenos por trás do comportamento entre a geração de potência reativa e a variação de tensão terminal do gerador.

O gerador injeta ou absorve potência reativa na rede visando o controle de tensão em sua barra terminal. Enquanto o montante total de potência necessário estiver entre os limites do equipamento, este controle poderá ser realizado. Por outro lado, se um dos limites for atingido, fixa-se a geração de potência reativa no limite violado e a tensão do gerador passa então a variar, perdendo assim o controle de tensão. Se o limite atingido for o limite máximo de potência, a tensão do gerador tende a cair. Porém, se o limite atingido

for o limite mínimo, a tensão terminal tende a aumentar. Esse comportamento se observa até que o gerador possa voltar a controlar a tensão do barramento novamente.

Por tudo o que foi descrito no parágrafo anterior, é possível observar que, para o gerador, a sua tensão terminal tem um comportamento complementar aos limites de geração de potência reativa. Entre outras palavras, a tensão do gerador só passa a variar se um dos limites do gerador for atingido, e o controle só é exercido se o valor de geração estiver dentro de seus limites. Essa argumentação é condizente com a representação complementar (3.16).

Portanto, supondo uma barra de geração g , com tensão terminal V_g e tensão especificada V_g^{esp} , e com geração de potência reativa Q_g , sujeito aos limites mínimo Q_g^{min} e máximo Q_g^{max} . Levando em consideração a relação de complementaridade em (3.16), se $f_i(\mathbf{a}) = \Delta V_g = V_g - V_g^{esp}$, $a_i = Q_g$, $a_i^{min} = Q_g^{min}$ e $a_i^{max} = Q_g^{max}$, pode-se escrever:

$$Q_g^{min} \leq Q_g \leq Q_g^{min} \perp \Delta V_g \quad (3.37)$$

$$\Delta V_g = V_g - V_g^{esp} \quad (3.38)$$

De posse de (3.37), pode-se aplicar o conceito de complementaridade para definir o conjunto de equações de (3.39) a (3.45). Estas são as restrições de complementaridade para representação adequada de limite de reativo em um problema de FPO.

$$V_g - V_g^{esp} - c_{vg} + d_{vg} = 0 \quad (3.39)$$

$$(Q_g - Q_g^{min}) c_{vg} = 0 \quad (3.40)$$

$$(Q_g^{max} - Q_g) d_{vg} = 0 \quad (3.41)$$

$$Q_g - Q_g^{min} \geq 0 \quad (3.42)$$

$$Q_g^{max} - Q_g \geq 0 \quad (3.43)$$

$$c_{vg} \geq 0 \quad (3.44)$$

$$d_{vg} \geq 0 \quad (3.45)$$

A partir das equações de (3.39) a (3.45), pode-se fazer algumas considerações. De (3.40), se $Q_g = Q_g^{min}$, então $c_{vg} \geq 0$, $d_{vg} = 0$ e $\Delta V_g \geq 0$. Em outras palavras, a tensão V_g no gerador será maior que o valor especificado V_g^{esp} . É importante observar que esta é a tendência esperada da tensão terminal do gerador quando este atinge sua geração de potência reativa mínima. Por outro lado, quando $Q_g = Q_g^{max}$, então $c_{vg} = 0$, $d_{vg} \geq 0$ e $\Delta V_g \leq 0$. Neste caso então, a tensão terminal do gerador é menor do que seu valor especificado. Análise semelhante pode ser feita para quando o valor de reativo está dentro de seus limites mínimo e máximo. Neste cenário, $c_{vg} = d_{vg} = 0$ e assim $\Delta V_g = 0$, ou seja, o valor da tensão terminal será igual ao seu valor especificado.

3.5 RESTRIÇÃO DE COMPLEMENTARIDADE PARA REPRESENTAÇÃO DE LIMITE DE REATIVO MODIFICADA

A formulação de restrição de complementaridade para limites de reativo em barras de geração para formulações de FPO, proposta em [34] e descrita na seção anterior, pode ser utilizada para sistemas de transmissão onde o controle de tensão dos geradores síncronos mantém o perfil de tensão próximo do seu valor de referência, ou especificado, enquanto o reativo estiver dentro dos seus limites.

Porém, foi visto que, para microrredes, o controle de tensão de GDs ligadas por conversores VSI no PCC usualmente é feito por meio de um estatismo de tensão e potência reativa, análoga à equação (2.20) quando se leva em consideração o desacoplamento $P - \delta$ e $Q - V$, e a equação (2.44) quando esse desacoplamento não é utilizado. Desta forma, é necessário adaptar a formulação da restrição de complementaridade para contemplar esse novo comportamento do perfil de tensão.

A equação que mantém o perfil de tensão igual ao valor especificado na formulação de [34] é a $f_i(\underline{a}) = \Delta V_g$. Por outro lado, se for substituída esta equação por aquela de estatismo (2.20), $f_i(\underline{a})$ será igual a:

$$f_i(\underline{a}) = V_g - V_g^{esp} - K_q(Q_g - Q_g^{esp}) \quad (3.46)$$

Assim, a restrição de complementaridade de (3.37) se torna:

$$(Q_g^{min} \leq Q_g \leq Q_g^{max}) \perp (V_g - V_g^{esp} - K_q(Q_g - Q_g^{esp})) \quad (3.47)$$

Aplicando-se o conceito de complementaridade na expressão anterior, tem-se:

$$V_g - V_g^{esp} - K_q(Q_g - Q_g^{esp}) - c_{vg} + d_{vg} = 0 \quad (3.48)$$

$$(Q_g - Q_g^{min}) c_{vg} = 0 \quad (3.49)$$

$$(Q_g^{max} - Q_g) d_{vg} = 0 \quad (3.50)$$

$$Q_g - Q_g^{min} \geq 0 \quad (3.51)$$

$$Q_g^{max} - Q_g \geq 0 \quad (3.52)$$

$$c_{vg} \geq 0 \quad (3.53)$$

$$d_{vg} \geq 0 \quad (3.54)$$

É importante observar que, enquanto a geração de reativo estiver dentro de seus limites, $c_{vg} = d_{vg} = 0$ e assim, a tensão vai se modificar de acordo com o estatismo K_q . Por outro lado, quando atingir algum de seus limites, a potência reativa ficará fixada no valor especificado, delimitado por (3.49) ou (3.50) a depender do limite atingido. Neste caso então, a tensão irá variar de acordo com c_{vg} ou d_{vg} apenas, e o termo $K_q(Q_g - Q_g^{esp})$ ficará constante.

Note que a formulação de (3.48) a (3.54) é uma forma generalizada de representação de limite de reativo via restrições de complementaridade em um problema de FPO. Isso porque, se K_q for igual a zero, a formulação se torna igual aquela proposta em [34]. Por outro lado, se K_q for diferente de zero, a tensão se comportará linearmente com a variação de geração de potência reativa, quando esta estiver entre seus limites operacionais.

A formulação foi feita com a equação de estatismo que leva em consideração o desacoplamento das variáveis $P - \delta$ e $Q - V$, porém poderia ser utilizada qualquer relação de estatismo para o cálculo de tensão, inclusive a equação (2.44). Se fosse este o caso, a formulação se tornaria:

$$(Q_g^{min} \leq Q_g \leq Q_g^{max}) \perp (V_g - V_g^{esp} + K_q \frac{R}{Z} (P_g - P_g^{esp}) - K_q \frac{X}{Z} (Q_g - Q_g^{esp})) \quad (3.55)$$

Aplicando-se o conceito de complementaridade na expressão anterior, tem-se:

$$V_g - V_g^{esp} + K_q \frac{R}{Z} (P_g - P_g^{esp}) - K_q \frac{X}{Z} (Q_g - Q_g^{esp}) - c_{vg} + d_{vg} = 0 \quad (3.56)$$

$$(Q_g - Q_g^{min}) c_{vg} = 0 \quad (3.57)$$

$$(Q_g^{max} - Q_g) d_{vg} = 0 \quad (3.58)$$

$$Q_g - Q_g^{min} \geq 0 \quad (3.59)$$

$$Q_g^{max} - Q_g \geq 0 \quad (3.60)$$

$$c_{vg} \geq 0 \quad (3.61)$$

$$d_{vg} \geq 0 \quad (3.62)$$

3.5.1 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM RESTRIÇÃO DE COMPLEMENTARIDADE MODIFICADA

A formulação de FPO, apresentada na Seção 2.6, foi adaptada para receber as restrições de complementaridade modificadas que modelam o limite de reativo, desenvolvidas na Seção 3.5. As restrições utilizadas aqui são as equações de (3.48) a (3.54). É importante observar que as restrições (3.77) e (3.78) são desnecessárias, devido à natureza da tensão e devido à restrição (3.71); porém foram mantidas na formulação para apresentar a modelagem completa da restrição de complementaridade do limite de reativo.

$$\min \sum_{i \in \Omega_L} C_i \gamma_i P_{L_i} \quad (3.63)$$

s.a.

$$V_i \sum_{i,j \in \Omega} V_j (G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)) = P_{G_i} - (1 - \gamma_i) P_{L_i} \quad (3.64)$$

$$V_i \sum_{i,j \in \Omega} V_j (G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)) = Q_{G_i} - (1 - \gamma_i) Q_{L_i} \quad (3.65)$$

$$P_{G_{ig}} = P_{G_{ig}}^{esp} - \frac{1}{R_{ig}} (f - f^{esp}) \quad (3.66)$$

$$\theta_{ref} - \theta_{ref}^{esp} = 0 \quad (3.67)$$

$$f^{min} \leq f \leq f^{max} \quad (3.68)$$

$$0 \leq \gamma_i \leq 100\% \quad (3.69)$$

$$P_{G_{ig}}^{min} \leq P_{G_{ig}} \leq P_{G_{ig}}^{max} \quad (3.70)$$

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad (3.71)$$

$$V_{ig} - V_{ig}^{esp} - K_{ig} (Q_{G_{ig}} - Q_{G_{ig}}^{esp}) - V_{c_{ig}} + V_{d_{ig}} = 0 \quad (3.72)$$

$$(Q_{G_{ig}} - Q_{G_{ig}}^{min}) V_{c_{ig}} = 0 \quad (3.73)$$

$$(Q_{G_{ig}}^{max} - Q_{G_{ig}}) V_{d_{ig}} = 0 \quad (3.74)$$

$$Q_{G_{ig}} - Q_{G_{ig}}^{min} \geq 0 \quad (3.75)$$

$$Q_{G_{ig}}^{max} - Q_{G_{ig}} \geq 0 \quad (3.76)$$

$$V_{c_{ig}} \geq 0 \quad (3.77)$$

$$V_{d_{ig}} \geq 0 \quad (3.78)$$

$$S_{ij}^{min} \leq S_{ij} \leq S_{ij}^{max} \quad (3.79)$$

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, nb \quad (3.80)$$

$$ig = 1, 2, 3, \dots, ng \quad (3.81)$$

3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Capítulo teve como objetivo principal apresentar a metodologia proposta de FPO com restrição de complementaridade para representação modificada de limites de reativo. Para tanto, foram apresentados primeiro os conceitos fundamentais de FPO, bem como a teoria de complementaridade. A seguir, descreveu-se a aplicação da teoria de complementaridade ao problema de representação de limite de reativo em uma formulação de FPO proposto por [34]. Por fim, foi apresentada a metodologia proposta de representação de limites de reativo via restrição de complementaridade modificada para lidar com o comportamento do perfil de tensão de geradores em microrredes ilhadas.

4 HIERARQUIZAÇÃO DA ATUAÇÃO DE DISPOSITIVOS DE CONTROLE

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo tem por finalidade apresentar a metodologia proposta de representação da atuação de dispositivos de controle no FP via chaves sigmóides. Neste contexto, será apresentada a teoria das funções sigmóides, bem como da aplicação deste para a construção de equações que são capazes de representar de forma *full* Newton a característica de regime permanente dos esquemas de controle, bem como seu *backoff*. Além disso, será apresentada também uma formulação de FP na qual representa controles de forma hierarquizada, também de forma *full* Newton.

4.2 FUNÇÕES SIGMOIDE

Sigmóides são funções contínuas e diferenciáveis em todo o domínio cuja equação é mostrada em (4.1), onde L , a e c são parâmetros de construção da função σ .

$$\sigma = \frac{L}{1 + e^{a(x-c)}} \quad (4.1)$$

Se forem utilizados os parâmetros $L = 1$, $a = -10$ e $c = 0$, para uma faixa de x entre -10 e 10, a curva terá a forma mostrada na Figura 9. Por outro lado, se for usada a inclinação a positiva, com os mesmos parâmetros da Figura 9, a curva se torna como da Figura 10.

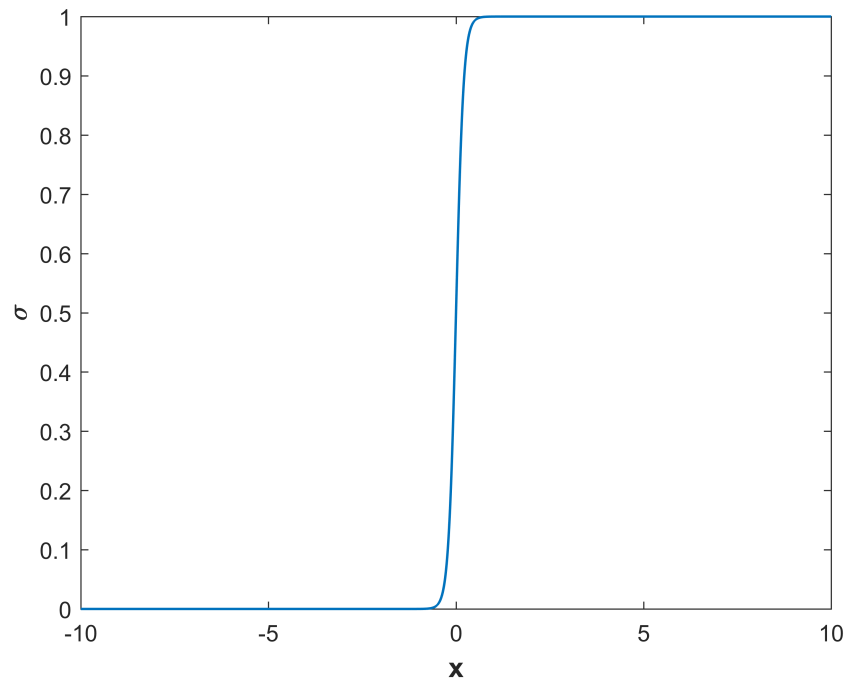
A Figura 11 mostra o deslocamento da função σ no eixo x quando o parâmetro c é positivo ou negativo. Para valores negativos, a função desloca para a esquerda do eixo y , enquanto que valores positivos deslocam a função para a direita do eixo y .

A Figura 11 mostra um importante complemento que poderá ser feito na equação (4.1), que seria a incorporação de uma tolerância aplicada ao valor escolhido para o parâmetro c . Neste caso, a tolerância tol irá deslocar para a direita ou para a esquerda o ponto de inflexão de σ , dependendo do seu sinal. A mudança aplicada em (4.1) para incorporar a tolerância tol no valor de c está mostrada na equação (4.2).

$$\sigma = \frac{L}{1 + e^{a(x-c+tol)}} \quad (4.2)$$

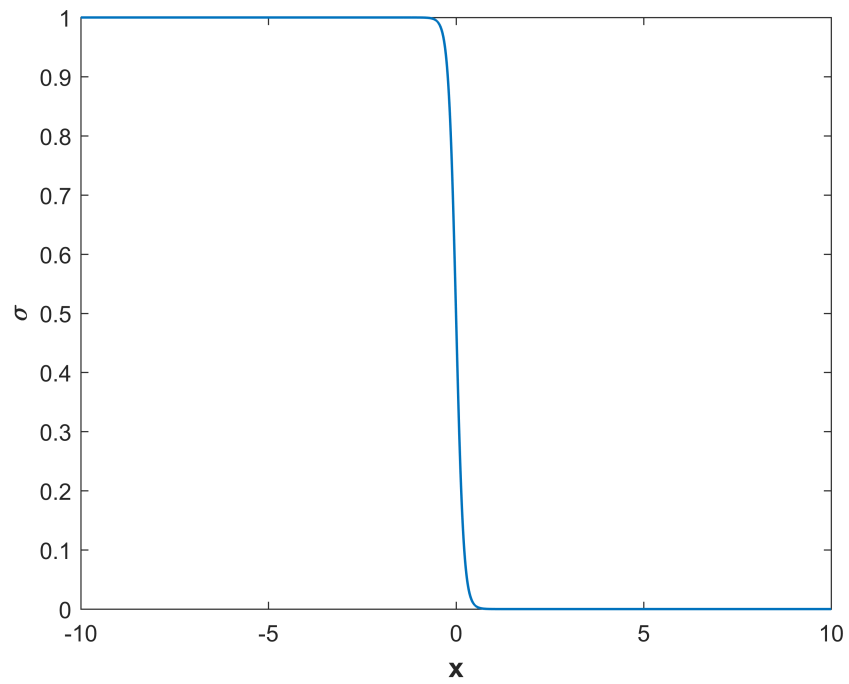
Dependendo do sinal de tol em (4.2), a função σ se deslocará para a direita ou para a esquerda, como mostra a Figura 12. É importante observar que tolerâncias negativas deslocam sempre a função para a direita, enquanto que tolerâncias positivas deslocam σ para a esquerda, independente do sinal da inclinação da função, nem o valor de c , como mostram as Figuras de 13 a 15.

Figura 9 – Sigmoide com inclinação negativa



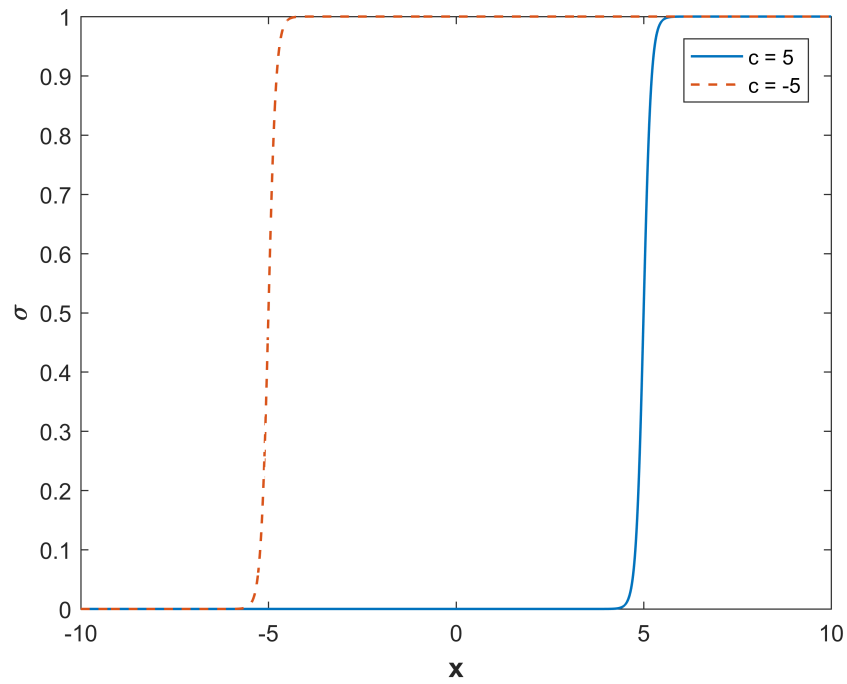
Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Figura 10 – Sigmoide com inclinação positiva



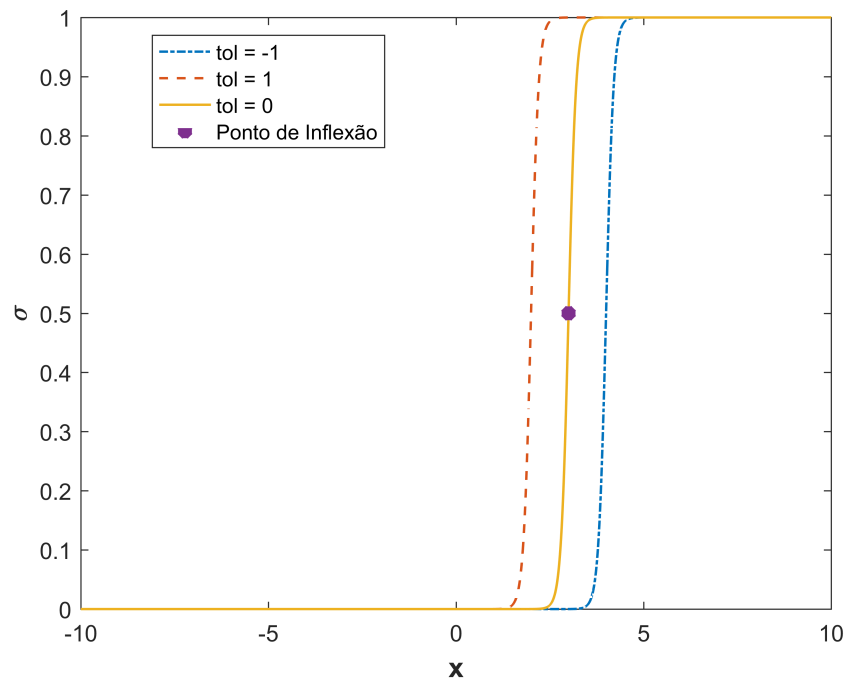
Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Figura 11 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x



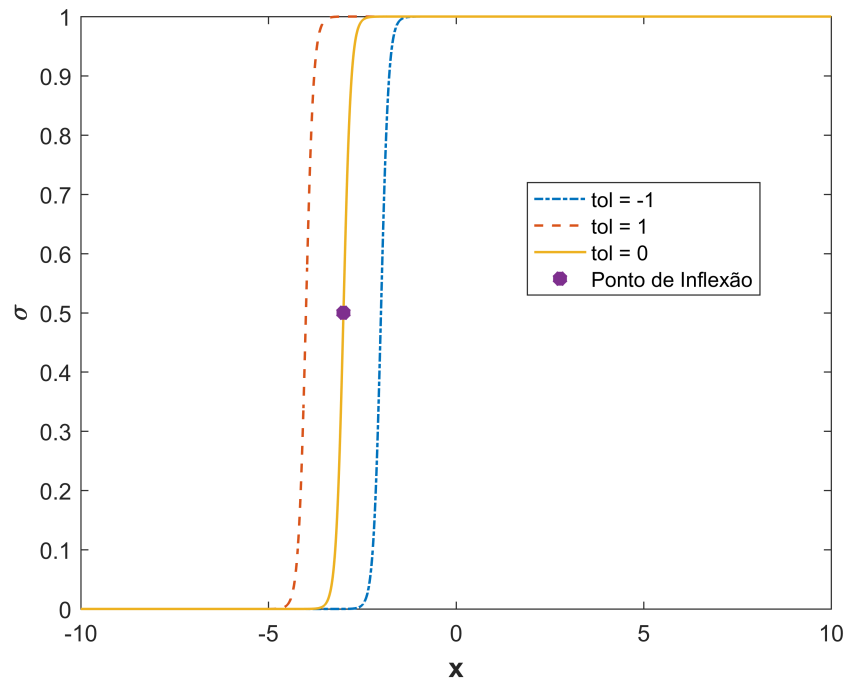
Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Figura 12 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x



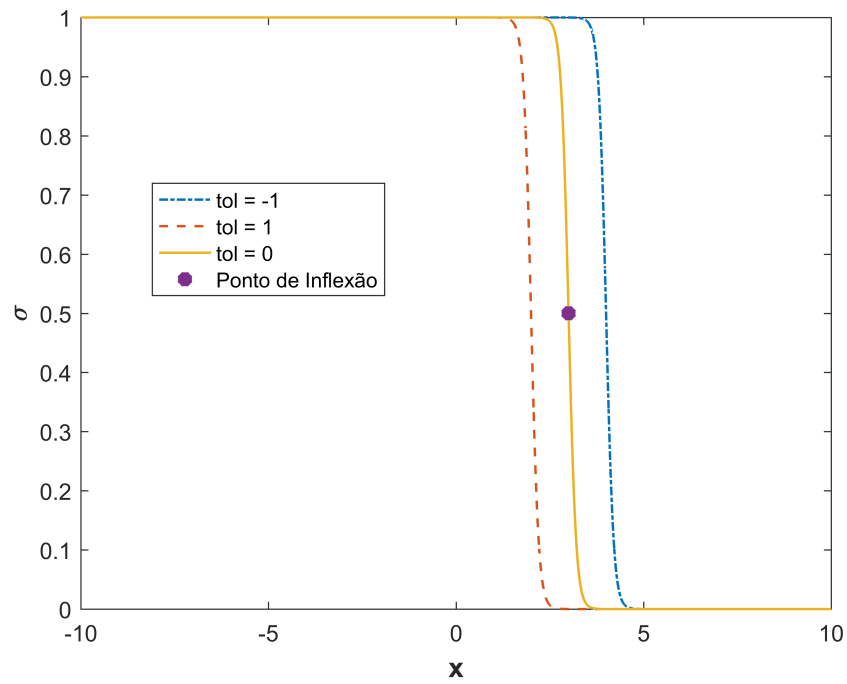
Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Figura 13 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Figura 14 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

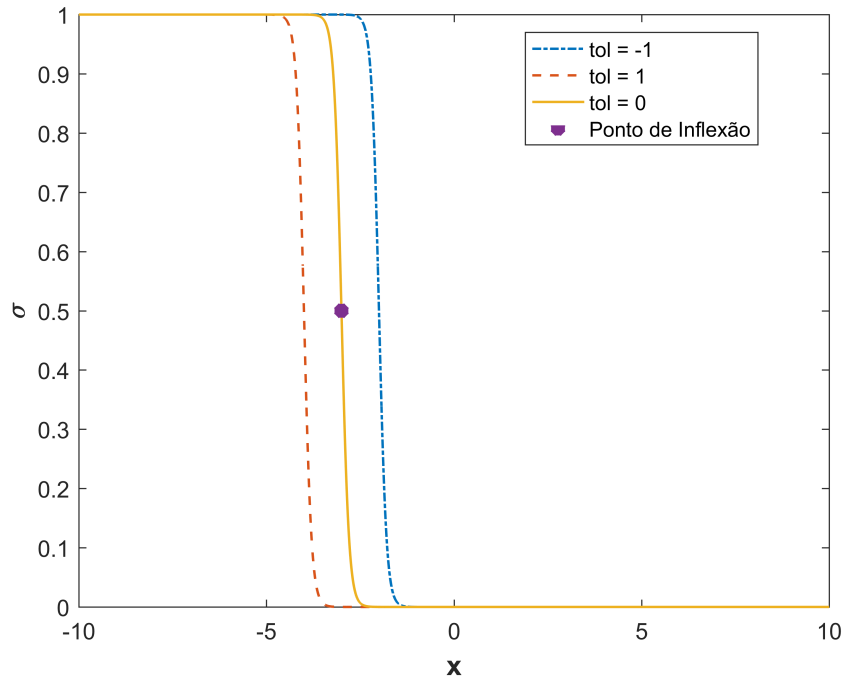


Figura 15 – Sigmoide com deslocamento positivo e negativo no eixo x

As funções sigmoide, como geralmente são usadas com L igual a 1, são utilizadas como chaves de ativação de neurônios em redes neurais [73]. Ou seja, dependendo do valor de saída do neurônio, ele corrige a saída com valores entre 0 e 1. Portanto, funcionam como chaves que ativam a saída de uma função (valor de retorno de σ igual a 1) ou desativam (valor de retorno de σ igual a 0).

Sendo assim, as chaves sigmoides serão utilizadas, neste trabalho, para determinar, por meio do método de Newton Completo, ou *full* Newton, a característica de regime permanente de esquemas de controle que utilizam mais de uma equação para a sua representação.

4.3 FUNÇÕES SIGMOIDE APLICADAS AOS CONTROLES PARA FLUXO DE POTÊNCIA

Suponha um esquema de controle que é regido pelo seguinte conjunto de equações:

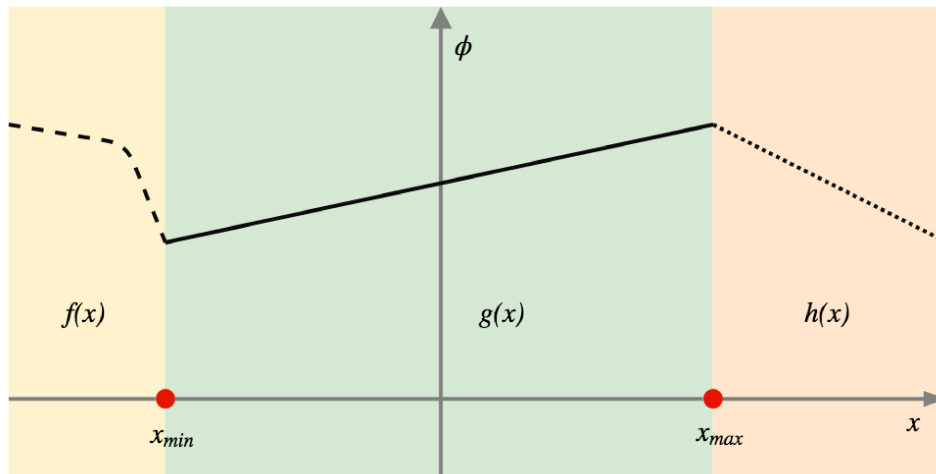
$$\begin{aligned}
 f(x) &= 0, \text{ se } x \leq x_{min} \\
 g(x) &= 0, \text{ se } x_{min} < x < x_{max} \\
 h(x) &= 0, \text{ se } x \geq x_{max}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

A equação em (4.3) mostra que, dependendo do valor que a variável de controle x assume, a característica de regime permanente pode ser representada pelas equações de

controle $f(x)$, $g(x)$ ou $h(x)$. A representação de limites de geração de potência reativa em geradores síncronos e CERs são exemplos de esquemas de controle com essa característica.

A Figura 16 mostra um exemplo do comportamento do controle dependendo da faixa de operação da variável de controle x . É importante observar que este exemplo é ilustrativo e, na maioria dos controles, um dos objetivos é que a operação do esquema de controle se mantenha entre os seus limites x_{min} e x_{max} .

Figura 16 – Exemplo do controle no plano xy



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Portanto, a partir da Figura 16, pode-se perceber que, dependendo da faixa de operação do controle, determinada pelo valor de x , a característica estática do equipamento é definida pela **ativação** de uma equação de controle. Em outras palavras, dependendo da variável de controle, uma equação rege o controle, e as outras se encontram desativadas.

A partir da argumentação anterior, das equações em (4.3) e da Figura 16, é possível construir uma Tabela verdade considerando quais equações estarão ativadas em função do valor de x , como mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Tabela verdade

x	Eq. Ativa		
	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
$x \leq x_{min}$	1	0	0
$x_{min} < x < x_{max}$	0	1	0
$x \geq x_{max}$	0	0	1

As equações de controle se tornam ativas dependendo da localização da variável de controle sujeito aos seus limites. Portanto, é possível observar que os limites são determinantes na ativação e desativação das equações de controle. Visto isso e, sabendo que as funções sigmóides podem ser encaradas como **chaves ativadoras ou desativadoras** da

característica de regime permanente, é possível afirmar que a investigação de combinações de chaves sigmóides e equações de controle para a ativação automática de características estáticas é válida e crível.

Supondo a criação de duas chaves sigmóides dependentes dos valores limites da variável de controle x , podem-se ter quatro opções distintas, a saber:

1. Duas chaves sigmóides com inclinações iguais e negativas;
2. Chave sigmoide para o limite mínimo com inclinação negativa e chave sigmoide para o limite máximo com inclinação positiva;
3. Chave sigmoide para o limite mínimo com inclinação positiva e chave sigmoide para o limite máximo com inclinação negativa;
4. Duas chaves sigmóides com inclinações iguais e positivas.

Tais configurações estão descritas, cada par em um mesmo gráfico, na Figura 17.

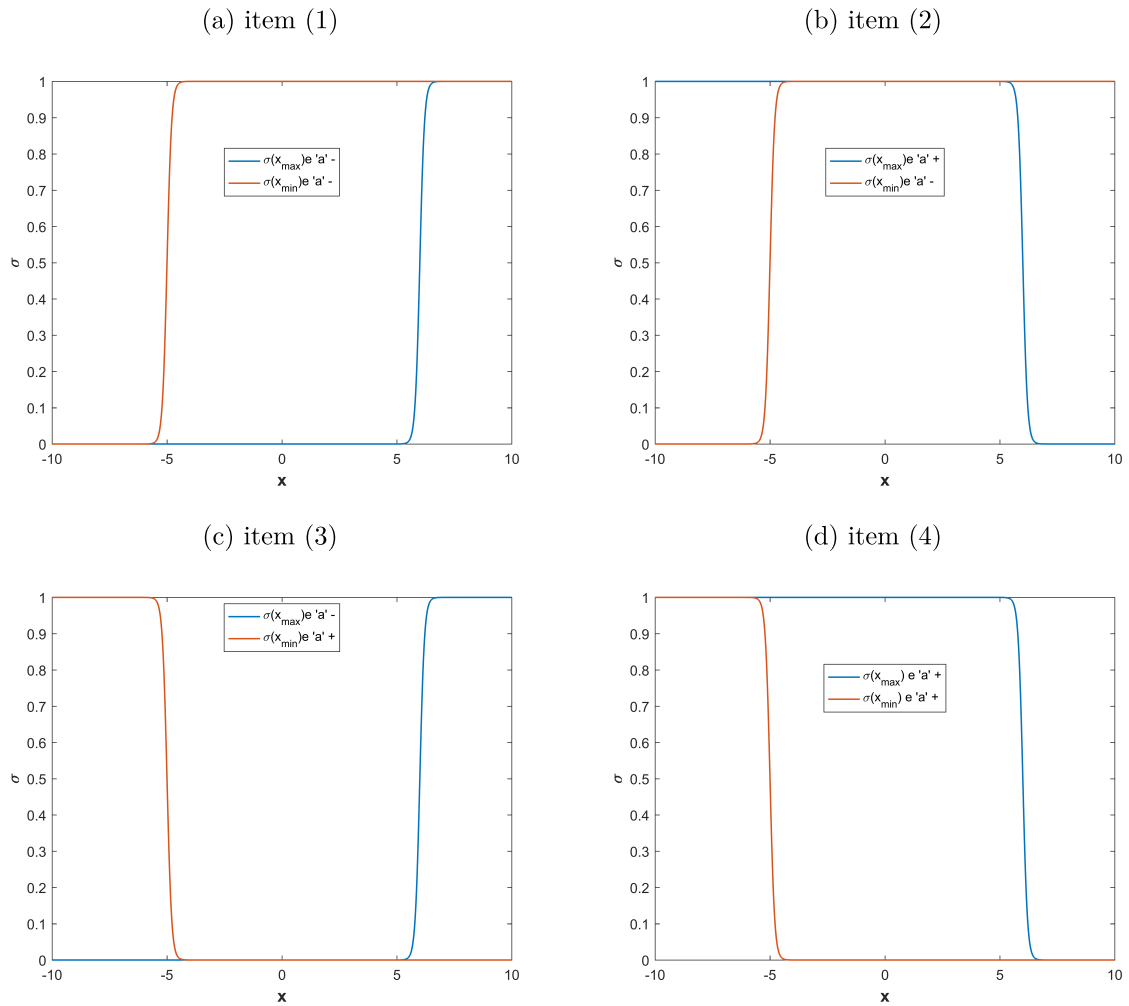
Dois pares de chaves sigmóides já podem ser descartadas, por inspeção da Figura 17. Para um esquema de controle, ambos os limites x_{min} e x_{max} nunca estarão ativos simultaneamente. Neste contexto, as chaves dos itens (1) e (4) não são aplicáveis. Optou-se, por hora, a trabalhar com as chaves sigmóides de (3), onde são iguais a 1 quando x atinge um de seus limites. A Tabela 2 mostra a Tabela verdade para o esquema de controle em (4.78) com as chaves sigmóides da Figura 17 (c).

Tabela 2 – Tabela verdade para as chaves sigmóides de 9.(c) no controle de (4.78)

x	Sigmoide		Equação Ativa
	$\sigma(x_{min})$	$\sigma(x_{max})$	
$x \leq x_{min}$	1	0	$f(x)$
$x_{min} < x < x_{max}$	0	0	$g(x)$
$x \geq x_{max}$	0	1	$h(x)$
-	1	1	<i>Don't care</i>

É possível observar, por meio da Tabela 2, que a equação $f(x)$ só estará ativa quando a chave $\sigma(x_{min})$ estiver igual a 1. Isso quer dizer que a chave ativa o comportamento do controle correspondente ao limite mínimo violado. Por outro lado, quando esta chave está igual a 0, desativa a equação de controle do limite violado e deve ativar o controle por meio de $g(x)$, juntamente com a chave $\sigma(x_{max})$. Por fim, se a variável de estado for tal que fique além de (x_{max}) , esta deve desativar $\sigma(x_{min})$ e ativar $\sigma(x_{max})$, desativando assim $f(x)$ e $g(x)$ e ativando $h(x)$. Portanto, do ponto de vista das equações das faixas além dos limites, cada limite ativa sua própria equação e desativa a equação de controle na faixa normal de operação. Em outras palavras, as chaves associadas aos limites do controle se comportam como o operador lógico igual ao NOR; só ativa a faixa do limite quando a

Figura 17 – Diferentes configurações de chaves sigmoides dependendo do sinal da inclinação



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

própria chave estiver ativada, e, quando ambas as chaves estiverem desativadas, ativam a equação de controle. Esta argumentação também está resumida na Tabela 3.

Tabela 3 – Tabela verdade estendida

x	Sigmoide		Equação Ativa			
	$\sigma(x_{min})$	$\sigma(x_{max})$	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$	Ativa
$x \leq x_{min}$	1	0	S	N	N	$f(x)$
$x_{min} < x < x_{max}$	0	0	N	S	N	$g(x)$
$x \geq x_{max}$	0	1	N	N	S	$h(x)$

Determinada, enfim, qual a relação das chaves para que sejam aplicadas ao conjunto de equações que modelam o controle, é possível construir uma equação que as relacione, mostrada em (4.4). A partir do valor da variável de controle e, conseqüentemente, das chaves sigmoides, cada uma das equações em (4.3) será ativada independentemente. Esta equação pode ser linearizada e incorporada então, ao problema de FP, para fazer a transição

entre as equações que modelam o controle de forma automática, pelo método *full* Newton.

$$\begin{aligned} &(\sigma(x_{min})) \cdot (1 - \sigma(x_{max})) \cdot f(x) + (1 - \sigma(x_{min})) \cdot (\sigma(x_{max})) \cdot h(x) + \\ &(1 - \sigma(x_{min})) \cdot (1 - \sigma(x_{max})) \cdot g(x) = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.3.1 Aplicação de Tolerâncias nas Chaves para o Controle

Se não for aplicada nenhuma tolerância nas chaves sigmóides, o ponto de inflexão da função ocorrerá em um valor de x correspondente ao limite violado. Neste caso, pode haver uma imprecisão da equação combinada (4.4) em torno dos valores limites. Visando resolver esse problema, uma tolerância tol pode ser aplicada às chaves sigmóides de forma que possa deslocar o ponto de inflexão para além dos limites. Em outras palavras, desloca para a esquerda a chave correspondente ao limite máximo (**tolerância com valor positivo**) e desloca para a direita a chave associada ao limite mínimo (**tolerância com valor negativo**).

O impacto da tolerâncias nas chaves sigmóides pode ser visto por meio da Figura 18. É possível observar que a utilização das tolerância é uma estratégia eficiente para controlar quando a função sigmoide irá comutar de 0 para 1, e vice versa. Neste caso, é de suma importância que esta transição comece quando a variável de controle esteja o mais próximo possível do respectivo limite monitorado pela chave. Além disso, essa transição será tão rápida quanto maior for o valor da inclinação da função sigmoide.

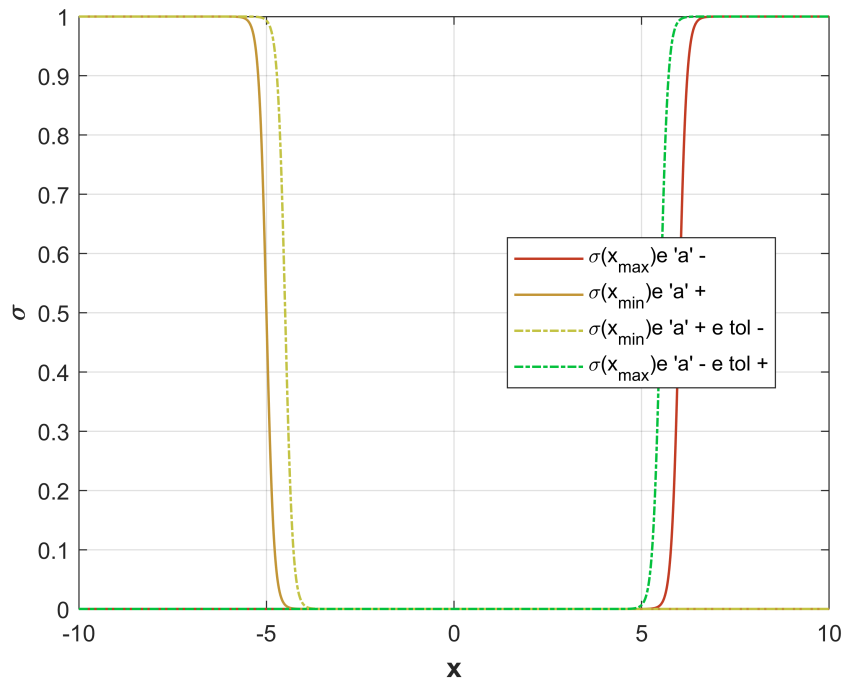
4.4 REPRESENTAÇÃO DE ESQUEMAS DE CONTROLE POR MEIO DE CHAVES SIGMOIDES

Nesta Seção, serão apresentados diversos esquemas de controle existentes aplicados ao fluxo de potência por meio de chaves sigmóides. A modelagem do limite de potência reativa foi abordada no artigo [74]. A hierarquização de controle foi selecionada para uma análise mais aprofundada devido à sua maior complexidade. As demais formas de controle são descritas aqui para demonstrar a versatilidade da modelagem proposta.

4.4.1 Limite de Reativo

Barras de geração, em um problema de FP, são representadas como do tipo PV, com exceção da barra de referência, devido ao fato de que para estes tipos de barra, são conhecidos o cenário de geração de potência ativa e a magnitude de tensão terminal. Para a manutenção da tensão no valor de referência, o gerador absorve ou injeta potência reativa na rede, porém, sujeito aos seus limites de geração mínimo e máximo, dado pela curva de capacidade.

Figura 18 – Impacto na tolerância das chaves sigmoides



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Na formulação do FP, as barras do tipo PV contribuem com uma equação para o sistema de equações a serem resolvidas, que é a equação de injeção de potência ativa. Durante o processo de solução pelo método de Newton, a cada iteração é observado se o limite de geração em cada barra PV é superado, quer seja além do limite mínimo ou máximo, para manter o perfil de tensão da barra terminal. Se caso isso ocorrer, o reativo do gerador é fixado no limite violado, e a tensão do gerador passa a variar. Neste caso, pode-se observar que este comportamento pode ser representado pela mudança do tipo da barra, de PV para PQ, para uma dada barra k , com $Q_{GK} = Q_{GK}^{lim}$. Para essa representação, então, é inserida, junto com a equação de potência ativa, a equação de injeção de potência reativa da barra PV convertida para PQ no sistema de equações e resolvida a cada iteração.

Se o limite de reativo atingido for o limite máximo, a tensão do gerador tende a cair; caso contrário, se o limite violado for o limite mínimo, a tensão tende a se elevar. Por outro lado, dependendo do ponto de operação e da trajetória de convergência, a tensão pode variar de tal forma que se possa voltar a ser controlada pela produção de reativo pelo gerador. Se o limite máximo de reativo for atingido, e a tensão terminal do gerador for maior que o seu valor especificado V_k^{esp} , é possível observar que o gerador poderá reduzir a geração de Mvar para controlar a tensão do gerador. Neste caso então o tipo da barra volta a ser PV e o controle é restabelecido. Análise análoga pode ser feita para quando o gerador atinge seu limite mínimo. Se a tensão terminal do gerador se tornar menor do que o valor especificado, o gerador pode reduzir a absorção de reativo da rede para controlar a

tensão do barramento. Assim, o tipo da barra poderá também ser convertida de PQ para PV e o controle ser, então, restabelecido.

4.4.1.1 Metodologia Proposta

Os autores em [74] propuseram uma formulação de FP *full* Newton para a representação de limites de reativo por meio de chaves sigmóides, já que este controle pode ser representado por uma função definida por partes como em (4.5).

$$f(Q_{G_k}, V_k) = \begin{cases} Q_{G_k} - Q_{G_k}^{min} = 0, & Q_{G_k} \leq Q_{G_k}^{min} \text{ e } V_k \geq V_k^{esp} \\ V_k - V_k^{esp}, & Q_{G_k}^{min} < Q_{G_k} < Q_{G_k}^{max} \\ Q_{G_k} - Q_{G_k}^{max} = 0, & Q_{G_k} \geq Q_{G_k}^{max} \text{ e } V_k \leq V_k^{esp} \end{cases} \quad (4.5)$$

É importante observar que as parcelas da equação (4.5) que mantém a geração no limite mínimo ou máximo dependem tanto do limite violado quanto do valor da tensão para se manterem ativas ou desativadas. Portanto, essa característica sugere que se deva utilizar, para a ativação correta das equações, chaves sigmóides que representam a variação tanto da geração de potência reativa quanto da tensão.

As equações de (4.6) a (4.9) mostram as chaves construídas para a modelagem do limite de reativo *full* Newton, sendo tol_q e tol_v as tolerâncias para as chaves de potência reativa e tensão, respectivamente.

$$\sigma(Q_{G_k}^{max}) = \frac{1}{1 + e^{-a(Q_{G_k} - Q_{G_k}^{max} + tol_q)}} \quad (4.6)$$

$$\sigma(Q_{G_k}^{min}) = \frac{1}{1 + e^{a(Q_{G_k} - Q_{G_k}^{min} - tol_q)}} \quad (4.7)$$

$$\sigma(V_k^{sup}) = \frac{1}{1 + e^{a(V_k - V_k^{esp} - tol_v)}} \quad (4.8)$$

$$\sigma(V_k^{inf}) = \frac{1}{1 + e^{-a(V_k - V_k^{esp} + tol_v)}} \quad (4.9)$$

De acordo com as chaves, é possível escrever a equação (4.10) que modela o limite de reativo de forma *full* Newton no problema de FP. Para que o sistema seja possível e determinado, uma nova variável de estado é incluída no problema, a geração de potência reativa.

$$\begin{aligned} y = & (1 - \sigma(Q_{G_k}^{max}) \cdot \sigma(V_k^{sup})) (1 - \sigma(Q_{G_k}^{min}) \cdot \sigma(V_k^{inf})) (V_k - V_k^{esp}) + \\ & (\sigma(Q_{G_k}^{max}) \cdot \sigma(V_k^{sup})) (1 - \sigma(Q_{G_k}^{min}) \cdot \sigma(V_k^{inf})) (Q_{G_k} - Q_{G_k}^{max}) + \\ & + (1 - \sigma(Q_{G_k}^{max}) \cdot \sigma(V_k^{sup})) (\sigma(Q_{G_k}^{min}) \cdot \sigma(V_k^{inf})) (Q_{G_k} - Q_{G_k}^{min}) = 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned}
A_{77} = \frac{\delta y}{\delta Q_{G_1}} = & (-\sigma(Q_{G_1}^{max})' \cdot \sigma(V_1^{sup}))(1 - \sigma(Q_{G_1}^{min}) \cdot \sigma(V_1^{inf}))(V_1 - V_1^{esp}) + \\
& (1 - \sigma(Q_{G_1}^{max}) \cdot \sigma(V_1^{sup}))(-\sigma(Q_{G_1}^{min})' \cdot \sigma(V_1^{inf}))(V_1 - V_1^{esp}) + \\
& (\sigma(Q_{G_1}^{max})' \cdot \sigma(V_1^{sup}))(1 - \sigma(Q_{G_1}^{min}) \cdot \sigma(V_1^{inf}))(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{max}) + \\
& (\sigma(Q_{G_1}^{max}) \cdot \sigma(V_1^{sup}))(-\sigma(Q_{G_1}^{min})' \cdot \sigma(V_1^{inf}))(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{max}) + \\
& (\sigma(Q_{G_1}^{max}) \cdot \sigma(V_1^{sup}))(1 - \sigma(Q_{G_1}^{min}) \cdot \sigma(V_1^{inf})) + \\
& + (-\sigma(Q_{G_1}^{max})' \cdot \sigma(V_1^{sup}))(\sigma(Q_{G_1}^{min}) \cdot \sigma(V_1^{inf}))(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{min}) + \\
& + (1 - \sigma(Q_{G_1}^{max}) \cdot \sigma(V_1^{sup}))(\sigma(Q_{G_1}^{min})' \cdot \sigma(V_1^{inf}))(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{min}) + \\
& + (1 - \sigma(Q_{G_1}^{max}) \cdot \sigma(V_1^{sup}))(\sigma(Q_{G_1}^{min}) \cdot \sigma(V_1^{inf}))
\end{aligned} \tag{4.13}$$

$$A_{17} = \frac{\delta Q_1}{\delta Q_{G_1}} = -1 \tag{4.14}$$

$$\tag{4.15}$$

Sendo:

$$\begin{aligned}
\sigma(V_k^{sup})' &= \frac{\delta \sigma(V_k^{sup})}{\delta V_1} \\
\sigma(V_k^{inf})' &= \frac{\delta \sigma(V_k^{inf})}{\delta V_1} \\
\sigma(Q_{G_k}^{max})' &= \frac{\delta \sigma(Q_{G_k}^{max})}{\delta Q_{G_1}} \\
\sigma(Q_{G_k}^{min})' &= \frac{\delta \sigma(Q_{G_k}^{min})}{\delta Q_{G_1}}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

É importante observar que a nova equação, inserida no problema de FP, equivale à inserção de uma barra adicional à modelagem, enquanto que as novas posições não-nulas na matriz equivalem à circuitos fictícios ligando a barra adicional à barra já existente no sistema, como mostra a Figura 20.

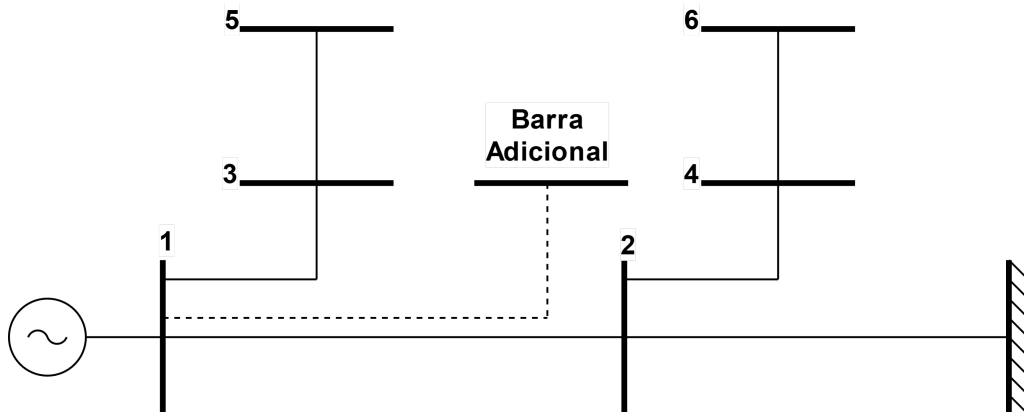
O resíduo da equação de controle é calculado a partir da expressão:

$$\begin{aligned}
\Delta y = & - (1 - \sigma(Q_{G_1}^{max}) \cdot \sigma(V_1^{sup}))(1 - \sigma(Q_{G_1}^{min}) \cdot \sigma(V_1^{inf}))(V_1 - V_1^{esp}) - \\
& - (\sigma(Q_{G_1}^{max}) \cdot \sigma(V_1^{sup}))(1 - \sigma(Q_{G_1}^{min}) \cdot \sigma(V_1^{inf}))(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{max}) - \\
& - (1 - \sigma(Q_{G_1}^{max}) \cdot \sigma(V_1^{sup}))(\sigma(Q_{G_1}^{min}) \cdot \sigma(V_1^{inf}))(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{min})
\end{aligned} \tag{4.17}$$

O resíduo Δy é verificado, a cada iteração do método de Newton, em conjunto com o resíduo das equações de potência até que o maior erro seja menor do que a tolerância pré-especificada. Assim, a cada iteração h , a nova variável de estado é atualizada conforme (4.18), junto com as variáveis de estado do problema de FP, até que a convergência seja atingida.

$$Q_{G_1}^{h+1} = Q_{G_1}^h + \Delta Q_{G_1}^h \tag{4.18}$$

Figura 20 – Sistema exemplo de 6 barras com barra adicional e circuito fictício



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

4.4.3 Compensador Estático de Reativos

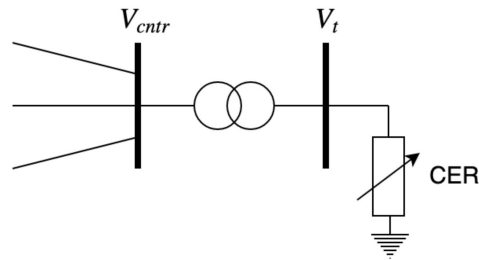
O CER surgiu a partir da premissa da construção de equipamentos de controle dos diversos parâmetros de um SEP a partir da teoria de eletrônica de potência, ou dispositivos FACTS (do inglês *Flexible AC Transmission Systems*). Estruturalmente, o CER é um equipamento de conexão *shunt* ao sistema, composto por capacitores fixos e reatores chaveados por tiristores. O chaveamento dos reatores é disparado para aplicar, ao barramento terminal, uma susceptância *shunt* equivalente [4] de tal forma que sua injeção de potência reativa possa controlar a magnitude de tensão de um ponto do sistema próximo a um valor de referência.

Do ponto de vista dinâmico, o CER tem atuação rápida devido à resposta dos chaveamentos dos reatores a tiristores para mudar a susceptância *shunt* aplicada à um barramento. Neste caso, pode amortecer oscilações, melhorando a performance transitória do sistema. Além disso, como atua de forma rápida nos sistemas, é utilizado como fonte rápida de potência reativa para atender em momentos de queda de tensão e durante operação em critério de emergência. Do ponto de vista de regime permanente, o CER pode controlar o perfil de tensão de um ponto da rede próximo de um valor de referência, como será visto a seguir.

A Figura 21 mostra a forma de conexão do CER com a rede elétrica. Neste caso, supõe-se que o CER controlará a tensão no barramento de alta tensão próximo do valor V_{ctr} . Esta figura mostra a conexão do equipamento no lado de baixa tensão do transformador. Se o interesse for conectar o dispositivo no lado de alta do transformador, os parâmetros do CER devem ser adaptados para levar em consideração a reatância do transformador nas suas faixas de operação [4].

A característica de regime permanente do CER pode ser vista nos gráficos das Figuras 22 e 23, para quando o equipamento está com controle em modo de injeção de

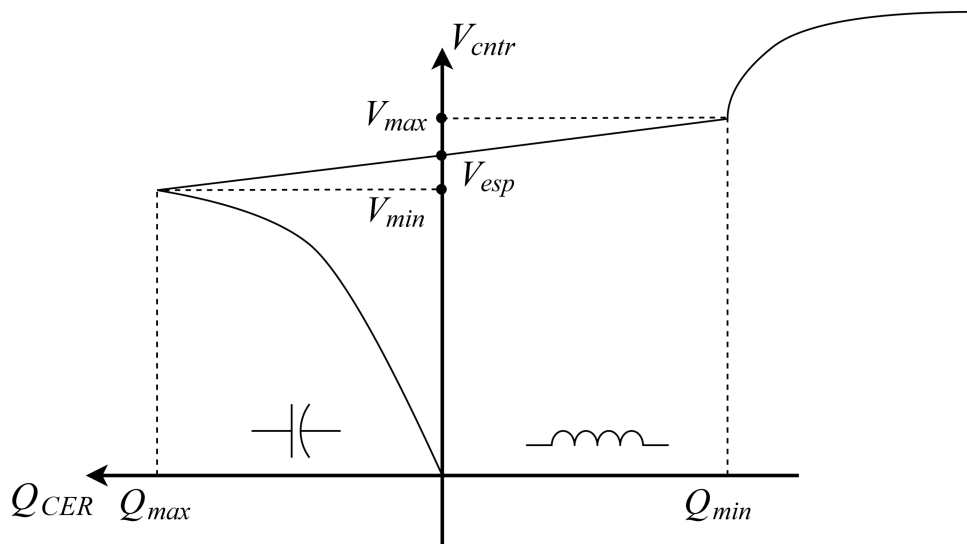
Figura 21 – Conexão do CER ao SEP



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

potência e quando está em modo de controle de corrente, respectivamente. Para ambos os modos de controle, é possível observar que, em regime, o CER pode atingir 3 faixas distintas, que depende do valor de tensão da barra controlada, a saber (i) faixa linear, quando o parâmetro controlado (tensão) está entre os limites mínimo V_{min} e máximo V_{max} ; (ii) capacitor puro, quando a tensão controlada fica abaixo da tensão mínima V_{min} ; e (iii) indutor puro, quando o CER controla a tensão do barramento acima do valor máximo V_{max} .

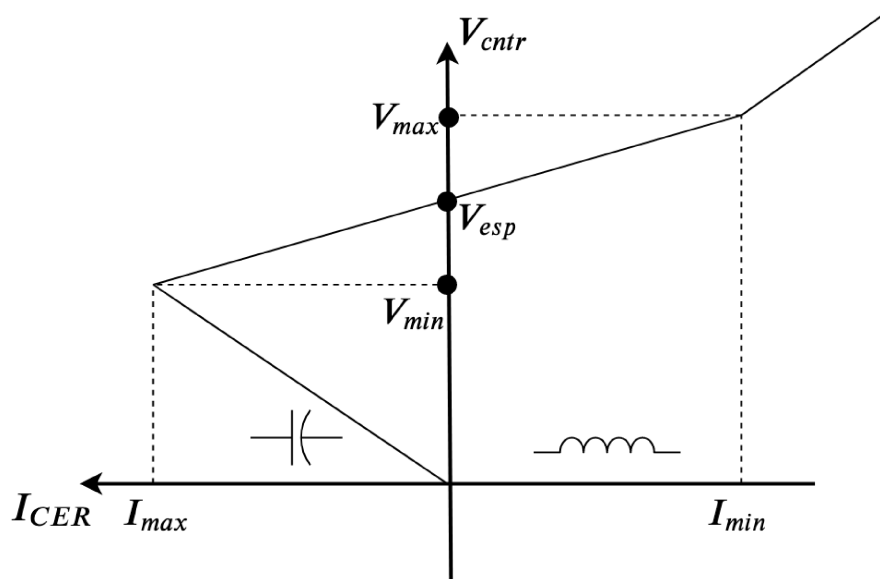
Figura 22 – Característica de regime permanente do CER - controle por reativo



Fonte: Curso Básico do Programa Anarede (2024)

As equações finais em (4.19) e (4.20) mostram as equações que modelam as faixas lineares de controle de tensão a partir do CER nos modos de potência e corrente, respectivamente. A partir da relação que define a construção de funções lineares a partir de um ponto conhecido, para o caso do modo de potência e de corrente $(0, V_{esp})$, é possível construir tais equações. Quanto menor for o valor do estatismo s que define a inclinação da faixa linear, mais próximo do valor especificado se torna a tensão controlada, mesmo com

Figura 23 – Característica de regime permanente do CER - controle por corrente



Fonte: Curso Básico do Programa Anarede (2024)

a variação além e aquém do valor de referência da potência reativa injetada. É importante mostrar que a equação da faixa linear com a corrente pode ser expressa pela potência se for multiplicada, dos dois lados da equação, pela variável que guarda a tensão terminal onde o CER está conectado V_t . Desta forma, a representação do CER no fluxo de potência por injeção de potência se torna mais coerente.

$$\begin{aligned}
 y - y_0 &= s(x - x_0) \\
 V_{ctr} - V_{esp} &= s \cdot (Q_{cer} - 0) \\
 V_{ctr} &= V_{esp} - s \cdot Q_{cer}
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

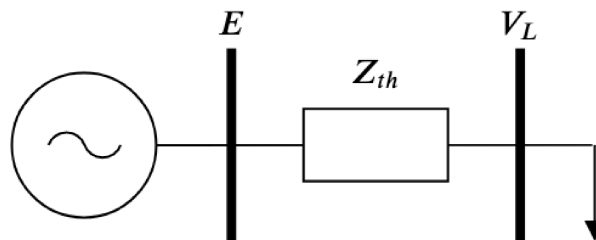
$$\begin{aligned}
 y - y_0 &= s(x - x_0) \\
 V_{ctr} - V_{esp} &= s \cdot (I_{cer} - 0) \\
 V_{ctr} - V_{esp} &= s \cdot I_{cer} \\
 V_t \cdot V_{ctr} - V_t \cdot V_{esp} &= s \cdot V_t \cdot I_{cer} \\
 V_t \cdot (V_{ctr} - V_{esp}) &= s \cdot Q_{cer}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Para explicar o funcionamento do CER e sua importância para o controle de tensão, suponha que um sistema entre o ponto emissor e receptor possa ser equivalentado tal como na Figura 24, a partir da impedância de Thevenin Z_{th} . As características de regime permanente do CER e da carga conectada no ponto receptor da Figura 24 estão na Figura

25, por meio das curvas vermelha e azul, respectivamente. Com relação à característica da carga, a curva da tensão V_a é a carga do caso base.

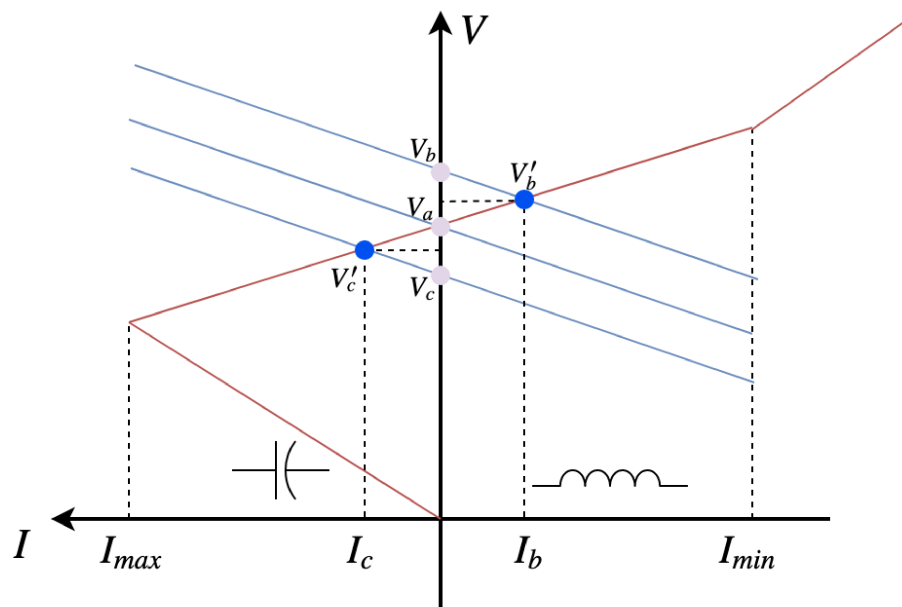
Supondo que a carga do ponto receptor aumente, a tensão tende a cair, onde atinge a característica da carga, na Figura 25, na tensão V_c . Por outro lado, se houvesse conectado neste barramento um CER para o controle de sua tensão, a nova tensão de regime permanente seria aquela caracterizada pelo encontro das funções que caracterizam o comportamento estático da carga e do CER. Neste caso, a nova tensão seria V'_c com uma corrente capacitiva I_c . Note que, com a utilização do CER, a queda de tensão provocada pelo aumento da carga é menor do que aquela sem a utilização do equipamento. Argumentação análoga pode ser feita para quando ocorre uma súbita redução da carga, fazendo com que a tensão se eleve.

Figura 24 – Circuito de Thevenin



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 25 – Característica de regime permanente do CER e da carga - controle por corrente



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

4.4.3.1 Modelagem Proposta

Como visto anteriormente, para o CER, a variável de controle é a injeção de potência reativa Q_{cer_i} ou a corrente I_{cer_i} , que flui na rede por meio da barra i , onde o equipamento está conectado. Além disso, a variável controlada é a tensão V_k a ser mantida no valor próximo daquele de referência V_{esp_k} . A equação, portanto, que faz o controle da tensão na barra k por meio do compensador conectado na barra i , no modo de potência será:

$$V_k - V_{esp_k} + s \cdot Q_i = 0 \quad (4.21)$$

E para o modo de corrente:

$$V_i \cdot (V_k - V_{esp_k}) - s \cdot Q_i = 0 \quad (4.22)$$

A faixa linear é utilizada enquanto a tensão controlada se encontra entre os limites mínimo e máximo de tensão. Com ambas as equações (4.21) e (4.22), é possível determinar as equações para o cálculo das tensões mínima e máxima para cada modo de controle.

Para o modo de controle por potência:

$$V_k^{max} = V_{esp_k} - s \cdot b_i^{min} \cdot V_{i_t}^2 \quad (4.23)$$

$$V_k^{min} = V_{esp_k} - s \cdot b_i^{max} \cdot V_{i_t}^2 \quad (4.24)$$

Para o controle por corrente:

$$V_k^{max} = s \cdot b_i^{min} \cdot V_{i_t} + V_{esp_k} \quad (4.25)$$

$$V_k^{min} = s \cdot b_i^{max} \cdot V_{i_t} + V_{esp_k} \quad (4.26)$$

Por fim, independente do modo de controle, quando a tensão controlada ultrapassa os limites mínimo ou máximo de tensão, o CER se comporta como um capacitor ou indutor puro, respectivamente, como na expressão abaixo:

$$Q_i = b_i \cdot V_i^2 \quad (4.27)$$

Se forem definidas duas chaves para os limites mínimo e máximo de tensão $\sigma(V_k^{min})$ e $\sigma(V_k^{max})$, tal que:

$$\sigma(V_k^{max}) = \frac{1}{1 + e^{-a(V_k - V_k^{max} + tol)}} \quad (4.28)$$

$$\sigma(V_k^{min}) = \frac{1}{1 + e^{a(V_k - V_k^{min} - tol)}} \quad (4.29)$$

Onde os valores de tensão mínimo V_k^{min} e máximo V_k^{max} são calculados por meio de (4.24) e (4.23), respectivamente. Vistas as equações que regem o comportamento estático do CER, pode ser construída uma equação $f(V_k)$ definida por partes, como em (4.30), para o controle.

$$f(V_k) = \begin{cases} -b_{max} \cdot V_i^2, & V_k \leq V_k^{min} \\ V_k - V_{esp_k} + s \cdot Q_i, & V_k^{min} < V_k < V_k^{max} \\ b_{min} \cdot V_i^2, & V_k \geq V_k^{max} \end{cases} \quad (4.30)$$

Em (4.30), é mostrada qual equação rege o comportamento de regime permanente do CER de acordo com a tensão no barramento i controlado. É importante observar que nunca duas equações podem estar ativadas simultaneamente. Neste caso então, as chaves $\sigma(V_k^{min})$ e $\sigma(V_k^{max})$ serão utilizadas para a representação *full* Newton de $f(V_k)$, tal como em (4.36).

$$\begin{aligned} & (1 - (\sigma(V_k^{min}))(1 - \sigma(V_k^{max}))) \cdot (V_k - V_{esp_k} + s \cdot Q_i) + \\ & + (1 - \sigma(V_k^{min})) \cdot \sigma(V_k^{max}) \cdot (b_{min} \cdot V_i^2) + \\ & + \sigma(V_k^{min}) \cdot (1 - \sigma(V_k^{max})) \cdot (-b_{max} \cdot V_i^2) = 0 \end{aligned} \quad (4.31)$$

A Tabela 4 mostra os estados possíveis para as chaves 1 e 2 e as equações ativadas nestes casos. É importante observar que ambas as chaves $\sigma(V_k^{min})$ e $\sigma(V_k^{max})$ não podem estar ativadas simultaneamente, sendo assim um estado que não define a construção de (4.36). Quando uma chave está ativada, ativa a equação correspondente conforme a função $f(V_k)$. Quando ambas estão desativadas, a equação de controle da faixa linear fica ativa.

Para o modo de operação de corrente, a função definida por partes $g(V_k)$ será:

$$g(V_k) = \begin{cases} -b_{max} \cdot V_i^2, & V_k \leq V_k^{min} \\ V_i \cdot (V_k - V_{esp_k}) - s \cdot Q_i, & V_k^{min} < V_k < V_k^{max} \\ b_{min} \cdot V_i^2, & V_k \geq V_k^{max} \end{cases} \quad (4.32)$$

Tabela 4 – Estados das chaves sigmoides e equações ativadas para (4.36)

$\sigma(V_k^{min})$	$\sigma(V_k^{max})$	Equação
0	0	$V_k - V_{esp_k} + s \cdot Q_i$
1	0	$-b_{max} \cdot V_i^2$
0	1	$b_{min} \cdot V_i^2$
1	1	<i>Don't care</i>

Desta forma, a equação com chaves sigmoide para a ativação e desativação do CER pelo modo de corrente é:

$$\begin{aligned}
(1 - (\sigma(V_k^{min}))(1 - \sigma(V_k^{max})) \cdot (V_i \cdot (V_k - V_{esp_k}) - s \cdot Q_{cer}) + \\
+(1 - \sigma(V_k^{min})) \cdot \sigma(V_k^{max}) \cdot (b_{min} \cdot V_i^2) + \\
+\sigma(V_k^{min}) \cdot (1 - \sigma(V_k^{max})) \cdot (-b_{max} \cdot V_i^2) = 0
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Determinadas as equações para o controle do CER, tanto em modo de corrente quanto de potência, é possível determinar a metodologia de inserção no fluxo de potência. Portanto, as equações a serem inseridas, dependendo do modo de controle. O cálculo dos resíduos das equações de controle é dado por:

Para o modo de potência:

$$\begin{aligned}
\Delta y_1 = -(1 - (\sigma(V_k^{min}))(1 - \sigma(V_k^{max})) \cdot (V_k - V_{esp_k} + s \cdot Q_i) - \\
-(1 - \sigma(V_k^{min})) \cdot \sigma(V_k^{max}) \cdot (-b_{min} \cdot V_i^2) - \\
-\sigma(V_k^{min}) \cdot (1 - \sigma(V_k^{max})) \cdot (b_{max} \cdot V_i^2) = 0
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Para o modo de corrente:

$$\begin{aligned}
\Delta y_2 = -(1 - (\sigma(V_k^{min}))(1 - \sigma(V_k^{max})) \cdot (V_i \cdot (V_k - V_{esp_k}) - s \cdot Q_{cer}) - \\
-(1 - \sigma(V_k^{min})) \cdot \sigma(V_k^{max}) \cdot (b_{min} \cdot V_i^2) - \\
-\sigma(V_k^{min}) \cdot (1 - \sigma(V_k^{max})) \cdot (-b_{max} \cdot V_i^2) = 0
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Para ambos os modos de controle, a potência reativa injetada Q_i pelo CER para o controle de tensão será a nova variável de estado do problema de FP. Se o sistema tiver solução, o método iterativo de Newton irá iterar, não apenas para reduzir os erros das equações de potência, como também os resíduos das equações (4.34) e (4.36).

$$\begin{aligned}
A_{76} = \frac{\delta w}{\delta V_6} = & (-\sigma(V_6^{min})') \cdot (1 - \sigma(V_6^{max})) \cdot (V_6 - V_{esp_6} + s \cdot Q_{G_4}) + \\
& (1 - \sigma(V_6^{min})) \cdot (-\sigma(V_6^{max})') \cdot (V_6 - V_{esp_6} + s \cdot Q_{G_4}) + \\
& (1 - \sigma(V_6^{min})) \cdot (1 - \sigma(V_6^{max})) + \\
& + (-\sigma(V_6^{min})') \cdot \sigma(V_6^{max}) \cdot (b_{min} \cdot V_4^2) + \\
& + (1 - \sigma(V_6^{min})) \cdot \sigma(V_6^{max})' \cdot (b_{min} \cdot V_4^2) + \\
& + \sigma(V_6^{min})' \cdot (1 - \sigma(V_6^{max})) \cdot (-b_{max} \cdot V_4^2) + \\
& + \sigma(V_6^{min}) \cdot (-\sigma(V_6^{max})') \cdot (-b_{max} \cdot V_4^2)
\end{aligned} \tag{4.39}$$

$$A_{77} = \frac{\delta w}{\delta Q_{G_4}} = (1 - \sigma(V_6^{min})) \cdot (1 - \sigma(V_6^{max})) \cdot s \tag{4.40}$$

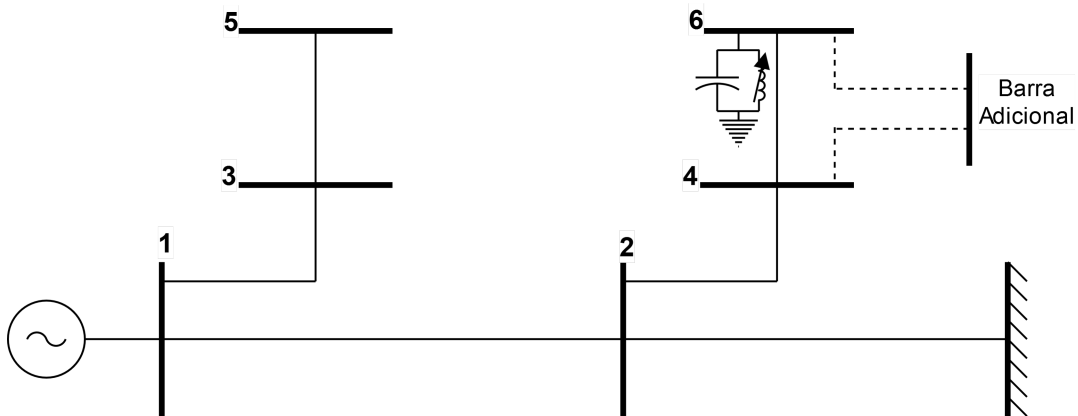
Sendo:

$$\sigma(V_6^{min})' = \frac{\delta \sigma(V_6^{min})}{\delta V_6} \tag{4.41}$$

$$\sigma(V_6^{max})' = \frac{\delta \sigma(V_6^{max})}{\delta V_6} \tag{4.42}$$

A equação adicional do problema equivale à inclusão de uma barra adicional ao sistema, e as derivadas não-nulas equivalem a ligações fictícias entre a barra adicional e existentes no caso, conforme é mostrado na Figura 27.

Figura 27 – Sistema exemplo de 6 barras com CER com barra adicional e circuitos fictícios



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

A nova variável de estado é atualizada, junto com as demais variáveis do FP, a cada iteração h do método, conforme a equação abaixo:

$$Q_{G_6}^{h+1} = Q_{G_6}^h + \Delta Q_{G_6}^h \tag{4.43}$$

O cálculo do resíduo é:

$$\begin{aligned}
\Delta w = & -(1 - \sigma(V_6^{min})) \cdot (1 - \sigma(V_6^{max})) \cdot (V_6 - V_{esp_6} + s \cdot Q_{G_4}) - \\
& -(1 - \sigma(V_6^{min})) \cdot \sigma(V_6^{max}) \cdot (b_{min} \cdot V_4^2) - \\
& -\sigma(V_6^{min}) \cdot (1 - \sigma(V_6^{max})) \cdot (-b_{max} \cdot V_4^2)
\end{aligned} \tag{4.44}$$

O resíduo da equação de controle Δw é monitorado, junto com os das equações de potência, a cada iteração do método de Newton, até que o erro máximo seja menor do que uma tolerância pré-especificada.

4.4.5 Regulação Primária de Carga-Frequência

Em um problema de fluxo de potência, sabe-se que existem duas equações para cada barramento k do sistema: um que resolve a parte de potência ativa, e outra para a parcela de potência reativa [8]. Para que a solução seja possível e determinada, foi necessária a criação de três tipos de barra, a saber: (i) barras de carga, ou do tipo PQ, onde a demanda de potência ativa e reativa são conhecidas, ficando a cargo do fluxo de potência, para essas barras, calcular a magnitude e fase de tensão; (ii) barras do tipo PV, que são barras de geração em que se conhece o despacho de potência ativa e a magnitude de tensão, sendo assim necessário o cálculo da potência reativa gerada e a fase da tensão e (iii) as barras de referência, também chamadas de *slack* ou *swing*, que tem magnitude e fase de tensão especificadas e, para este tipo de barra, calcula-se as potências reativa e ativa geradas.

A barra de referência tem uma dupla função para o fluxo de potência. A primeira, serve como uma referência angular para a solução do problema. Isso porque é possível observar que as equações de potência não estão definidas para um ângulo em específico, e sim para a defasagem angular aplicada a um circuito. Além disso, é a barra de geração do sistema que não tem a potência ativa gerada especificada, podendo assim assumir as perdas e qualquer desbalanço entre carga e geração de potência ativa. Por outro lado, esta segunda funcionalidade da barra de referência não condiz com a operação propriamente dita dos SEPs. O acerto dos desbalanços de carga/geração é realizado por um esquema de controle de duas fases chamado de Controle Automático de Geração (CAG). A primeira fase é a tomada de carga pelos geradores por meio dos reguladores de velocidade, fazendo com que a frequência se desvie do seu valor de referência. Em uma segunda etapa, o CAG muda, em sistema de controle centralizado, a geração de alguns geradores pré-definidos para corrigir o valor de frequência para seu valor nominal, bem como ajustar os intercâmbios contratados entre agentes.

Para emular o comportamento da primeira etapa do controle de carga/frequência descrito anteriormente, o trabalho [35] incorporou ao problema de fluxo de potência, para cada gerador do sistema, a equação em (2.52). Assim, para ng geradores do sistema, ng (2.52) equações são inseridas no sistema de equações a ser resolvido pelo FP para realizar a repartição entre os ng geradores de acordo com os estatismos de seus reguladores de velocidade. Esta formulação então elimina a necessidade da barra de referência no sistema. Porém, para manter uma referência angular, inclui também no sistema de equações (4.45) que fixa o ângulo de uma barra m do sistema, quer seja uma barra de geração ou de carga,

como referência angular do sistema. Para esta formulação, as correções nas gerações de potência ativa dos ng geradores ΔP_G e a correção na frequência de operação do sistema Δf são as novas variáveis de estado. O erro máximo das novas equações de controle são verificadas junto com o das equações de potência, e a convergência ocorre quando todos estão abaixo de uma tolerância pré-especificada.

$$\theta_m - \theta_m^{esp} = 0 \quad (4.45)$$

Por outro lado, os geradores estão sujeitos à limites operacionais de geração de potência ativa dado pelo limite de potência de cada máquina. Estes geradores estão sujeitos à limites devido à potência nominal, bem como da potência da turbina, e estes limites precisam ser respeitados durante a solução de FP, para trazer mais realidade ao ponto de operação obtido. O trabalho em [35] não fez o tratamento dos limites de potência ativa, sendo então proposto neste presente trabalho, utilizando as funções sigmóides.

O esquema de controle primário de carga/frequência pode ser definido como uma função por partes, como mostra (4.46), para um gerador i .

$$y = \begin{cases} P_{G_i} - P_{G_i}^{min}, & \text{se } f \leq f^{min}; \\ P_{G_i} - P_{G_0} + \frac{1}{R}(f - f_0), & \text{se } f^{min} < f < f^{max}; \\ P_{G_i} - P_{G_i}^{max}, & \text{se } f \geq f^{max}; \end{cases} \quad (4.46)$$

Sendo:

$$P_{G_i}^{min} = P_{G_i} + \frac{1}{R}(f^{max} - f_0) \quad (4.47)$$

$$P_{G_i}^{max} = P_{G_i} + \frac{1}{R}(f^{min} - f_0) \quad (4.48)$$

Se forem criadas duas sigmóides para os limites mínimo e máximo de frequência, de tal forma que:

$$\sigma(f^{min}) = \frac{1}{1 + e^{a(f - f^{min} - tol)}} \quad (4.49)$$

$$\sigma(f^{max}) = \frac{1}{1 + e^{-a(f - f^{max} + tol)}} \quad (4.50)$$

Com o parâmetro a alto de tal forma que possa fazer a transição o mais rápido possível entre os estados, pode-se escrever a formulação da equação do regulador de velocidade aplicada ao gerador i com a verificação de limites como em (4.52).

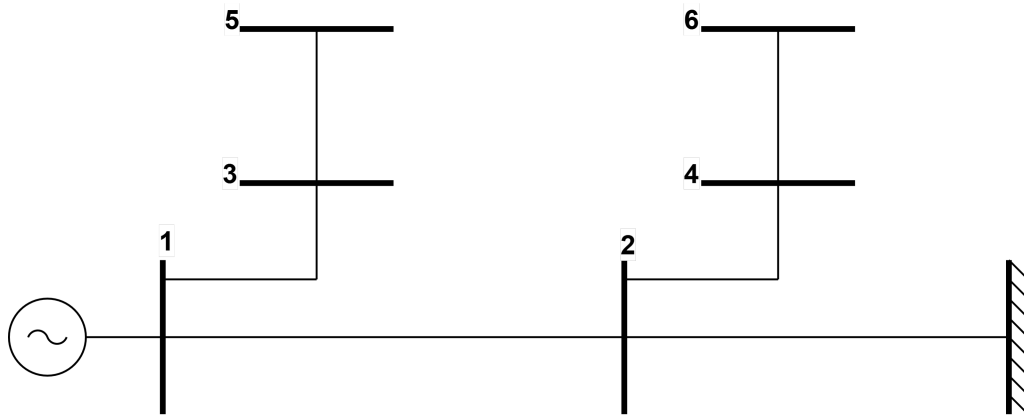
$$(1 - \sigma(f^{min}))(1 - \sigma(f^{max}))(P_{G_i} - P_{G_0} + \frac{1}{R}(f - f_0)) +$$

$$\begin{aligned}
& +(P_{G_i} - P_{G_i}^{min})(\sigma(f^{min}))(1 - \sigma(f^{max})) + \\
& +(P_{G_i} - P_{G_i}^{max})(1 - \sigma(f^{min}))(\sigma(f^{max})) = 0
\end{aligned} \tag{4.51}$$

4.4.6 Exemplo Ilustrativo

A Figura 28 mostra o sistema exemplo de 6 barras com cinco barras PQ e uma barra de geração, com estatismo do regulador de velocidade igual a R .

Figura 28 – Sistema exemplo de 6 barras



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

A equação a ser inserida na formulação de FP para o controle de carga/frequência para o gerador conectado na barra 1 será:

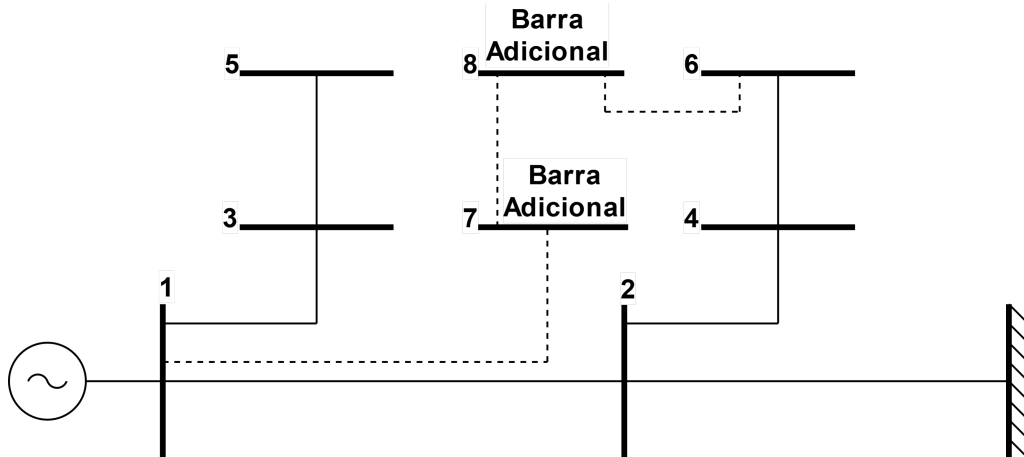
$$\begin{aligned}
& (1 - \sigma(f^{min}))(1 - \sigma(f^{max}))(P_{G_1} - P_{G_0} + \frac{1}{R}(f - f_0)) + \\
& +(P_{G_1} - P_{G_1}^{min})(\sigma(f^{min}))(1 - \sigma(f^{max})) + \\
& +(P_{G_1} - P_{G_1}^{max})(1 - \sigma(f^{min}))(\sigma(f^{max})) = 0
\end{aligned} \tag{4.52}$$

Se for escolhida a barra 6 para ser a referência angular, a equação a ser inserida para manter fixo o ângulo da tensão dessa barra no valor especificado θ_6^{esp} é:

$$\theta_6 - \theta_6^{esp} = 0 \tag{4.53}$$

O sistema matricial a ser resolvido pelo método de Newton, em coordenadas polares,

Figura 29 – Sistema de 6 barras com as barras adicionais e circuitos fictícios



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

está associada a equação que mantém fixo o ângulo da tensão da barra 6. Além disso, as linhas tracejadas referem-se as novas posições não-nulas da matriz Jacobiana.

As novas variáveis de estado são atualizadas a cada iteração h do método de Newton conforme as expressões abaixo:

$$f^{h+1} = f^h + \Delta f^h \quad (4.61)$$

$$P_{G_1}^{h+1} = P_{G_1}^h + \Delta P_{G_1}^h \quad (4.62)$$

Os novos resíduos a serem calculados a cada iteração são:

$$\Delta r = -\theta_6 + \theta_6^{esp} \quad (4.63)$$

$$\Delta s = - (1 - \sigma(f^{min}))(1 - \sigma(f^{max}))(P_{G_1} - P_{G_0} + \frac{1}{R}(f - f_0)) - (P_{G_1} - P_{G_1}^{min})(\sigma(f^{min}))(1 - \sigma(f^{max})) - (4.64)$$

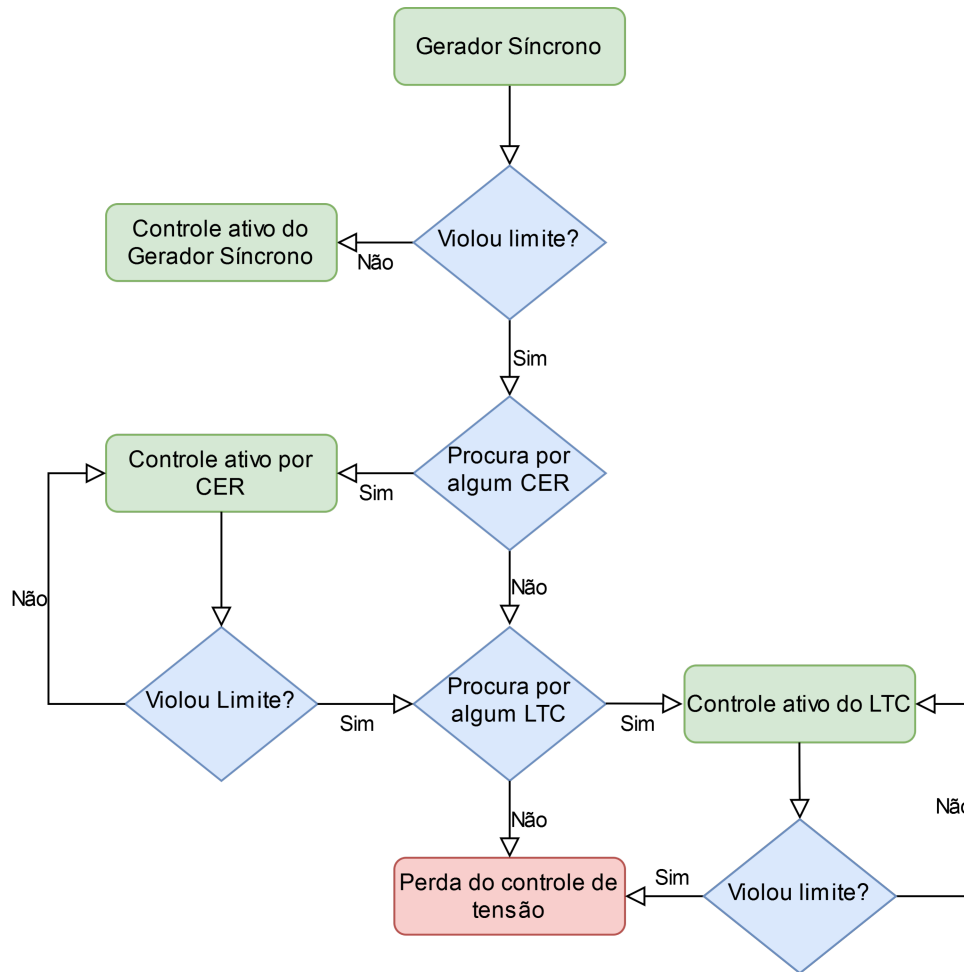
$$- (P_{G_1} - P_{G_1}^{max})(1 - \sigma(f^{min}))(\sigma(f^{max})) \quad (4.65)$$

Os resíduos das equações de controle Δr e Δs são monitorados, junto com os das equações de potência, a cada iteração do método de Newton, até que o erro máximo seja menor do que uma tolerância pré-especificada.

4.4.7 Hierarquização da Atuação de Dispositivos de Controle

Quando mais de uma fonte de potência reativa é utilizada para o controle da magnitude de tensão de uma barra em específico, deve-se encontrar uma forma de priorizar, ou hierarquizar a atuação destes controles de forma que cada um atue de forma coordenada [4] [75]. Segundo [4], geradores síncronos são normalmente escolhidos para terem a prioridade máxima neste esquema de controle, e enquanto todos estiverem operando entre

Figura 30 – Controle hierarquizado



Fonte: Acha (2004)

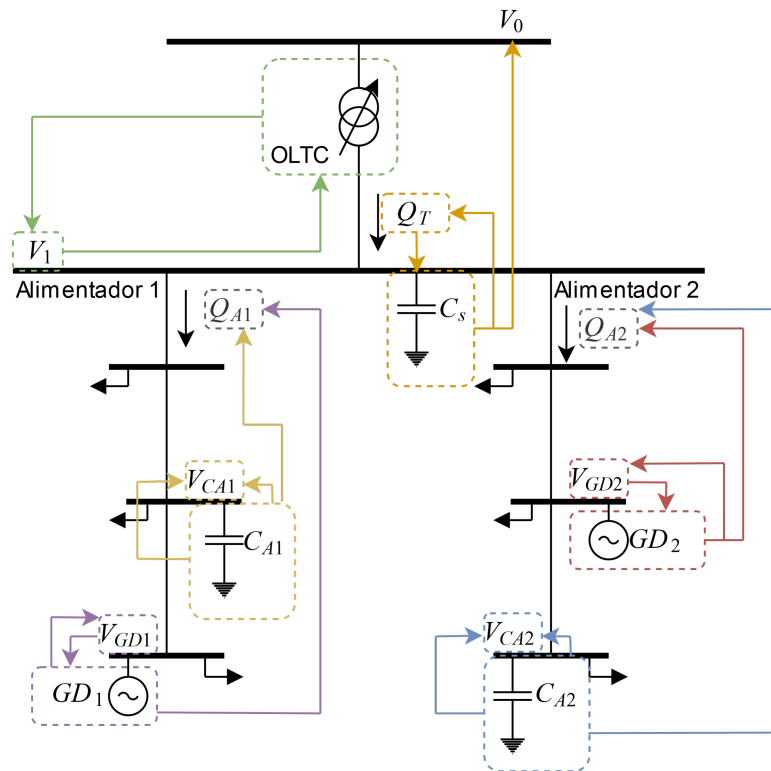
seus limites, as demais fontes de reativo são mantidos fixos em seus valores especificados. A Figura (30) mostra o esquema de controle hierarquizado proposto por [4], utilizando geradores síncronos, CER e LTC para o controle de tensão.

Conforme [75], aqueles recursos de potência reativa que tem atuação rápida devem ter o menor nível hierárquico para o controle de tensão e potência reativa. Desta forma, os dispositivos de atuação rápida podem manter reserva de potência reativa para condições de operação em critério de emergência.

A Figura 31 mostra o esquema de controle em uma microrrede tutorial extraída de [75]. O transformador com comutação sob carga (OLTC, do inglês *On-load tap changer*) controla a tensão V_1 . O reativo que flui pelo OLTC controla o capacitor da subestação C_s , que controla a tensão V_0 . Os GDs controlam suas tensões terminais V_{GD1} e V_{GD2} . Os capacitores dos alimentadores controlam suas tensões terminais V_{CA1} e V_{CA2} , e contribuem para o fluxo de potência reativa nos alimentadores Q_{A1} e Q_{A2} . No trabalho [75], os GDs realizam o controle primário de tensão, a operação local do OLTC e dos capacitores

realizam o controle secundário de tensão, e o controle remoto que atua no OLTC, no capacitor da subestação e nos DGs realizam o controle terciário de tensão.

Figura 31 – Controle hierarquizado



Fonte: Viawan (2008)

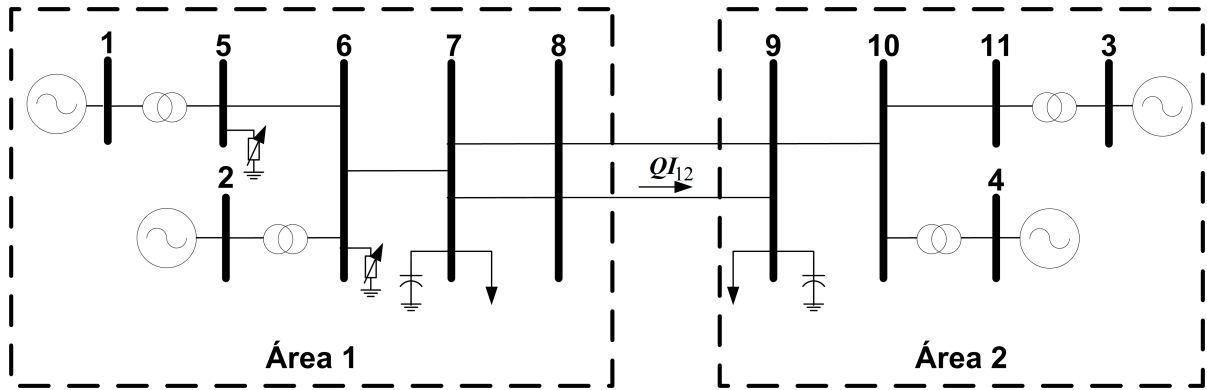
O trabalho [75] propôs, para a solução do problema hierárquico de tensão análogo ao da Figura 31, um problema de programação dinâmica com processos de previsão de carga e de geração nos GDs. É utilizada a característica de resposta no tempo para realizar os controles primário, secundário e terciário. Assim, a resposta dos controles nos seus três níveis são desacoplados a partir do tempo de atuação de cada um.

4.4.7.1 Metodologia Proposta

As chaves sigmóides podem ser utilizadas também para modelar o esquema hierárquico sequencial, pelo método *full* Newton, para ativar e desativar de forma automática durante a solução de um problema de fluxo de potência, sem a necessidade de qualquer teste ou verificação via ajustes alternados.

A Figura 32 mostra o sistema de 11 barras que será utilizado de forma ilustrativa e sem perda de generalidade. Este sistema possui 11 barras e 4 geradores, distribuídos em 2 áreas. Estas áreas estão conectadas por meio das linhas de transmissão entre as barras 8 e 9.

Figura 32 – Diagrama unifilar do sistema de 11 barras



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Dois bancos *shunt* capacitivos manobráveis estão conectados às barras 5 e 6 e controlam a geração de potência reativa do gerador #1 de forma a manter a maior margem de geração de potência reativa (adotou-se considerar 0Mvar como valor de referência). Por sua vez, os geradores #1 e #2 controlam o fluxo de potência reativo de intercâmbio da área 1 para a área 2. Este foi um teste utilizado para validação da metodologia proposta. A metodologia é genérica e poderia ser utilizada de qualquer outra forma, como por exemplo, o incremento de carga.

A seguir, serão feitos os equacionamentos para o controle desse sistema, supondo que o banco conectado na barra 6 só poderá ser chaveado depois que o banco 5 ligar sua última unidade.

O controle de intercâmbio líquido de potência reativa (CIPR) é feito a partir da equação abaixo.

$$QI_{12}^{esp} - QI_{12} = 0 \quad (4.66)$$

Sendo:

$$QI_{12} = q_{89}^{cir1} + q_{89}^{cir2} \quad (4.67)$$

Como mais de um gerador participa do CIPR, deve-se incluir mais uma equação na qual define a regra de participação de cada gerador no suprimento de potência reativa, por meio do fator de participação α_{12} .

$$Q_{G_1} - \alpha_{12}Q_{G_2} = 0 \quad (4.68)$$

As duas novas variáveis de estado do problema são as gerações de potência reativa para ambos os geradores, e suas correções ΔQ_{G_1} e ΔQ_{G_2} são calculadas a cada iteração do método de Newton até que se atinja a convergência.

A equação de controle que mantém a geração do gerador em #1 Q_{G_1} no valor especificado $Q_{G_1}^{esp}$ pelo banco *shunt* está apresentada abaixo:

$$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp} = 0 \quad (4.69)$$

É importante observar que os bancos de capacitores envolvem todo o controle coordenado dos geradores. Isso porque, ao fixar Q_{G_1} por meio da equação (4.69), devido à equação (4.68) a geração de potência reativa Q_{G_2} também é fixada no mesmo valor.

As variáveis de estado associadas ao controle por meio dos bancos *shunt* são as susceptâncias dos bancos b_5 e b_6 .

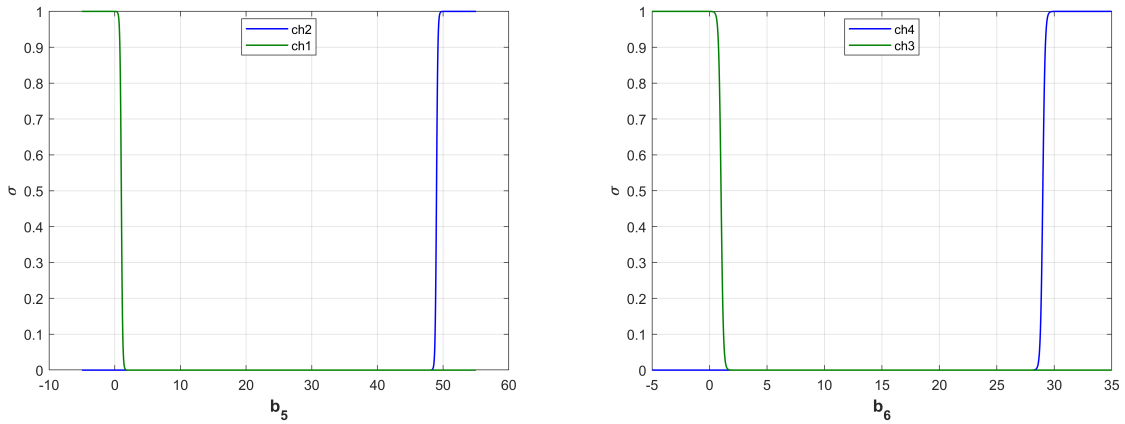
Para a atuação hierarquizada dos bancos *shunt* para o controle de potência reativa no gerador #1, são definidas as seguintes chaves sigmóides:

- $ch1(a, b_5^{min}, -tol)$: chave sigmóide com inclinação a positiva, deslocada no eixo x pelo valor da susceptância mínima para o banco *shunt* conectado na barra 5, e com tolerância tol negativa;
- $ch2(-a, b_5^{max}, tol)$: chave sigmóide com inclinação a negativa, deslocada no eixo x pelo valor da susceptância máxima para o banco *shunt* conectado na barra 5, e com tolerância tol positiva;
- $ch3(a, b_6^{min}, -tol)$: chave sigmóide com inclinação a positiva, deslocada no eixo x pelo valor da susceptância mínima para o banco *shunt* conectado na barra 6, e com tolerância tol negativa;
- $ch4(-a, b_6^{max}, tol)$: chave sigmóide com inclinação a positiva, deslocada no eixo x pelo valor da susceptância máxima para o banco *shunt* conectado na barra 6, e com tolerância tol negativa;
- $ch5(a, Q_{G_1}^{esp}, -tol)$: chave sigmóide com inclinação a positiva, deslocada no eixo x pelo valor da geração especificada de potência reativa para o gerador conectado na barra 1, e com tolerância tol negativa;
- $ch6(-a, Q_{G_1}^{esp}, tol)$: chave sigmóide com inclinação a negativa, deslocada no eixo x pelo valor da geração especificada de potência reativa para o gerador conectado na barra 1, e com tolerância tol positiva;

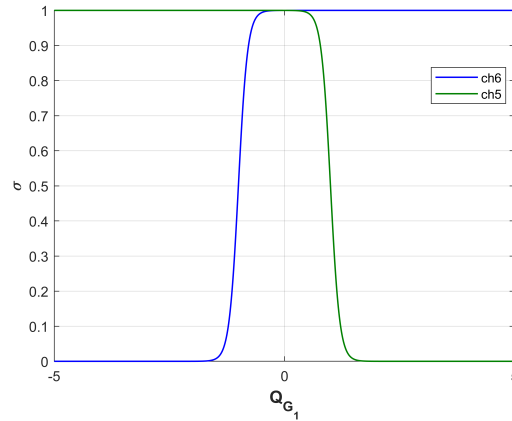
As chaves apresentadas acima irão definir qual equação estará ativada a partir dos valores das variáveis de controle e das variáveis controladas.

Para determinar as equações para o controle hierarquizado de ambos os bancos, pode-se construir, primeiramente, a equação equivalente de cada controle baseada nas suas

Figura 33 – Funções sigmoides para o controle

(a) Chaves para o controle do banco *shunt* 5 (b) Chaves para o controle do banco *shunt* 6

(c) Chaves para a pot. reativa gerada na barra 1



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

respectivas chaves. É importante observar que as equações de controle que modelam cada faixa de controle dos bancos de compensação são definidas em funções por partes, como feita a seguir, para o banco *shunt* conectado na barra 5 (4.70) e na barra 6 (4.71)

$$\begin{aligned}
 b_5 - b_5^{min} &= 0, \text{ se } b_5 \leq b_5^{min} \\
 Q_{G1} - Q_{G1}^{esp} &= 0, \text{ se } b_5^{min} < b_5 < b_5^{max} \\
 b_5 - b_5^{max} &= 0, \text{ se } b_5 \geq b_5^{max}
 \end{aligned} \tag{4.70}$$

$$\begin{aligned}
 b_6 - b_6^{min} &= 0, \text{ se } b_6 \leq b_6^{min} \\
 Q_{G1} - Q_{G1}^{esp} &= 0, \text{ se } b_6^{min} < b_6 < b_6^{max} \\
 b_6 - b_6^{max} &= 0, \text{ se } b_6 \geq b_6^{max}
 \end{aligned} \tag{4.71}$$

A partir de (4.70) e (4.71), e das chaves sigmoides construídas anteriormente para cada

banco, as equações de controle individuais para cada um estão em (4.72) e (4.73).

$$(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch1) \cdot (1 - ch2) + (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch1) \cdot (1 - ch2) + (b_5 - b_5^{max}) \cdot (1 - ch1) \cdot (ch2) = 0 \quad (4.72)$$

$$(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) + (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch3) \cdot (1 - ch4) + (b_6 - b_6^{max}) \cdot (1 - ch3) \cdot (ch4) = 0 \quad (4.73)$$

É possível também representar o *backoff* de cada banco *shunt* utilizando as chaves *ch5* e *ch6*. Sabe-se que, quando o banco *shunt* está no limite máximo de suporte de potência reativa, a geração do gerador controlado passa a variar, aumentando a sua geração. Isso porque, se o banco atingiu o limite máximo, quer dizer que o sistema está com falta de potência reativa. Enquanto a geração do gerador for maior do que o valor especificado, o controle permanece no limite. Por outro lado, se para um dado estado operativo, a geração do equipamento controlado tender a reduzir até ficar abaixo do valor especificado, o banco *shunt* poderá voltar a atuar. Raciocínio análogo pode ser feito para o limite inferior do controle.

$$(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch1ch5) \cdot (1 - ch2ch6) + (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch1ch5) \cdot (1 - ch2ch6) + (b_5 - b_5^{max}) \cdot (1 - ch1ch5) \cdot (ch2ch6) = 0 \quad (4.74)$$

$$(Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch3ch5) \cdot (1 - ch4ch6) + (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch3ch5) \cdot (1 - ch4ch6) + (b_6 - b_6^{max}) \cdot (1 - ch3ch5) \cdot (ch4ch6) = 0 \quad (4.75)$$

Se ambas as equações (4.74) e (4.75) forem incluídas simultaneamente no problema de fluxo de potência, a matriz Jacobiana poderá se tornar singular. Como ambos atuam no controle do mesmo gerador, serão ativados de forma *full* Newton de forma hierarquizada. Para fazer este tratamento, o banco *shunt* conectado na barra 6 só irá atuar quando o banco em 5 esgotar seus recursos. Ou seja, o banco em 6 só atua quando $b_5 = b_5^{max}$. Portanto, é possível observar que a ativação do controle do equipamento em 6 depende da faixa de operação de 5.

A Tabela 5 mostra os estados das chaves para diferentes cenários, dependendo da geração de potência reativa no gerador e estado operativo dos bancos *shunt*. Na Tabela, as chaves nos estados de 4 e 11 são idênticas, porém, denotam transições diferentes. O conjunto de chaves em 4 mostra a transição em que o banco em #5 bate no limite máximo e transita para ligar o banco em #6, enquanto que, em 11, as chaves mostram a transição quando o banco em #6 bate seu limite mínimo e ativa o banco em #5 para reduzir.

Tabela 5 – Configuração das chaves sigmoides para diversos cenários

Nº	Cenário	ch1	ch2	ch3	ch4	ch5	ch6	Eq. 1	Eq. 2
1	$b_5 = b_5^{min}$ $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$	1	0	1	0	1	0	$b_5 - b_5^{min}$	$b_6 - b_6^{min}$
2	$b_5 = b_5^{min}$ $Q_{G_1} \geq Q_{G_1}^{esp}$	1	0	1	0	0	1	$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	$b_6 - b_6^{min}$
3	$b_5^{min} < b_5 < b_5^{max}$ $b_6 = b_6^{min}$	0	0	1	0	1	1	$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	$b_6 - b_6^{min}$
4	$b_5 \geq b_5^{max}$ $b_6 = b_6^{min}$	0	1	1	0	1	1	$b_5 - b_5^{max}$	$b_6 - b_6^{min}$
5	$b_5 = b_5^{max}$ $b_6 = b_6^{min*}$	0	1	1	0	0	1	$b_5 - b_5^{max}$	$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$
6	$b_5 = b_5^{max}$ $b_6^{min} < b_6 < b_6^{max}$	0	1	0	0	1	1	$b_5 - b_5^{max}$	$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$
7	$b_5 = b_5^{max}$ $b_6 > b_6^{max}$	0	1	0	1	1	1	$b_5 - b_5^{max}$	$b_6 - b_6^{max}$
8	$b_5 = b_5^{max}$ $b_6 = b_6^{max}$ $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$	0	1	0	1	0	1	$b_5 - b_5^{max}$	$b_6 - b_6^{max}$
9	$b_5 = b_5^{max}$ $b_6 = b_6^{max}$ $Q_{G_1} \leq Q_{G_1}^{esp}$	0	1	0	1	0	1	$b_5 - b_5^{max}$	$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$
10	$b_5 = b_5^{max}$ $b_6^{min} < b_6 < b_6^{max}$	0	1	0	0	1	1	$b_5 - b_5^{max}$	$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$
11	$b_5 = b_5^{max}$ $b_6 \leq b_6^{min}$	0	1	1	0	1	1	$b_5 - b_5^{max}$	$b_6 - b_6^{min}$
12	$b_5 = b_5^{max}$ $b_6 = b_6^{min*}$	0	1	1	0	1	0	$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	$b_6 - b_6^{min}$
13	$b_5^{min} < b_5 < b_5^{max}$ $b_6 = b_6^{min}$	0	0	1	0	1	1	$Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$	$b_6 - b_6^{min}$
14	$b_5^{min} < b_5$ $b_6 = b_6^{min}$	1	0	1	0	1	1	$b_5 - b_5^{min}$	$b_6 - b_6^{min}$

Pode-se definir que a chave 4 faz parte do modo *forward* do controle e em 11 o modo *backward*. Porém, para saber qual banco ativar e desativar, é necessário que a formulação saiba qual modo os bancos estão operando. Para isso, foi definido o estado temporário em 5 e 12, que libera a potência reativa para variar em uma iteração, para saber qual o modo deve ser ativado. Dependendo se o reativo for maior ou menor que o valor especificado, estará em modo *forward* ou *backward*, respectivamente. Portanto, nestas transições, as chaves *ch5* e *ch6* terão seus estados antagônicos.

É importante observar, por meio da Tabela 5, que os pares de cenários 5 e 6, assim como 11 e 12, possuem os mesmos resultados equivalentes de equações ativadas, mesmo que os valores das chaves associadas às variáveis b_5 e b_6 estejam diferentes. Por exemplo, o primeiro par, o estado 5 é atingido quando a variável b_5 , durante o processo de solução, assumira um valor que seja maior ou igual ao seu valor máximo b_5^{max} . Neste caso, a chave que monitora o limite máximo da susceptância do banco em #5 é chaveada para 1. Na próxima iteração do fluxo de potência, tanto essa chave quanto a que monitora o valor do limite mínimo de b_6 estarão *temporariamente* ativadas. Portanto, este estado pode

ser tratado como um estado de *transição* onde, o esperado, é que esta configuração deve desativar a chave *ch3* para atuar a equação de controle naquela associada ao banco *shunt* conectado na barra #6. Raciocínio análogo pode ser construído para o par de cenários 12 e 13. Além disso, o *backoff* destes pares também precisam ser considerados.

É importante observar que a simples inspeção da Tabela 5 para a construção das equações de controle para os bancos #5 e #6 pode ser tornar inviável. Além disso, a dimensão da Tabela cresce conforme novos bancos forem considerados. Desta forma, fica evidente a necessidade do desenvolvimento de uma metodologia estruturada para a construção das equações de controle, principalmente visando sua generalização.

A Tabela 5 mostra que os cenários que foram considerados para a combinação entre a geração de potência reativa e o *status* dos bancos *shunt* podem ser escritos, cada um, como expressões lógicas. A título de exemplo, o primeiro cenário pode ser descrito da seguinte maneira: **Se** $b_5 = b_5^{min}$ **e** $b_6 = b_6^{min}$ **e** $Q_{G1} < Q_{G1}^{esp}$, **então** $Eq.1 = b_5 - b_5^{min}$ **e** $Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$. Por meio deste exemplo, é possível construir esse mesmo cenário como uma sintaxe IF da programação, sendo:

$$\begin{aligned} & \text{if(condição)} \\ & \quad \text{lista de instruções} \\ & \text{end if} \end{aligned} \tag{4.76}$$

Onde a *condição* é a lista de expressões lógicas para a tomada de decisão, que executa a *lista de instruções* caso a lista de expressões lógicas for verdadeira. Então, o cenário descrito acima pode ser escrito na sintaxe IF da forma:

$$\begin{aligned} & \text{if}(b_5 = b_5^{min} \ \&\& \ b_6 = b_6^{min} \ \&\& \ Q_{G1} < Q_{G1}^{esp}) \\ & \quad Eq.1 = b_5 - b_5^{min} \\ & \quad Eq.2 = b_6 - b_6^{min} \\ & \text{end if} \end{aligned} \tag{4.77}$$

Por extensão, os demais cenários podem também ser escritos em sintaxe IF. Para traduzir o cenário da lógica de sintaxe IF para equações, estas sintaxes devem passar por um processo de algebrização. Suponha então, que y possa assumir as equações f , g e h , dependendo das condições lógicas mutuamente excludentes A , B e C , respectivamente. Ou ainda:

$$y = \begin{cases} f, & \text{se } A \\ g, & \text{se } B \\ h, & \text{se } C \end{cases} \tag{4.78}$$

A equação (4.78) pode ser escrita em forma de sintaxe IF da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 &\text{if}(A) \\
 &\quad y = f \\
 &\text{else if } (B) \\
 &\quad y = g \\
 &\text{else} \\
 &\quad y = h \\
 &\text{end if}
 \end{aligned}
 \tag{4.79}$$

Como as condições lógicas são mutuamente excludentes, pode-se escrever a sintaxe em (4.79) como um conjunto de sintaxes IFs, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 &\text{if}(A) \\
 &\quad y = f \\
 &\text{end if} \\
 &\text{if } (B) \\
 &\quad y = g \\
 &\text{end if} \\
 &\text{if } (C) \\
 &\quad y = h \\
 &\text{end if}
 \end{aligned}
 \tag{4.80}$$

Sobre a sintaxe em (4.80), pode-se discutir os seguintes pontos. Para que um programa execute a lista de instrução do segundo IF, note que implicitamente a expressão lógica deve estar negada. Em outras palavras, implicitamente a condição do segundo IF é $\text{.not. } A \ \&\& \ B$. O mesmo pode se dizer da primeira condição IF, implicitamente a condição é $A \ \&\& \ \text{.not. } B$. Além disso, a expressão lógica C pode ser substituída pela expressão $\text{.not. } A \ \&\& \ \text{.not. } B$, pois a lista de instrução do terceiro IF só será executado se as expressões lógicas A e B forem falsas. Portanto, (4.80) se torna:

$$\begin{aligned}
 &\text{if}(A \ \&\& \ \text{.not. } B) \\
 &\quad y = f \\
 &\text{end if} \\
 &\text{if } (\text{.not. } A \ \&\& \ B) \\
 &\quad y = g \\
 &\text{end if} \\
 &\text{if } (\text{.not. } A \ \&\& \ \text{.not. } B)
 \end{aligned}
 \tag{4.81}$$

$y = h$
end if

É importante observar que, neste trabalho, as expressões lógicas estão sendo representadas como chaves sigmóides. Portanto, substituindo as expressões A e B pelas chaves $\sigma(A)$ e $\sigma(B)$, tem-se:

if($\sigma(A) \ \&\& \ (1 - \sigma(B))$)
 $y = f$
end if
if ($(1-\sigma(A)) \ \&\& \ \sigma(B)$)
 $y = g$ (4.82)
end if
if ($(1-\sigma(A)) \ \&\& \ (1-\sigma(B))$)
 $y = h$
end if

Por meio de (4.82), é possível tornar a sintaxe IF em uma equação matemática. Para isso, deve-se notar que cada IF denota uma condição .OR., traduzindo-se assim, pela lógica booleana, pelo operador "+". Além disso, a condição, ou expressão lógica, e a lista de instruções podem ser multiplicadas, isso porque a expressão lógica tem como resposta 1 ou 0. Em outras palavras, a expressão lógica ativa ou desativa a lista de instruções, funcionando como uma chave. Neste caso então, a sintaxe IF descrita em (4.82) pode ser escrita como a seguinte expressão:

$$y = \sigma(A) \cdot (1 - \sigma(B)) \cdot f + (1 - \sigma(A)) \cdot \sigma(B) \cdot g + (1 - \sigma(A)) \cdot (1 - \sigma(B)) \cdot h \quad (4.83)$$

Note que, com a algebrização geral de (4.82) em (4.83), é possível construir equações a partir de chaves sigmóides para os cenários descritos na Tabela 5, bastando apenas escrevê-los em sintaxe IF. Portanto, a sintaxe a seguir mostra a tradução dos cenários da Tabela 5 em comandos IF, considerando que Eq.1 e Eq.2 podem assumir as seguintes equações:

$$Eq.1 = \begin{cases} b_5 - b_5^{min}, & \text{se } b_5 \leq b_5^{min} \text{ e } Q_{G_1} \leq Q_{G_1}^{esp} \\ Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}, & \text{se } b_5^{min} < b_5 < b_5^{max} \text{ e } Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp} \\ b_5 - b_5^{max}, & \text{se } b_5 \geq b_5^{max} \text{ e } Q_{G_1} \geq Q_{G_1}^{esp} \end{cases} \quad (4.84)$$

$$Eq.2 = \begin{cases} b_6 - b_6^{min}, & \text{se } b_6 \leq b_6^{min} \text{ e } Q_{G_1} \leq Q_{G_1}^{esp} \\ Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}, & \text{se } b_6^{min} < b_6 < b_6^{max} \text{ e } Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp} \\ b_6 - b_6^{max}, & \text{se } b_6 \geq b_6^{max} \text{ e } Q_{G_1} \geq Q_{G_1}^{esp} \end{cases} \quad (4.85)$$

if ($b_5 = b_5^{min}$ && $b_6 = b_6^{min}$ && $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

if ($b_5^{min} < b_5 < b_5^{max}$ && $b_6 = b_6^{min}$ && $Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 = b_6^{min}$ && $Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 = b_6^{min}$ && $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6^{min} < b_6 < b_6^{max}$ && $Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6^{min} < b_6 < b_6^{max}$ && $Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$ && $Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

if ($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$ && $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

if ($b_5^{min} < b_5 < b_5^{max}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$ && $Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

if ($b_5 \leq b_5^{min}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$ && $Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{min}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

if ($b_5 \leq b_5^{min}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$ && $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{min}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

Pode-se agrupar os IFs em função de Q_{G_1} , da seguinte forma:

if ($Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$)

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$)

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

end if

```

if( $b_5 \leq b_5^{min}$  &&  $b_6 \leq b_6^{min}$ )
    Eq.1 =  $b_5 - b_5^{min}$ 
    Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
end if
end if
if ( $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$ )
    if( $b_5 \leq b_5^{min}$  &&  $b_6 \leq b_6^{min}$ )
        Eq.1 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    end if
    if( $b_5 \geq b_5^{max}$  &&  $b_6 \leq b_6^{min}$ )
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
    end if
    if( $b_5 \geq b_5^{max}$  &&  $b_6 \geq b_6^{max}$ )
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{max}$ 
    end if
end if
end if
if ( $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$ )
    if( $b_5 \geq b_5^{max}$  &&  $b_6^{min} < b_6 < b_6^{max}$ )
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
    end if
    if( $b_5 \geq b_5^{max}$  &&  $b_6 \leq b_6^{min}$ )
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    end if
    if( $b_5^{min} < b_5 < b_5^{max}$  &&  $b_6 \leq b_6^{min}$ )
        Eq.1 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    end if
    if( $b_5 \leq b_5^{min}$  &&  $b_6 \leq b_6^{min}$ )
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{min}$ 
    end if

```

```

      Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    end if
    if( $b_5 \geq b_5^{max}$  &&  $b_6 \geq b_6^{max}$ )
      Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
      Eq.2 =  $b_6 - b_6^{max}$ 
    end if
  end if

```

(4.86)

As expressões lógicas no pseudocódigo anterior podem ser substituídas pelas suas chaves sigmóides, da seguinte forma:

```

    if ( $ch5 \cdot (1 - ch6)$ )
      if( $ch2$  &&  $ch4$ )
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
      end if
      if( $ch2$  &&  $ch3$ )
        Eq.1 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
      end if
      if( $ch1$  &&  $ch3$ )
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{min}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
      end if
    end if
    if  $((1 - ch5) \cdot ch6)$ 
      if( $ch1$  &&  $ch3$ )
        Eq.1 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
      end if
      if( $ch2$  &&  $ch3$ )
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
      end if
    end if

```

```

if(ch2 && ch4)
    Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
    Eq.2 =  $b_6 - b_6^{max}$ 
end if
end if
if (ch5 · ch6)
    if(ch2 && (1 - ch3) · (1 - ch4))
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
    end if
    if(ch2 && ch3)
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    end if
    if((1 - ch1) · (1 - ch2) && ch3)
        Eq.1 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    end if
    if(ch1 && ch3)
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{min}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    end if
    if(ch2 && ch4)
        Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{max}$ 
    end if
end if

```

(4.87)

É possível observar que o pseudocódigo anterior descreve os cenários listados na Tabela 5, e mostra todas condições construídas para a montagem das equações $Eq.1$ e $Eq.2$. Para simplificar a análise e determinar, passo a passo, os termos das equações em função das chaves sigmóides, é possível separar a análise por etapa, para cada faixa de reativo, se este é menor, maior ou igual ao especificado.

Portanto, analisando o primeiro conjunto de IFs em função da potência reativa gerada no barramento 1 ser menor do que o valor especificado, conforme a sintaxe destacada

abaixo:

$$\begin{aligned}
& \text{if } (ch5 \cdot (1 - ch6)) \\
& \quad \text{if}(ch2 \ \&\& \ ch4) \\
& \quad \quad Eq.1 = b_5 - b_5^{max} \\
& \quad \quad Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp} \\
& \quad \text{end if} \\
& \quad \text{if}(ch2 \ \&\& \ ch3) \\
& \quad \quad Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp} \\
& \quad \quad Eq.2 = b_6 - b_6^{min} \\
& \quad \text{end if} \\
& \quad \text{if}(ch1 \ \&\& \ ch3) \\
& \quad \quad Eq.1 = b_5 - b_5^{min} \\
& \quad \quad Eq.2 = b_6 - b_6^{min} \\
& \quad \text{end if} \\
& \text{end if} \tag{4.88}
\end{aligned}$$

É possível montar um mapa de Karnaugh com todas as possibilidades para a $Eq.1$ e outro para a $Eq.2$, de forma a reduzir as condições lógicas em equações.

Portanto, o mapa de Karnaugh para as condições de ativação de parcelas da $Eq.1$, em função das chaves $ch1$, $ch2$, $ch3$ e $ch4$, será (é importante notar que as chaves $ch5$ e $ch6$ são comuns a todas as condições da sintaxe IF anterior):

Tabela 6 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88)

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	b_5^{max}	X	X
	10	X	$Q_{G_1}^{esp}$	b_5^{min}	X
	11	X	X	X	X

A parcela de $Eq.1$ referente à equação $b_5 - b_5^{min}$ será:

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.88) é:

$$Eq.1^1 = (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch1) \cdot (ch3) \tag{4.89}$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 7 será:

$$Eq.1^1 = (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch1) \tag{4.90}$$

Tabela 7 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $b_5 - b_5^{min}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	0	X	X
	10	X	0	1	X
	11	X	X	X	X

A parcela de Eq.1 referente à equação $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ será:

Tabela 8 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	0	X	X
	10	X	1	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.88) é:

$$Eq.1^2 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch2) \cdot (ch3) \quad (4.91)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 7 será:

$$Eq.1^2 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch2) \cdot (ch3) \quad (4.92)$$

A parcela de Eq.1 referente à equação $b_5 - b_5^{max}$ será:

Tabela 9 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $b_5 - b_5^{max}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	1	X	X
	10	X	0	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.88) é:

$$Eq.1^3 = (b_5 - b_5^{max}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch2) \cdot (ch4) \quad (4.93)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 7 será:

$$Eq.1^3 = (b_5 - b_5^{max}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch4) \quad (4.94)$$

O mapa de Karnaugh para as condições de ativação de parcelas da Eq.2, em função das chaves $ch1$, $ch2$, $ch3$ e $ch4$, será:

Tabela 10 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88)

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	$Q_{G_1}^{esp}$	X	X
	10	X	b_6^{min}	b_6^{min}	X
	11	X	X	X	X

A parcela de Eq.2 referente à equação $b_6 - b_6^{min}$ será:

Tabela 11 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $b_6 - b_6^{min}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	0	X	X
	10	X	1	1	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.88) é:

$$Eq.2^1 = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot [(ch2) \cdot (ch3) + (ch1) \cdot (ch3)] \quad (4.95)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 11 será:

$$Eq.2^1 = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch3) \quad (4.96)$$

A parcela de Eq.2 referente à equação $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ será:

Tabela 12 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.88) para ativação da parcela $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	1	X	X
	10	X	0	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.88) é:

$$Eq.2^2 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch2) \cdot (ch4) \quad (4.97)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 12 será:

$$Eq.2^2 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot (ch4) \quad (4.98)$$

Analisando o segundo conjunto de IFs em função da potência reativa gerada no barramento 1 ser maior do que o valor especificado, conforme a sintaxe destacada abaixo:

$$\begin{aligned}
 & \text{if } ((1 - ch5) \cdot ch6) \\
 & \quad \text{if}(ch1 \ \&\& \ ch3) \\
 & \quad \quad Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp} \\
 & \quad \quad Eq.2 = b_6 - b_6^{min} \\
 & \quad \text{end if} \\
 & \quad \text{if}(ch2 \ \&\& \ ch3) \\
 & \quad \quad Eq.1 = b_5 - b_5^{max} \\
 & \quad \quad Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp} \\
 & \quad \text{end if} \\
 & \quad \text{if}(ch2 \ \&\& \ ch4) \\
 & \quad \quad Eq.1 = b_5 - b_5^{max} \\
 & \quad \quad Eq.2 = b_6 - b_6^{max} \\
 & \quad \text{end if} \\
 & \text{end if} \quad (4.99)
 \end{aligned}$$

O mapa de Karnaugh para as condições de ativação de parcelas da $Eq.1$, em função das chaves $ch1$, $ch2$, $ch3$ e $ch4$, será (é importante notar que as chaves $ch5$ e $ch6$ são comuns a todas as condições da sintaxe IF anterior):

Tabela 13 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99)

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	b_5^{max}	X	X
	10	X	b_5^{max}	$Q_{G_1}^{esp}$	X
	11	X	X	X	X

A parcela de $Eq.1$ referente à equação $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ será:

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.99) é:

$$Eq.1^4 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch1) \cdot (ch3) \quad (4.100)$$

Tabela 14 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) referente à $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	0	X	X
	10	X	0	1	X
	11	X	X	X	X

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 14 será:

$$Eq.1^4 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch1) \quad (4.101)$$

A parcela de $Eq.1$ referente à equação $b_5 - b_5^{max}$ será:

Tabela 15 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) referente à $b_5 - b_5^{max}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	1	X	X
	10	X	1	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.99) é:

$$Eq.1^5 = (b_5 - b_5^{max}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot [(ch2) \cdot (ch3) + (ch2) \cdot (ch4)] \quad (4.102)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 15 será:

$$Eq.1^5 = (b_5 - b_5^{max}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch2) \quad (4.103)$$

O mapa de Karnaugh para as condições de ativação de parcelas da $Eq.2$, em função das chaves $ch1$, $ch2$, $ch3$ e $ch4$, será :

Tabela 16 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99)

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	b_6^{max}	X	X
	10	X	$Q_{G_1}^{esp}$	b_6^{min}	X
	11	X	X	X	X

A parcela de $Eq.2$ referente à equação $b_6 - b_6^{min}$ será:

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.99) é:

$$Eq.2^3 = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch1) \cdot (ch3) \quad (4.104)$$

Tabela 17 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) para $b_6 - b_6^{min}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	0	X	X
	10	X	0	1	X
	11	X	X	X	X

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 17 será:

$$Eq.2^3 = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch1) \quad (4.105)$$

A parcela de Eq.2 referente à equação $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ será:

Tabela 18 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) para $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	0	X	X
	10	X	1	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.99) é:

$$Eq.2^4 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch2) \cdot (ch3) \quad (4.106)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 18 será:

$$Eq.2^4 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch2) \cdot (ch3) \quad (4.107)$$

A parcela de Eq.2 referente à equação $b_6 - b_6^{max}$ será:

Tabela 19 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.99) para $b_6 - b_6^{max}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	X	X	X
	01	X	1	X	X
	10	X	0	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.99) é:

$$Eq.2^5 = (b_6 - b_6^{max}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch2) \cdot (ch4) \quad (4.108)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 17 será:

$$Eq.2^5 = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch4) \quad (4.109)$$

Analisando o terceiro conjunto de IFs em função da potência reativa gerada no barramento 1 ser igual ao valor especificado, conforme a sintaxe destacada abaixo:

```

if (ch5 · ch6)
    if(ch2 && (1 - ch3) · (1 - ch4))
        Eq.1 = b5 - b5max
        Eq.2 = QG1 - QG1esp
    end if
    if(ch2 && ch3)
        Eq.1 = b5 - b5max
        Eq.2 = b6 - b6min
    end if
    if((1 - ch1) · (1 - ch2) && ch3)
        Eq.1 = QG1 - QG1esp
        Eq.2 = b6 - b6min
    end if
    if(ch1 && ch3)
        Eq.1 = b5 - b5min
        Eq.2 = b6 - b6min
    end if
    if(ch2 && ch4)
        Eq.1 = b5 - b5max
        Eq.2 = b6 - b6max
    end if
end if
end if

```

(4.110)

O mapa de Karnaugh para as condições de ativação de parcelas da Eq.1, em função das chaves *ch1*, *ch2*, *ch3* e *ch4*, será (é importante notar que as chaves *ch5* e *ch6* são comuns a todas as condições da sintaxe IF anterior):

A parcela de Eq.1 referente à equação $b_5 - b_5^{min}$ será:

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.110) é:

$$Eq.1^6 = (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch1) \cdot (ch3) \quad (4.111)$$

Tabela 20 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110)

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	b_5^{max}	X	X
	01	X	b_5^{max}	X	X
	10	$Q_{G_1}^{esp}$	b_5^{max}	b_5^{min}	X
	11	X	X	X	X

Tabela 21 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $b_5 - b_5^{min}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	0	X	X
	01	X	0	X	X
	10	0	0	1	X
	11	X	X	X	X

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 21 será:

$$Eq.1^6 = (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch4) \quad (4.112)$$

A parcela de Eq.1 referente à equação $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ será:

Tabela 22 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	0	X	X
	01	X	0	X	X
	10	1	0	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.110) é:

$$Eq.1^7 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (1 - ch2) \cdot (1 - ch3) \cdot (ch3) \quad (4.113)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 22 será:

$$Eq.1^7 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (1 - ch1) \cdot (1 - ch2) \quad (4.114)$$

A parcela de Eq.1 referente à equação $b_5 - b_5^{max}$ será:

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.110) é:

$$Eq.1^8 = (b_5 - b_5^{max}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot [(ch2) \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) + ch2 \cdot ch3 + ch3 \cdot ch4] \quad (4.115)$$

Tabela 23 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $b_5 - b_5^{max}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	1	X	X
	01	X	1	X	X
	10	0	1	0	X
	11	X	X	X	X

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 23 será:

$$Eq.1^8 = (b_5 - b_5^{max}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch2) \quad (4.116)$$

O mapa de Karnaugh para as condições de ativação de parcelas da Eq.2, em função das chaves $ch1$, $ch2$, $ch3$ e $ch4$, será:

Tabela 24 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110)

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	$Q_{G_1}^{esp}$	X	X
	01	X	b_6^{max}	X	X
	10	b_6^{min}	b_6^{min}	b_6^{min}	X
	11	X	X	X	X

A parcela de Eq.2 referente à equação $b_6 - b_6^{min}$ será:

Tabela 25 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $b_6 - b_6^{min}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	0	X	X
	01	X	0	X	X
	10	1	1	1	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.110) é:

$$Eq.2^6 = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot [(ch2) \cdot (ch3) + (1 - ch1) \cdot (1 - ch2) \cdot (ch3) + (ch1) \cdot (ch3)] \quad (4.117)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 25 será:

$$Eq.2^6 = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch3) \quad (4.118)$$

A parcela de Eq.2 referente à equação $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ será:

Tabela 26 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	1	X	X
	01	X	0	X	X
	10	0	0	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.110) é:

$$Eq.2^7 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch2) \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) \quad (4.119)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 26 será:

$$Eq.2^7 = (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) \quad (4.120)$$

A parcela de $Eq.2$ referente à equação $b_6 - b_6^{max}$ será conforme a Tabela 27:

Tabela 27 – Mapa de Karnaugh das condições da sintaxe IF (4.110) para $b_6 - b_6^{max}$

		ch1ch2			
		00	01	10	11
ch3ch4	00	X	0	X	X
	01	X	1	X	X
	10	0	0	0	X
	11	X	X	X	X

A equação algébrica traduzida do pseudocódigo (4.110) é:

$$Eq.2^8 = (b_6 - b_6^{max}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch3) \cdot (ch4) \quad (4.121)$$

A simplificação pelo mapa de Karnaugh da Tabela 27 será:

$$Eq.2^8 = (b_6 - b_6^{max}) \cdot (ch5) \cdot (ch6) \cdot (ch4) \quad (4.122)$$

Agora que o trecho de cada IF foi traduzido em equações, as equações finais $Eq.1$ e $Eq.2$ são a soma dessas parcelas de $Eq.1^1$ a $Eq.1^8$ e $Eq.2^1$ a $Eq.2^8$ respectivamente. Portanto:

$$Eq.1 = Eq.1^1 + Eq.1^2 + \dots + Eq.1^8$$

$$\begin{aligned}
Eq.1 = & (b_5 - b_5^{min}) \cdot [(ch5 \cdot ch6 \cdot ch1) + ch5 \cdot (1 - ch6) \cdot ch1] + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [ch5 \cdot ch6 \cdot (1 - ch1) \cdot (1 - ch2) + ch5 \cdot (1 - ch6) \cdot ch2 \cdot ch3 + \\
& + (1 - ch5) \cdot ch6 \cdot ch1] + \\
& + (b_5 - b_5^{max}) \cdot [(ch5 \cdot ch6 \cdot ch2) + ch5 \cdot (1 - ch6) \cdot (1 - ch3) + (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot ch2]
\end{aligned} \quad (4.123)$$

$$\begin{aligned}
Eq.2 &= Eq.2^1 + Eq.2^2 + \dots + Eq.2^8 \\
Eq.2 &= (b_6 - b_6^{min}) \cdot [(ch5 \cdot ch6 \cdot ch3) + ch5 \cdot (1 - ch6) \cdot ch3 + (1 - ch5) \cdot ch6 \cdot ch1] + \\
&+ (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [ch5 \cdot ch6 \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) + ch5 \cdot (1 - ch6) \cdot ch4 + \\
&+ (1 - ch5) \cdot ch6 \cdot ch2 \cdot ch3] + \\
&+ (b_6 - b_6^{max}) \cdot [(ch5 \cdot ch6 \cdot ch4) + (1 - ch5) \cdot (ch6) \cdot ch4]
\end{aligned} \tag{4.124}$$

As equações (4.123) e (4.124) podem ser incluídas no conjunto de equações de potência a serem resolvidas pelo método de Newton, em coordenadas polares. O conjunto de equações desenvolvido aqui atende aos cenários previstos na Tabela 5. Por outro lado, o conjunto de equações atende a operação coordenada de dois bancos *shunt*, mas é de interesse que se desenvolva um conjunto de equações para que atenda de forma hierarquizada N bancos *shunt*, de forma generalizada. Para isto, será desenvolvido o modelo para três bancos *shunt* e, após, a generalização do método.

O conjunto de IFs do pseudocódigo abaixo descreve os cenários considerados ao se utilizar um terceiro banco chaveável no sistema de 2 áreas da figura 32, conectado na barra 7. Supondo que as equações *Eq.1*, *Eq.2* e *Eq.3* para os bancos *shunt* conectados nas barras 5, 6 e 7, respectivamente, podem assumir as seguintes parcelas:

$$Eq.1 = \begin{cases} b_5 - b_5^{min}, & \text{se } b_5 \leq b_5^{min} \text{ e } Q_{G_1} \leq Q_{G_1}^{esp} \\ Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}, & \text{se } b_5^{min} < b_5 < b_5^{max} \text{ e } Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp} \\ b_5 - b_5^{max}, & \text{se } b_5 \geq b_5^{max} \text{ e } Q_{G_1} \geq Q_{G_1}^{esp} \end{cases} \tag{4.125}$$

$$Eq.2 = \begin{cases} b_6 - b_6^{min}, & \text{se } b_6 \leq b_6^{min} \text{ e } Q_{G_1} \leq Q_{G_1}^{esp} \\ Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}, & \text{se } b_6^{min} < b_6 < b_6^{max} \text{ e } Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp} \\ b_6 - b_6^{max}, & \text{se } b_6 \geq b_6^{max} \text{ e } Q_{G_1} \geq Q_{G_1}^{esp} \end{cases} \tag{4.126}$$

$$Eq.3 = \begin{cases} b_7 - b_7^{min}, & \text{se } b_7 \leq b_7^{min} \text{ e } Q_{G_1} \leq Q_{G_1}^{esp} \\ Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}, & \text{se } b_7^{min} < b_7 < b_7^{max} \text{ e } Q_{G_1} = Q_{G_1}^{esp} \\ b_7 - b_7^{max}, & \text{se } b_7 \geq b_7^{max} \text{ e } Q_{G_1} \geq Q_{G_1}^{esp} \end{cases} \tag{4.127}$$

if($b_5 == b_5^{min}$ && $b_6 == b_6^{min}$ && $b_7 == b_7^{min}$ && $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

if($b_5^{min} < b_5 < b_5^{max}$ && $b_6 == b_6^{min}$ && $b_7 == b_7^{min}$ && $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

$$\text{if}(b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 == b_6^{min} \ \&\& \ b_7 == b_7^{min} \ \&\& \ Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp})$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

$$\text{if}(b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 == b_6^{min} \ \&\& \ b_7 == b_7^{min} \ \&\& \ Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp})$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

$$\text{if}(b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6^{min} < b_6 < b_6^{max} \ \&\& \ b_7 == b_7^{min} \ \&\& \ Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp})$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

$$\text{if}(b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 \geq b_6^{max} \ \&\& \ b_7 == b_7^{min} \ \&\& \ Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp})$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

$$\text{if}(b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 \geq b_6^{max} \ \&\& \ b_7 == b_7^{min} \ \&\& \ Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp})$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

$$\text{if}(b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 \geq b_6^{max} \ \&\& \ b_7^{min} < b_7 < b_7^{max} \ \&\& \ Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp})$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7 \geq b_7^{max}$ && $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{max}$$

end if

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7 \geq b_7^{max}$ && $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{max}$$

end if

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7 \geq b_7^{max}$ && $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7^{min} < b_7 < b_7^{max}$ && $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7 \leq b_7^{min}$ && $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7 \leq b_7^{min}$ && $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

if($b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6^{min} < b_6 < b_6^{max}$ && $b_7 == b_7^{min}$ && $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$)

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

```

end if
if( $b_5 \geq b_5^{max}$  &&  $b_6 \leq b_6^{min}$  &&  $b_7 == b_7^{min}$  &&  $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$ )
    Eq.1 =  $b_5 - b_5^{max}$ 
    Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    Eq.3 =  $b_7 - b_7^{min}$ 
end if
if( $b_5 \geq b_5^{max}$  &&  $b_6 \leq b_6^{min}$  &&  $b_7 == b_7^{min}$  &&  $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$ )
    Eq.1 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
    Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    Eq.3 =  $b_7 - b_7^{min}$ 
end if
if( $b_5^{min} < b_5 < b_5^{max}$  &&  $b_6 == b_6^{min}$  &&  $b_7 == b_7^{min}$  &&  $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$ )
    Eq.1 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
    Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    Eq.3 =  $b_7 - b_7^{min}$ 
end if
if( $b_5 \leq b_5^{min}$  &&  $b_6 == b_6^{min}$  &&  $b_7 == b_7^{min}$  &&  $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$ )
    Eq.1 =  $b_5 - b_5^{min}$ 
    Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    Eq.3 =  $b_7 - b_7^{min}$ 
end if
if( $b_5 \leq b_5^{min}$  &&  $b_6 == b_6^{min}$  &&  $b_7 == b_7^{min}$  &&  $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$ )
    Eq.1 =  $b_5 - b_5^{min}$ 
    Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    Eq.3 =  $b_7 - b_7^{min}$ 
end if

```

(4.128)

O pseudocódigo acima pode ser agrupado em função da faixa de reativo, conforme a sintaxe abaixo:

```

if  $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$ 
    if  $b_5 == b_5^{min}$  &&  $b_6 == b_6^{min}$  &&  $b_7 == b_7^{min}$ 
        Eq.1 =  $Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$ 
        Eq.2 =  $b_6 - b_6^{min}$ 
    
```

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

$$\text{if } b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 == b_6^{min} \ \&\& \ b_7 == b_7^{min}$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

$$\text{if } b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 \geq b_6^{max} \ \&\& \ b_7 == b_7^{min}$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

$$\text{if } b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 \geq b_6^{max} \ \&\& \ b_7 \geq b_7^{max}$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{max}$$

end if

end if

$$\text{if } Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$$

$$\text{if } b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 \geq b_6^{max} \ \&\& \ b_7 \geq b_7^{max}$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

$$\text{if } b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 \geq b_6^{max} \ \&\& \ b_7 \leq b_7^{min}$$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

$$\text{if } b_5 \geq b_5^{max} \ \&\& \ b_6 \leq b_6^{min} \ \&\& \ b_7 \leq b_7^{min}$$

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

if $b_5 \leq b_5^{min}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$ && $b_7 \leq b_7^{min}$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{min}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

end if

if $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$

if $b_5^{min} < b_5 < b_5^{max}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$ && $b_7 \leq b_7^{min}$

$$Eq.1 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

if $b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \leq b_6^{min}$ && $b_7 \leq b_7^{min}$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{min}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

if $b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6^{min} < b_6 < b_6^{max}$ && $b_7 \leq b_7^{min}$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

if $b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7 \leq b_7^{min}$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = b_7 - b_7^{min}$$

end if

if $b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7^{min} < b_7 < b_7^{max}$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$Eq.2 = b_6 - b_6^{max}$$

$$Eq.3 = Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}$$

end if

if $b_5 \geq b_5^{max}$ && $b_6 \geq b_6^{max}$ && $b_7 \geq b_7^{max}$

$$Eq.1 = b_5 - b_5^{max}$$

$$\begin{aligned}
& Eq.2 = b_6 - b_6^{max} \\
& Eq.3 = b_7 - b_7^{max} \\
& \text{end if} \\
& \text{if } b_5 \leq b_5^{min} \ \&\& \ b_6 \leq b_6^{min} \ \&\& \ b_7 \leq b_7^{min} \\
& \quad Eq.1 = b_5 - b_5^{min} \\
& \quad Eq.2 = b_6 - b_6^{min} \\
& \quad Eq.3 = b_7 - b_7^{min} \\
& \text{end if} \\
& \text{end if} \tag{4.129}
\end{aligned}$$

Usando as chaves sigmoides para:

- b_5^{min} - ch1
- b_5^{max} - ch2
- b_6^{min} - ch3
- b_6^{max} - ch4
- b_7^{min} - ch5
- b_7^{max} - ch6
- $Q_{G_1}^{inf}$ - ch7
- $Q_{G_1}^{sup}$ - ch8

Tem-se a algebrização dos IFs de (4.129) para cada faixa de reativo descrito a seguir.

Para $Q_{G_1} > Q_{G_1}^{esp}$ tem-se as equações parciais:

A parcela da equação $Eq.1$ traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$\begin{aligned}
Eq.1^1 = & (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch1 \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
& + (b_5 - b_5^{max}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot [ch2 \cdot ch3 \cdot ch5 + ch2 \cdot ch4 \cdot ch5 + \\
& + ch2 \cdot ch4 \cdot ch6] \tag{4.130}
\end{aligned}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se:

$$\begin{aligned}
Eq.1^1 = & (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch1 + \\
& + (b_5 - b_5^{max}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch2 \tag{4.131}
\end{aligned}$$

A parcela da equação *Eq.2* traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$\begin{aligned}
 Eq.2^1 &= (b_6 - b_6^{min}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch2 \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
 &\quad + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot [ch2 \cdot ch4 \cdot ch5 + ch2 \cdot ch4 \cdot ch6] + \\
 &\quad + (b_6 - b_6^{max}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch1 \cdot ch3 \cdot ch5
 \end{aligned} \tag{4.132}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se

$$\begin{aligned}
 Eq.2^1 &= (b_6 - b_6^{min}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch2 \cdot ch3 + \\
 &\quad + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch4 + \\
 &\quad + (b_6 - b_6^{max}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch1
 \end{aligned} \tag{4.133}$$

A parcela da equação *Eq.3* traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$\begin{aligned}
 Eq.3^1 &= (b_7 - b_7^{min}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot [ch1 \cdot ch3 \cdot ch5 + ch2 \cdot ch3 \cdot ch5] + \\
 &\quad + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch2 \cdot ch4 \cdot ch5 + \\
 &\quad + (b_7 - b_7^{max}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch2 \cdot ch4 \cdot ch6
 \end{aligned} \tag{4.134}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se:

$$\begin{aligned}
 Eq.3^1 &= (b_7 - b_7^{min}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch3 + \\
 &\quad + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch4 \cdot ch5 + \\
 &\quad + (b_7 - b_7^{max}) \cdot (1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch6
 \end{aligned} \tag{4.135}$$

Para $Q_{G_1} < Q_{G_1}^{esp}$ tem-se as equações parciais:

A parcela da equação *Eq.1* traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$\begin{aligned}
 Eq.1^2 &= (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch1 \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
 &\quad + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch2 \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
 &\quad + (b_5 - b_5^{max}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot [ch2 \cdot ch4 \cdot ch6 + ch2 \cdot ch4 \cdot ch5]
 \end{aligned} \tag{4.136}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se:

$$\begin{aligned}
 Eq.1^2 &= (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch1 + \\
 &\quad + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch2 \cdot ch3 + \\
 &\quad + (b_5 - b_5^{max}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch4
 \end{aligned} \tag{4.137}$$

A parcela da equação *Eq.2* traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$Eq.2^2 = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot [ch2 \cdot ch3 \cdot ch5 + ch1 \cdot ch3 \cdot ch5] +$$

$$\begin{aligned}
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch2 \cdot ch4 \cdot ch5 + \\
& + (b_6 - b_6^{max}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch2 \cdot ch4 \cdot ch6
\end{aligned} \tag{4.138}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se:

$$\begin{aligned}
Eq.2^2 & = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch3 + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch4 \cdot ch5 + \\
& + (b_6 - b_6^{max}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch6
\end{aligned} \tag{4.139}$$

A parcela da equação *Eq.3* traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$\begin{aligned}
Eq.3^2 & = (b_7 - b_7^{min}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot [ch2 \cdot ch4 \cdot ch5 + ch2 \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
& + ch1 \cdot ch3 \cdot ch5] + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch2 \cdot ch4 \cdot ch6
\end{aligned} \tag{4.140}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se:

$$\begin{aligned}
Eq.3^2 & = (b_7 - b_7^{min}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch5 + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch6
\end{aligned} \tag{4.141}$$

Para $Q_{G_1} == Q_{G_1}^{esp}$ tem-se as equações parciais:

A parcela da equação *Eq.1* traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$\begin{aligned}
Eq.1^3 & = (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch1 \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot (1 - ch1) \cdot (1 - ch2) \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
& + (b_5 - b_5^{max}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot [ch2 \cdot ch3 \cdot ch5 + ch2 \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) \cdot ch5 + \\
& + ch2 \cdot ch4 \cdot ch5 + ch2 \cdot ch4 \cdot (1 - ch5) \cdot (1 - ch6) + ch2 \cdot ch4 \cdot ch6]
\end{aligned} \tag{4.142}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se:

$$\begin{aligned}
Eq.1^3 & = (b_5 - b_5^{min}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch1 + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot (1 - ch1) \cdot (1 - ch2) + \\
& + (b_5 - b_5^{max}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch2
\end{aligned} \tag{4.143}$$

A parcela da equação *Eq.2* traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$\begin{aligned}
Eq.2^3 & = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot [(1 - ch1) \cdot (1 - ch2) \cdot ch3 \cdot ch5 + ch1 \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
& + ch2 \cdot ch3 \cdot ch5] + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch2 \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) \cdot ch5 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (b_6 - b_6^{max}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot [ch2 \cdot ch4 \cdot ch5 + ch2 \cdot (1 - ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot ch4 + \\
& + ch2 \cdot ch4 \cdot ch6]
\end{aligned} \tag{4.144}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se:

$$\begin{aligned}
Eq.2^3 & = (b_6 - b_6^{min}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch3 + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) + \\
& + (b_6 - b_6^{max}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch4
\end{aligned} \tag{4.145}$$

A parcela da equação *Eq.3* traduzida do pseudocódigo (4.129).

$$\begin{aligned}
Eq.3^3 & = (b_7 - b_7^{min}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot [(1 - ch1) \cdot (1 - ch2) \cdot ch3 \cdot ch5 + ch2 \cdot ch3 \cdot ch5 + \\
& + ch2 \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4) \cdot ch5 + ch2 \cdot ch4 \cdot ch6 + ch1 \cdot ch3 \cdot ch5] + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch2 \cdot (1 - ch5) \cdot (1 - ch6) \cdot ch4 + \\
& + (b_7 - b_7^{max}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch2 \cdot ch4 \cdot ch6
\end{aligned} \tag{4.146}$$

Fazendo a redução por meio do mapa de Karnaugh 6x6, tem-se:

$$\begin{aligned}
Eq.3^3 & = (b_7 - b_7^{min}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch5 + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot (1 - ch5) \cdot (1 - ch6) + \\
& + (b_7 - b_7^{max}) \cdot (ch7) \cdot (ch8) \cdot ch6
\end{aligned} \tag{4.147}$$

Portanto, as equações totais podem ser escritas da seguinte forma:

$$Eq.1 = Eq.1^1 + Eq.1^2 + Eq.1^3$$

$$\begin{aligned}
Eq.1 & = (b_5 - b_5^{min}) \cdot [(ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch1 + ch7 \cdot ch8 \cdot ch1] + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch1 + ch7 \cdot (1 - ch8) \cdot ch2 \cdot ch3 + \\
& + ch7 \cdot ch8 \cdot (1 - ch1) \cdot (1 - ch2)] + \\
& + (b_5 - b_5^{max}) \cdot [(1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch2 + ch7 \cdot (1 - ch8) \cdot ch4 + ch7 \cdot ch8 \cdot ch2]
\end{aligned} \tag{4.148}$$

$$Eq.2 = Eq.2^1 + Eq.2^2 + Eq.2^3$$

$$\begin{aligned}
Eq.2 & = (b_6 - b_6^{min}) \cdot [(1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch1 + (ch7) \cdot (1 - ch8) \cdot ch3 + ch7 \cdot ch8 \cdot ch3] + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch2 \cdot ch3 + ch7 \cdot (1 - ch8) \cdot ch4 \cdot ch5 + \\
& + ch7 \cdot ch8 \cdot (1 - ch3) \cdot (1 - ch4)] + \\
& + (b_6 - b_6^{max}) \cdot [(1 - ch7) \cdot ch8 \cdot ch4 + ch7 \cdot (1 - ch8) \cdot ch6 + ch7 \cdot ch8 \cdot ch4]
\end{aligned} \tag{4.149}$$

$$Eq.3 = Eq.3^1 + Eq.3^2 + Eq.3^3$$

$$\begin{aligned}
Eq.3 = & (b_7 - b_7^{min}) \cdot [(1 - ch_7) \cdot ch_8 \cdot ch_3 + (ch_7) \cdot (1 - ch_8) \cdot ch_5 + ch_7 \cdot ch_8 \cdot ch_5] + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_7) \cdot ch_8 \cdot ch_4 \cdot ch_5 + ch_7 \cdot (1 - ch_8) \cdot ch_6 + \\
& + ch_7 \cdot ch_8 \cdot (1 - ch_5) \cdot (1 - ch_6)] + \\
& + (b_7 - b_7^{max}) \cdot [(1 - ch_7) \cdot ch_8 \cdot ch_6 + ch_7 \cdot ch_8 \cdot ch_6] \tag{4.150}
\end{aligned}$$

Por inspeção das equações de (4.148) a (4.150), é possível escrever a equação do banco i , com as respectivas chaves ch_i^{min} e ch_i^{max} , controlando a potência reativa do gerador j , com as chaves ch_q^{inf} e ch_q^{sup} da seguinte maneira, supondo que, para $i = 0$, $ch_0^{min} = 0$ e $ch_0^{max} = 1$ e para $i = N + 1$, $ch_{N+1}^{min} = 1$ e $ch_{N+1}^{max} = 0$:

$$\begin{aligned}
Eq.i = & (b_i - b_i^{min}) \cdot [(1 - ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (ch_{i-1}^{min}) + (ch_q^{inf}) \cdot (1 - ch_q^{sup}) \cdot (ch_i^{min}) + \\
& + (ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (ch_i^{min})] + \\
& + (Q_{G_j} - Q_{G_j}^{esp}) \cdot [(1 - ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (ch_{i-1}^{max}) \cdot (ch_i^{min}) + \\
& + (ch_q^{inf}) \cdot (1 - ch_q^{sup}) \cdot (ch_i^{max}) \cdot (ch_{i+1}^{min}) + \\
& + (ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (1 - ch_i^{min}) \cdot (1 - ch_i^{max})] \\
& + (b_i - b_i^{max}) \cdot [(1 - ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (ch_i^{max}) + (ch_q^{inf}) \cdot (1 - ch_q^{sup}) \cdot (ch_{i+1}^{max}) + \\
& + (ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (ch_i^{max})] \tag{4.151}
\end{aligned}$$

Ou ainda, simplificando:

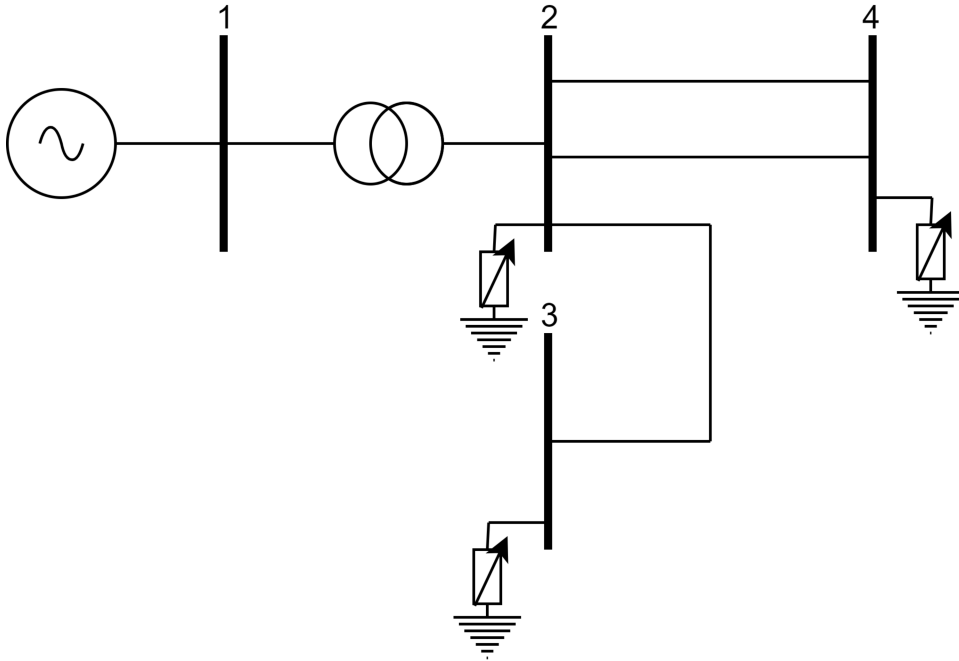
$$\begin{aligned}
Eq.i = & (b_i - b_i^{min}) \cdot [(1 - ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (ch_{i-1}^{min}) + (ch_q^{inf}) \cdot (ch_i^{min}) + \\
& + (Q_{G_j} - Q_{G_j}^{esp}) \cdot [(1 - ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (ch_{i-1}^{max}) \cdot (ch_i^{min}) + \\
& + (ch_q^{inf}) \cdot (1 - ch_q^{sup}) \cdot (ch_i^{max}) \cdot (ch_{i+1}^{min}) + \\
& + (ch_q^{inf}) \cdot (ch_q^{sup}) \cdot (1 - ch_i^{min}) \cdot (1 - ch_i^{max})] \\
& + (b_i - b_i^{max}) \cdot [(ch_q^{sup}) \cdot (ch_i^{max}) + (ch_q^{inf}) \cdot (1 - ch_q^{sup}) \cdot (ch_{i+1}^{max})] \tag{4.152}
\end{aligned}$$

É importante observar que a equação em (4.152) também pode ser aplicada a bancos indutivos. Os cenários, para bancos indutivos, se torna os mesmos da Tabela 5 se assumir que o limite máximo dos bancos é igual a zero e o limite mínimo é igual ao valor do banco, assumindo então o mínimo numérico do banco *shunt*. Isso porque, ao se adotar essa premissa, quando os bancos estiverem no seu limite mínimo, o gerador tende a se tornar indutivo, e o controle volta a ser ativado quando o gerador se tornar capacitivo. Note que, para os bancos capacitivos, quando estes estão no seu valor mínimo, o gerador também tende a ficar indutivo, voltando ao controle quando o gerador se torna capacitivo. Desta forma, a ordem de ativação dos controles se torna a mesma para os bancos capacitivos e indutivos.

4.4.7.2 Exemplo Ilustrativo

Para este exemplo ilustrativo do controle hierarquizado, será utilizado o sistema de 4 barras da Figura 34. Este sistema tutorial possui três bancos *shunt* conectados às barras 2, 3 e 4, e juntos controlam a injeção de potência reativa do gerador conectado na barra 1 em 0Mvar. Os três bancos *shunt* estão com atuação hierarquizada, onde a ordem de hierarquização é que primeiro atue no sistema o banco *shunt* da barra 2, em sequência atue o banco da barra 3 e, por fim, atue o banco da barra 4.

Figura 34 – Diagrama unifilar do sistema tutorial de 4 barras



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Supondo que para $i = 0$, $ch_0^{min} = 0$ e $ch_0^{max} = 1$ e para $i = N + 1$, $ch_{N+1}^{min} = 1$ e $ch_{N+1}^{max} = 0$, as equações a serem incluídas para o controle hierarquizado são, para os três bancos:

$$\begin{aligned}
 Eq.2 = & (b_2 - b_2^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_0^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_2^{min}) + \\
 & + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_0^{max}) \cdot (ch_2^{min}) + \\
 & + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
 & + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_2^{min}) \cdot (1 - ch_2^{max})] \\
 & + (b_2 - b_2^{max}) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max})] \quad (4.153)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Eq.3 = & (b_3 - b_3^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
 & + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
 & + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) \cdot (ch_4^{min}) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (b_2 - b_2^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_0^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_2^{min}) + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_0^{max}) \cdot (ch_2^{min}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_2^{min}) \cdot (1 - ch_2^{max}) \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_2^{min}) \cdot (1 - ch_2^{max})] \\
& + (1) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max})] \\
& + (b_2 - b_2^{max}) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max})] \quad (4.161)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{56} = \frac{\delta Eq.2}{\delta b_3} &= (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min})] + \\
& + (b_2 - b_2^{max}) \cdot [(ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max})] \quad (4.162)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{65} = \frac{\delta Eq.3}{\delta b_2} &= (b_3 - b_3^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min})] \quad (4.163)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{66} = \frac{\delta Eq.3}{\delta b_3} &= (1) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
& + (b_3 - b_3^{min}) \cdot [(ch_1^{inf}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) \cdot (ch_4^{min}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_3^{min}) \cdot (1 - ch_3^{max}) \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_3^{min}) \cdot (1 - ch_3^{max})] \\
& + (1) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_4^{max})] \\
& + (b_3 - b_3^{max}) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max})] \quad (4.164)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{67} = \frac{\delta Eq.3}{\delta b_4} &= (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) \cdot (ch_4^{min})] \\
& + (b_3 - b_3^{max}) \cdot [(ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_4^{max})] \quad (4.165)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{76} = \frac{\delta Eq.4}{\delta b_3} &= (b_4 - b_4^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{min})] + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) \cdot (ch_4^{min})] \quad (4.166)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{77} = \frac{\delta Eq.4}{\delta b_4} &= (1) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_4^{min})] + \\
& (b_4 - b_4^{min}) \cdot [(ch_1^{inf}) \cdot (ch_4^{min})] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) \cdot (ch_4^{min}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_4^{max}) \cdot (ch_5^{min}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_4^{min}) \cdot (1 - ch_4^{max}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_4^{min}) \cdot (1 - ch_4^{max})] + \\
& + (1) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_4^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_5^{max})] + \\
& + (b_4 - b_4^{max}) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_4^{max})] \tag{4.167}
\end{aligned}$$

$$L_{81} = \frac{\delta y}{\delta V_1} = 1 \tag{4.168}$$

$$L_{18} = \frac{\delta Q_1}{\delta Q_{G_1}} = -1 \tag{4.169}$$

$$\begin{aligned}
L_{58} = \frac{\delta Eq.2}{\delta Q_{G_1}} & = (b_2 - b_2^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_0^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_2^{min}) + \\
& + (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_0^{max}) \cdot (ch_2^{min}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min}) + \\
& + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_2^{min}) \cdot (1 - ch_2^{max})] \\
& + (b_2 - b_2^{max}) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max})] \tag{4.170}
\end{aligned}$$

Sendo que os resíduos das novas equações adicionadas são calculadas por meio das relações abaixo, e são consideradas a cada iteração para o critério de convergência do caso.

$$\begin{aligned}
\Delta Eq.2 & = - (b_2 - b_2^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_0^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_2^{min})] - \\
& - (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_0^{max}) \cdot (ch_2^{min}) - \\
& - (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min}) - \\
& - (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_2^{min}) \cdot (1 - ch_2^{max})] - \\
& - (b_2 - b_2^{max}) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max})] \tag{4.171}
\end{aligned}$$

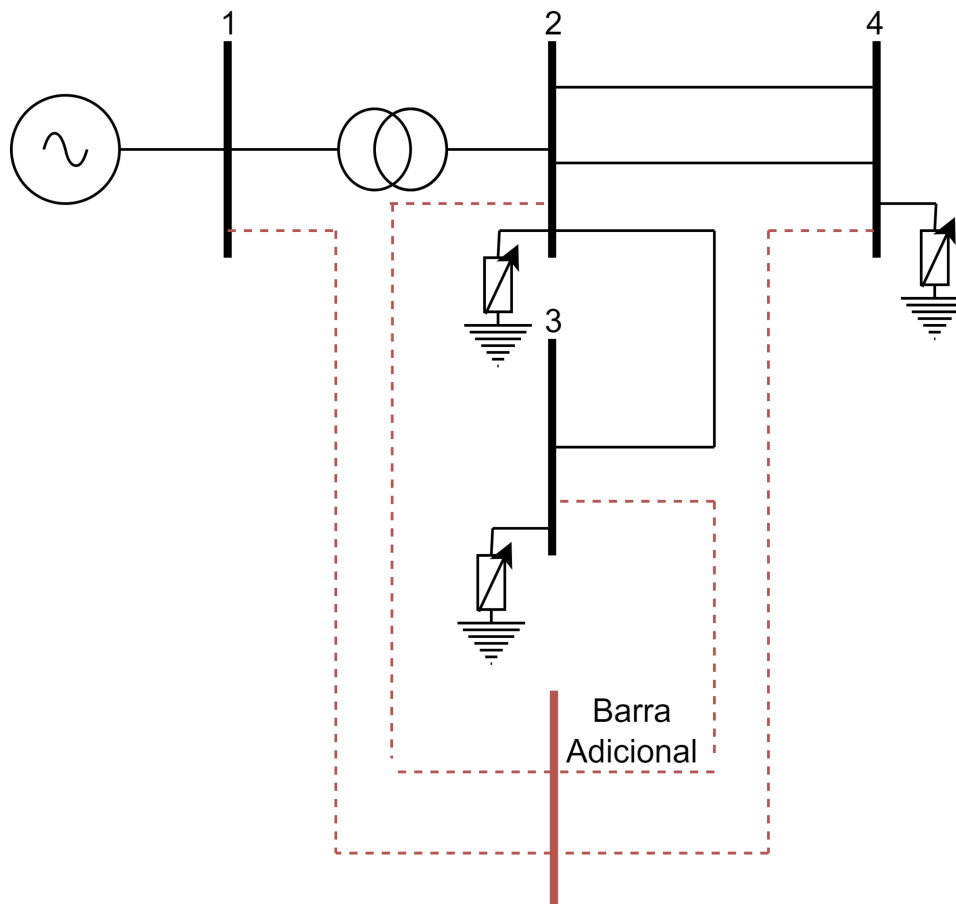
$$\begin{aligned}
\Delta Eq.3 & = - (b_3 - b_3^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_3^{min})] - \\
& - (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_2^{max}) \cdot (ch_3^{min}) - \\
& - (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) \cdot (ch_4^{min}) - \\
& - (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_3^{min}) \cdot (1 - ch_3^{max})] - \\
& - (b_3 - b_3^{max}) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_4^{max})] \tag{4.172}
\end{aligned}$$

$$\Delta Eq.4 = - (b_4 - b_4^{min}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{min}) + (ch_1^{inf}) \cdot (ch_4^{min})] -$$

$$\begin{aligned}
& - (Q_{G_1} - Q_{G_1}^{esp}) \cdot [(1 - ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (ch_3^{max}) \cdot (ch_4^{min}) - \\
& - (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_4^{max}) \cdot (ch_5^{min}) - \\
& - (ch_1^{inf}) \cdot (ch_1^{sup}) \cdot (1 - ch_4^{min}) \cdot (1 - ch_4^{max})] - \\
& - (b_4 - b_4^{max}) \cdot [(ch_1^{sup}) \cdot (ch_4^{max}) + (ch_1^{inf}) \cdot (1 - ch_1^{sup}) \cdot (ch_5^{max})] \quad (4.173)
\end{aligned}$$

As novas equações podem ser encaradas como barras adicionais que são inseridas no sistema de forma virtual, enquanto que as derivadas não nulas adicionais representam circuitos fictícios ligando cada barra adicional aos elementos de rede. A Figura 35 mostra essa estrutura para o esquema de controle hierarquizado do banco *shunt* conectado à barra 3.

Figura 35 – Diagrama unifilar do sistema tutorial de 4 barras com barra adicional e circuitos fictícios para o controle do banco *shunt* na barra 3



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Dessa forma, a cada iteração h , as novas variáveis de estado são atualizadas conforme suas correções até que se obtenha a convergência do método.

$$b_2^{h+1} = b_2^h + \Delta b_2^h$$

$$\begin{aligned} b_3^{h+1} &= b_3^h + \Delta b_3^h \\ b_4^{h+1} &= b_4^h + \Delta b_4^h \end{aligned} \quad (4.174)$$

4.4.8 DISCRETIZAÇÃO DE BANCOS *SHUNT*

A modelagem descrita no item anterior leva em consideração a variação contínua dos bancos de capacitores entre o seu número mínimo e máximo de unidades. Por outro lado, no campo, os bancos *shunt*, tanto capacitivos quanto indutivos, são de natureza discreta, tendo sua atuação automática ou manual pelos operadores. Desta forma, é necessário que, para a correta representação da variação dos bancos em unidades em operação, que a formulação leve em consideração a variação discreta das unidades de capacitores.

A metodologia utilizada neste trabalho para a representação discreta dos bancos *shunt* é a heurística proposta em [76]. Primeiramente, o FP é executado levando em consideração a variação contínua da susceptância equivalente do banco. Em seguida, determina-se o banco discreto mais próximo do valor contínuo determinado. A partir da aplicação destes valores ao sistema, o FP é executado sem as equações de controle do equipamento. É importante observar que, como o valor do banco, para a representação discreta, fica ligeiramente próxima do valor contínuo correspondente, a potência reativa controlada pelo equipamento ficará em torno do valor especificado.

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo procurou apresentar as formulações de inserção da característica de regime permanente de controles no problema de FP por meio de chaves sigmóides. Em um primeiro momento, foram apresentadas a teoria de funções sigmóides e a aplicação desta função para representação de controles em uma equação que é capaz de, tanto realizar o controle, como o *backoff*. A partir disso, a generalização da representação de esquemas de controle por meio de chaves sigmóides foi aplicada em três controles: limite de geração de potência reativa, CER e fluxo de potência com regulação primária. Por fim, foi apresentada uma formulação de FP que leva em consideração chaves sigmóides para a hierarquização da atuação de controles.

5 RESULTADOS

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Esta Seção tem por objetivo apresentar os resultados para as metodologias propostas neste trabalho. Para isso, será utilizado um sistema de 61 barras [77] e o sistema IEEE *New England* de 39 barras para a validação da formulação de FPO com restrição de complementaridade modificada para representação de limites de reativo. Além disso, será utilizado um sistema teste de 11 barras [3] para a validação da formulação de hierarquização da atuação de bancos *shunt* capacitivos.

5.2 SISTEMA DE 61 BARRAS

O diagrama unifilar do sistema de 61 barras [77] é mostrado na Figura 36. Este é um sistema de distribuição de média tensão (33kV), onde o PCC se encontra na barra 100. A barra 100 também é a referência angular para a rede. O sistema possui um total de carga de 38,16MW e 7,74Mvar.

O sistema de 61 barras foi utilizado em [78] em uma formulação de FPO para minimização de perdas para esquemas de *Smart Grids*, onde GDs foram alocados nas barras 1105, 1106, 1108, 1112, 1113, e 1115, cada uma com capacidade de 10MVA, como mostra a Figura 36.

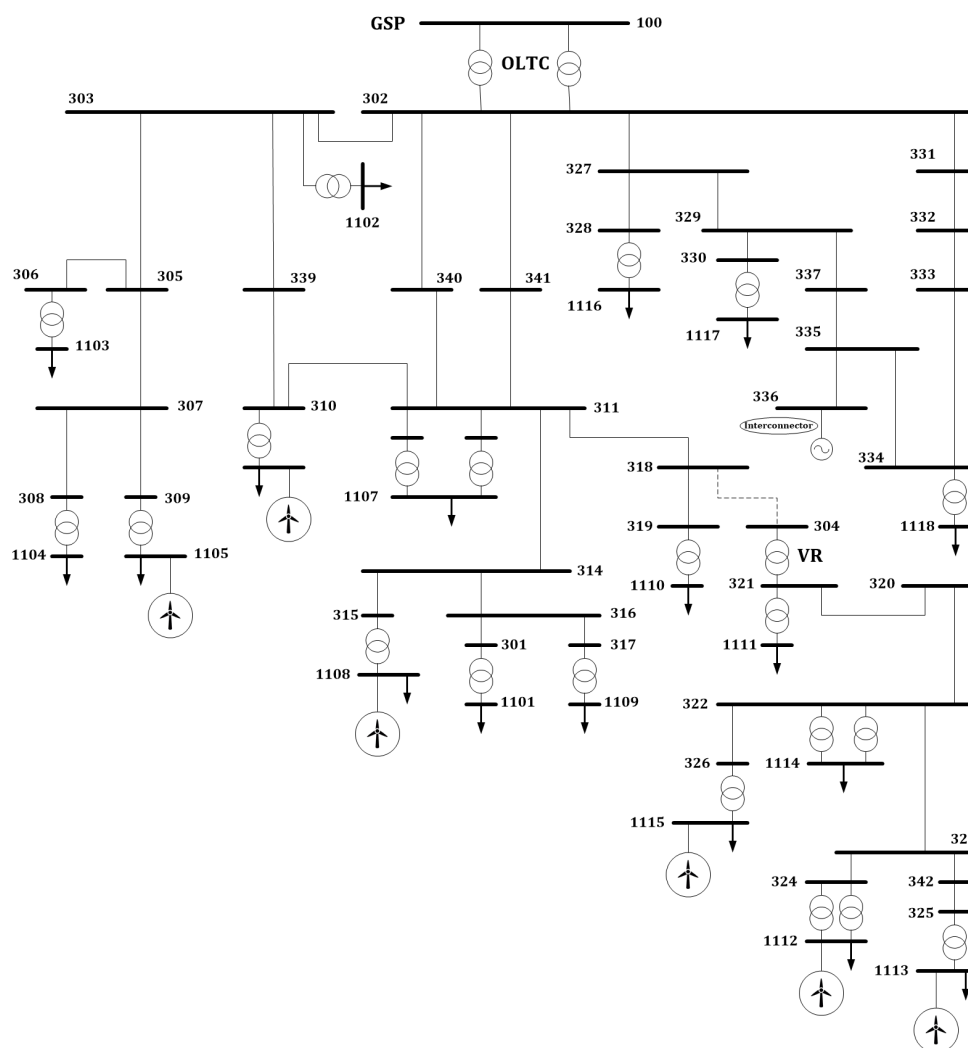
Os GDs utilizados neste trabalho são parques eólicos equivalentes, conectados à rede via inversores do tipo VSI, com controle de carga/frequência sendo emulado com 0.5% de estatismo na base da máquina, o que equivale a 5% de estatismo na base do sistema.

O principal objetivo deste exemplo ilustrativo é a de calcular o desvio de frequência total da microrrede quando operando em modo ilhado. A operação ilhada pode ser feita a partir da perda de ambos os OLTCs (*on load tap changer*) entre as barras 100 e 302. Neste cenário, a microrrede não receberá mais o intercâmbio proveniente do PCC em 302, causando um desbalanço de carga/geração de potência ativa.

Neste trabalho, frequências calculadas entre 59,95Hz e 60,05Hz são consideradas aceitáveis. Por outro lado, valores obtidos fora deste intervalo requerem a aplicação de corte de carga para o restabelecimento da frequência. É importante observar que foi utilizado um suporte de potência reativa adicional na barra 302 para permitir a análise do sistema em modo ilhado.

A Tabela 28 mostra os cinco cenários analisados para o sistema de 61 barras. O primeiro caso é o cenário em que o sistema opera interconectado com a rede principal, por meio dos LTCs entre as barras 100 e 302. Nos casos de 2 a 5, a rede opera em modo ilhado devido à perda dos LTCs. O caso 2 consiste na determinação de um estado operativo

Figura 36 – Diagrama unifilar do sistema de 61 barras



Fonte: Ochoa (2011)

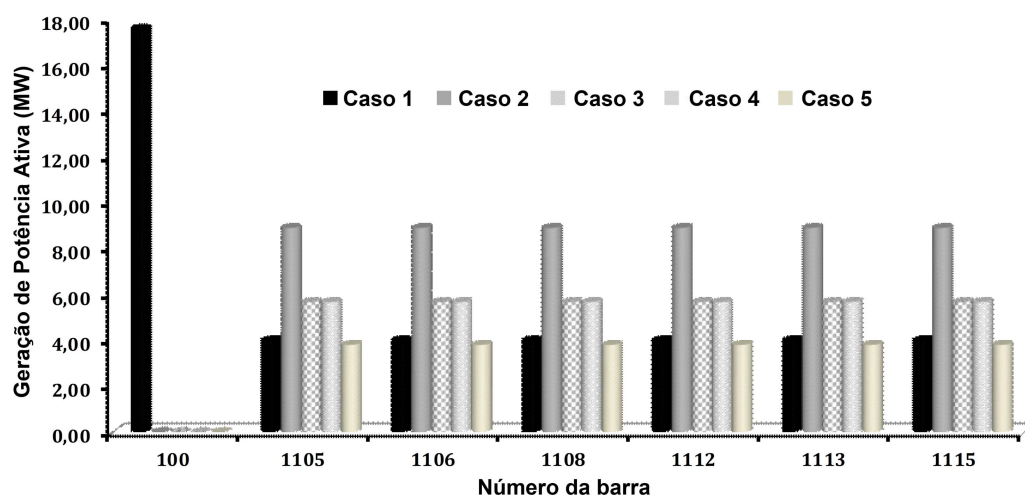
sem que tenha um corte de carga para restabelecer a frequência do sistema para níveis aceitáveis. Este caso é importante para mensurar o total de desvio de frequência que a microrrede sofrerá devido ao desbalanço de carga e geração de potência ativa. O caso 3 foi obtido a partir de um corte de carga proporcional de 30,55% aplicado à todas as cargas do sistema, corte este que restaura a frequência para dentro dos limites aceitáveis. Esta porcentagem de corte de carga foi encontrada empiricamente para trazer a frequência de volta a valores aceitáveis. Os casos de 1 a 3 foram resolvidos usando a ferramenta de FPRP. O caso 4 foi resolvido usando a formulação de FPO proposta para determinar o mínimo corte de carga para restabelecer o valor da frequência para dentro da faixa de valores aceitáveis. Neste caso, os limites de tensão especificados foram aqueles quando a microrrede opera em critério de emergência igual a 0,9-1,1p.u.. O caso 5 também foi resolvido a partir do método proposto, porém verificando os limites de tensão em operação normal de 0,94-1,06p.u..

Tabela 28 – Casos usados para avaliar o FPO proposto

Caso	Descrição do Caso
1	Caso base - Modo de operação interconectado
2	Caso sem corte de carga – Modo de operação ilhado
3	Caso com corte de carga proporcional – Modo de operação ilhado
4	Caso com corte de carga proposto – Modo de operação ilhado
5	Caso 4 com verificação de limite de tensão de operação normal

A Figura 37 mostra a geração de potência ativa proveniente dos GDs. É importante observar que a modelagem de carga utilizada em todos os casos foi de potência constante. Porém, uma modelagem de carga do tipo ZIP poderia ter sido aplicada ao caso [3]. A Tabela 29 resume os resultados de frequência, perdas totais e o total de carga suprida e cortada para todos os casos analisados.

Figura 37 – Geração de potência ativa para os casos de 1 a 5



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Tabela 29 – Sumário de resultados para o sistema de 61 barras

Sumário	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5
Perdas totais (MW)	3,50	15,40	7,50	6,50	1,86
Frequência (Hz)	60,00	58,52	59,95	59,95	60,00
Carga total (MW)	38,20	38,20	26,50	27,50	20,96
Carga cortada total(MW)	0,00	0,00	11,70	10,70	17,24

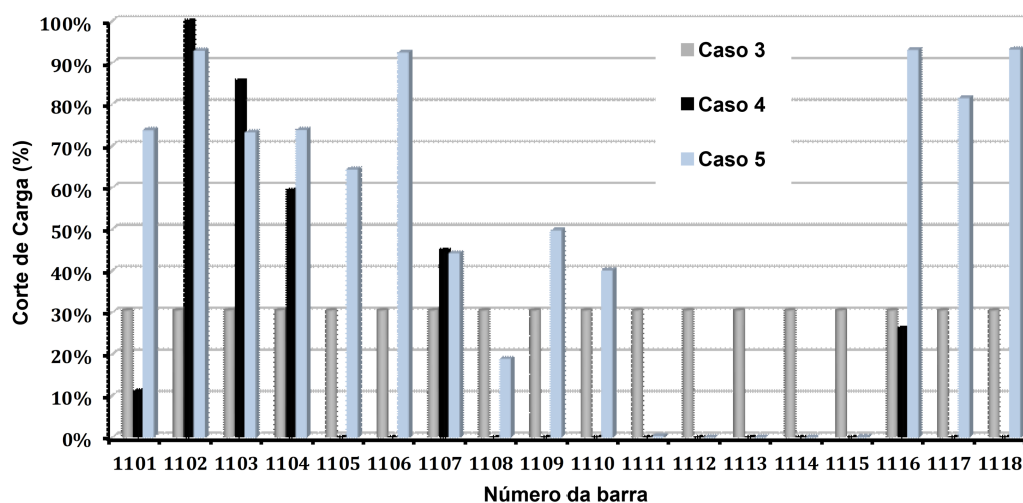
A Figura 37 mostra que os geradores eólicos mudaram seu despacho de 4,90MW (caso 1) para 8,90MW para o caso 2. Esta geração atende a carga a uma frequência de 58,52Hz. As perdas no caso 2 são de 15,40MW, o que é consideravelmente maior do que

as 3,5MW de perdas do caso base. A partir destes resultados, é possível afirmar que o corte de carga é vital para recuperar a frequência para níveis aceitáveis.

O corte de carga proporcional foi avaliado a partir da solução do FPRP. As Figuras 37 e 38 e a Tabela 29 mostram os resultados para este cenário. Neste caso, a frequência de operação da microrrede retorna para o valor mínimo especificado de 59,95HZ, com um total de carga de 26,50MW. Quando comparado com o montante total de carga do caso base (caso 1) que é de 38,20MW, o total de carga cortada foi de 11,70MW, enquanto que o total de perdas é de 7,50MW.

As Figuras 37 e 38 mostram também os resultados provenientes da aplicação do FPO proposto aos casos 4 e 5. Para ambos os casos, os custos de corte de carga de todas as cargas da microrrede foram mantidas iguais, a fim de se determinar o menor montante de carga a ser cortada para a frequência retornar à 59,95Hz. O corte de carga determinado pelo FPO proposto para o caso 4 aparece em diferentes barramentos: 1101, 1102, 1103, 1104, 1107 e 1116. A localização do corte de carga no diagrama unifilar do sistema de 61 barras pode ser visto na Figura 39. A demanda total do sistema após o corte de carga é de 27,50MW, e o corte foi de 10,70MW, menor do que no caso 3, totalizando uma redução de 2,6%. O total de perdas também foi menor do que do caso 3, de 6,50MW.

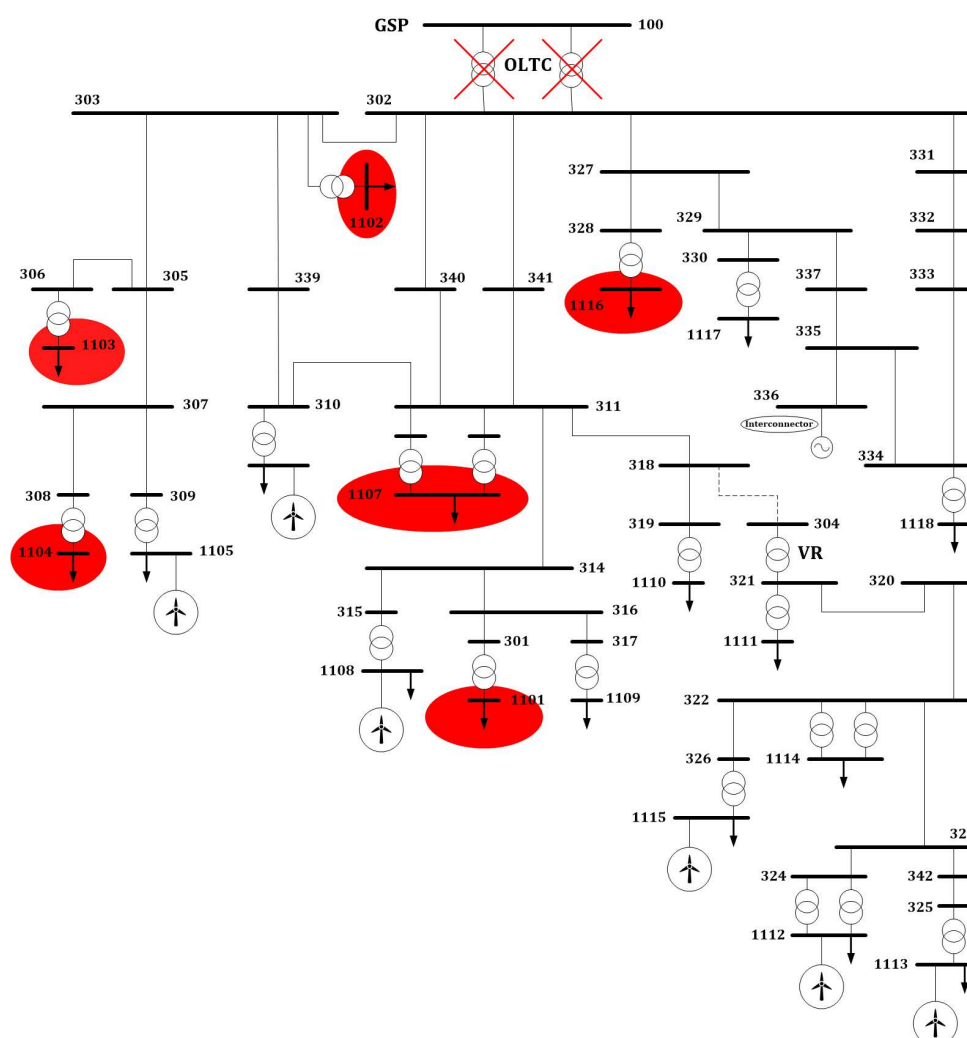
Figura 38 – Corte de carga por barramento para os casos 3, 4 e 5



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

O caso 5 mostra o impacto de restabelecer a microrrede para limites de operação normal durante um cenário de emergência. As Figuras 37 e 38 e a Tabela 29 mostram que o total de corte de carga, quando os limites de tensão estabelecidos são aqueles para a operação em condição normal, é consideravelmente maior do que aquele obtido a partir do caso 4. Nesse cenário, durante a perda dos OLTCs, apenas 20,96MW de carga está conectada no sistema. Por outro lado, como foi necessário um montante de carga maior a

Figura 39 – Localização do corte de carga para o caso 4



Fonte: Ochoa (2011)

ser cortada, a frequência de operação conseguiu voltar para 60Hz.

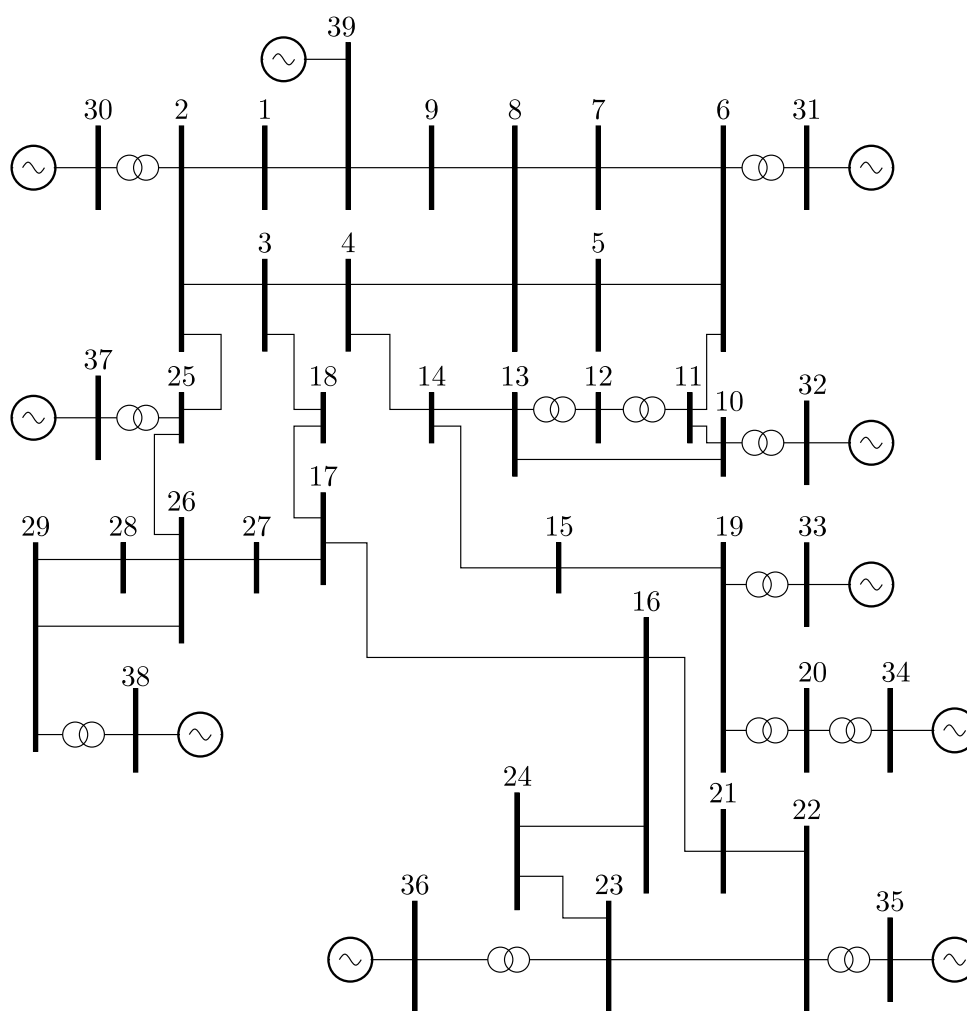
A comparação entre os cortes de carga proporcional (caso 3) e ótimo (caso 4) mostra a importância da localização e montante total de carga a ser cortada para que o corte seja mínimo durante operação em critério de emergência. Aplicando um corte de carga mínimo em casos de emergência, como no caso 4, o ilhamento de uma microrrede em cenários em que a frequência desvia de limites pré-especificados garante o máximo fornecimento de potência para a rede de uma maneira segura e confiável.

Além disso, os resultados mostram a importância da presença de esquemas de controle em microrredes que atuam baseados naqueles usados em geradores síncronos em sistemas de transmissão. Estes controles tem a capacidade de aprimorar a operação das microrredes, tanto em operação normal quanto em emergência. Traz mais autonomia e versatilidade para a microrrede, principalmente quando operando em modo ilhado, fornecendo energia à rede mesmo operando desconectado da rede principal.

5.3 SISTEMA *NEW-ENGLAND*

A Figura 40 mostra o diagrama unifilar do sistema teste IEEE *New-England* [79, 80]. Este sistema possui 39 barras e 10 geradores, em que cada um possui um regulador de velocidade de 0,5% de estatismo na base de potência do sistema, enquanto que o estatismo de tensão é de $0,1 \cdot 10^{-3}$ p.u.. Embora o sistema teste *New-England* não seja uma microrrede, a sua ordem de grandeza é proporcional ao tamanho típico de microrredes, podendo, portanto, emular o comportamento deste tipo de rede quando operando de forma isolada ou ilhada. Os dados do sistema podem ser consultados em [79, 80], e a topologia e parâmetros dos reguladores de velocidade e tensão podem ser vistos nas Figuras 41 e 42 respectivamente [81].

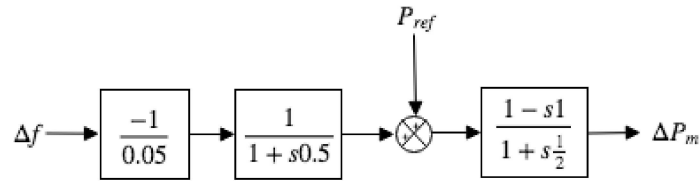
Figura 40 – Diagrama unifilar do sistema *New England*



Fonte: Elaborada pelo autor (2012)

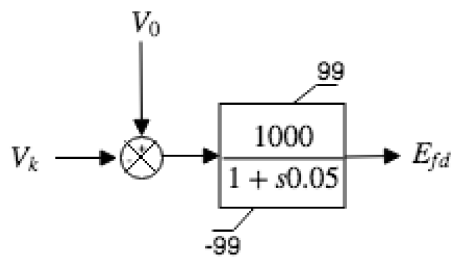
A barra 39 foi escolhida para ser a referência angular do sistema, e a modelagem de carga utilizada foi a de potência constante. Além disso, a frequência base do sistema é de 60Hz. Esta Seção propõe o aumento de carga das barras 4, 8, 20 e 39, conforme o patamar

Figura 41 – Topologia e parâmetros para o regulador de velocidade



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Figura 42 – Topologia e parâmetros para o regulador de tensão



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

mostrado na Tabela 30, e, em seguida, resolver o sistema a partir da formulação de FPRP para determinar o desvio de frequência total devido à este desbalanço de carga e geração.

Tabela 30 – Novo patamar de carga para nas barras 4, 8, 12 e 39

Barra	Carga Ativa (MW)	Carga Reativa (Mvar)
4	1.000,00	386,00
8	1.044,00	352,00
12	1.360,00	206,00
39	2.208,00	500,00
Frequência de operação = 59,1203 Hz (0,9853 p.u.)		

Os resultados do FPRP de geração de potência ativa e reativa podem ser vistos por meio das Tabelas 31 e 32. A frequência de operação do sistema obtido foi de 59,1203Hz. Pode ser observado, por meio da Tabela 31, que cada gerador contribui igualmente com o aumento de geração para suprir o novo patamar de carga, ao comparar as gerações do caso base e após a solução do FPRP. Este resultado era esperado pois o estatismo dos reguladores de velocidade de todos os geradores foram iguais nessa análise. Além disso, o desvio de frequência foi baixo, em torno de 0,8797Hz, principalmente quando comparado com a variação de carga na rede de 2.806,0MW. Porém, frequência de operação determinada está abaixo de limites aceitáveis.

Para restabelecer a frequência de operação do sistema para níveis aceitáveis, a formulação de FPO proposto foi utilizado. Para isso, determinou um montante total

Tabela 31 – Resultado do FPRP para geração de potência ativa

Barra	Geração - Caso Base (MW)	Geração após aumento de carga (MW)
30	250,0	543,2
31	573,0	866,4
32	650,0	943,2
33	632,0	925,2
34	508,0	801,2
35	650,0	943,2
36	560,0	853,2
37	540,0	833,2
38	830,0	1.123,2
39	1.000,0	1.293,3
Frequência de operação = 59,1203 Hz (0,9853 p.u.)		

Tabela 32 – Resultado do FPRP para geração de potência reativa

Barra	Geração após aumento de carga (Mvar)
30	452,3
31	590,3
32	578,3
33	343,8
34	364,1
35	463,6
36	282,1
37	142,4
38	206,7
39	824,9

ótimo de corte de carga, além das barras cujas cargas serão cortadas, para retornar a frequência para 59.5Hz. A Tabela 33 mostra os resultados de corte de carga, bem como a sua localização. As Tabelas 34 e 35 mostram os resultados de geração de potência ativa e reativa para o ponto de operação obtido a partir do corte de carga.

Tabela 33 – Resultado do FPO proposto para o corte total de carga

Barra	P_L (MW)	Q_L (Mvar)	Corte de Carga (%)
8	618,08	211,77	39,84
12	0,00	0,00	100,00
39	1451,37	328,66	34,27
Frequência de operação = 59,5000 Hz (0,9917 p.u.)			

O programa Anatem [82], de propriedade do Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (Cepel), foi utilizado para validar os resultados obtidos tanto pelo FPRP quanto pelo FPO proposto. O programa Anatem é uma ferramenta de análise de transitórios

Tabela 34 – Resultado do FPO proposto para a geração de potência ativa

Barra	Geração no caso base (MW)	Geração após a solução do FPO (MW)
30	250,0	415,6
31	573,2	738,8
32	650,0	815,6
33	632,0	797,6
34	508,0	673,6
35	650,0	815,6
36	560,0	725,6
37	540,0	705,6
38	830,0	995,6
39	1.000,0	1.165,8
Frequência de operação = 59,5000 Hz (0,9917 p.u.)		

Tabela 35 – Resultado do FPO proposto para a geração de potência reativa

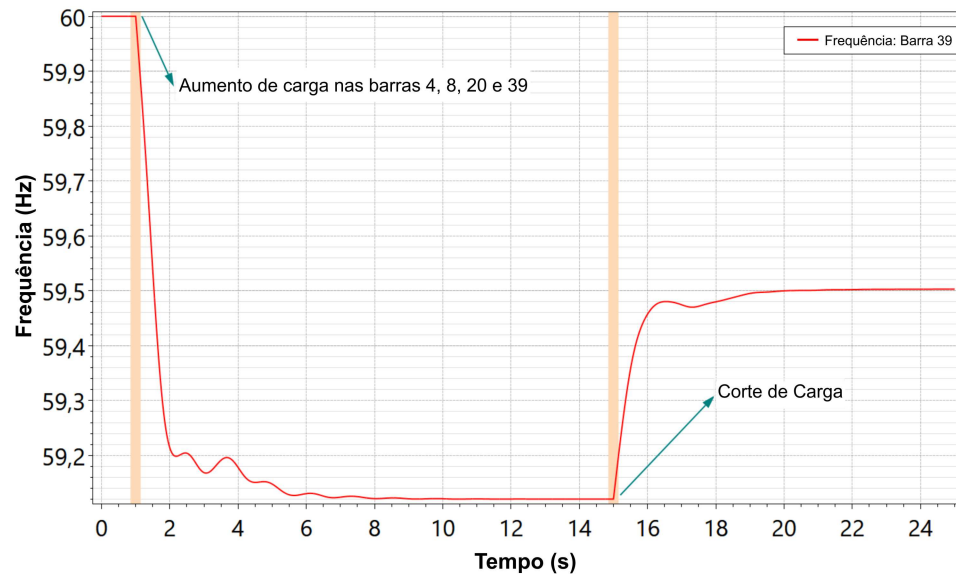
Barra	Geração após a solução do FPO (Mvar)
30	343,1
31	261,2
32	331,8
33	245,7
34	322,2
35	322,3
36	182,6
37	57,2
38	108,2
39	278,7

eletromecânicos de SEPs, largamente utilizado para estudos no domínio do tempo do Sistema Interligado Nacional (SIN), e certificado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro (ONS).

O primeiro evento de aumento de carga da Tabela 30 foi feito, no programa Anatem, no instante de tempo de 0,1s da simulação, e atingiu o regime permanente nos instantes de 10-14s. O tempo total de simulação foi de 25s. A Figura 43 mostra que a frequência de operação, para este primeiro evento, estabilizou em 59,1203Hz. Além disso, é possível observar que as Tabelas 34 e 35 e as Figuras de 44 a 47 mostram resultados coerentes para geração de potência ativa e reativa para o primeiro período de regime da simulação.

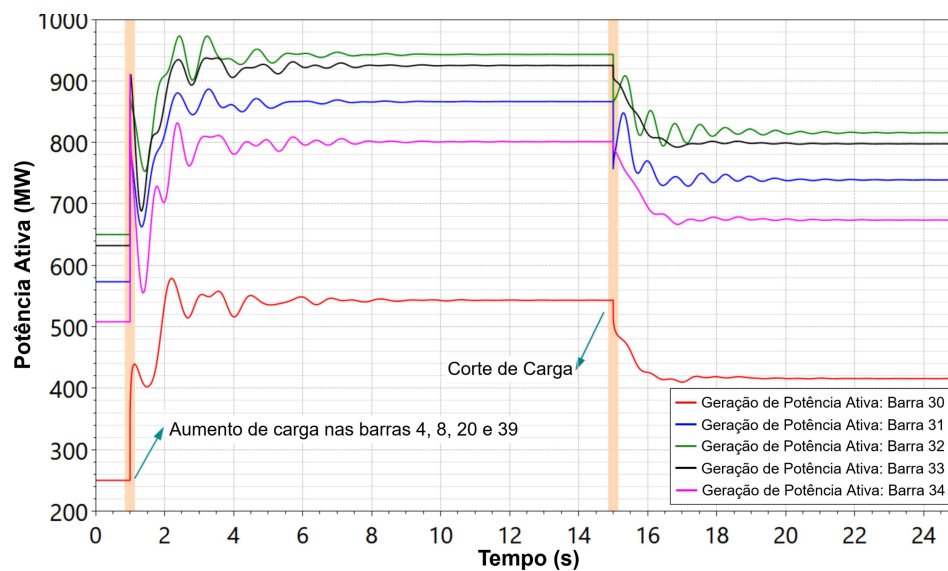
Em seguida, o corte de carga obtido pelo FPO proposto da Tabela 33 foi aplicado no programa Anatem no instante de tempo de 15s. Pode ser visto, pela Figura 43 que a frequência do segundo período de regime retorna para 59,5Hz. Os novos valores de geração de potência ativa e reativa podem ser vistas nas Figuras de 44 a 47. Ao comparar as Tabelas 34 e 35 e as Figuras de 44 a 47, é possível observar que os resultados entre o FPO proposto e o programa Anatem para o segundo período de estabilização também se mostram coerentes.

Figura 43 – Frequência de operação do sistema obtido por meio do programa Anatem



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Figura 44 – Curvas de geração de potência ativa para as barras 30 a 34 obtidas pelo programa Anatem



Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

Figura 45 – Curvas de geração de potência ativa para as barras 35 a 39 obtidas pelo programa Anatem

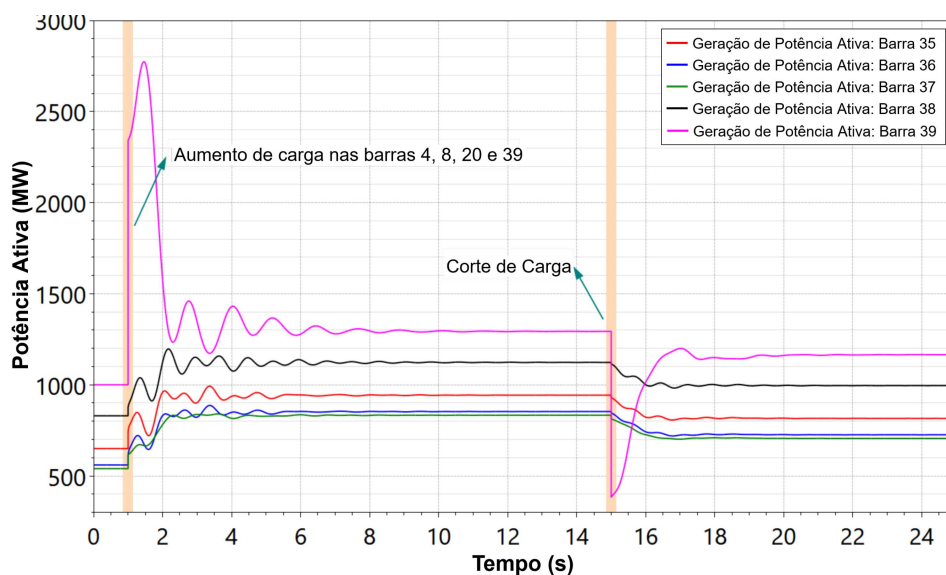


Figura 46 – Curvas de geração de potência reativa para as barras 30 a 34 obtidas pelo programa Anatem

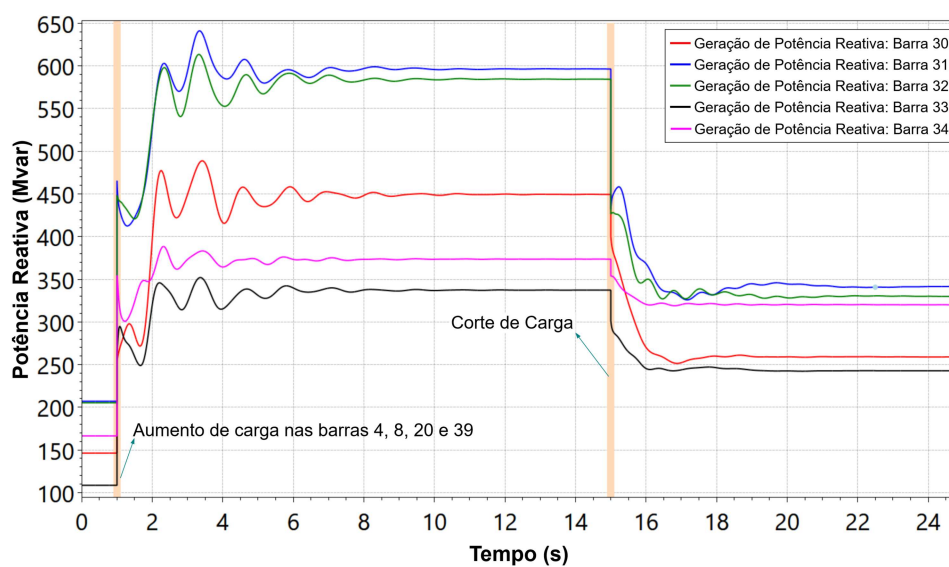
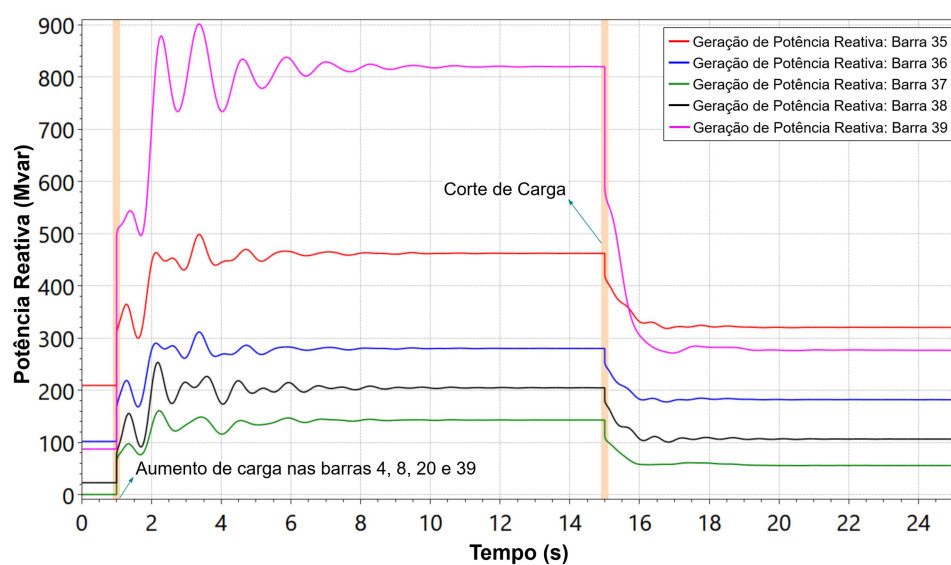


Figura 47 – Curvas de geração de potência reativa para as barras 35 a 39 obtidas pelo programa Anatem

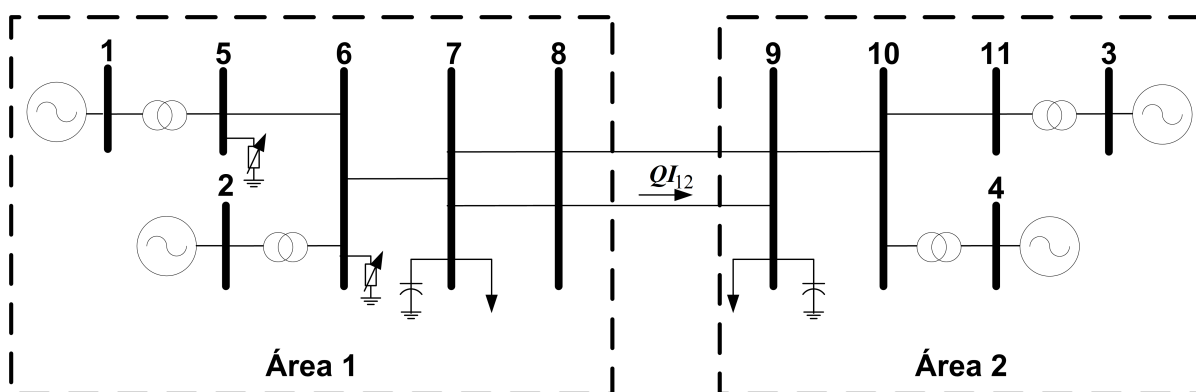


Fonte: Elaborada pelo autor (2020)

5.4 SISTEMA DE 2 ÁREAS

A Figura 48 mostra o sistema de 2 áreas [3] que será utilizado para validar o esquema da hierarquização da atuação de dispositivos de controle. Este sistema também foi utilizado na Seção 4.4.7 para ilustrar o equacionamento deste controle. Este sistema possui 11 barras e 4 geradores, distribuídos em 2 áreas. Estas áreas estão conectadas por meio das linhas transmissão entre as barras 8 e 9.

Figura 48 – Diagrama unifilar do sistema de 2 áreas



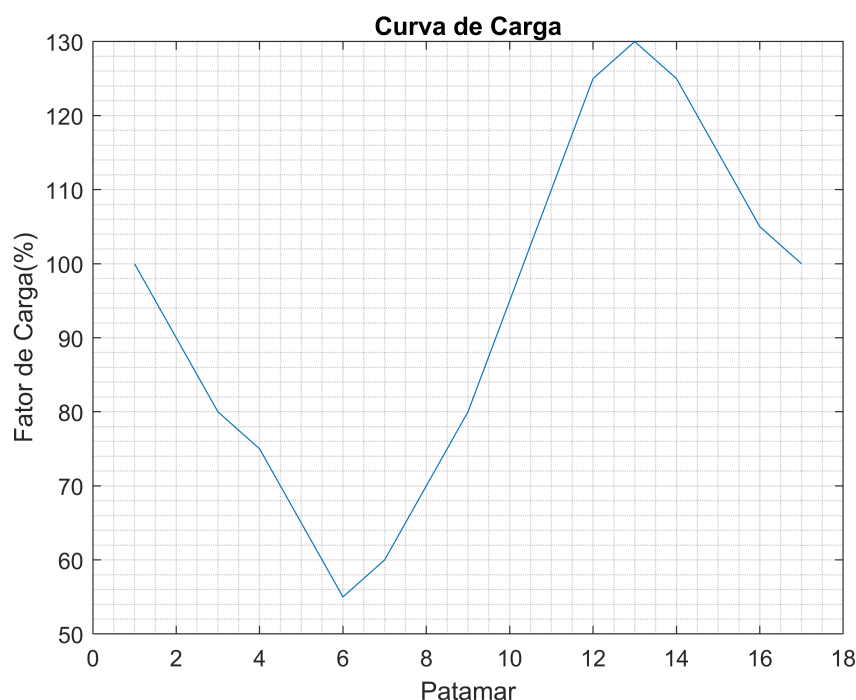
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Dois bancos *shunt* capacitivos chaveáveis estão conectados nas barras 5 e 6 e controlam a geração em 0Mvar no gerador #1. Por sua vez, os geradores #1 e #2 controlam o fluxo de potência reativo de intercâmbio da área 1 para a área 2 em 0Mvar. As cargas do sistema estão conectadas nas barras 7 e 9. Os dois bancos *shunt* chaveáveis do sistema atuarão de forma hierarquizada: o banco 6 só poderá atuar se o banco 5 esgotar todos os seus recursos. O banco 5 é composto por 9 unidades de 40Mvar e o banco 6 possui 5 unidades de 30Mvar.

A Figura 49 mostra a curva de carga teórica a ser aplicada nas cargas das barras 7 e 9 do sistema 11 barras para a avaliação da coordenação da atuação dos bancos *shunt*. Primeiramente, a atuação dos bancos *shunt* será feita de forma contínua, ou seja, admitindo qualquer valor de injeção de potência entre os valores mínimo e máximo. As Figuras 50 e 51 mostram a variação de carga, em MW, nas barras 7 e 9, respectivamente, ao longo dos patamares da curva de carga.

A Figura 52 mostra a variação dos bancos *shunt* ao longo dos patamares da curva de carga. É possível observar pela Figura que o banco *shunt* da barra 5 começa o chaveamento com 290Mvar, e aumenta a injeção até o valor máximo, no patamar 6. Até este patamar, o banco *shunt* localizado na barra 6 ficou fixo em 0Mvar até o patamar 6, onde começa a chavear. Desde este patamar, o banco localizado na barra 5 fica fixo no máximo até que o banco da barra 6 volta ao seu valor inicial de 0Mvar, no patamar 8. A partir deste patamar, o banco da barra 6 volta a chavear, até que atinge seu valor máximo novamente,

Figura 49 – Curva de carga aplicada ao sistema de 2 áreas



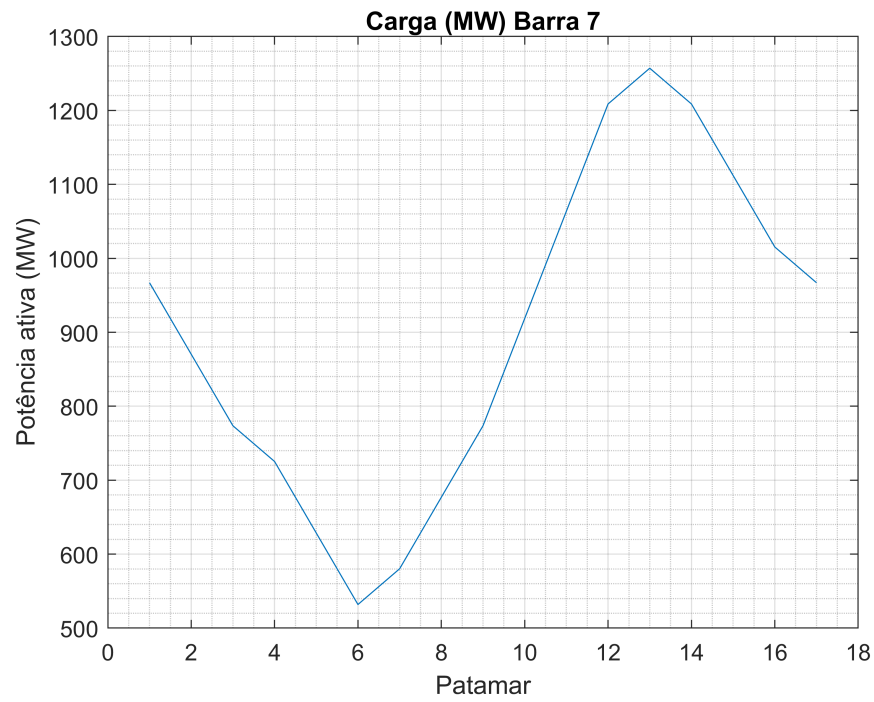
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

no patamar 12. Depois, então, o banco da barra 6 volta a chavear até que atinge o seu valor máximo, no patamar 13, voltando a reduzir novamente até chegar ao seu valor mínimo no patamar de carga 15. A partir deste patamar, então, o banco *shunt* em 5 volta a variar.

As Figuras 53 e 54 mostram a variação de geração de potência reativa nos geradores das barras 1 e 2. É possível observar que, enquanto o banco *shunt* da barra 6 não bate no seu limite, os bancos controlam a geração do gerador da barra 1 em 0Mvar, e consequentemente do gerador da barra 2 também. Porém, no patamar 13 onde ambos os bancos estão no limite máximo, o controle de potência reativo é perdido, e os geradores passam a gerar Mvar para o controle de intercâmbio entre as áreas. É importante observar que, como os geradores não atingiram o limite de reativo, o intercâmbio de potência se manteve ativo durante todos os patamares de curva de carga. Os geradores participaram igualmente no montante gerado de reativo pois foi escolhido um fator de participação para o intercâmbio igual para ambos.

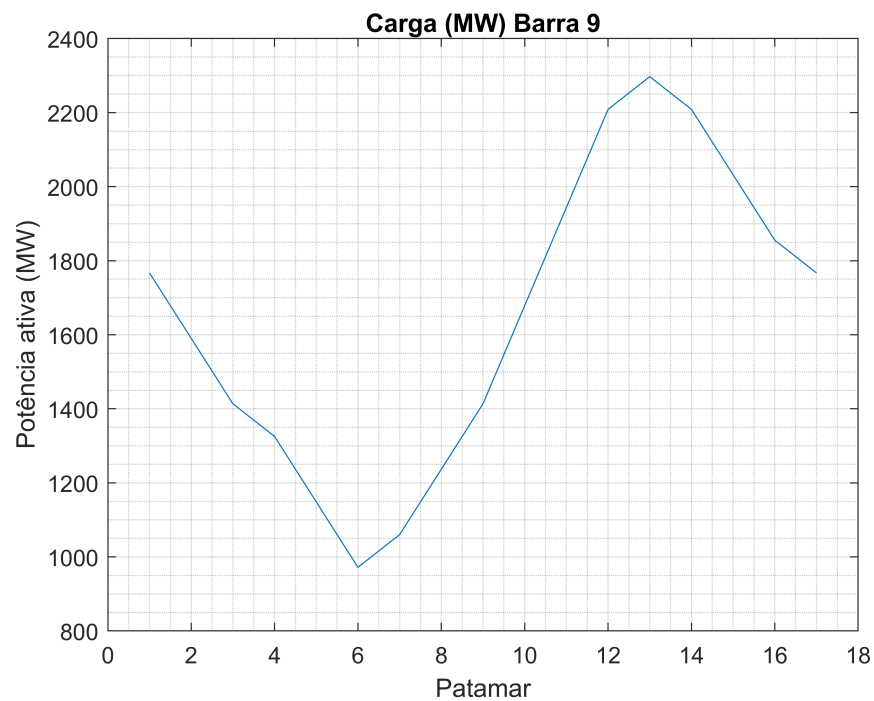
A Figura 55 mostra o chaveamento discreto dos bancos *shunt* conectados nas barras 6 e 7. É importante observar que, como o montante injetado de reativo pelos bancos não é igual àquele para manter o reativo dos geradores em 0Mvar, estes vão variar em torno do valor de controle, como pode ser visto nas Figuras 56 e 57. A maior variação de reativo se dá no patamar 16, onde o consumo de reativo por parte dos geradores chega a 12Mvar.

Figura 50 – Variação de carga na barra 7



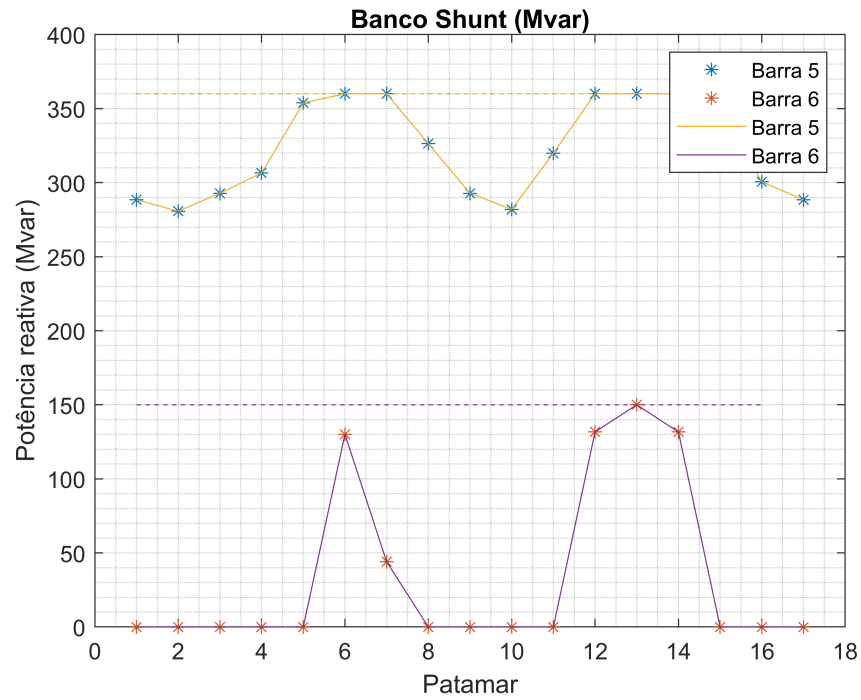
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 51 – Variação de carga na barra 9



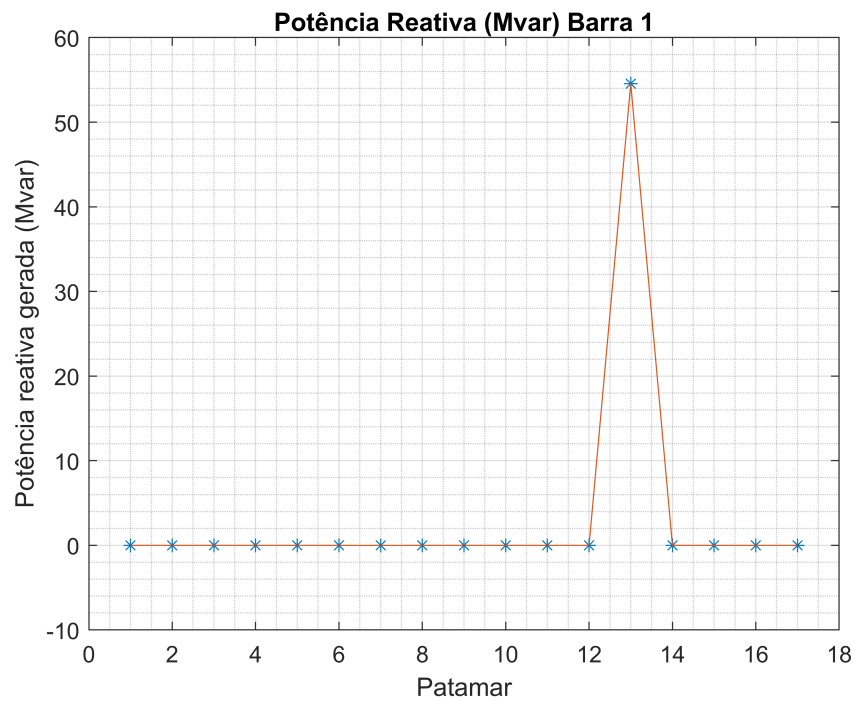
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 52 – Variação dos bancos *shunt* ao longo dos patamares da curva de carga



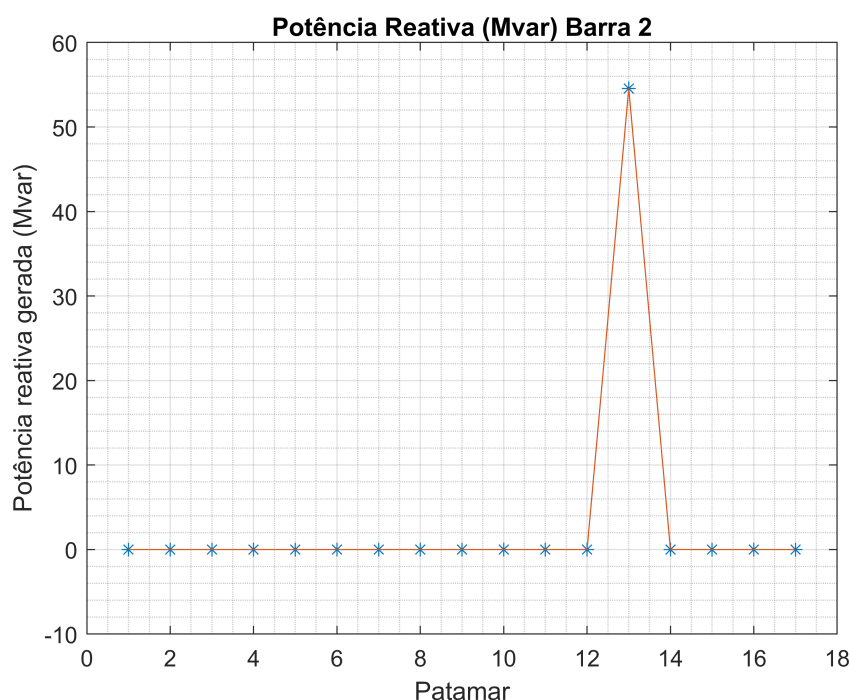
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 53 – Variação de geração de potência reativa no gerador da barra 1 ao longo da curva de carga



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 54 – Variação de geração de potência reativa no gerador da barra 2 ao longo da curva de carga



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

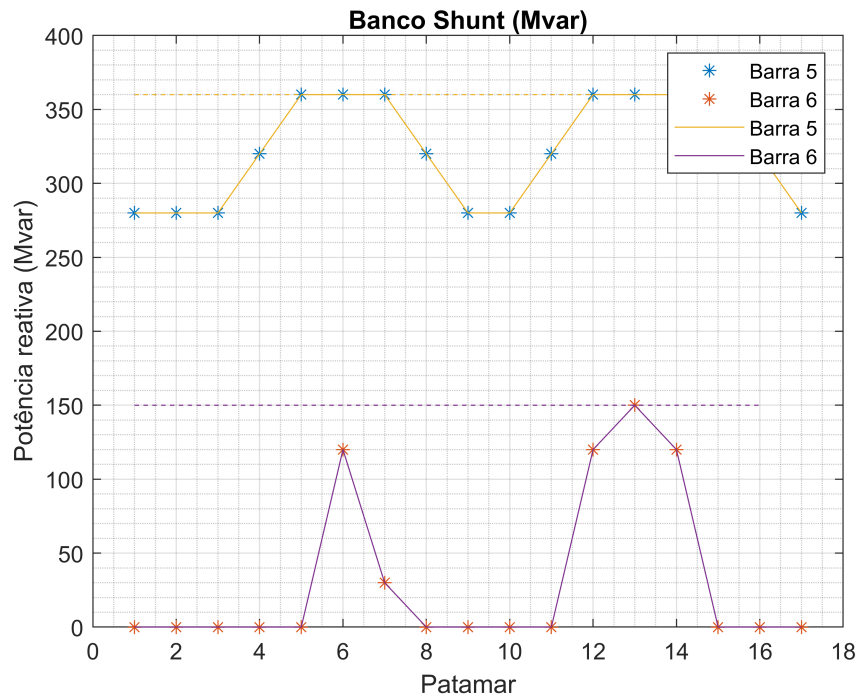
5.5 SISTEMA 2 ÁREAS COM BANCOS INDUTIVOS

Nesta seção, serão mostrados os resultados do método de hierarquização de controle proposto no sistema de 2 áreas da Figura 48 usando bancos *shunt* indutivos. Neste contexto, foram conectados 3 bancos *shunts* nas barras 5, 6, e 7 do sistema, com valores nominais de 3X(-40Mvar), 2X(-15Mvar) e 8X(-20Mvar), respectivamente. Os controles estão hierarquizados na ordem 7-6-5, e controlam a geração de potência reativa na barra 1. Por sua vez, os geradores conectados nas barras 1 e 2 controlam o intercâmbio de potência reativa entre as áreas 1 e 2 por meio dos circuitos conectados entre as barras 8 e 9.

As Figuras 58 e 59 mostram as curvas de carga que foram avaliadas para a validação da metodologia proposta. Para cada patamar, as Figuras mostram o valor de potência ativa demandada nas barras 7 e 9 cujo fluxo de potência foi avaliado.

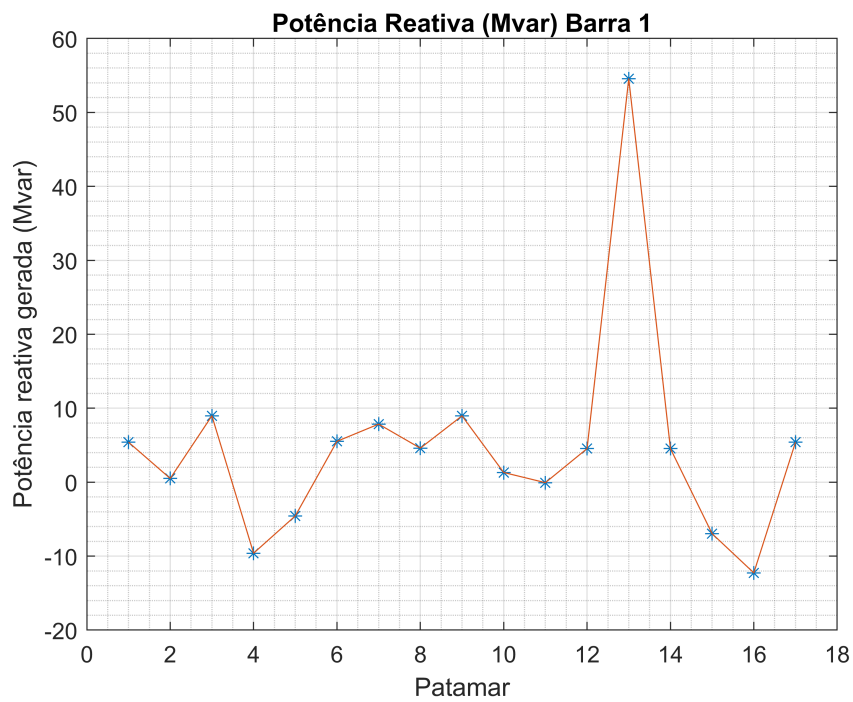
A Figura 60 mostra os valores de potência reativa nos bancos *shunt* por patamar de carga. O processo de hierarquização de bancos indutivos é ligeiramente diferente dos capacitivos, onde se inicia com todos os bancos nos seus valores nominais. No primeiro patamar, o banco *shunt* conectado na barra 7 começa o chaveamento, até chegar no ponto em que sai de operação no patamar 5, onde então o banco conectado na barra 6 começa seu chaveamento. No patamar 6 este sai de operação, e o banco *shunt* conectado na barra 5 ativa seu controle. Durante os patamares seguintes os bancos continuam no seu

Figura 55 – Chaveamento discreto dos bancos *shunt* nas barras 7 e 8 ao longo da curva de carga



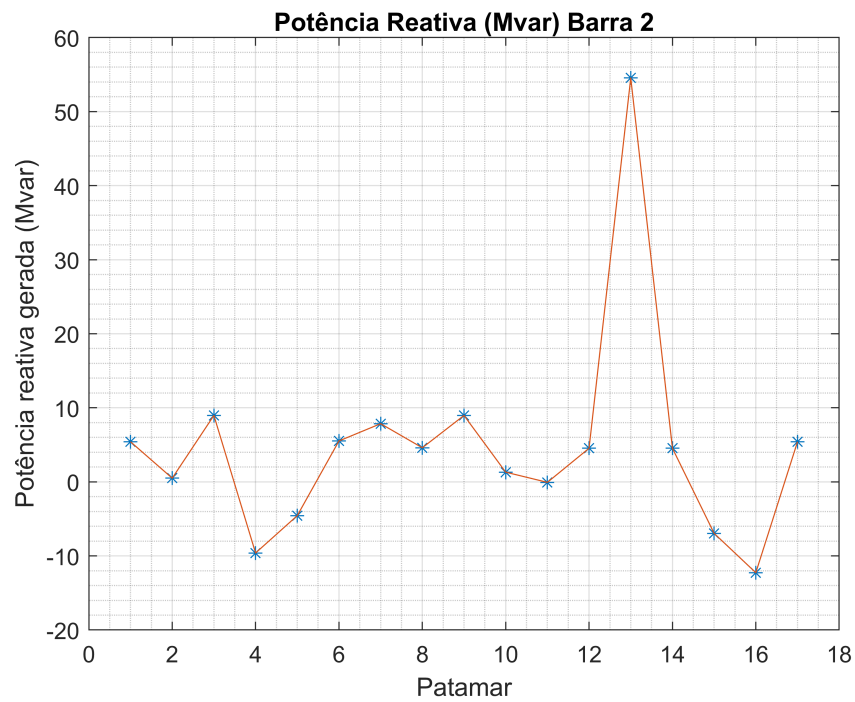
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 56 – Variação de geração de potência reativa na barra 1 para o chaveamento discreto dos bancos *shunt*



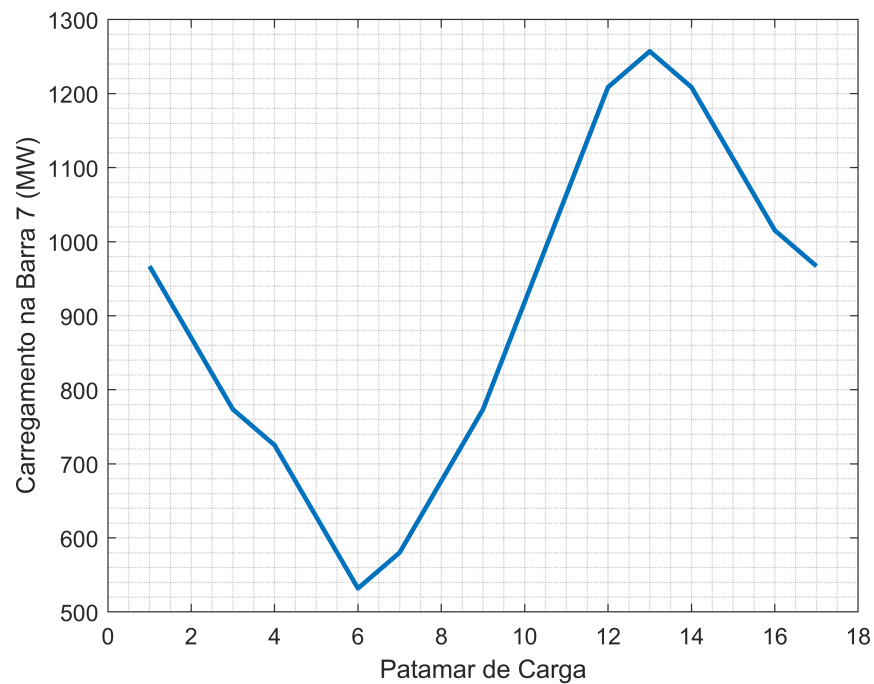
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 57 – Variação de geração de potência reativa na barra 2 para o chaveamento discreto dos bancos *shunt*



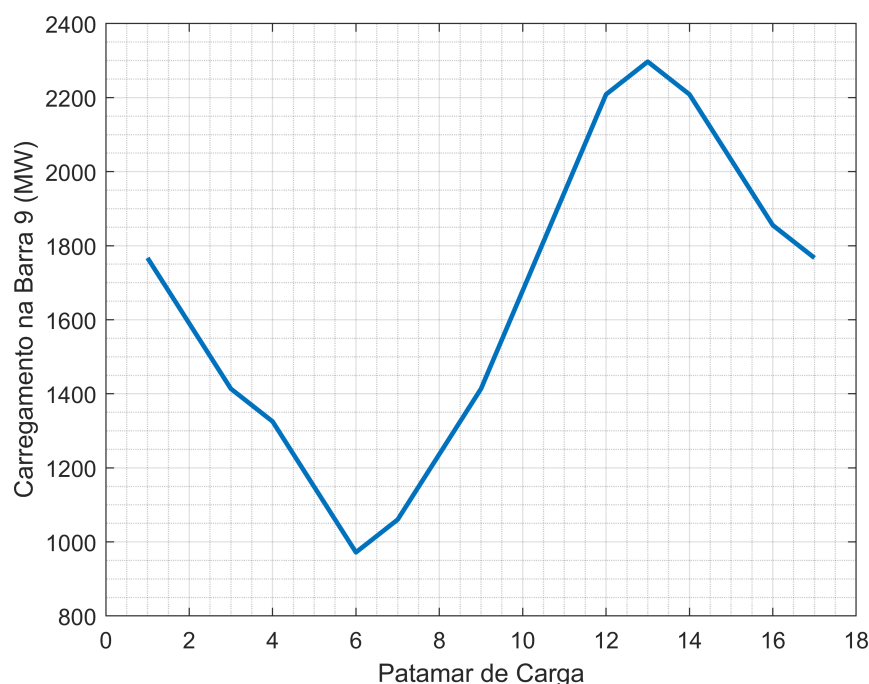
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 58 – Carregamento total de potência ativa por patamar da barra 7



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 59 – Carregamento total de potência ativa por patamar da barra 9



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

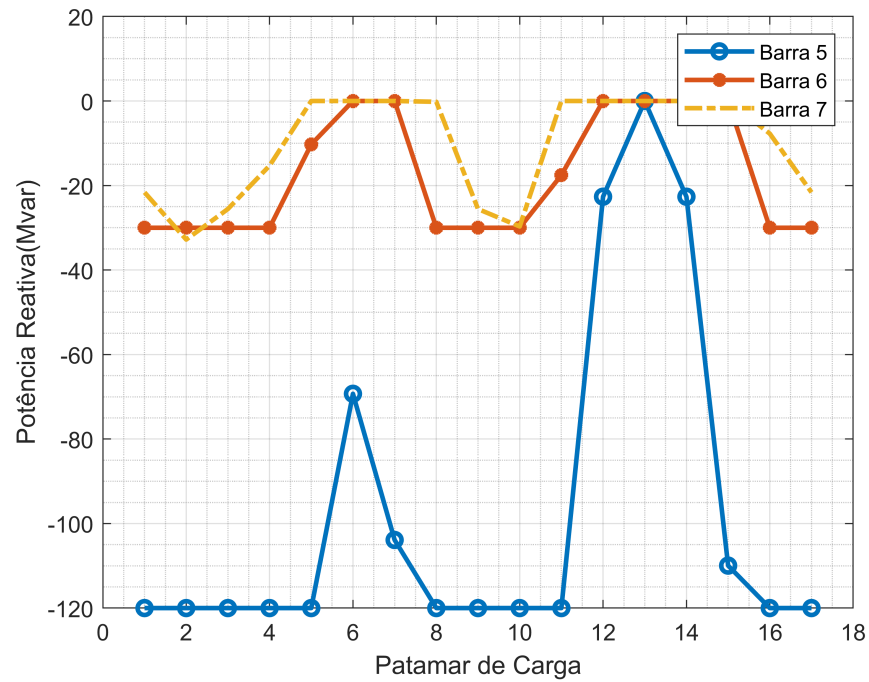
chaveamento, sempre respeitando a sequência barra 7 - barra 6 - barra 5.

A Figura 61 mostra a geração de potência reativa nas barras 1 e 2. É possível observar que a geração se mantém em 0Mvar até que, no patamar 13 de carga em que todos os bancos foram retirados de operação, os geradores geram em torno de 24Mvar. É importante lembrar que ambos contribuem com o mesmo valor de potência reativa pois o fator de participação de ambos para o controle de intercâmbio é de 50%.

Por fim, a Figura 62 mostra que durante toda a solução da curva de carga o controle de intercâmbio se manteve ativo. Isso porque, mesmo que os bancos *shunt* chegam no seu valor mínimo no patamar 13, o esquema de controle consegue gerar potência reativa nos geradores para o controle dentro de seus limites operativos.

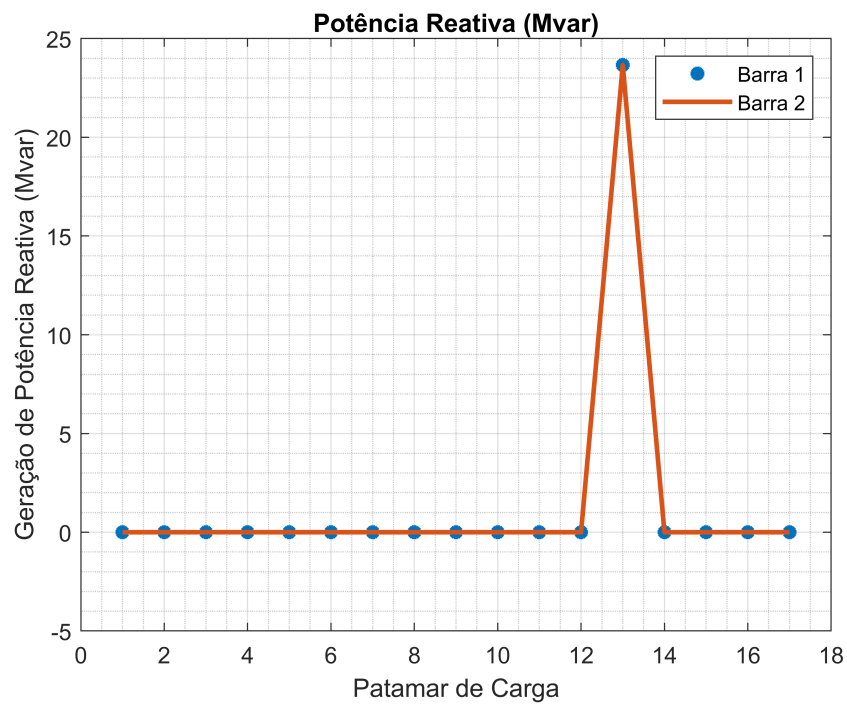
5.6 SISTEMA *NORDIC*

Esta seção tem por finalidade apresentar os resultados obtidos ao aplicar a metodologia proposta de hierarquização da atuação de dispositivos de controle ao sistema *Nordic* [83]. Este é um sistema fictício baseado no sistema Sueco e Nórdico, sendo uma variação do *Nordic32* descrito em [83]. Este sistema é dividido em 4 áreas, a saber: (i) "North", (ii) "Central", (iii) "Equiv" e (iv) "South". O diagrama unifilar do sistema *Nordic*, retirado de [83] pode ser visto por meio da Figura 63.

Figura 60 – Chaveamento dos bancos *shunt*

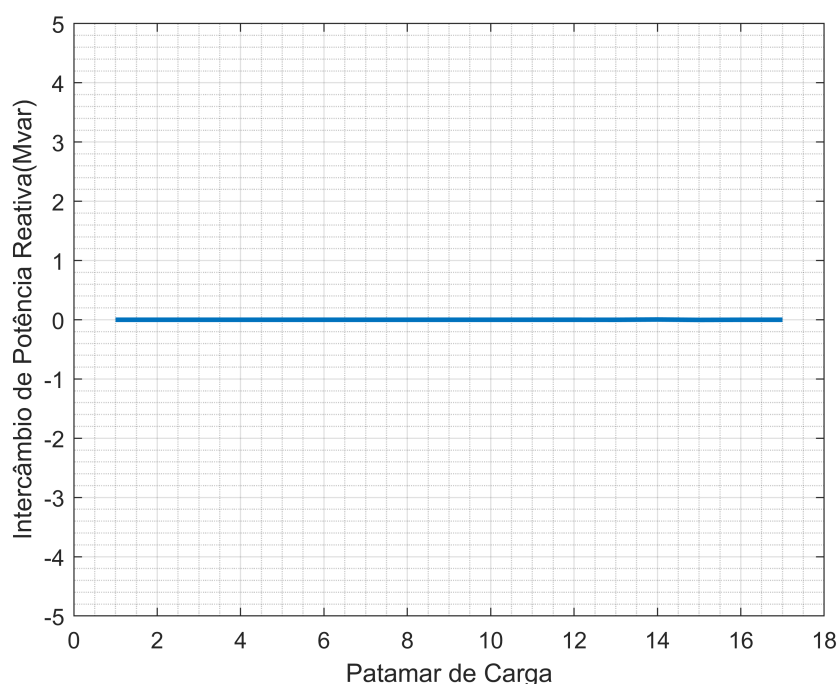
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 61 – Potência reativa gerada nas barras 1 e 2



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

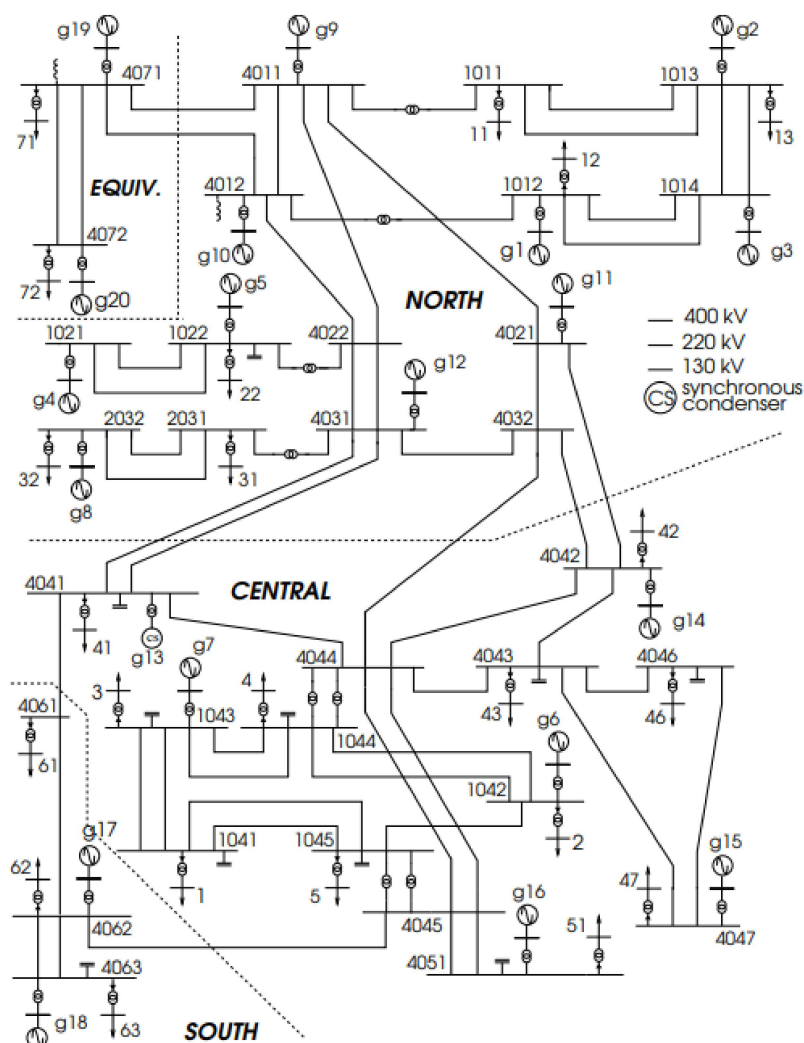
Figura 62 – Intercâmbio de potência reativa entre as áreas 1 e 2 por patamar



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

O esquema de controle aplicado a este sistema visa manter o intercâmbio de potência reativa entre as áreas *Central* e *North* em um valor especificado. Conseqüentemente, o fluxo de potência reativa nos circuitos entre os barramentos 4031 e 4041, 4032 e 4044, 4032 e 4042, e 4021 e 4042 é monitorado e controlado para atingir um valor de troca especificado, que é de 740Mvar, para simular uma contratação de suporte de potência reativa como um serviço auxiliar. Para fornecer suporte de potência reativa a este controle, a geração dos geradores conectados aos barramentos 813 e 814 é utilizada. Além disso, para manter uma reserva reativa para eventos dinâmicos, dois bancos de *shunt* com capacidades de 8x50 Mvar e 5x100 Mvar foram conectados nos barramentos 4041 e 4042, respectivamente, garantindo que a potência reativa gerada no barramento 813 permaneça em torno de 0Mvar.

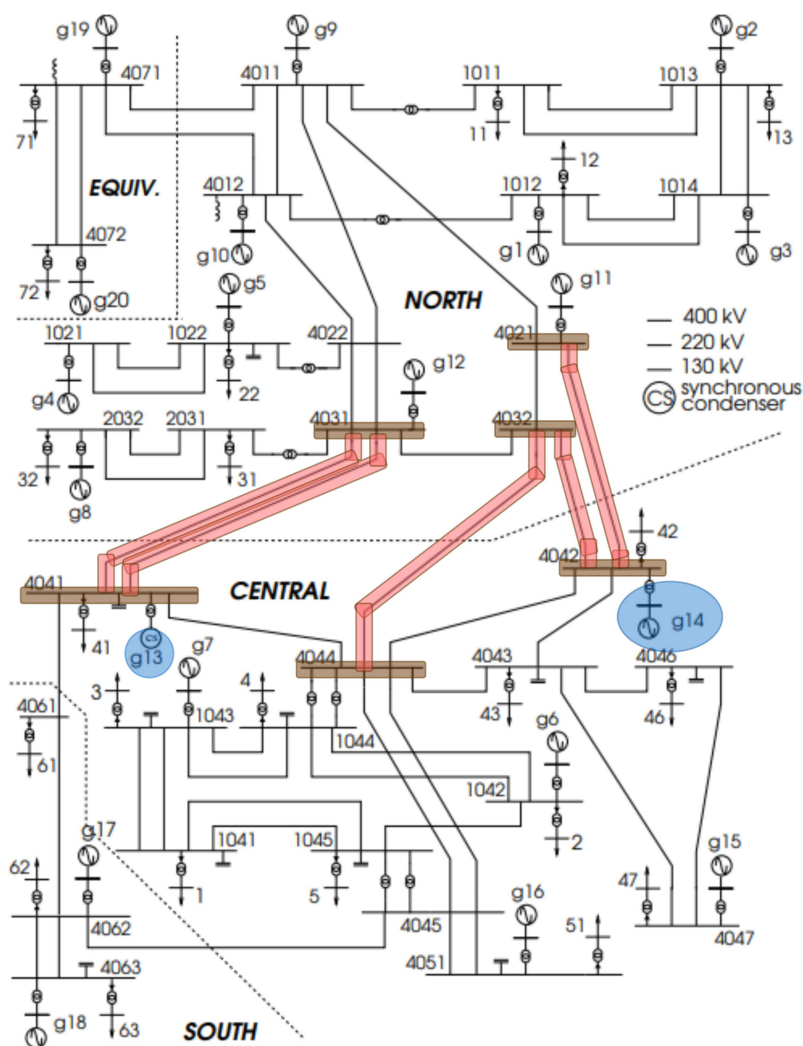
A Figura 65 ilustra a curva de carga aplicada à Área *Central* para avaliar o controle de intercâmbio de potência reativa. A carga no caso base é aproximadamente 6200 MW e aumenta gradativamente para cerca de 6550 MW. Este aumento na carga da Área *Central* é crucial para avaliar o chaveamento dos bancos *shunt* para o controle de potência reativa. Além disso, essa curva de carga foi aplicada ao sistema de maneira que a carga aumente até atingir o ponto crítico do sistema, ou seja, o limite de estabilidade de tensão em regime permanente. Assim, o valor de aproximadamente 6550 MW representa o limite de carregamento do sistema, tendo uma margem em torno de 350MW para esta condição operativa.

Figura 63 – Diagrama unifilar do sistema *Nordic*

Fonte: Van Cutsem (2013)

As Figuras 66 e 67 mostram os resultados obtidos para cada patamar da curva de carga, incluindo o chaveamento dos bancos *shunt* e a potência reativa gerada nos barramentos 813 e 814, respectivamente. A Figura 66 mostra que, no início da solução da curva de carga, o banco *shunt* conectado ao barramento 4041 começa a chavear até atingir seu limite em 6250 MW. Nesse ponto, o banco *shunt* no barramento 4042 começa a chavear progressivamente até atingir seu limite em cerca de 6450 MW. A Figura 67 mostra que, próximo a esse patamar, os geradores nos barramentos 813 e 814 começam a gerar para manter o intercâmbio de potência reativa. A Figura 67 também indica que, até o patamar de carga de 6450 MW, a potência reativa gerada nesses barramentos é em torno de 0 Mvar devido ao chaveamento discreta dos bancos de *shunt*.

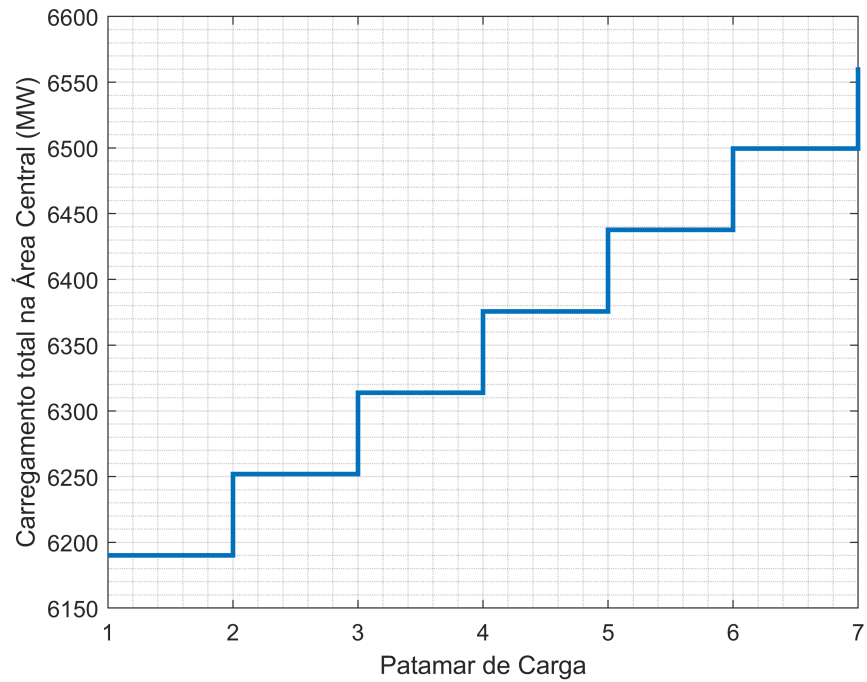
As Figuras 68 e 69 mostram a variação da magnitude de tensão das barras 813 e 814, onde os geradores que participam do controle estão conectados. É possível verificar

Figura 64 – Diagrama unifilar do sistema *Nordic* com destaque dos elementos de controle.

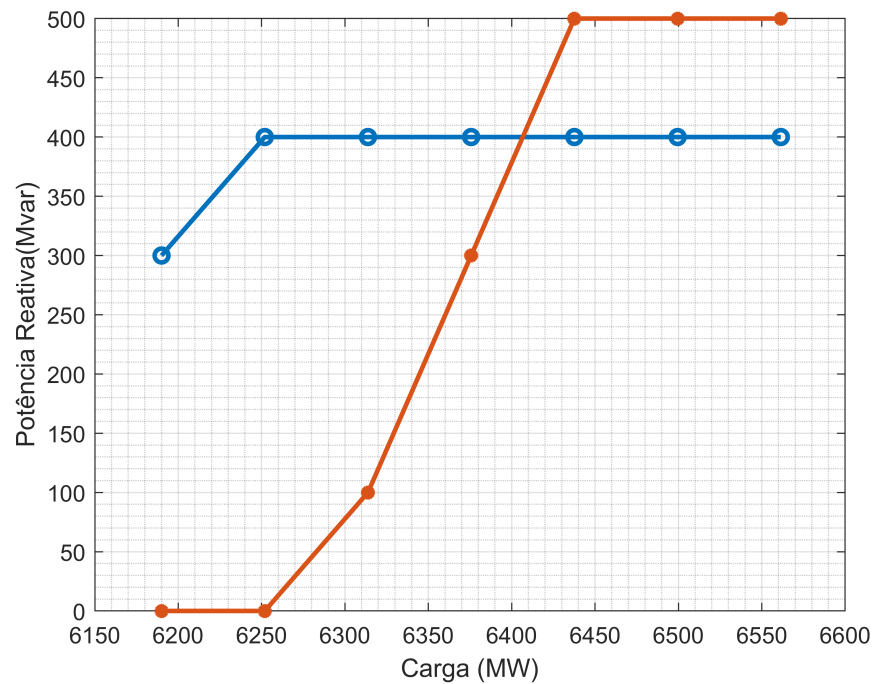
Fonte: Van Cutsem (2013)

por meio dessas Figuras que as tensões nesses barramentos variam, porém não ultrapassam os limites de tensão normalmente praticados (variação de 5% com relação ao nominal). É possível observar que as tensões vão caindo até o último banco *shunt* atingir seu limite. Após isso, como o gerador começa a gerar potência reativa, a tensão dos barramentos tendeu a crescer. Depois do patamar de 6500MW, as tensões voltam a descer devido ao decréscimo de potência reativa nas barras.

A Figura 70 mostra que o intercâmbio de potência reativa entre as áreas *Central* e *Norte* permanece no valor especificado durante toda a solução da curva de carga. Inicialmente, o banco *shunt* no barramento 4041 começa a chavear para manter esse controle. Uma vez que atinge seu limite, o banco *shunt* no barramento 4042 assume a operação. Após esse banco *shunt* também atingir seu limite, os geradores nos barramentos 813 e 814 assumem o controle. Portanto, até o máximo carregamento do sistema, não

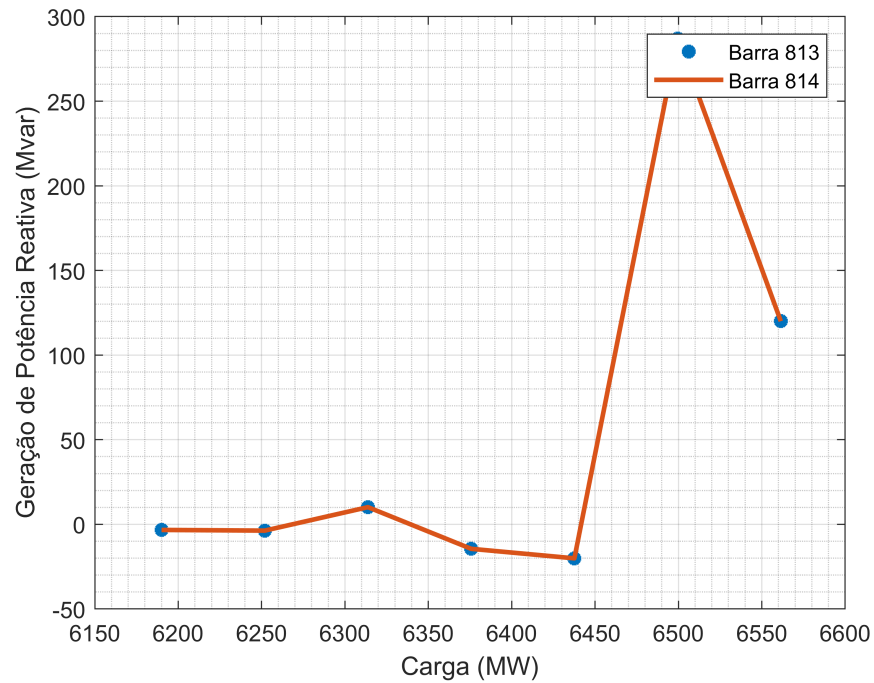
Figura 65 – Carregamento total na área *Central*

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 66 – Potência reativa dos bancos *shunts* por carregamento

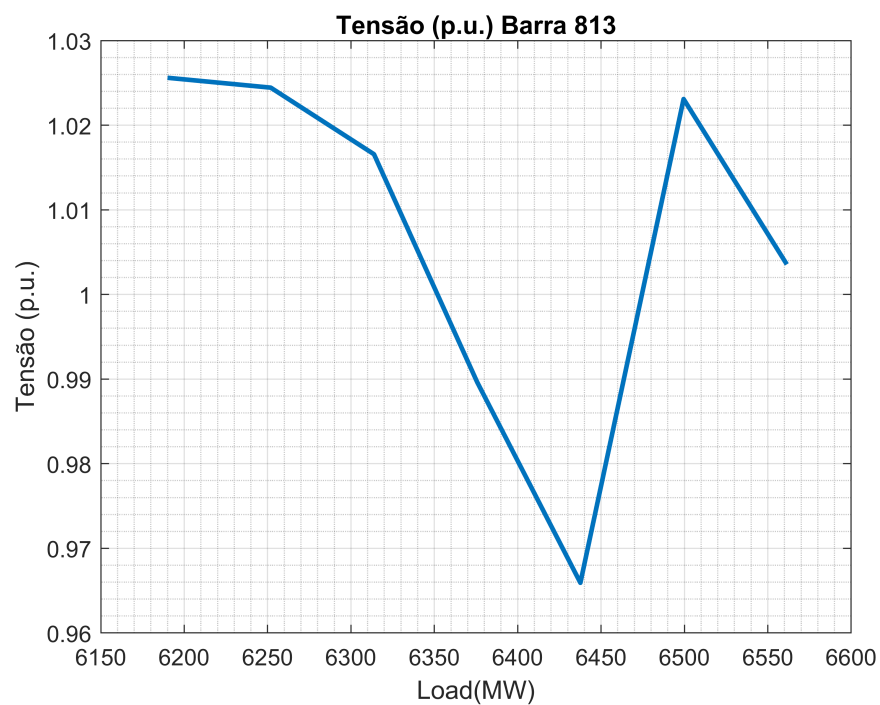
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 67 – Potência reativa gerada pelos geradores conectados nas barras 813 e 814 por carregamento



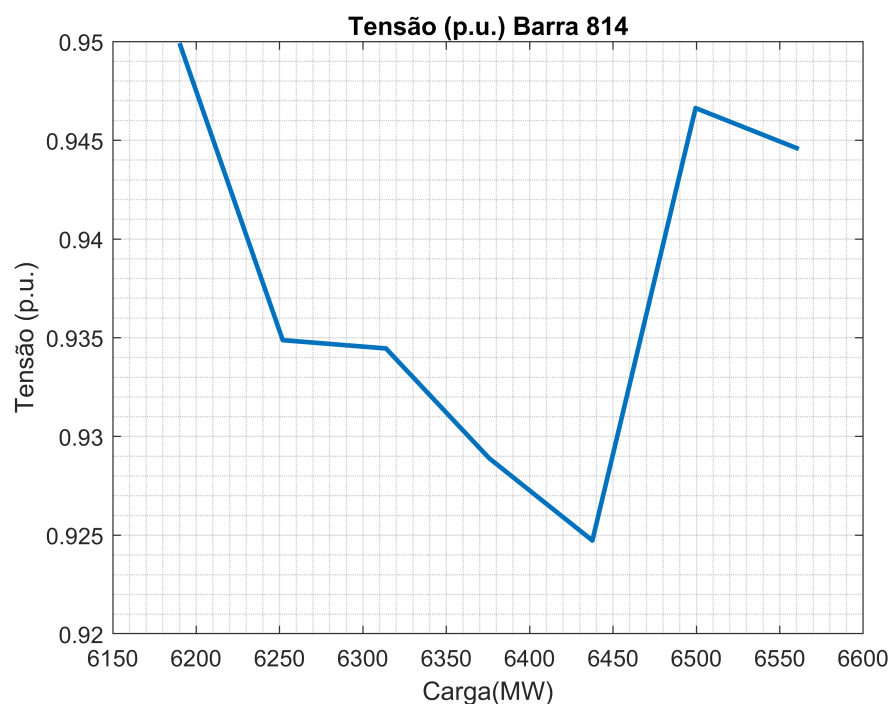
Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 68 – Variação na magnitude de tensão na barra 813 durante o carregamento



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 69 – Variação na magnitude de tensão na barra 814 durante o carregamento

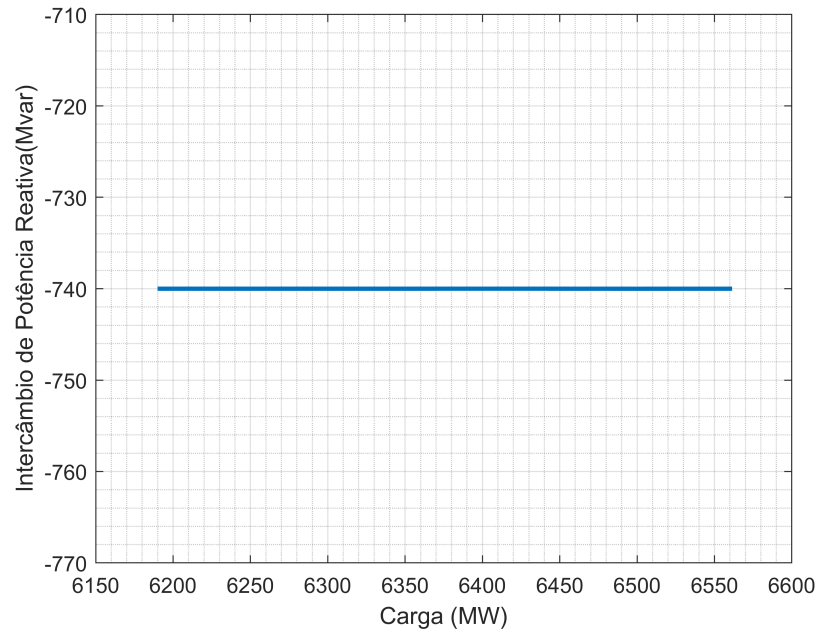


Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

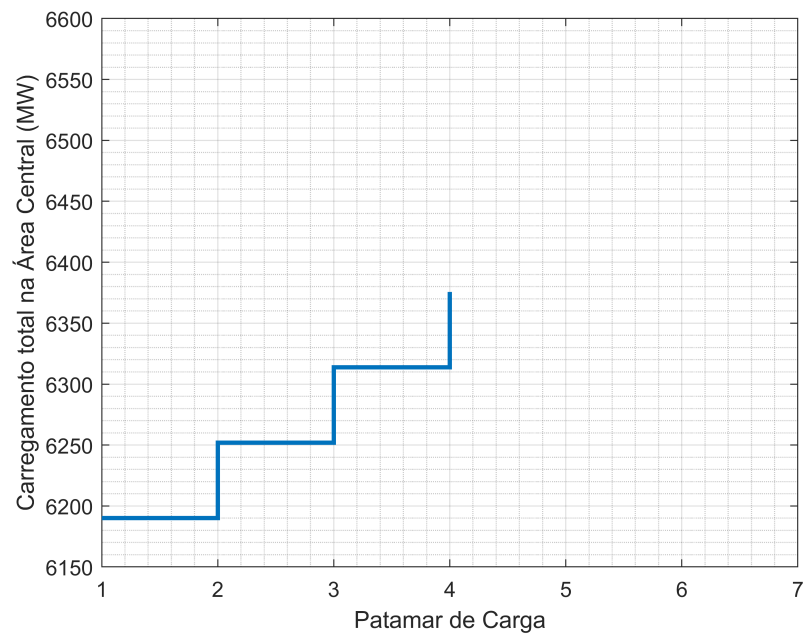
ouve perda no controle devido a falta de suporte de potência reativa.

A Figura 71 ilustra o aumento total de carga na área *Central* sem a implementação do esquema de controle proposto. Pode-se observar que a margem de carregamento do sistema, de aproximadamente 6380 Mvar, é menor em comparação com a margem mostrada na Figura 65. Essa redução na margem de carga indica uma maior proximidade do limite de segurança de tensão, destacando a susceptibilidade do sistema à instabilidade. Portanto, é possível observar que a metodologia proposta melhora a segurança de tensão de regime permanente do sistema ao aumentar sua margem de carregamento.

A Figura 72 mostra o número de iterações do fluxo de potência, até a convergência, por carregamento da curva avaliado. É possível observar que o número de iterações do método de Newton, com as equações da metodologia proposta, se adequa ao número de iterações para a convergência de sistemas normalmente representados com controles. Próximo ao patamar de 6500MW o fluxo de potência levou um número maior de iterações para a convergência, mas ainda foi menor do que o número máximo de iterações permitidas para a solução (máximo de 50 utilizado nesse trabalho). Isso pode ter ocorrido devido à aproximação do carregamento ao máximo suportado pelo sistema, onde as não-linearidades ficam mais exacerbadas, além da aproximação da singularidade da matriz jacobiana no ponto de máximo carregamento. Com o intuito de comparação, a Figura 73 mostra o número de iterações do fluxo de potência por carregamento avaliado pela curva de carga

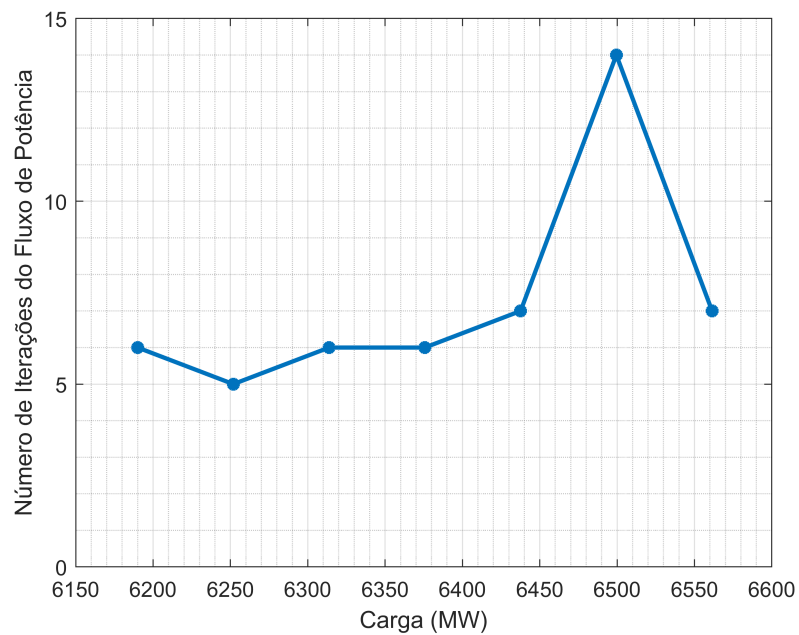
Figura 70 – Intercâmbio de potência reativa entre as áreas *Central* e *North*

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Figura 71 – Carregamento na área *Central* sem a presença do esquema de controle de intercâmbio de potência reativa

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

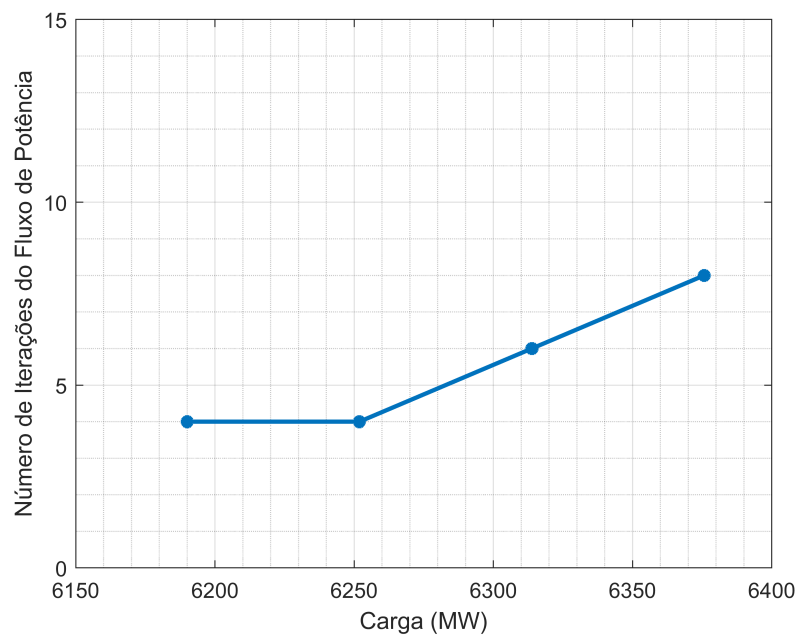
Figura 72 – Número de iterações do fluxo de potência durante a solução da curva de carga por carregamento do sistema com o controle proposto



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

sem o controle proposto.

Figura 73 – Número de iterações do fluxo de potência durante a solução da curva de carga por carregamento do sistema sem o controle proposto



Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

5.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo buscou apresentar os resultados obtidos a partir das metodologias propostas neste trabalho. Desta forma, um sistema de 61 barras e o sistema IEEE de 39 barras foram usados, representando características de uma microrrede, para demonstrar a eficácia do modelo proposto de FPO com restrição de complementaridade modificada para corte de carga, levando em consideração uma restrição de limites mínimo e máximo de frequência. Além disso, foi utilizado um sistema teste de 11 barras e o sistema *Nordic* para demonstrar o chaveamento contínuo e discreto de bancos *shunt* capacitivos para o controle de reativo em barras de geração para manter reserva de reativo de rápida utilização.

6 CONCLUSÕES

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este trabalho propõe uma formulação de FPO com restrição de complementaridade para a representação de limites de geração de potência reativa modificada. A função objetivo utilizada foi o mínimo custo de corte de carga, e leva em consideração também uma restrição de limite de frequência de operação do sistema. A geração de potência ativa é representada pela característica de regime permanente dos reguladores de velocidade de geradores síncronos, e é responsável por detalhar a repartição de geração de potência entre geradores a partir do estatismo de cada equipamento. Assim, a ferramenta se torna viável para o estudo de SEPs com geradores síncronos, assim como microrredes com GDs cuja conexão com a rede é feita por meio de conversores do tipo VSI. A modificação das restrições de complementaridade levam em consideração a variação de tensão terminal dos geradores proporcionalmente à variação de produção de potência reativa por meio de uma relação de estatismo.

Este trabalho propõe também uma metodologia de incorporação da característica de regime permanente de dispositivos de controle de forma *full* Newton no problema de FP a partir de funções sigmóides. As funções sigmóides funcionam como chaves que ativam e desativam equações de controle de equipamentos cuja característica de regime permanente são funções definidas por partes. As partes das funções normalmente são as faixas de operação normal, dos limites mínimo e máximo das variáveis de controle. Desta forma, não há a necessidade de verificação externa de aproximação dos limites das variáveis e a troca de comportamento do controle é feita completamente automática durante a solução das equações dos equipamentos.

Foi proposto neste trabalho também uma metodologia para a representação da hierarquização da atuação de dispositivos de controle de forma *full* Newton no FP. Neste sentido, foi apresentada uma formulação em que a atuação de bancos *shunt* é feita de forma coordenada para o controle da geração de potência reativa de geradores próxima de um valor de referência. Este tipo de controle prevê a manutenção de reserva de potência reativa em dispositivos de ação rápida para análise de critério de emergência.

A validação dos resultados do FPO foram feitos para os sistemas de 61 barras e o sistema teste *New-England* de 39 barras. Ambos os sistemas representam microrredes cujos geradores tem representação do comportamento de geração de potência ativa e reativa a partir de uma relação de estatismo com a frequência e a magnitude de tensão, respectivamente. Já a metodologia de hierarquização foi validada a partir de um sistema teste de 11 barras, onde a coordenação de dois bancos *shunt* capacitivos controlavam a geração de potência reativa próximo de um valor de referência. Além disso, para o mesmo sistema, foi analisado o resultado de uma curva de carga aplicada à rede com três bancos

indutivos, mostrando que a metodologia proposta também se adequa a esses elementos. Por fim, a metodologia também foi avaliada utilizando o sistema *Nordic* para a atuação de dois bancos capacitivos. A ação coordenada definia que um banco *shunt* só poderia chavear unidades em operação se o anterior esgotasse seus recursos. Os resultados proveniente das ferramentas procurou mostrar a eficácia e a relevância dos modelos propostos.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros, as seguintes atividades podem ser realizadas:

- Granularização maior dos estados das chaves sigmóides para o controle hierarquizado proposto;
- Aplicação do método de chaves sigmóides a outros esquemas de controle hierarquizados;
- Utilização as representações de controle via sigmóides em um problema de FPO, pois as equações admitem derivada segunda para construção das matrizes hessianas.

REFERÊNCIAS

- [1] Nações unidas do brasil (onu). Disponível em <https://brasil.un.org/pt-br/sdgs/7>.
- [2] Carson W Taylor. *Power System Voltage Stability*. McGraw-Hill, 1994.
- [3] Prabha Kundur, Neal J Balu, and Mark G Lauby. *Power system stability and control*, volume 7. McGraw-hill New York, 1994.
- [4] Enrique Acha, Claudio R Fuerte-Esquivel, Hugo Ambriz-Perez, and Cesar Angeles-Camacho. *FACTS : modelling and simulation in power networks*. John Wiley & Sons, 2004.
- [5] Prabha Kundur, John Paserba, Venkat Ajjarapu, Göran Andersson, Anjan Bose, Claudio Canizares, Nikos Hatziargyriou, David Hill, Alex Stankovic, Carson Taylor, and others. Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions. *IEEE transactions on Power Systems*, 19(3):1387–1401, 2004.
- [6] Nikos Hatziargyriou, Jovica Milanovic, Claudia Rahmann, Venkataramana Ajjarapu, Claudio Canizares, Istvan Erlich, David Hill, Ian Hiskens, Innocent Kamwa, Bikash Pal, Pouyan Pourbeik, Juan Sanchez-Gasca, Aleksandar Stankovic, Thierry Van Cutsem, Vijay Vittal, and Costas Vournas. Definition and classification of power system stability – revisited & extended. *IEEE Transactions on Power Systems*, 36(4):3271–3281, July 2021.
- [7] Antonio Gómez-Expósito, Antonio J Conejo, and Claudio Cañizares. *Electric energy systems: analysis and operation*. CRC Press, 2008.
- [8] Alcir Monticelli. *State estimation in electric power systems: a generalized approach*, volume 507. Springer Science & Business Media, 1999.
- [9] B Stott and Of Alsaç. Fast decoupled load flow. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (3):859–869, 1974.
- [10] Brian Stott. Review of load-flow calculation methods. *Proceedings of the IEEE*, 62(7):916–929, 1974.
- [11] William F Tinney and Clifford E Hart. Power flow solution by Newton’s method. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (11):1449–1460, 1967.
- [12] H W Dommel and W F Tinney. Optimal Power Flow Solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-87(10):1866–1876, 1968.
- [13] Sergio Granville. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1):136–146, 1994.
- [14] A. E. Eiben and J. E. Smith. *Introduction to Evolutionary Computing*. Springer Berlin Heidelberg, 2003.
- [15] Iroshani Jayawardene, Ganesh Kumar Venayagamoorthy, and Xingsi Zhong. Resilient and sustainable tie-line bias control for a power system in uncertain environments. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 6:205–219, 2022.

- [16] Ana Catarina Salles Ramos, Francisco Damasceno Freitas, and Gaetano Zizzo. Economic dispatch problem solution via holomorphic embedding method on iee 14-bus system for different loading scenarios. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 60:2664–2672, 2023.
- [17] Shagufta Khan and Suman Bhowmick. *Power-Flow Modelling of HVDC Transmission Systems*. CRC Press, 2022.
- [18] Francisco Damasceno Freitas and Laice Neves de Oliveira. Conditioning step on the initial estimate when solving ill-conditioned power flow problems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 146:108772, 2023.
- [19] Ying Huang, Xiaomeng Ai, Jiakun Fang, Shichang Cui, Runfeng Zhong, Wei Yao, and Jinyu Wen. Holomorphic embedding power flow algorithm for isolated ac microgrids with hierarchical control. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 13(3):1679–1690, 2022.
- [20] Shruti Rao, Yang Feng, Daniel J. Tylavsky, and Muthu Kumar Subramanian. The holomorphic embedding method applied to the power-flow problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(5):3816–3828, 2016.
- [21] Hsiao-Dong Chiang, Tao Wang, and Hao Sheng. A novel fast and flexible holomorphic embedding power flow method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(3):2551–2562, May 2018.
- [22] Luiz Cláudio de Araújo Ferreira. *Análise a longo-termo da estabilidade de tensão utilizando métodos estáticos e um sistema especialista Fuzzy para representação de ações de controle*. PhD thesis, Universidade Federal de Itajubá, 2008.
- [23] Raphael Lemos Pinto. *Aplicação de um Sistema Especialista Fuzzy para Redução de Manobras de Dispositivos Shunts Chaveados Automaticamente por um Compensador Estático*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010.
- [24] Ivo Chaves Da Silva, Edimar José De Oliveira, Sandoval Carneiro, José Luiz Rezende Pereira, and Paulo Augusto Nepomuceno Garcia. Metodologia heurística construtiva para alocação de bancos de capacitores em sistemas de distribuição de energia elétrica. *Controle & Automação*, 19(1):72–82, 3 2008.
- [25] R.H. Lasseter. MicroGrids. In *2002 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.02CH37309)*, volume 1, pages 305–308. IEEE.
- [26] Te-Tien Ku, Chia-Hung Lin, Cheng-Ting Hsu, Chao-Shun Chen, Zhan-Yi Liao, Shuo-De Wang, and Fung-Fei Chen. Enhancement of power system operation by renewable ancillary service. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 56(6):6150–6157, 2020.
- [27] Thaís M. Blasi, Thelma S. P. Fernandes, Alexandre R. Aoki, and Fabrício H. Tabarro. Multiperiod optimum power flow for active distribution networks with provisioning of ancillary services. *IEEE Access*, 9:110371–110395, 2021.
- [28] Mahmoud A. Ali, Salah Kamel, Mohamed H. Hassan, Emad M. Ahmed, and Mohana Alanazi. Optimal power flow solution of power systems with renewable energy sources using white sharks algorithm. *Sustainability*, 14(10), 2022.

- [29] Cong Zhang, Qian Liu, Bin Zhou, Chi Yung Chung, Jiayong Li, Lipeng Zhu, and Zhikang Shuai. A central limit theorem-based method for dc and ac power flow analysis under interval uncertainty of renewable power generation. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 14(1):563–575, 2023.
- [30] Adriano Arrigo, Jalal Kazempour, Zacharie De Grève, Jean-François Toubeau, and François Vallée. Embedding dependencies between wind farms in distributionally robust optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 38(6):5156–5169, 2023.
- [31] K. M. Bhargavi, N. S. Jayalakshmi, D. N. Gaonkar, Ashish Shrivastava, and Vinay Kumar Jadoun. A comprehensive review on control techniques for power management of isolated dc microgrid system operation. *IEEE Access*, 9:32196–32228, 2021.
- [32] José G. de Matos, Felipe S. F. e Silva, and Luiz A. de S. Ribeiro. Power control in ac isolated microgrids with renewable energy sources and energy storage systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(6):3490–3498, June 2015.
- [33] Bharatkumar V. Solanki, Claudio A. Cañizares, and Kankar Bhattacharya. Practical energy management systems for isolated microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 10(5):4762–4775, Sep. 2019.
- [34] William Rosehart, Codruta Roman, and Antony Schellenberg. Optimal power flow with complementarity constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):813–822, 5 2005.
- [35] Paula Oliveira La Gatta. Um novo modelo para a representação da regulação primária e secundária de frequência no problema de fluxo de potência e fluxo de potência ótimo. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Juiz de Fora, 2012.
- [36] Ren21. Renewables 2019 Global Status Report. Technical report, 2019.
- [37] Géremi Gilson Dranka and Paula Ferreira. Towards a smart grid power system in brazil: Challenges and opportunities. *Energy Policy*, 136:111033, 2020.
- [38] J A P Lopes, C L Moreira, and A G Madureira. Defining control strategies for MicroGrids islanded operation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(2):916–924, 2006.
- [39] A Monticelli, M V F Pereira, and S Granville. Security-Constrained Optimal Power Flow with Post-Contingency Corrective Rescheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2(1):175–180, 1987.
- [40] Faisal Hameed, Mohamed Al Hosani, and H. H. Zeineldin. A modified backward/forward sweep load flow method for islanded radial microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 10(1):910–918, Jan 2019.
- [41] Evangelos E. Pompodakis, Georgios C. Kryptonidis, and Minas C. Alexiadis. A comprehensive load flow approach for grid-connected and islanded ac microgrids. *IEEE Transactions on Power Systems*, 35(2):1143–1155, March 2020.
- [42] Rabih A. Jabr, Izudin Džafić, and Bikash C. Pal. Compensation in complex variables for microgrid power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(3):3207–3209, May 2018.

- [43] D Montenegro, M Hernandez, and GA Ramos. Real time openss framework for distribution systems simulation and analysis. In *2012 Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA)*, pages 1–5. IEEE, 2012.
- [44] Sijia Li, Arman Oshnoei, Frede Blaabjerg, and Amjad Anvari-Moghaddam. Hierarchical control for microgrids: a survey on classical and machine learning-based methods. *Sustainability*, 15(11):8952, 2023.
- [45] Raniyah Wazirali, Elnaz Yaghoubi, Mohammed Shadi S Abujazar, Rami Ahmad, and Amir Hossein Vakili. State-of-the-art review on energy and load forecasting in microgrids using artificial neural networks, machine learning, and deep learning techniques. *Electric power systems research*, 225:109792, 2023.
- [46] Hengwei Lin, Kai Sun, Zheng-Hua Tan, Chengxi Liu, Josep M Guerrero, and Juan C Vasquez. Adaptive protection combined with machine learning for microgrids. *IET generation, transmission & distribution*, 13(6):770–779, 2019.
- [47] Ahmed Ezzat, Basem E Elnaghi, and Abdelazeem A Abdelsalam. Microgrids islanding detection using fourier transform and machine learning algorithm. *Electric Power Systems Research*, 196:107224, 2021.
- [48] Abdollah Kavousi-Fard, Wencong Su, and Tao Jin. A machine-learning-based cyber attack detection model for wireless sensor networks in microgrids. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 17(1):650–658, 2020.
- [49] Working Group 38-01 - Cigre. Static Var Compensator. Technical report, CIGRE, 1986.
- [50] João Alberto Passos Filho. *Modelagem e Incorporação de Dispositivos de Controle no Problema de Fluxo de Potência*. PhD thesis, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2000.
- [51] J M Guerrero, J C Vasquez, J Matas, L G de Vicuna, and M Castilla. Hierarchical Control of Droop-Controlled AC and DC Microgrids #x2014;A General Approach Toward Standardization. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(1):158–172, 1 2011.
- [52] Y. Mohamed and E.F. El-Saadany. Adaptive Decentralized Droop Controller to Preserve Power Sharing Stability of Paralleled Inverters in Distributed Generation Microgrids. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(6):2806–2816, 11 2008.
- [53] D E Olivares, A Mehrizi-Sani, A H Etemadi, C A Cañizares, R Iravani, M Kazerani, A H Hajimiragha, O Gomis-Bellmunt, M Saeedifard, R Palma-Behnke, G A Jiménez-Estévez, and N D Hatziargyriou. Trends in Microgrid Control. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 5(4):1905–1919, 2014.
- [54] Mostafa Farrokhabadi, Dimitris Lagos, Richard W. Wies, Mario Paolone, Marco Liserre, Lasantha Meegahapola, Mahmoud Kabalan, Amir H. Hajimiragha, Dario Peralta, Marcelo A. Elizondo, Kevin P. Schneider, Claudio A. Canizares, Francis K. Tuffner, Jim Reilly, John W. Simpson-Porco, Ehsan Nasr, Lingling Fan, Patricio A. Mendoza-Araya, Reinaldo Tonkoski, Ujjwol Tamrakar, and Nikos Hatziargyriou.

- Microgrid Stability Definitions, Analysis, and Examples. *IEEE Transactions on Power Systems*, 35(1):13–29, 1 2020.
- [55] Hua Han, Xiaochao Hou, Jian Yang, Jifa Wu, Mei Su, and Josep M. Guerrero. Review of Power Sharing Control Strategies for Islanding Operation of AC Microgrids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 7(1):200–215, 1 2016.
- [56] Morad Mohamed Abdelmageed Abdelaziz, Hany E. Farag, and Ehab F. El-Saadany. Optimum Droop Parameter Settings of Islanded Microgrids With Renewable Energy Resources. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 5(2):434–445, 4 2014.
- [57] Karel De Brabandere, Bruno Bolsens, Jeroen Van den Keybus, Achim Woyte, Johan Driesen, and Ronnie Belmans. A Voltage and Frequency Droop Control Method for Parallel Inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 22(4):1107–1115, 7 2007.
- [58] Leonardo Rese, Antonio Simoes Costa, and Aguinaldo S. e Silva. A modified load flow algorithm for microgrids operating in islanded mode. In *2013 IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies (ISGT Latin America)*, pages 1–7. IEEE, 4 2013.
- [59] Morad Mohamed Abdelmageed Abdelaziz. Effect of Detailed Reactive Power Limit Modeling on Islanded Microgrid Power Flow Analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(2):1665–1666, 3 2016.
- [60] A. A. Ejajal, Mohamed A. Abdelwahed, E. F. El-Saadany, and Kumaraswamy Pon-nambalam. A Unified Approach to the Power Flow Analysis of AC/DC Hybrid Microgrids. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 7(3):1145–1158, 7 2016.
- [61] Morad M.A. Abdelaziz and E. F. El-Saadany. Maximum loadability consideration in droop-controlled islanded microgrids optimal power flow. *Electric Power Systems Research*, 106:168–179, 2014.
- [62] Abdolreza Esmaeli, Mohammad Abedini, and Mohammad H. Moradi. A novel power flow analysis in an islanded renewable microgrid. *Renewable Energy*, 96:914–927, 10 2016.
- [63] Morad Mohamed Abdelmageed Abdelaziz, Hany E. Farag, Ehab F. El-Saadany, and Yasser Abdel-Rady I. Mohamed. A Novel and Generalized Three-Phase Power Flow Algorithm for Islanded Microgrids Using a Newton Trust Region Method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(1):190–201, 2 2013.
- [64] Mohammad Bayat, Masoud Mehrabi Koushki, Ali Asghar Ghadimi, Marcos Tostado-Véliz, and Francisco Jurado. Comprehensive enhanced newton raphson approach for power flow analysis in droop-controlled islanded ac microgrids. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 143:108493, 2022.
- [65] Fei Feng and Peng Zhang. Enhanced microgrid power flow incorporating hierarchical control. *IEEE Transactions on Power Systems*, 35(3):2463–2466, May 2020.
- [66] C Sanitha Michail, MR Rashmi, and Vigna K Ramachandaramurthy. Power flow analysis in an islanded microgrid without slack bus. *Electrical Engineering*, pages 1–9, 2024.

- [67] Amir Ali Nazari, Reza Keypour, M.H. Beiranvand, and Nima Amjady. A decoupled extended power flow analysis based on newton-raphson method for islanded microgrids. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 117:105705, 2020.
- [68] Allen J Wood and Bruce F Wollenberg. *Power generation, operation, and control*. John Wiley & Sons, 2012.
- [69] Katsuhiko. Ogata. *Modern control engineering*. Prentice-Hall, 2010.
- [70] Federico Milano. *Power system modelling and scripting*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [71] MATLAB. *Version 7.10.0 (R2010a)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts,, 2010.
- [72] Alexey F. Izmailov and Mikhail V. Solodov. *Newton-type methods for optimization and variational problems*. Springer, 2014.
- [73] Ivan Nunes da Silva. *Redes Neurais Artificiais Para Engenharia e Ciências Aplicadas. Fundamentos Teóricos e Aspectos Práticos*. Segunda ed edition, 2016.
- [74] Rafael DeR Pontes, Joao A.Passos Filho, and Paula O.La Gatta. A full Newton approach to consider reactive power generation limits in power flow problem using sigmoid switches. In *SBSE 2018 - 7th Brazilian Electrical Systems Symposium*, pages 1–6. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 6 2018.
- [75] Ferry Algust Viawan. *Voltage Control and Voltage Stability of Power Distribution Systems in the Presence of Distributed Generation*. PhD thesis, Chalmers University of Technology, 2008.
- [76] João Alberto Passos Filho. *Representação e Avaliação do Desempenho de Dispositivos de Controle no Problema de Fluxo de Potência*. PhD thesis, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2005.
- [77] Centre for sustainable electricity and distributed generation. Disponível em <https://github.com/sedg>.
- [78] Luis F. Ochoa and Gareth P. Harrison. Minimizing energy losses: Optimal accommodation and smart operation of renewable distributed generation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(1):198–205, 2 2011.
- [79] T. Athay, R. Podmore, and S. Virmani. A practical method for the direct analysis of transient stability. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98(2):573–584, 1979.
- [80] Ananthal Pai, M. A. *Energy function analysis for power system stability*. Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [81] Leonardo Pinto de Almeida. *Análise de Desempenho do Controle Automático de Geração e do Controle Secundário de Tensão*. Dissertação de Mestrado, 2004.
- [82] Centro de Pesquisas de Energia Elétrica Cepel. *Programa de Análise de Transitórios Eletromecânicos - Anatem - Manual do Usuário V10.5.4*, 2015.

- [83] Thierry Van Cutsem and Lampros Papangelis. Description, modeling and simulation results of a test system for voltage stability analysis. 2013.

APÊNDICE A – Revisão do Método de Newton-Raphson

A.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O cálculo de um fluxo de potência equivale à solução de um sistema de equações algébricas não-lineares. Os recursos da matemática disponíveis para a solução destas equações são relativamente escassos. Na grande maioria dos casos, o emprego de métodos diretos de solução não é possível, devendo ser usados métodos iterativos. Não se pode ainda, garantir que um sistema de equações não-lineares tenha qualquer solução ou, caso tenha solução, que seja única ou existam várias outras. Felizmente, no problema de fluxo de potência, tais dificuldades ficam bastante atenuadas pelo fato de que as faixas de valores permitidos para as variáveis do problema, praticamente são as mesmas para a grande maioria dos sistemas elétricos de potência existentes.

O método para solução do fluxo de potência deve atender a alguns requisitos básicos, notadamente; eficiência computacional, confiabilidade, especialmente no que concerne a problemas mal-condicionados e flexibilidade para representação de dispositivos de controle. O método de Newton-Raphson é um método numérico geral para a determinação de raízes reais de equações não-lineares, com grande confiabilidade de convergência e velocidade. A aplicação eficiente deste método para fluxo de potência foi desenvolvida em sua formulação clássica no final da década de sessenta [11].

É possível demonstrar que o método de Newton-Raphson apresenta uma taxa de convergência quadrática, isto é, a norma do vetor de resíduos diminui com o quadrado do número de iterações. Isto significa que o método converge rapidamente na vizinhança da solução. Entretanto, essa convergência é fortemente dependente das condições iniciais do problema, que em sistemas de potência são definidas por tensões e ângulos em barras de carga. Caso a condição inicial não esteja contida em uma região próxima da solução procurada (região de atração) o processo iterativo poderá convergir para uma solução não desejável ou até mesmo apresentar uma divergência.

O objetivo deste apêndice é fazer uma rápida revisão da solução das equações de fluxo de potência utilizando-se o método de Newton-Raphson.

A.2 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Se for conhecida uma aproximação $x^{(0)}$ para uma das raízes reais da equação (A.1)

$$y = f(x) \tag{A.1}$$

Então uma aproximação melhor $x^{(h+1)}$, onde $h = 0, 1, 2, \dots$ pode ser obtida calculando-se (A.5) pela Série de Taylor (A.5), considerando-se apenas os dois primeiros

termos desta série.

$$y = f(x^{(h)}) + f'(x^{(h)}) \cdot \Delta x^{(h)} + \frac{f''(x^{(h)})}{2!} \cdot (\Delta x^{(h)})^2 + \dots \quad (\text{A.2})$$

$$y - f(x^{(h)}) \approx f'(x^{(h)}) \cdot \Delta x^{(h)} \quad (\text{A.3})$$

$$\Delta y^{(h)} = y - f(x^{(h)}) \quad (\text{A.4})$$

$$\Delta x^{(h)} = [f'(x^{(h)})]^{-1} \cdot \Delta y^{(h)} \quad (\text{A.5})$$

A variável x é atualizada da seguinte forma:

$$x^{h+1} = x^{(h)} + \Delta x^{(h)} \quad (\text{A.6})$$

O processo retorna à (A.3) até que sua convergência seja atingida quando:

$$x^{(h+1)} - x^{(h)} \leq \epsilon \quad (\text{A.7})$$

Generalizando para j equações, tem-se:

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_j) \quad (\text{A.8})$$

$$y_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_j) \quad (\text{A.9})$$

\vdots

$$y_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_j) \quad (\text{A.10})$$

A correção a cada iteração é então obtida da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(h)} \\ \Delta x_2^{(h)} \\ \vdots \\ \Delta x_j^{(h)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(h)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(h)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_j}\right)^{(h)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(h)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(h)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_j}\right)^{(h)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_1}\right)^{(h)} & \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_2}\right)^{(h)} & \dots & \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_j}\right)^{(h)} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta y_1^{(h)} \\ \Delta y_2^{(h)} \\ \vdots \\ \Delta y_j^{(h)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

$$[\Delta \underline{x}] = \mathbf{J}^{-1} \cdot [\Delta \underline{y}] \quad (\text{A.12})$$

Sendo \mathbf{J} a matriz Jacobiana do método de Newton-Raphson.

A.3 ESTUDO DE CONVERGÊNCIA

Substituindo (A.5) em (A.6) tem-se, para $f'(x^{(h)}) \neq 0$:

$$x^{(h+1)} = x^{(h)} - \frac{\Delta y^{(h)}}{f'(x^{(h)})} \quad (\text{A.13})$$

A relação expressa em (A.15) mostra que a solução aproximada $x^{(h+1)}$ para a próxima iteração ($h+1$) é calculada com base na ponderação do erro do cálculo na iteração (h) anterior. Pode-se perceber que (A.15) pode ser transformada numa função $F(x)$, sendo:

$$F(x) = x^{(h)} - \frac{\Delta y^{(h)}}{f'(x^{(h)})} \quad (\text{A.14})$$

$$x^{(h+1)} = F(x), x = x^{(h)} \quad (\text{A.15})$$

Assim, o processo iterativo continua na esperança que se atinja a convergência para a raiz r da função (A.1). Portanto, se r é a raiz da função (A.1), pode-se afirmar que >

$$r = F(r) \quad (\text{A.16})$$

$$F'(r) = 0 \quad (\text{A.17})$$

O desenvolvimento de $F(x)$ em série de Taylor em torno de r na iteração h é:

$$F(x^{(h)}) = F(r) + F'(r) \cdot (x^{(h)} - r) + \frac{F''(\xi_i)}{2!} \cdot (x^{(h)} - r)^2 \quad (\text{A.18})$$

$$F(x^{(h)}) = r + \frac{F''(\xi_i)}{2!} \cdot (x^{(h)} - r)^2 \quad (\text{A.19})$$

$$|x^{(h)} - \xi_i| < |x^{(h)} - r| \quad (\text{A.20})$$

Substituindo (A.15) em (A.20), tem-se:

$$x^{(h+1)} = r + \frac{F''(\xi_i)}{2!} \cdot (x^{(h)} - r)^2 \quad (\text{A.21})$$

$$x^{(h+1)} - r = \frac{F''(\xi_i)}{2!} \cdot (x^{(h)} - r)^2 \quad (\text{A.22})$$

$$e^{(h)} = x^{(h)} - r \quad (\text{A.23})$$

$$e^{(h+1)} = x^{(h+1)} - r \quad (\text{A.24})$$

Ao se definir (A.23) e (A.24), pretende-se supor um $e^{(h)}$ e $e^{(h+1)}$ tal que representam o erro em se estimar uma solução aproximada com relação à raiz r . Assim, substituindo (A.23) e (A.24) em (A.22), tem-se:

$$e^{(h+1)} = \frac{|F''(\xi_i)|}{2} \cdot (e^{(h)})^2 \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{e^{(h+1)}}{(e^{(h)})^2} = \frac{|F''(\xi_i)|}{2} \quad (\text{A.26})$$

Observando que ξ_i converge para r com x_i , tem-se:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{e^{(h+1)}}{(e^{(h)})^2} = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{|F''(\xi_i)|}{2} = k \quad (\text{A.27})$$

Para um valor suficientemente grande de h , tem-se que:

$$e^{(h+1)} = K \cdot (e^{(h)})^2 \quad (\text{A.28})$$

A relação (A.28) mostra que o erro absoluto de uma iteração é assintoticamente proporcional ao quadrado da iteração anterior. Por esse motivo, diz-se que o método de Newton-Raphson tem convergência quadrática.

A.4 APLICAÇÃO NAS EQUAÇÕES DE FP

Para uma barra genérica k , tem-se:

$$S_k = P_k + j \cdot Q_k \quad (\text{A.29})$$

As equações básicas do FP são dadas por [8]:

$$P_k = V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A.30})$$

$$Q_k = V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.31})$$

Aplicando-se o método de Newton-Raphson na formulação matemática descrita pelas equações (A.30) e (A.31), tem-se uma relação linearizada entre as variações do módulo da tensão e do ângulo, para as variações nas potências ativa e reativa. Assim:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

Sendo que [8]:

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k \cdot V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.33})$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 \cdot B_{kk} - V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.34})$$

Ou ainda:

$$H_{kk} = -V_k^2 \cdot B_{kk} - Q_k \quad (\text{A.35})$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A.36})$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = V_k \cdot G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A.37})$$

Ou ainda:

$$N_{kk} = \frac{(P_k + V_k^2 \cdot G_{kk})}{V_k} \quad (\text{A.38})$$

$$J_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k \cdot V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A.39})$$

$$J_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 \cdot G_{kk} + V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A.40})$$

Ou ainda:

$$J_{kk} = -V_k^2 \cdot G_{kk} + P_k \quad (\text{A.41})$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k \cdot V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.42})$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -V_k \cdot B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.43})$$

Ou ainda:

$$L_{kk} = \frac{(Q_k - V_k^2 \cdot B_{kk})}{V_k} \quad (\text{A.44})$$

Os resíduos de potência são dados por:

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (\text{A.45})$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - V_k \cdot \sum_{m \in \Omega_k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{A.46})$$

A partir de um conjunto inicial de tensões nas barras, são calculadas as potências ativa e reativa, bem como os respectivos resíduos de potência. Caso estes resíduos estejam dentro de uma tolerância pré-determinada, o processo iterativo então convergiu para uma solução. Caso contrário, calcula-se a matriz Jacobiana e determina-se a nova solução:

$$\underline{\theta}^{(h+1)} = \underline{\theta}^{(h)} + \Delta \underline{\theta}^{(h+1)} \quad (\text{A.47})$$

$$\underline{V}^{(h+1)} = \underline{V}^{(h)} + \Delta \underline{V}^{(h+1)} \quad (\text{A.48})$$

Sendo $\underline{\theta}^{(h)}$ e $\underline{V}^{(h)}$ são obtidos a partir da solução da equação (A.32). Posteriormente, incrementa-se o contador de iterações e retorna-se ao cálculo das potências, repetindo-se o ciclo descrito. Na formulação básica do problema, a cada barra do sistema são associadas quatro variáveis, sendo que duas delas entram no problema como dados e duas como incógnitas: V_k , θ_k , P_k e Q_k

Dependendo de quais variáveis nodais sejam classificadas como dados e quais são consideradas como incógnitas, definem-se três tipos de barras:

- *PQ*: são dados P_k e Q_k e calcula-se V_k e θ_k ;
- *PV*: são dados P_k e V_k e calcula-se Q_k e θ_k ;

- $V\theta$: são dados V_k e θ_k e calcula-se P_k e Q_k .

As barras dos tipos PQ e PV são utilizadas para representar, respectivamente, barras de carga e barras de geração (incluindo-se os compensadores síncronos). A barra $V\theta$, ou barra de referência (ou ainda *slack* ou *swing*), tem uma dupla função: como o próprio nome indica, fornece a referência angular do sistema (a referência de magnitude de tensão é o próprio nó terra); além disso, é utilizada para fechar o balanço de potência do sistema, levando em conta as perdas na transmissão que não são conhecidas antes da solução final do problema (daí a necessidade de se dispor de uma barra do sistema na qual não são especificadas as potências ativa e reativa).