Thales de Lélis Martins Pereira

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA EM UMA ESCOLA PÚBLICA: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

Thales de Lélis Martins Pereira

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA EM UMA ESCOLA PÚBLICA: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Prof[a]. Dr[a]. Regina Coeli Moraes Kopke

Juiz de Fora

Setembro 2012

Thales de Lélis Martins Pereira

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA EM UMA ESCOLA PÚBLICA: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

____
Prof^{a}. Dr^{a}. Regina Coeli Moraes Kopke - UFJF
Orientadora

____
Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral - UFRRJ

____
Prof. Dr. Antonio Olimpio Junior - UFJF

Juiz de Fora, 25 de setembro de 2012

AGRADECIMENTOS

A DEUS por iluminar minha vida e me dar forças para seguir sempre em frente.

Aos meus pais, Antônio Alberto Pereira e Lucília Maria Martins Pereira, por me ensinarem o que é certo e o que é errado, por serem meu incentivo na busca por me tornar uma pessoa melhor e principalmente por constituírem meu alicerce, minha base, meu exemplo, meu orgulho e minha vida!

Aos meus irmãos, Camilo, Igor e Iuri, por estarem sempre ao meu lado em todos os momentos e serem toda a minha força.

Ao meu sobrinho Éros e minhas sobrinhas, Carolina, Maria Antônia e Mariana, por trazerem vida e alegria à toda minha família.

À minha orientadora, Professora Doutora Regina Coeli Moraes Kopke, pela competência na articulação das ideias, na escrita e seleção dos textos, nas inúmeras trocas de emails e principalmente por acreditar e sempre enfatizar em suas conversas a importância das palavras "VIVA" e "AINDA". Obrigado!

Aos Professores Marcelo Almeida Bairral e Antonio Olimpio Junior, por aceitarem fazer parte da banca de qualificação e defesa dando contribuições fundamentais.

Ao grupo de 13 alunos da Escola Estadual Professor José Freire, por tornarem possível a pesquisa e pelo saudável ambiente que constituíram no desenvolver da mesma.

Aos integrantes da turma de 2010, em especial meus amigos Dione, Luciano, Marília, por todos os encontros, discussões e risadas.

RESUMO

A partir da questão ‘Como se dá a interação entre professor e alunos em um ambiente colaborativo de geometria para o ensino fundamental e médio a partir da utilização do software geogebra?’, a pesquisa realizada teve como objetivo analisar as atividades realizadas pelos alunos em sala de aula com o acompanhamento do professor. Foi adotada a pesquisa qualitativa, de modo a verificar o aprendizado do conteúdo relativo à geometria dinâmica, por meio das atividades investigativas entre professor e alunos. Realizaram-se sessões plenárias com os alunos, nas quais demonstraram segurança quanto aos conceitos adotados durante a realização da pesquisa.

PALAVRAS-CHAVE educação matemática; geometria dinâmica; software geogebra; ambiente colaborativo; escola pública.

ABSTRACT

From the question ‘How is the interaction between teacher and students in a colaborative environment of geometry to the primary and secondary levels of teaching by using the geogebra software?’ the research aimed at analyzing the activities performed by the students inside the classroom with the follow-up of the teacher. The research is qualitative in order to verify the learning of the content on the dynamic geometry, by means of the investigative activities performed. In the plenary sessions the students demonstrated self-security concerning the concepts adopted during the research.

KEY WORDS mathematics education; dynamic geometry; geogebra software; colaborative environment; public school.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

INTRODUÇÃO

De início, propõe-se apresentar os elementos que fazem parte desta dissertação, seguindo uma sequência cronológica, fatos que impulsionaram a constituição dos objetivos da presente pesquisa. Descrever o cenário em que ocorreu a investigação, os alunos envolvidos na pesquisa e os procedimentos metodológicos que foram utilizados para obtenção dos dados que foram discutidos e analisados, além de contextualizar a pesquisa frente a outras já produzidas constitui-se assim a estrutura deste trabalho.

A escolha do tema tratado nesta pesquisa - o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no ensino de matemática, em especial no de geometria - está relacionada à trajetória do autor, a qual justifica suas inquietações em torno do ensino e da aprendizagem de geometria ao longo de seu percurso profissional, até a chegada do mestrado, objetivando o seu envolvimento com a Educação Matemática.

Desde a atuação como professor, na educação básica, foi surgindo, em escala crescente, uma busca por leituras e participações em eventos científicos no âmbito da Educação Matemática, que mostrassem ferramentas e metodologias que contribuíssem para o ensino e aprendizagem de geometria.

O fato de sentir um desconforto, quando os objetivos pretendidos em suas aulas de matemática não eram atingidos, contribuiu para perceber que somente seu envolvimento com a área de Educação Matemática, não dava subsídios para desempenhar melhor o seu papel de professor-educador.

Um primeiro passo foi obter o ingresso no curso de especialização, na universidade em que se graduou, para se envolver com a Educação Matemática e, em especial com a geometria. E adiante, neste espaço, com a recente criação do mestrado profissional na área, tornar-se um de seus alunos foi uma consequência natural.

Dissertar, portanto aqui, sobre as relações que envolvem a geometria, perpassa por analisar ainda, alguns momentos importantes do autor, em seu período escolar, na fase correspondente ao ensino fundamental, em que cursou a disciplina ‘desenho geométrico’ desde a 5ª. até a 8ª. série. Isto foi primordial para desencadear uma motivação natural e um interesse crescente pela geometria, dentro do ensino e aprendizagem da matemática.

O convívio com as disciplinas de Desenho Geométrico I e II já na universidade, o manuseio de seus instrumentos (esquadros, compasso, régua e transferidor) e principalmente a precisão das medidas e as formas de raciocínio utilizadas na resolução de inúmeras questões, desenvolveram no autor um prazer por toda a geometria e seu interesse em evidenciá-la dentro do ensino formal de matemática tanto no ensino fundamental quanto no médio, agora, em sua vivência de professor.

O contato com turmas de ensino fundamental e médio, a busca por metodologias que contribuíssem para o ensino e aprendizagem da matemática e em especial da geometria, já constituíram parte da pesquisa desenvolvida no curso de especialização em Educação Matemática, no ano de 2005[1].

Desta forma objetivou-se investigar a mudança de postura do professor de matemática. Os dados mostraram que as características de um professor são constituídas das situações que vivencia, e que em pouco tempo percebe-se que estará sempre em formação.

Preocupou-se em evidenciar as falas dos alunos, discutir o papel do professor no sentido de levantar questões que caminhassem junto com o cotidiano dos alunos, características do saber ensinar e não transferir conhecimento, indo ao encontro de Freire (1996) sobre o saber ensinar:

> Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho – a de ensinar e não a de transferir conhecimento (FREIRE, 1996, p.52).

Aulas de matemática, mescladas com bate papo, mas, ao mesmo tempo um ambiente que propiciou a descoberta de razões e motivos para cálculos e pensamentos da matemática, em especial a geometria estruturaram parte das interações realizadas da pesquisa do curso de especialização.

---

[1] A pesquisa apresentou duas experiências vividas em 2 turmas de 7ª. série em uma escola da rede estadual de Juiz de Fora, MG. A primeira relativa à construção das peças do jogo de xadrez, em papel cartolina; à ilustração do movimento das peças e à prática do jogo na sala de aula. A segunda evidenciou as falas dos alunos na procura por definir o que seria “números quadrados perfeitos”, ou seja, porque dizer que um número é um quadrado perfeito. Especialização em Educação Matemática oferecido pela Universidade Federal de Juiz de Fora, sob a orientação Prof. Dra. Maria Queiroga Amoroso Anastácio.

O primeiro contato com as tecnologias informáticas aplicadas à educação, deu-se no ano de 2008 pela participação em cursos, como o de "*Open Office Writer e Open Office Calc*", oferecido pelo Núcleo de Tecnologia Educacional – NTE /MG6, da Superintendência Regional de Ensino de Juiz de Fora, MG.

No ano de 2009 o autor participou do processo de seleção de tutores à distância, na Universidade Federal de Juiz de Fora, visando o preenchimento de 40 vagas do Banco de Tutores a Distância para as disciplinas de Geometria Básica I, Trigonometria e Números Complexos e Pré-cálculo, do primeiro período letivo do curso de Licenciatura em Matemática à distância da instituição, junto a um conjunto de municípios vizinhos, com início previsto para fevereiro de 2009.

Como tutor à distância pela UFJF desde 2009 e atuando nas disciplinas Geometria Básica I e II, teve a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos em relação à utilização do software geogebra. O software é utilizado na plataforma Moodle[2], na modalidade de Educação à Distância (EAD) como uma ferramenta metodológica, em que são disponibilizados applets[3] de geometria dinâmica para ilustração de conteúdos e apresentação de soluções.

A partir de toda essa transformação na maneira de trabalhar com a geometria, o autor dá inicio, em seu curso de mestrado, a uma série de atividades com o software geogebra, culminado com a criação de um blog[4] sobre aulas e atividades iniciais para sua utilização, sendo levado a questionar e refletir sobre o uso das TICs na educação, admitindo e rendendo-se às alterações no processo educativo, segundo afirma Kenski (2007):

---

[2] Moodle (**M**odular **O**bject-**O**riented **D**istance **LE**arning) é um sistema para gerenciamento de cursos (SGC) - um programa para computador destinado a auxiliar educadores a criar cursos de qualidade via Internet. Este sistema de educação é também chamado de Sistema de Gerenciamento de Aprendizagem ou Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Fonte:www.moodle.org

[3] Applets (applets Java) são programas desenvolvidos em linguagem de programação Java®, que podem ser incluídos em códigos HTML (Deitel, H.; Deitel, P. 2003). Estes recursos, em geral, visam adicionar interatividade a aplicações Web.

[4] Um weblog, blog ou blogue: página da web cujas atualizações – chamadas posts – são organizadas cronologicamente, ou seja, por ordem de data, como um histórico ou diário. Fonte: http://www.edumat.com.br/wp-content/uploads/2008/09/construcao-do-blog-modulo.pdf

> Não há dúvida de que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação. Vídeos, programas educativos na televisão e no computador, *sites* educacionais, *softwares* diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, onde, anteriormente, predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor (KENSKI, 2007, p.46).

Desta forma, o que foi apresentado nesta trajetória teve o intuito de situar a escolha da presente pesquisa, em que se almeja atingir os seguintes objetivos: **desenvolver** atividades voltadas para a utilização do software geogebra, implementando um - espaço colaborativo[5] - para aprendizagem da geometria, e **refletir** sobre o desenrolar das atividades realizadas pelos alunos com o acompanhamento do professor.

A partir das experiências anteriores na especialização e disciplinas de graduação, além dos estudos, reflexões sobre a literatura e na proposição dos objetivos pretendidos, chega-se a seguinte questão:

Como se dá o trabalho com o software geogebra em uma escola pública e as interações entre alunos e professor em um espaço colaborativo de geometria para o ensino fundamental e médio?

Procura-se criar e desenvolver - em um grupo de 13 alunos, composto por 1 aluno do 9º. ano do ensino fundamental, 7 alunos do 2º. ano e 5 alunos do 3º. ano do ensino médio – um ambiente colaborativo e favorável à prática de atividades de cunho investigativo, em que se busca a compreensão de conceitos ligados à geometria plana, como: triângulos, circunferência, bissetriz de um ângulo, mediatriz de um segmento, retas paralelas.

A metodologia pretendida para a pesquisa será a qualitativa e o pesquisador e próprio professor das turmas almeja analisar as interações no trabalho com a geometria dinâmica, a partir das atividades propostas no espaço colaborativo com a utilização do software geogebra configurando uma ferramenta na busca por compreender os conteúdos geométricos envolvidos.

A utilização das TICs, neste caso pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de matemática, para que se torne uma atividade experimental

---

[5] Menciona-se aqui o termo ‘espaço colaborativo’ nome dado ao espaço preparado no *sites.google.com* para receber o grupo de alunos, disponibilizando atividades e arquivos para interação e reflexão entre as atividades. Endereço eletrônico: https://sites.google.com/site/espacocolaborativo/

mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, fazendo do professor um condutor no papel de desempenhar e encadear situações de aprendizagem.

O trabalho com computadores mostra uma nova relação professor-aluno, marcado por uma maior proximidade, interação e colaboração, o que interfere na postura desde professor, cuja formação tende a ser permanente ao longo de sua vida profissional.

Como resposta à mudança e aos espaços criados para o diálogo, procura-se buscar metodologias alternativas para o ensino. O uso das TICs, segundo pesquisas recentes em Educação Matemática constitui importante pilar na proposição de aulas investigativas, com o uso, por exemplo, de softwares de geometria dinâmica, conforme apontam autores como Kenski (2007), Bairral (2007), Borba e Penteado (2001).

Ao longo desta pesquisa pretende-se tecer reflexões sobre os conceitos mencionados anteriormente diante da experiência a ser realizada junto aos alunos.

Portanto, a dissertação está dividida em 6 capítulos, sendo que de início, o Capítulo 1 apresenta a visão de alguns autores sobre a utilização das TICs na Educação e em especial a Educação Matemática, em pesquisas desenvolvidas no cenário atual.

O Capítulo 2 já apresenta o pensamento de autores recentes, através de pesquisas significativas no cenário da Educação Matemática envolvendo tecnologias aplicadas ao ensino e ao aprendizado de matemática, em especial o trabalho com a geometria dinâmica e o uso do software geogebra.

O Capítulo 3 oferece um breve esclarecimento sobre o trabalho investigativo e o ambiente colaborativo pretendidos no desenrolar da pesquisa. Propõe-se ainda uma análise sobre a construção do conhecimento e o papel do professor, quando o mesmo lança mão das TICs como uma ferramenta de auxílio no processo de aprendizagem.

No Capítulo 4 reflete-se sobre as razões e motivos para utilização de um espaço na internet, descrevendo a construção e percurso percorrido até a obtenção das atividades e escolha das ferramentas metodológicas, como o

Google Sites[6] e o software geogebra, envolvidos na pesquisa. Apresenta-se parte da experiência piloto vivenciada pelo pesquisador e o caminho percorrido até a composição do grupo de alunos pesquisados, o espaço físico, bem como o trabalho investigativo proposto junto ao grupo de alunos e como se dá a concepção para "atividades inicias" e "tarefas" no desenrolar da pesquisa.

No Capítulo 5 são apresentados os instrumentos utilizados para coleta de dados, o processo de acompanhamento da turma durante os encontros planejados, a postura do pesquisador e suas anotações envolvendo as observações das aulas e descrições das atividades realizadas na sala de informática. Retoma-se a questão de investigação e faz-se um diálogo dos dados com a literatura, buscando elementos que possam direcionar respostas para a questão.

O Capítulo 6 traz as considerações finais e uma reflexão em torno do ambiente colaborativo pretendido, bem como possíveis encaminhamentos para o trabalho com o software geogebra.

Seguem-se as Referências utilizadas para o estudo e apresentam-se os Anexos. Sendo assim, passa-se à apresentação dos passos aqui descritos.

[6] Google Sites serve para centralizar documentos, planilhas, apresentações, vídeos, apresentações de slides. Os administradores podem gerenciar permissões de compartilhamento de sites e os autores podem compartilhar e revogar acesso a arquivos a qualquer momento. Fonte: http://www.google.com/apps/intl/pt-BR/business/sites.html

1- TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO

Este Capítulo apresenta uma revisão sobre o olhar de alguns educadores em relação ao uso das tecnologias no ensino e aprendizagem dentro da Educação e em especial dentro da Educação Matemática e detalhes sobre a reflexão posta em torno do conceito dado para tecnologia.

Observa-se que as tecnologias de certa forma invadem e compõem o cotidiano de diferentes formas e em diferentes lugares, permeando praticamente todas as áreas do conhecimento humano. Mas o ensino e aprendizagem estão acompanhando está evolução? O professor está preparado para enfrentar as mudanças e transformações dentro de sua prática docente? A estrutura escolar está preparada para acompanhar o ritmo colocado pelas TICs na educação?

Entende-se que a presença das TICs no cotidiano das salas de aula em todos os níveis de educação não é visto como algo simples. De acordo com Kenski (2007, p.45) “A escolha de determinado tipo de tecnologia altera profundamente a natureza do processo educacional e a comunicação entre os participantes”. É preciso refletir sobre as pesquisas e captar os aspectos envolvidos em implementações dessa natureza para caminhar dentro dessas questões levantadas.

1.1 - O que são tecnologias? – algumas concepções

O conceito para tecnologia adotado no desenrolar desde capítulo é decorrente das concepções e reflexões postas por autores como Kenski (2007) e Lévy (1993).

De acordo com Kenski (2007), para construir qualquer equipamento, é preciso pesquisar, planejar e criar o produto, o serviço, o processo. O desenrolar de tudo isso, damos o nome de tecnologia. A autora entende a tecnologia como tão próxima que nem se percebe mais a sua presença.

> [...] ela está em todo lugar, já faz parte das nossas vidas. As nossas atividades cotidianas mais comuns – como dormir, comer, trabalhar, nos deslocarmos para diferentes lugares, ler, conversar e nos divertimos – são possíveis graças às tecnologias a que temos acesso. (KENSKI, 2007, p.24).

O cotidiano das pessoas está historicamente permeado por tecnologias, os equipamentos que mediam as interações entre os seres humanos e o meio social, têm a característica de transformar não somente as ações humanas como também a maneira como as pessoas percebem a realidade em que estão inseridas, a forma como pensam e sentem segundo indica Kenski (2007). A autora, transita sobre a ampliação do conceito de tecnologia ao apoiar que todas as formas desenvolvidas pelo ser humano para viver mais e melhor podem e devem ser consideradas como tecnologias. Explica, também, que o conceito do que é novo, em se tratando de tecnologia é variável e contextual. Segundo ela, a rapidez do desenvolvimento tecnológico atual dificulta o estabelecimento de limites de tempo para compreender como novos os conhecimentos, instrumentos e procedimentos que surgem em distintos contextos sociais.

Entende-se que o conjunto de conhecimentos e princípios científicos necessários para o planejamento, à construção e manipulação de certos equipamentos, é denominado de tecnologia. De acordo com Kenski (2007) para construção e utilização de uma caneta esferográfica ou um computador, necessita-se de atitudes como: pesquisar, planejar, criar o produto, o serviço e o processo. A todo este conjunto de ações dá-se o nome de tecnologia. A maneira, jeito ou habilidade de trabalhar ou utilizar cada uma destas tecnologias é denominada de técnica.

De acordo com Lévy (1993), as tecnologias habitam o cotidiano de tal forma que já fazem parte de nossa "natureza humana", então, podem ser pensadas como "tecnologias da inteligência", e, portanto, se articulam com nosso sistema cognitivo de tal forma que não conseguimos pensar sem seu auxílio. A necessidade de comunicação entre as pessoas viabilizou a criação de um tipo especial de tecnologia, a “tecnologia da inteligência”, sua base é imaterial, ou seja, ela não existe como equipamento, mas como linguagem. As épocas constituem suas técnicas próprias que provocam fatores de mudança social. Os instrumentos de pedra, a descoberta do fogo e a linguagem constituem as tecnologias fundamentais que acompanham o desenvolvimento da espécie humana há muitos anos.

De acordo com Kenski (2007):

> Somos muito diferentes dos nossos antepassados e nos acostumamos com alguns confortos tecnológicos – água encanada, luz elétrica, fogão, sapatos, telefones – que nem podemos imaginar como seria viver sem eles. (KENSKI, 2007, p.24).

A constante transformação do cenário tecnológico, que apresenta inovações, conhecimentos e ferramentas para a vida em sociedade, de certa maneira direciona e modifica o cotidiano das pessoas e constituem a composição de uma cultura. Os conhecimentos para manuseio das tecnologias, despertam nos seres humanos um constante processo de aprendizado.

Segundo Kenski (2007) a tarefa de acompanhar à complexidade que os avanços tecnológicos impõem a todos, indistintamente, perpassa por adaptar-se a mesma.

> Este é também o duplo desafio para a educação: adaptar-se aos avanços tecnológicos e orientar o caminho de todos para o domínio e a apropriação crítica desses novos meios. [...] A escola representa na sociedade moderna o espaço de formação não apenas das gerações jovens, mas de todas as pessoas. Em um momento caracterizado por mudanças velozes, as pessoas procuram na educação escolar a garantia de formação que lhes possibilite o domínio de conhecimentos e melhor qualidade de vida. (KENSKI, 2007, p.18-19).

Neste sentido, o lidar com os meios tecnológicos requer um profissional que apresente uma vontade de aprimorar seus conhecimentos e contínua busca pelo conhecimento.

Inserido neste contexto, professores e educadores adeptos à utilização das TICs necessitam e buscam uma metodologia para inserção das mesmas na prática docente.

1.2 - Informática na Educação do Brasil – algumas considerações

O despontar da informática na Educação e Educação Matemática é decorrente das discussões e debates ocorridos no cenário atual das pesquisas.

De acordo com Borba e Penteado (2001) nas últimas duas décadas no ensino e aprendizagem dos alunos, percepções de que o simples apertar de teclas e o comportamento passivo do aluno frente às orientações fornecidas pelo computador, contribuem para fazer desses alunos, meros repetidores de tarefas, compõem parte das reflexões acerca da utilização e inserção da informática na Educação.

Estes autores enfatizam que tais argumentos ganham força dentro de parte da comunidade de Educação Matemática, que concebe a matemática como a matriz do pensamento lógico. Segundo os autores ainda, a entrada da tecnologia informática neste cenário tem relevância a partir da análise que se pode ter.

Borba e Penteado (2001) entendem que uma das primeiras ações do governo em nível nacional, para promover e estimular a entrada das TICs nas escolas brasileiras ocorreu em 1981 com a realização do I Seminário Nacional de Informática Educativa. Sendo a partir desse evento que observamos o surgimento de projetos como Educom[7], Formar[8] e Proninfe[9].

As experiências vividas dentro desses projetos deram base para a criação do PROINFO – Programa Nacional de Informática na Educação – lançado em 1997 pela Secretária de educação a Distância (Seed/MEC).

> O seu objetivo é estimular e dar suporte para a introdução de tecnologia informática nas escolas do nível fundamental e médio de todo o país. Desde o seu lançamento, este programa equipou mais de 2000 escolas e investiu na formação de mais de vinte mil professores através dos 244 Núcleos de Tecnologia Educacional (NTE) instalados em diversas partes do país. (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 20)

---

[7] O Educom (COMputadores na EDUcação) foi lançado pelo Ministério da educação e cultura (MEC) e pela Secretaria Especial de Informática em 1983. Seu objetivo era criar centros pilotos em universidades brasileiras para desenvolver pesquisas sobre as diversas aplicações do computador na educação. (BORBA e PENTEADO, 2001, p.19-20)

[8] O projeto Formar foi uma iniciativa dentro do Educom (Formar I – 1987, Formar II – 1989) para formar recursos humanos para o trabalho na área de informática educativa. Assim, foram oferecidos cursos de especialização para pessoas oriundas de diferentes estados. (BORBA e PENTEADO, 2001, p.19-20)

[9] O Proninfe – Programa Nacional de Informática na Educação – foi lançado em 1989 pelo MEC e deu continuidade às iniciativas anteriores, contribuindo especialmente para a criação de laboratórios e centros para capacitação de professores. (BORBA e PENTEADO, 2001, p.19-20)

As ações e políticas de informática na educação desenvolvidas no Brasil, segundo Valente (1999), já apontam para um significativo envolvimento das instituições do país em experiências com a informática na educação. Os estudos realizados até então mostravam a necessidade de se repensar continuamente questão de espaço e tempo nas escolas.

> A sala de aula deve deixar de ser o lugar das carteiras enfileiradas para se tornar um local em que professor e alunos podem realizar um trabalho diversificado em relação ao conhecimento. [...] Portanto, a ênfase da educação deixa de ser a memorização da informação transmitida pelo professor e passa a ser a construção do conhecimento realizada pelo aluno de maneira significativa, sendo o professor, o facilitador desse processo de construção. (VALENTE, 1999, p.09)

Se para Valente (1999) o trabalho com os computadores poderia enriquecer os ambientes de aprendizagem e contribuir para o processo de construção do conhecimento, a presente pesquisa mostra-se em sintonia com tais ideias. O autor define o termo “informática na educação” e ilustra a abordagem tratada como adequada ao ensino e aprendizagem.

> O termo “informática na educação” [...] refere-se à inserção do computador no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos curriculares de todos os níveis e modalidades de educação. [...] A “informática na educação” que estamos tratando, enfatiza o fato de o professor da disciplina curricular ter conhecimento sobre os potenciais educacionais do computador e ser capaz de alternar adequadamente atividades tradicionais de ensino-aprendizagem e atividades que usam o computador. (VALENTE, 1999, p.01).

Opondo-se a utilização do computador como ferramenta para transmitir informação para o aluno, em que assume o papel de máquina de ensinar e a abordagem pedagógica tem raízes nos métodos tradicionais de ensino, em que o computador era considerado uma folha ou livro de instruções. Caracterizando os softwares envolvidos nessa abordagem como tutorias, voltados para exercícios-e-práticas.

De acordo com Valente (1999) o uso do computador em ambientes de aprendizagem que buscam a construção de conhecimento acarretam ao professor enormes desafios, entender o computador como um novo modo de expressar conhecimento, provocando um redimensionamento dos conceitos já adquiridos e ocasionando a busca e compreensão de novas ideias e valores.

Para Moran et al. (2000, p.44) “o computador nos permite pesquisar, simular situações, testar conhecimentos específicos, descobrir novos conceitos, lugares, ideias. Produzir novos textos, avaliações, experiências...”. Os autores entendem o computador em rede como um meio de comunicação em um estagio inicial, mas extremamente poderoso para o ensino e aprendizagem.

Desta forma Moran et al. (2000) assinalam:

> Como em outras épocas, há uma expectativa de que as novas tecnologias nos trarão soluções rápidas para o ensino. [...] Mas se ensinar dependesse só de tecnologias já teríamos achado as melhores soluções há muito tempo. Elas são importantes, mas não resolvem as questões de fundo. (MORAN et al. 2000, p.12)

Entende-se que ao usar o computador com essa finalidade, deve-se analisar cuidadosamente o que significa ensinar e aprender, como rever o papel do professor nesse contexto.

1.3 - Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação Matemática: algumas reflexões

O envolvimento com as TICs demandam uma relação professor-aluno marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração. Configura-se uma visão do professor, deixando de se considerar um profissional pronto e passando a acreditar em uma formação permanente ao longo de sua vida profissional.

Como resposta à mudança e aos espaços criados para o diálogo, procura-se buscar metodologias alternativas para o ensino. O uso das TICs no ensino e aprendizagem de matemática, constitui um importante campo de pesquisa.

Para Borba e Penteado (2001) o acesso à informática deve ser compreendido como um direito, as escolas públicas e particulares devem oferecer uma educação que acarrete, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica” como uma resposta às questões de cidadania. Os autores discutem o uso da tecnologia informática (TI) na escola no final da década de 70, acreditava-se que sua inserção nas escolas implicaria no desemprego dos professores. O medo de ser substituído pela maquina de ensinar, como era conhecida. Com o passar do tempo, estudos e experiências mostraram que o fenômeno da substituição do professor na área educacional não era algo com que se preocupar. Percebe-se que a prática docente, que tradicionalmente vinha sendo desenvolvida, não ficaria imune à presença das tecnologias.

> Na verdade, as inovações educacionais, em sua grande maioria, pressupõem mudança na prática docente, não sendo uma exigência exclusiva daquelas que envolvem o uso de tecnologia informática. A docência, independentemente do uso de TI, é uma profissão complexa. Nela estão envolvidas as propostas pedagógicas, os recursos técnicos, as peculiaridades da disciplina que se ensina, as leis que estruturam o funcionamento da escola, os alunos, seus pais, a direção, a supervisão, os educadores de professores, os colegas professores, os pesquisadores, entre outros. (BORBA e PENTEADO, 2001, p.54)

De acordo com Borba (2002) a sociedade em geral e círculos ligados à academia discutem a inserção da informática na educação. O autor menciona os argumentos debatidos em relação à necessidade da informática devido a uma perspectiva puramente comercial ou por argumentos voltados à motivação ou melhora da aprendizagem. Assinala também que não tem ocorrido uma discussão teórica em relação à motivação e que essa motivação é passageira em relação a um dado software.

Para Borba (2002) a visão de tecnologia associada a conhecimento, onde uma mídia como a informática reorganiza o pensamento em vez de substituí-lo ou suplementa-lo, se mostra altamente problemático traçar comparações que possam ser deslumbradas em resultados como “melhor” ou “pior”.

Para Kenski (2007):

> As TICs e o ciberespaço, como um novo espaço pedagógico, oferecem grandes possibilidades e desafios para a atividade cognitiva, afetiva e social dos alunos e dos professores de todos os níveis de ensino, do jardim de infância à universidade. (KENSKI, 2007, p.66)

Bairral (2007) menciona a presença das TIC na vida cotidiana e profissional:

> A presença massiva das TIC em nossa vida cotidiana e profissional tem contribuído, diferentemente, com a constituição de novas formas de interação e de aprendizagem. No entanto, no Brasil ainda há carência de um quadro teórico sobre os sistemas de ensino-aprendizagem em cenários virtuais que analisam as interações (em tempo real ou diferido) efetivadas a distância. (BAIRRAL, 2007, p.15).

As múltiplas aberturas que se encontra ao lidar com os computadores e softwares de geometria dinâmica, a metodologia e a relação de envolvimento entre professor e aluno no desenrolar das atividades mediadas pelas TICs, são pontos importantes que o autor propõe discutir no decorrer de sua pesquisa.

As reflexões apresentadas até aqui, em torno das TICs, na Educação Matemática, constituem a postura assumida pelo autor durante a presente pesquisa e prosseguem atentas às concepções em torno da geometria dinâmica apresentadas no próximo capítulo.

2- GEOMETRIA DINÂMICA: utilização das TICs no ensino e aprendizagem de geometria

No Capítulo 1, discorreu-se sobre o olhar de alguns educadores em relação ao uso das tecnologias no ensino e aprendizagem dentro da Educação e em especial dentro da Educação Matemática e expõem-se detalhes sobre a reflexão posta em torno do conceito dado para tecnologia.

Pretende-se neste Capítulo, discorrer sobre alguns caminhos trilhados por pesquisadores, por meio de estudos realizados e/ou a partir de suas experiências, sobre a utilização das TICs no processo de ensino e aprendizagem de geometria.

Busca-se também uma reflexão sobre o termo "geometria dinâmica" ambiente oferecido por softwares que possibilitam manipular construções e objetos geométricos na tela do computador. Descrevem-se razões que levaram à escolha, para este estudo, do software geogebra e algumas pesquisas que buscam um olhar sobre a sua utilização no ensino e aprendizagem de geometria.

2.1 - O ensino de geometria: refletindo sobre alguns autores

Para Ponte et al. (2006) as atividades de geometria, desde os primeiros anos de escolaridade, propiciam um ensino baseado em situações exploratórias e investigativas.

Particularmente, segundo Ponte et al. (2006):

> As investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações. A exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação, evidenciar conexões matemáticas e ilustrar aspectos interessantes da história e da evolução da Matemática. (PONTE et al. 2006, p.71).

Entende-se que as atividades geométricas podem estimular reflexões e questionamentos matemáticos, todo o caminhar e trabalho exploratório conduzido durante uma atividade geométrica está permeado por situações que contribuem para a constituição de um trabalho investigativo também em atividades matemáticas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) o estudo dos conceitos geométricos constitui parte do currículo de Matemática no ensino fundamental e desenvolve um pensamento que permite ao aluno, compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive.

> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.(PCN, 1998, p.51)

Entre as recomendações descritas no PCN (1998) está o uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções. A escolha do software, a concepção de conhecimento e a de aprendizagem assumida pelo professor compõem características importantes para o uso do computador em sala de aula.

De acordo com Kopke (2006):

> Se antes da era da informática, passava incólume nos últimos tempos pela escola aquele que não sabia desenhar ou o que não dominava um conhecimento regular sobre formas e geometria, hoje esta exigência se faz determinante e o “usuário” necessita destes domínios para pertencer à grande rede. (KOPKE, 2006, p.102)

Kopke et al. (2011) destaca a importância de atividades gráficas e dos desenhos, frisando que estas antecedem as investigações centradas no uso de softwares no trabalho com a geometria dinâmica. De acordo com os autores, o advento das tecnologias, por si só, não configura a solução para os problemas gerados pela falta de desenhos e sua compreensão e prática.

Entende-se que a tecnologia informática oferece para a sala de aula possibilidades para o ensino e aprendizagem de matemática e que a opção por um software de geometria dinâmica transforma este ambiente, no qual todo o dinamismo oferecido facilita a exploração de conjecturas e manipulações de construções geométricas, como enfatizam Ponte et al. (2006):

> Comecemos pela utilização de programas de Geometria Dinâmica, uma opção curricular atualmente bastante enfatizada. Esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal. Vários estudos empíricos destacam também que, na realização de investigações, a utilização dessas ferramentas facilita a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo, explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos do processo. (PONTE et al. 2006, p.83)

De acordo com Ponte et al. (2006), a utilização de softwares de geometria dinâmica no ensino e aprendizagem de geometria pode ocorrer de diferentes maneiras significativas, desde a ilustração de conteúdos como a constituição de situações que fomente o trabalho investigativo, na busca por instigar a curiosidade levando os alunos a elaborar conjecturas e questionamentos. O papel do professor é importante nesse momento, pois cabe a ele decidir o tipo de abordagem que constituirá as atividades propostas.

Frente a alguns argumentos aqui apresentados, optou-se, especialmente neste trabalho, desenvolver a investigação sobre como se dá o desenrolar das atividades e tarefas no ambiente fornecido por um software de geometria dinâmica. Compreender e contextualizar o termo geometria dinâmica frente às pesquisas atuais no cenário da Educação Matemática, torna-se relevante na pesquisa.

Em alguns trabalhos pesquisados (GRAVINA, 2001; ZULATTO, 2002; RICHIT, 2005), os ambientes de geometria dinâmica constituem as características de ambientes informatizados que oferecem régua e compasso virtuais, propiciando a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem. Gravina (2001, p.82) enfatiza que os ambientes de geometria dinâmica: “São micromundos que concretizam um domínio teórico, no caso a geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador".

De acordo com Zulatto (2002), os softwares de geometria dinâmica possuem ferramentas com as quais os alunos podem realizar construções geométricas, permitindo o desenvolvimento de atividades de livre exploração, nas quais o aluno interage com o computador. O aluno chega a constituir suas próprias conjecturas e tenta verificar sua veracidade. Isso é possível em decorrência dos recursos existentes nos softwares, como o comando 'arrastar', que possibilita a obtenção de diferentes situações para figura, como se o aluno estivesse verificando as situações e casos possíveis de uma mesma família de configuração.

Os softwares de geometria dinâmica são aqueles que oferecem a possibilidade de construir e manipular objetos geométricos na tela do computador. O diferencial apresentado pelos softwares de geometria dinâmica fica caracterizado pela possibilidade de arrastar a figura construída utilizando o mouse, permitindo a transformação da figura em tempo real. Para Richit (2005) os softwares de geometria dinâmica dispõem de diversos recursos que podem enriquecer a abordagem de conceitos de geometria, como a opção de arrastar, favorecendo a interação aluno/computador.

Os softwares de geometria dinâmica favorecem a agilidade na investigação, pois construções geométricas que tomariam certo tempo para serem realizadas no papel são obtidas em segundos na tela do computador. A interatividade oferecida por esses softwares torna real a possibilidade de privilegiar as propriedades geométricas de uma figura. De acordo com Gravina (1996), estes softwares oferecem dois aspectos didáticos de utilização: no primeiro, os alunos constroem figuras, em que o objetivo é o domínio de determinados conceitos através da construção; e no segundo, estes recebem figuras prontas, elaboradas pelo professor, em que o objetivo é a descoberta de invariantes através da experimentação e, dependendo do nível de escolaridade dos alunos, é possível, num segundo momento, demonstrar os resultados obtidos experimentalmente.

Esta experimentação vivenciada por meio dos softwares de geometria dinâmica contribui para o processo investigativo no qual o aluno pode perceber a diferença entre desenhar e construir uma figura, vivenciando que, para construí-la, não basta apenas chegar à imagem da figura desejada, mas compreender as propriedades que ela possui, de forma que, ao ser arrastada, mantenha suas propriedades iniciais.

De acordo com Dias (2009):

> A utilização de softwares de geometria dinâmica no ensino e aprendizagem de Geometria tanto pode ser mais uma ilustração para a aula como um rico material didático que instiga a curiosidade dos alunos e aguça seu espírito investigativo, levando-os a elaborar conjecturas sobre situações diversas. (DIAS, 2009, p.49)

Após o deslumbramento das situações propostas para o trabalho com um software de geometria dinâmica, a atual pesquisa descreve parte do que permeou a elaboração e concepção admitida para as “atividades iniciais” e “tarefas” desenvolvidas.

As “atividades iniciais” perpassaram desde o manuseio e reconhecimento dos recursos oferecidos no software como a exploração de algumas propriedades das figuras geométricas, como: mediatriz de um segmento, bissetriz de um ângulo, lados e ângulos de um triângulo.

Observou-se uma abordagem diferente dentro das “tarefas” propostas junto aos alunos no transcorrer da pesquisa, em que as conjecturas foram formuladas e, posteriormente, verificadas a sua validade ou não, e, se for o caso, reformuladas ou refutadas. Assim, foram criadas situações decorrentes da dinâmica favorecida pelo ambiente e pela curiosidade emergente do aluno. As tarefas foram constituídas de maneira a possibilitar situações de sala de aula nas quais os alunos pudessem explorar, conjecturar, reformular, explicar e legitimar propriedades geométricas.

De acordo com Dias (2009) a exploração e experimentação ocorridas dentro do ambiente de geometria dinâmica contribuem para fortalecer a credibilidade de algumas conjecturas e fatos observados pelos alunos e também para incentivar a demonstração.

É de se considerar que o trabalho com softwares de geometria dinâmica transforma o enfoque da aula e a possibilidade de caminhos dentro de uma atividade fica evidenciada durante a utilização e exploração dos recursos disponíveis no ambiente dinâmico.

2.2 - Software geogebra: alguns motivos para sua utilização

O trabalho com software de geometria dinâmica modifica o ambiente da aula e potencializa a criação de conjecturas durante o ensino e aprendizagem de geometria. O envolvimento[10] do pesquisador com o software geogebra constitui aspecto importante para sua escolha.

O geogebra apresenta-se como um software livre, criado por Markus Hohenwarter[11], escrito em Java e disponível em múltiplas plataformas, que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo, considerado como uma ferramenta eficaz no trabalho geométrico de forma interativa.

O software possui uma interface amigável, possibilidades para produção de aplicativos em páginas *web* e está disponível em vários idiomas. Além disso, o website do projeto, pode-se adquirir uma série de interações e matérias de ajuda elaborados pela comunidade geogebra mundial.

O geogebra apresenta ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica e possui uma vantagem didática: é composto por duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: a *janela geométrica* e a *janela algébrica*.

A *janela de geometria* é o local destinado aos objetos construídos. É possível modificar e colorir os objetos, alterar a espessura de linhas, medir ângulos, medir distâncias, exibir cálculos, etc.

A *janela de álgebra* exibe a representação algébrica de todo objeto construído.

O software apresenta também um *campo de entrada* de texto, reservado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções de tal forma que, pressionado a tecla *enter*, os mesmos são exibidos na janela geométrica e algébrica. A Figura 01 exibe a área de trabalho do geogebra. À direita da figura

---

[10] O autor é integrante, desde 2009, do Grupo de Estudos em Geometria Dinâmica - Geodin (coordenado pela Profª. Drª Regina C. M. Kopke / Mestrado Profissional em Educação Matemática / UFJF)

[11] Docente do Departamento de Matemática Aplicada da Universidade de Salzburgo, Áustria. Email: markus.hohenwater@abg.ac.at

encontra-se a *janela de álgebra*, à esquerda temos a *janela geométrica* e abaixo o *campo de entrada* de texto.

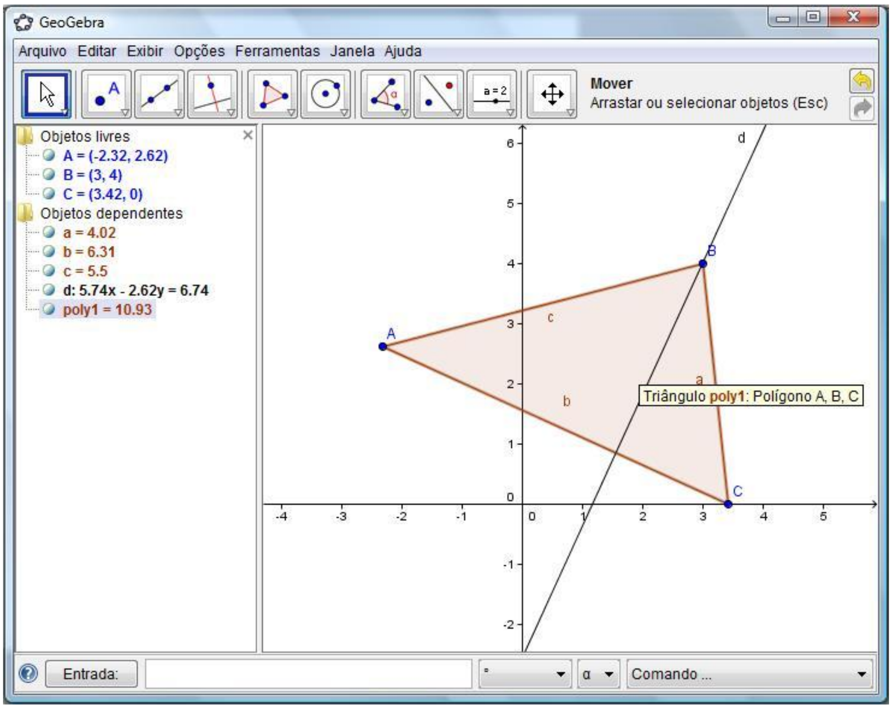


Figura 01 – Área de trabalho do geogebra

As características do geogebra potencializam a constituição de cenários para investigação, nos quais o aluno é capaz de experimentar situações em um processo dinâmico. Entende-se que as atividades e tarefas propostas na pesquisa constituem situações que possibilitam e estimulam à investigação e o questionamento, convidando o aluno a descobrir, formular questões, procurar respostas, levantar e verificar conjecturas.

Espera-se que o desenvolvimento das atividades possibilite aos alunos um despertar pela geometria. Que a interface do software e todas as suas ferramentas possam encorajar os alunos a desenvolver sua capacidade crítica e o professor possa reconhecer e aperfeiçoar a criação e formulação de situações de aprendizagem.

2.3 - O ensino e aprendizagem em geometria utilizando ambientes de geometria dinâmica: o olhar de alguns autores

Neste tópico pretende-se expor alguns resultados de pesquisas envolvendo o uso do software geogebra, que relacionam a aprendizagem em geometria e a utilização de ambientes de geometria dinâmica.

Santos (2010) realizou uma investigação em torno das dificuldades e possibilidades de professores de matemática ao utilizarem o software geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales. O autor aponta como fator relevante a estratégia didática e procedimentos elaborados para utilização dos softwares como elemento mediador da aprendizagem, ou seja, a metodologia que o professor lança mão ao utilizar o software é essencial para uma maior experimentação das construções e de autonomia.

De acordo com Santos (2010) o conhecimento matemático do professor é primordial para o bom funcionamento da estratégia traçada. Entende-se que a utilização do software de geometria dinâmica perpassa por compreender estratégias e constituir metodologias que possam potencializar seu uso.

Araújo (2010) investigou como a aplicação de situações adidáticas[12], estruturadas em uma estratégia pedagógica mediada por um programa de geometria dinâmica, pode contribuir para a aprendizagem dos temas “circunferência” e “mediatriz”, vistos como lugares geométricos. De acordo com o autor o caráter colaborativo proporcionado pelas situações adidáticas e a estratégia pedagógica foram essências para a consolidação de algumas aprendizagens sobre a circunferência e a mediatriz como lugares geométricos.

De acordo com Dias (2009) a credibilidade de um trabalho de investigação proposto no software de geometria dinâmica está diretamente relacionada ao tipo de atividade geométrica proposta. O autor aponta que as características de um problema geométrico adequado para uma investigação em ambientes de geometria dinâmica constituem um estudo a ser iniciado.

Deste modo a constituição das atividades e tarefas para a pesquisa perpassa por analisar estratégias e situações vivenciadas nas pesquisas mencionadas anteriormente, identificando a importância destas para o transcorrer das ações junto ao grupo de alunos e na busca por constituir um ambiente colaborativo que possibilite estimular o aluno a um processo de

---

[12] De acordo com Araújo (2010) pode-se entender uma situação adidática de ensino, como aquela em que o professor propõe problematizações que o aluno possa aceitar e que o levem a agir, falar, refletir e evoluir por seu próprio movimento em que o professor não intervém diretamente para que o aluno adquira o conhecimento esperado.

questionamento, convidando os mesmos a interagir e experimentar construções geométricas com o software geogebra.

Vieira (2011) analisa o impacto que os ambientes de geometria dinâmica, têm na aprendizagem de matemática, em especial no ensino da geometria e da demonstração de propriedades geométricas.

De acordo com Vieira (2011):

> As ferramentas como os ambientes de geometria dinâmica permitem a utilização de todo um tipo de tarefas diversificadas que permitem explorar conceitos, trabalhando as aplicações matemáticas, favorecendo a experimentação e são uma mais-valia no que respeita à motivação dos alunos. (VIEIRA, 2011, p.11)

As potencialidades na utilização de ambientes de geometria dinâmica em sala de aula estão associadas a atividades de investigação e tarefas de natureza exploratória. Segundo Vieira (2011):

> No que diz respeito ao ensino da Geometria e da utilização dos ambientes de geometria dinâmica, as potencialidades de exploração de situações geométricas, através da manipulação e construção de objetos matemáticos promove um ambiente de exploração e investigação participado criando situações propícias á formulação e teste de conjecturas. (VIEIRA, 2011, p.14).

A autora enfatiza que os estudos conduzidos em seu país (Portugal) e no exterior destacam o papel preponderante que os ambientes de geometria dinâmica têm no trabalho com a geometria em geral.

A partir do anteriormente destacado, elenca-se aqui, características notáveis dos softwares de geometria dinâmica: potencializam a exploração de situações geométricas; possibilitam o arrastar da figura construída verificando diversas situações de uma mesma família de configuração; propiciam a formulação de conjecturas e sua reformulação.

As potencialidades na utilização de ambientes de geometria dinâmica destacadas e a leitura observada sobre as atividades e posturas assumidas pelos autores mencionados, moldam concepções importantes no transcorrer das ações planejadas no interior da dissertação.

3 - O AMBIENTE CONSTITUÍDO PARA A INVESTIGAÇÃO

Neste Capítulo, propõe-se ilustrar pontos relevantes do estudo da literatura na busca por esclarecer como o autor passa a entender a aprendizagem, a construção do conhecimento e o papel do professor, quando o mesmo lança mão das TICs como uma ferramenta de auxílio no processo de aprendizagem. Busca-se ainda um breve esclarecimento sobre como se dão o trabalho investigativo e o ambiente colaborativo pretendidos no desenrolar da pesquisa.

3.1 - Como se dá a construção de conhecimento na visão do autor

As concepções sobre o processo de ensino e aprendizagem e a construção de conhecimento, em pesquisas envolvendo a utilização das TICs descritas na literatura revisada, são variadas. Contudo, a identificação por uma perspectiva permite a elaboração de uma proposta de ensino bem como sua análise.

A compreensão de termos como aprendizagem, construção de conhecimento e aulas investigativas norteiam a maneira como os encontros foram planejados e conduzidos no desenrolar desta pesquisa.

A perspectiva de conhecimento que orienta o ensino e aprendizagem adotada neste estudo vai ao encontro da noção de conhecimento, apresentada por Borba e Penteado (2001):

> A perspectiva histórica, a qual abraçamos, sugere que os seres humanos são constituídos por técnicas que estendem e modificam seu raciocínio e, ao mesmo tempo, esses mesmos seres humanos estão constantemente transformando essas técnicas. Assim, não faz sentido uma visão dicotômica. Mas ainda, entendemos que o conhecimento só é produzido com uma determinada mídia, ou com uma tecnologia da inteligência. É por isso que adotamos uma perspectiva teórica que se apoia na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias e não, como sugerem outras teorias, por seres humanos solitários ou coletivos formados apenas por seres humanos. (BORBA & PENTEADO, 2001, p.46).

Em Borba (2002) é apresentada uma visão, baseada em Levy (1993) e Tikhomirov (1981) de que, na verdade, deve-se refletir sobre coletivos pensantes formados por humanos e não-humanos. De acordo com Borba (2002):

> Tikhomirov, um discípulo de Vygotsky que pensou sobre a questão da informática, propõe que uma mídia como a informática reorganiza o pensamento em vez de substituí-lo ou suplementá-lo. [...] De maneira semelhante, o autor argumenta que não devemos aceitar a teoria da suplementação que propõe que tecnologias, como a informática suplementam o ser humano. Em tal teoria, há tarefas do pensamento que são feitas pelo ser humano e outras por máquinas informatizadas. (BORBA, 2002, p.136-137).

Para Borba (2002) a informática é vista como uma mídia qualitativamente diferente da linguagem corrente reorganizando o pensamento de forma diferenciada. Borba (2002) diz que: “O pensamento não é *mais* ou *menos* quando interagimos com as mídias informáticas, da mesma forma que nosso pensamento não é pior ou melhor quando é utilizada a linguagem em suas diferentes facetas.” (p.137).

A partir do anteriormente destacado a presente pesquisa entende que um ambiente composto por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias, é o que produz conhecimento.

Assim a construção do conhecimento é pretendida na interatividade entre os seguintes atores: professor, aluno, computador e software geogebra.

3.2 - Como se dá o trabalho investigativo: algumas considerações sobre o conceito dado a atividades investigativas

Diversos estudos na educação mostram que investigar constitui uma etapa considerável na construção de conhecimento. De acordo com Ponte et al. (2006) não é evidente o modo de promover nos alunos (e nos professores) as atitudes e as competências necessárias para o trabalho de investigação.

Para Ponte et al. (2006) investigar não deve ser confundido com a aplicação de problemas muito sofisticados, mas sim com a formulação de problemas que possam estimular o aluno, os quais não contém respostas prontas, ou seja, questões que se mostrem no início um pouco confusas, mas que no decorrer das investigações procura-se clarificar e estudar de modo organizado.

No trabalho com as atividades investigativas, o professor não poderá estar preocupado com o tempo escolar, além da exigência de um planejamento bem aprimorado. E tão logo introduza esta prática em sua sala de aula, terá que exercitar de sua paciência, pois seus alunos não estarão acostumados com tal maneira alternativa de ensino.

As atividades e tarefas preparadas para o trabalho junto ao grupo de alunos, portanto, neste estudo, buscaram despertar o interesse dos mesmos, frente à utilização do software geogebra e às tecnologias utilizadas no trabalho com a matemática, em especial com a geometria. Acredita-se que este trabalho pode desencadear novas ações para o uso das TICs no ensino e aprendizagem de matemática.

Lançar mão destas ações acaba por provocar uma mudança na prática do professor, mostrando o quanto à docência é complexa, independentemente do uso das Tecnologias de Informação (TI), indo ao encontro do pensamento de Borba e Penteado (2001) sobre todos os elementos envolvidos na proposta pedagógica, os recursos disponíveis, as características da disciplina que se ensina, as normas de funcionamento da escola, os alunos, seus pais, a direção, a supervisão e outros.

3.3 - Como se constitui o ambiente colaborativo: algumas percepções sobre a criação de um ambiente colaborativo

A constituição das atividades e tarefas desenvolvidas na pesquisa perpassa por fomentar um ambiente composto por interações e experimentações. A escolha pelo estilo de trabalho e o ambiente vivenciado no decorrer da pesquisa assemelham-se às ideias propostas pelo trabalho colaborativo, onde não existe um detentor do saber, um professor, mas um grupo de pessoas que contribuem para troca de saberes visando um objetivo comum. De acordo com Kenski (2003):

> A sensação de pertencimento a um grupo com interesses comuns - pessoas com as quais posso trocar ideias e conversa, ensinar e aprender, sobre os temas que, prioritariamente, mobilizam minha atenção – já é potencialmente motivador para desencadear um processo significativo de aprendizagem. (KENSKI, 2003, p.113).

Buscou-se promover durante o desenvolvimento das atividades e tarefas o sentimento de grupo, onde a colaboração e cooperação entre os participantes da pesquisa pudessem ocorrer de maneira espontânea. De acordo com Kenski (2003):

> A colaboração difere da cooperação por não ser apenas um auxílio ao colega na realização de alguma tarefa ou a indicação de formas para acessar determinada informação. Ela pressupõe a realização de atividades de forma coletiva, ou seja, a tarefa de um complementa o trabalho de outros. Todos dependem de todos para realização das atividades, e essa interdependência exige aprendizados complexos de interação permanente, respeito ao pensamento alheio, superação da diferenças e busca de resultados que possam beneficiar a todos. (KENSKI, 2003, p.112).

Assim, parte do ambiente vivenciado durante a presente pesquisa é resultado da postura assumida pelo pesquisador, quando estimula a interação de todos e enfatiza o respeito à opinião e participação de todos durante as atividades e tarefas propostas. É relevante destacar a escolha do pesquisador por socializar as discussões realizadas dentro dos subgrupos constituídos durante a pesquisa, pois esses momentos foram essenciais para construção e para o caminhar das soluções apresentadas por cada subgrupo. Acredita-se que a colaboração e a cooperação caracterizaram momentos importantes no decorrer de toda a pesquisa, em que a interatividade e experimentação vivenciada através do software e discussões nos grupos e subgrupos compuseram um ambiente de aprendizagem rico.

Segundo Oliveira (2007) os termos interatividade e interação figuram como essências para a manutenção dos estados de colaboração entre os participantes em ambientes virtuais. O autor busca distinguir os termos e enfatiza a importância de sua compreensão. De acordo com Oliveira (2007, p.115-116) “A interação, porque é intencional, envolve as pessoas em seus ambientes comunicacionais, enquanto a interatividade é uma dimensão técnica presente nestes mesmos ambientes”.

O ambiente descrito na sala de informática durante a realização de toda a pesquisa, ou seja, um ambiente de interatividade e colaboração fica caracterizado através dos seguintes autores: aluno, professor, sala de informática, software geogebra.

4 - METODOLOGIA DA PESQUISA: escolhas metodológicas e a constituição das atividades

Pretende-se neste capítulo, apresentar razões e motivos para utilização de um espaço na internet, descrevendo a construção e percurso até a obtenção das atividades e escolha das ferramentas metodológicas, como o Google Sites e o software geogebra, envolvidos na pesquisa, bem como o caminho trilhado até a composição do grupo de alunos pesquisados.

Busca-se apresentar o trabalho investigativo proposto junto ao grupo de alunos e como se dá a concepção para “atividades inicias” e “tarefas” no desenrolar da pesquisa.

4.1 - Experiência piloto: caminhos trilhados dentro da pesquisa até a constituição do grupo de alunos

A seguir serão descritos os caminhos traçados dentro da pesquisa antes da composição do grupo de alunos, ou seja, uma experiência vivida com duas turmas, uma, referente ao 9º ano do ensino fundamental e outra, ao 2º ano do ensino médio, no inicio do ano letivo de 2010.

A composição do quadro de professores e a confirmação do número de alunos por turma constituíram parte dos problemas enfrentados pela direção da escola nos primeiros dias de aula. A demora por definição dos dias e horários reservados as aulas de matemática e a notícia de que um incidente envolvendo a companhia de energia, o qual teria danificado boa parte dos computadores, são elementos que constituíram o andamento da pesquisa.

Em cunho experimental, foi preparado um espaço na internet com atividades[13], antevendo-se a ida dos alunos a sala de informática e o contato com o espaço preparado no blog. Foram realizados diálogos sobre a relevância do trabalho e da dinâmica de interação que se busca obter entre os alunos e professor.

A ideia de um ambiente fechado em que todos os alunos pudessem desfrutar da dinâmica das atividades sem a interrupção de pessoas estranhas ao ambiente escolar, foi implementada por meio de um recurso oferecido no blog no qual o acesso às postagens e atividades seria possível somente a membros[14] e leitores[15] do mesmo. O ambiente oferece um número máximo de 100 convites para membros e 100 convites para leitores, totalizando 200 possíveis participantes. Para o início das atividades e trabalho junto aos alunos necessita-se enviar os convites e criar contas de email para alunos que ainda não constituíram suas próprias contas.

De acordo com Moran et al. (2000) o professor ao criar uma página pessoal na internet, acaba por ampliar o alcance de seu trabalho, divulga suas ideias e propostas, e aumenta o contato com pessoas fora da escola.

> Num primeiro momento a página pessoal é importante como referência virtual, como ponto de encontro permanente entre ele e os alunos. A página pode ser aberta a qualquer pessoa ou só para alunos, dependendo de cada situação. O importante é que o professor e alunos tenham um espaço, além do presencial, de encontro e visibilização virtual. (MORAN et al., 2000, p.45)

Em decorrência do número de computadores disponíveis na sala de informática, foi acordado com os alunos que os mesmos teriam que constituir duplas para realização das atividades.

Foi colocado como critério para avaliação na participação das duplas a importância da interação entre as mesmas através do espaço destinado em cada atividade para comentários. O valor da escrita e a forma como os grupos

---

[13] Blog proposto para facilitar as ações, a partir de construções com o software geogebra, endereço para acesso ao blog: http://labgeometria..blogspot.com/

[14] Os participantes ditos membros conseguem visualizar todo o ambiente, postar comentários nas atividades e efetuar novas postagens onde fica permitido inserir figuras e vídeos.

[15] Os participantes ditos leitores conseguem visualizar todo o ambiente e postar comentários nas atividades.

deveriam se dirigir mutuamente, ou seja, todo comentário seria merecedor de atenção frente à resolução da atividade e toda dúvida seria, da mesma forma, merecedora de reflexão para um caminhar dentro de uma possível solução para as atividades.

Foi informado aos alunos que as atividades iniciais, além de enfatizar as ferramentas disponíveis no geogebra, se prestariam à reprodução de conceitos apreendidos nos anos anteriores e à aprendizagem de novos conhecimentos geométricos, que os mesmos terão de arquivar as atividades em pastas disponíveis no computador, nomeadas e personalizadas pelos próprios alunos com suas respectivas turmas. Os arquivos do software geogebra, nomeados, devem conter as seguintes informações: número da atividade, nome e número dos respectivos integrantes do grupo e data da realização da atividade.

Após o diálogo frente aos alunos, no dia 25 de fevereiro de 2011 as turmas do 9º ano e 2º ano tiveram seu 1º contato com a sala de informática.

Com aproximadamente 35 alunos, o 9º ano apresentou dificuldades na adaptação ao espaço físico. A sala de informática da escola[16] dispõe de aproximadamente 20 computadores numa área de 42 m^2. A Figura 02, ilustra a distribuição dos computadores e o espaço físico destinado aos seus usuários:

[16] É importante ressaltar que a direção da escola disponibilizou um antigo laboratório de química para receber os computadores, o qual dispunha de duas bancadas (mesas) no centro da sala, tornando difícil à movimentação dos alunos e professor.

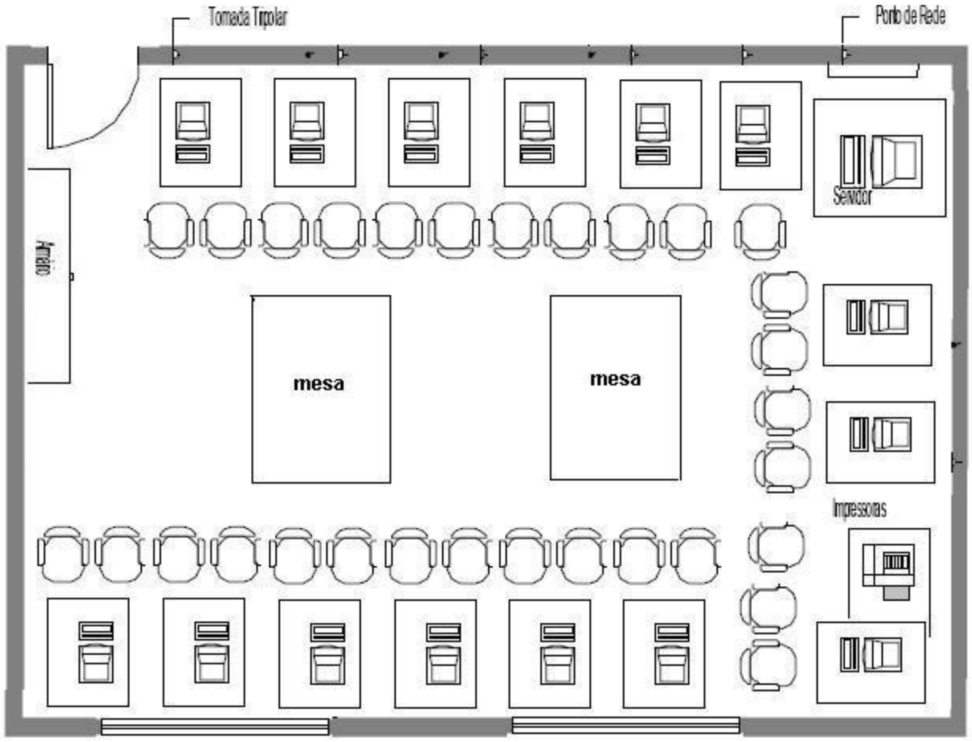


Figura 02 – Modelo de Layout de sala de informática

Grande parte dos alunos enfrentaram problemas em acessar sua caixa de email, tornando a visualização do blog bastante demorada. Em decorrência do grande número de problemas apresentados o pesquisador e professor da turma interveio na dinâmica proposta, facilitando o acesso a todos.

Para o 2º ano o acesso ao blog esteve livre durante todo o tempo da dinâmica, mas ainda enfrentou problemas em relação ao espaço físico. Após as aulas um problema ficou evidenciado, a falta de espaço físico prejudicou a concentração dos alunos e dificultou a realização das dinâmicas.

Procurando enriquecer as dinâmicas, buscou-se utilizar o projetor para ilustrar algumas ferramentas importantes do software geogebra e reproduzir algumas atividades inicias no interior da sala de aula com a participação dos alunos em cada construção proposta pela atividade.

A utilização da sala de informática foi agendada para dinâmicas posteriores e foi acordado junto aos alunos que nas próximas dinâmicas o número de alunos seria reduzido pela metade, ou seja, uma semana parte da turma realizaria atividades dentro da sala de aula, enquanto a outra as atividades propostas com o uso do computador, alternando os alunos na próxima semana. A ideia foi comunicada à direção da escola, a qual se prontificou a ajudar na disciplina e articulação das atividades propostas aos alunos que permanecerem dentro da sala de aula.

4.2 - Composição do grupo de participantes

Ao se prover a continuidade das atividades, foi comunicado aos alunos da escola o interesse de constituir um grupo de alunos para o trabalho com o software geogebra, em decorrência da entrada do pedido de afastamento realizado pelo professor e autor da pesquisa.

Foi constituído um grupo[17] com 13 alunos, 1 aluno do 9º. ano do ensino fundamental, 7 alunos do 2º. ano e 5 alunos do 3º. ano do ensino médio. Acordando[18] que todos os encontros seriam após o término da aula, sempre às quintas-feiras até completar um número aproximado de 10 encontros, sendo o início do encontro às 11:25h e término às 13:20h com a previsão de conclusão para o 2º bimestre letivo.

Os alunos apresentaram-se voluntariamente para a constituição do grupo e desenvolvimentos das atividades e tarefas propostas.

Para preservar o anonimato, faz-se referências indiretas, utilizando a letra A para indicar que determinado aluno ou aluna cursa o 9º ano do ensino fundamental; B para mesma indicação, referindo-se ao 2º ano do ensino médio e C para indicar o 3º ano do ensino médio. O primeiro número adicional distinguiu os alunos e o segundo fornece o seu número de faltas. É importante ressaltar que foram 7 encontros no total. Como exemplo, tem-se que para um aluno indicado como B21, significa que este pertence ao 2º. ano do ensino médio; é o 2º aluno nesta turma a ser pesquisado e obteve no total 1 falta nos 7 encontros realizados. Assim o grupo ficou constituído pelos seguintes alunos A11, B11, B21, B32, B41, B51, B61, B72, C11, C23, C31, C43 e C58.

4.3 - A composição do espaço interativo e colaborativo: alguns objetivos esperados

---

[17] Comunica-se aos alunos do grupo que as interações e atividades desenvolvidas durantes os encontros fazem parte da dissertação de mestrado.

[18] Anexo A - O termo de autorização requerido aos alunos para composição do grupo e participação nos encontros.

A escolha pelo ambiente utilizado no Google Sites foi motivado pela facilidade de criação de páginas e compartilhamento de documentos disponíveis através do Google Docs[19].

O espaço preparado para o grupo de alunos buscou disponibilizar 4 atividades iniciais e 5 tarefas. As ferramentas e recursos utilizados na formulação das atividades e tarefas foram constituídos por textos, imagens, arquivos em doc e applets do geogebra através de Gadgets Google[20].

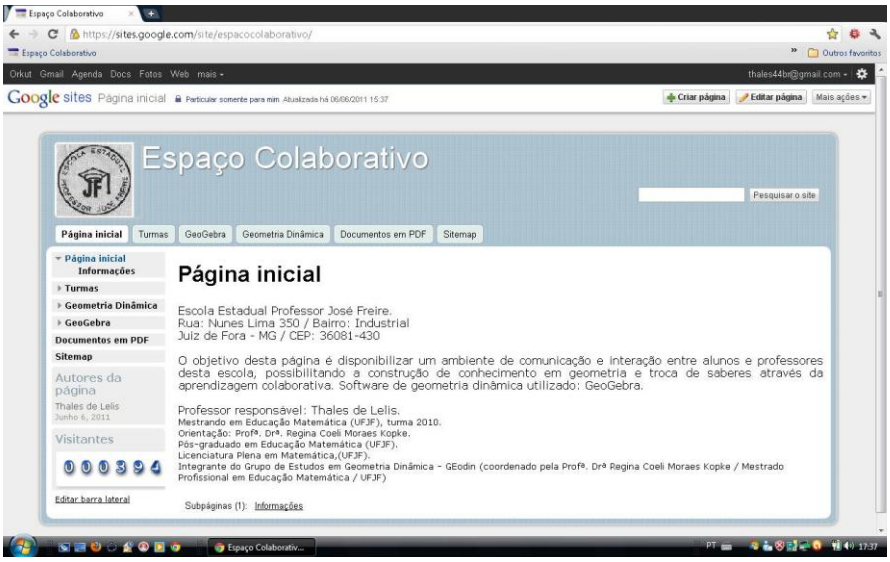


Figura 03 – Página inicial do espaço colaborativo – layout utilizado no site

De cunho definitivo foi apresentado aos alunos o espaço preparado para a pesquisa com o objetivo de disponibilizar um ambiente de comunicação e interação entre alunos e professor, possibilitando a construção de conhecimento em geometria e troca de saberes através da aprendizagem colaborativa e utilização do software geogebra.

[19] O Google Docs funciona no navegador de PCs, Macs e computadores Linux e oferece suporte a formatos populares como .doc, .xls, .ppt e .pdf. Os arquivos armazenados no Google Docs estão sempre acessíveis e têm backup on-line. Os administradores podem gerenciar permissões de compartilhamento de arquivos no sistema e os proprietários de documento podem compartilhar e revogar o acesso a qualquer momento. Fonte: http://www.google.com/apps/intl/pt-BR/business/docs.html

[20] Gadgets são aplicativos simples em HTML e JavaScript que podem ser incorporados em páginas da web e em outros aplicativos.

A dinâmica de trabalho proposta no espaço colaborativo seguiu a seguinte ordem cronológica, sendo propostas 4 “atividades iniciais” e 4 “tarefas”.

Acredita-se que o caminho percorrido dentro das atividades iniciais pôde fornecer pressupostos para as tarefas[21], tanto no sentido de manuseio das ferramentas oferecidas pelo software, como a produção de significados dentro das construções realizadas. O autor desta pesquisa destaca a passagem pelas atividades iniciais como uma maneira de apresentar o software aos alunos e enfatiza a possibilidade de experimentações e a constituição de investigações em torno das tarefas propostas. Dentro do espaço colaborativo foram nomeadas da seguinte maneira:

Atividades iniciais:

- Atividade 01: construção da mediatriz de um segmento
- Atividade 02: construção da bissetriz de um ângulo
- Atividade 03: observando os ângulos de um triângulo
- Atividade 04: observando os lados de triângulo

Tarefas:

- Tarefa 01: o desafio das 3 árvores;
- Tarefa 02: desafio “ponto médio” e “altura” – triângulo;
- Tarefa 03: desafio “ponto médio” – polígonos;
- Tarefa 04: circunferência;

A Tabela 01 apresenta uma síntese de cada atividade inicial proposta, como se observa a seguir:

[21] Anexo A – Atividades iniciais e tarefas como expostas no espaço colaborativo.

Data/Atividades/Duração	Assuntos	Construções e recursos do software utilizados na atividade
07/04/2010 Atividade 01/ 50 min.	construção da mediatriz de um segmento	- segmento definido por dois pontos; - círculo dado centro e raio; - interseção de dois objetos; - reta definida por dois pontos; - distância (selecione 2 pontos); - mover (arrasta um objeto selecionado).
07/04/2010 Atividade 02/ 50 min.	construção da bissetriz de um ângulo	- semi-reta definida por dois pontos; - círculo dado centro e raio; - circulo definido pelo centro e um de seus pontos; - interseção de dois objetos; - ângulo (selecione 3 pontos); - mover (arrasta um objeto selecionado).
14/04/2010 Atividade 03/ 50 min.	observando os ângulos de um triângulo	- polígono (selecione os vértices formando um ciclo); - ângulo (selecione 3 pontos); - texto com sintaxe Látex (soma de ângulos); - reta definida por dois pontos; - mover (arrasta um objeto selecionado).
21/04/2010 Atividade 04/ 50 min.	observando os lados de triângulo	- polígono (selecione os vértices formando um ciclo); - distância (selecione 2 pontos); - texto com sintaxe Látex (soma de distâncias); - mover (arrasta um objeto selecionado).

Tabela 01 – Síntese de cada atividade inicial proposta

A Tabela 02 apresenta uma síntese de cada tarefa proposta como se observa a seguir:

Data/Atividades/Duração	Títulos	Assuntos
28/04/2010 Tarefa 01/ 1h e 40 min.	o desafio das 3 árvores	- Refletir sobre os pontos médios dos lados de um triângulo qualquer.
05/05/2010 Tarefa 02/ 1h e 40 min.	desafio “ponto médio” e “altura” – triângulo	- Refletir sobre a altura de um triângulo qualquer.
19/05/2010 Tarefa 03/ 1h e 40 min.	desafio “ponto médio” – polígonos	- Refletir sobre os pontos médios de polígonos regulares.
26/05/2010 Tarefa 04/ 1h e 40 min.	circunferência	- Refletir sobre o conceito dado para circunferência.

Tabela 02 – Síntese de cada tarefa proposta

A Tabela 03 apresenta a participação dos alunos em cada atividade e tarefa como se observa a seguir:

Aluno	**Atividades iniciais**				**Tarefas investigativas**				**Total de faltas**
	1ª	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**1ª**	**2ª**	**3ª**	**4ª**	
A11	ok		ok	ok	ok	ok	ok	-	1
B11	ok		ok	-	ok	ok	ok	ok	1
B21	-		ok	ok	ok	ok	ok	ok	1
B32	ok		ok	-	ok	ok	ok	-	2
B41	-		ok	ok	ok	ok	ok	ok	1
B51	ok		-	ok	ok	ok	ok	ok	1
B61	ok		ok	ok	ok	ok	ok	-	1
B72	-		ok	-	ok	ok	ok	ok	2
C11	ok		-	ok	ok	ok	ok	ok	1
C23	ok		ok	ok	-	-	-	ok	3
C31	ok		ok	ok	ok	-	ok	ok	1
C43	ok		ok	ok	-	-	-	ok	3
C57	-		-	-	-	-	-	-	7

Tabela 03 - participação dos alunos em cada atividade e tarefa propostas

4.4 - A composição das atividades iniciais – dentro da pesquisa

A constituição das atividades iniciais pressupõe analisar os pressupostos necessários para o percorrer das tarefas e manuseio do software geogebra e prestam-se a apresentar de maneira tutorial parte das ferramentas oferecidas pelo software de geometria dinâmica e constituir uma familiaridade com o ambiente oferecido pelo mesmo. Prestam-se também a fomentar discussões e reflexões em torno da concepção adquirida pelos alunos em relação aos conceitos para mediatriz de um segmento, bissetriz de um ângulo, um triângulo quanto seus lados e ângulos, perpendicularismo e paralelismo entre retas, ponto e reta.

Assim, as construções geométricas propostas no ambiente de geometria dinâmica, constituem uma associação com a *função arrastar* e, situações em que a necessidade de justificar o resultado é decorrente da busca por validar a própria construção, a ponto de discutir porque funciona ou antever que vai funcionar.

De acordo com Araújo (2007):

> Num ambiente de Geometria Dinâmica, como o Cabri-Géomètre, atividades envolvendo construções geométricas têm um novo enfoque sob o recurso clicar e arrastar. Este recurso, junto com os recursos de medição/verificação, além da calculadora que existe no próprio software, constituem o ponto de partida para que o aprendiz possa formular suas próprias conjecturas, principalmente com respeito às propriedades das figuras. Conseqüentemente, podem levar o aluno a elaborar suas primeiras “provas” matemáticas. (ARAÚJO, 2007, p.53).

Entende-se que esse enfoque oferecido pelo recurso arrastar pode estimular o questionamento sobre o uso de circunferências nas construções propostas, como por exemplo, dentro dos passos sugeridos nas seguintes atividades: “mediatriz de um segmento” e “bissetriz de um ângulo”, ver Figura 04:

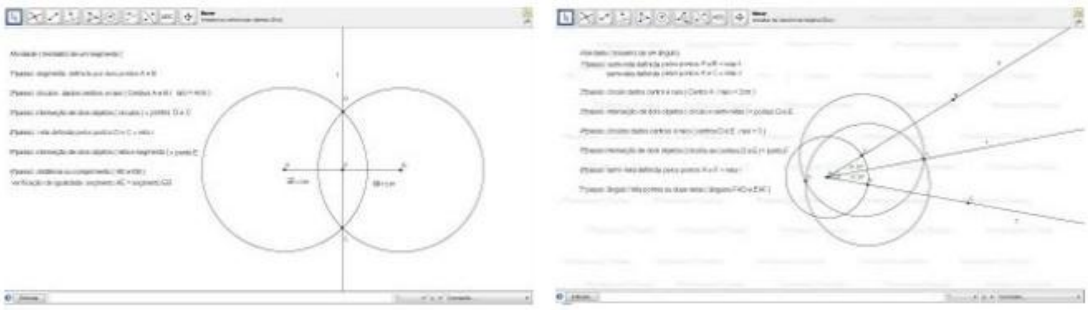


Figura 04 – Imagem do tutorial para construção: “mediatriz de um segmento” e “bissetriz de um ângulo”

Compreende-se que toda a reflexão posta sobre a construção de circunferências durante o processo para determinar-se a “mediatriz de um segmento” e “bissetriz de um ângulo”, são pontos importantes para legitimar o significado adquirido para circunferência. O significado de lugar geométrico adquirido pelos alunos através dessas atividades e posteriores discussões levantadas nas mesmas, constituem pressupostos importantes para o caminhar dentro das tarefas futuras.

De acordo com Gravina (1996):

> Dois são os principais aspectos didáticos de utilização dos programas: a)os alunos constroem os desenhos de objetos ou configurações, quando o objetivo é o domínio de determinados conceitos através da construção; b) recebem desenhos prontos, projetados pelo professor, sendo o objetivo a descoberta de invariantes através da experimentação e, dependendo do nível de escolaridade dos alunos, num segundo momento, trabalham as demonstrações dos resultados obtidos experimentalmente. (GRAVINA, 1996, p.07)

Desta forma além de expor as ferramentas e recursos disponíveis pelo software, as atividades 3 e 4 buscam uma descoberta de regularidades através da movimentação e experimentação das famílias de triângulos identificados durante o *arrastar*.

Numa construção em geometria dinâmica, pode-se manter um lado do triângulo fixo e fazer o vértice oposto deslocar-se, com o intuído de observar a família de figuras encontradas e os resultados obtidos para soma dos ângulos internos do triângulo, ver Figura 05:

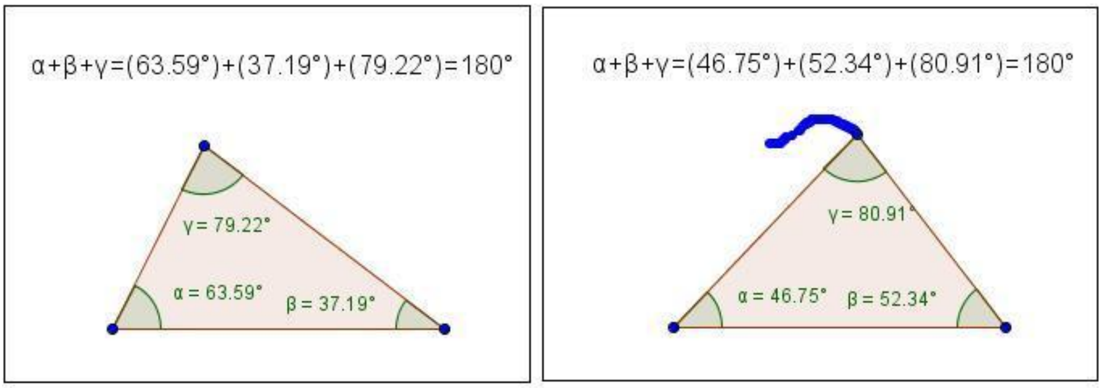


Figura 05 – O arrastar de um dos vértices de um triângulo e sua soma exposta no software

De acordo com Santos (2006) em consequência do trabalho investigativo realizado com softwares de geometria dinâmica:

> [...] um ambiente com características próprias é criado, no qual as construções podem ser submetidas à prova do arrastar, do dinamismo, do movimento, da animação, de modo que as propriedades e conjecturas formuladas poderão ser testadas para vários casos e validadas ou refutadas. (SANTOS, 2006, p.38).

Desta forma o ambiente de geometria dinâmica proposto dentro das atividades 3 e 4 estimula o espírito de investigação, possibilita aos alunos constituírem suas próprias conjecturas de modo que se sintam dispostos a questionar seus resultados e suas ações.

4.5 - A composição das tarefas: como se dá a investigação no desenvolver da pesquisa

A formulação da primeira tarefa nomeada como “o desafio das 3 árvores” propõe estimular o trabalho investigativo e contribuir para constituição de um ambiente colaborativo entre os integrantes do grupo.

Acredita-se que o enunciado possa incitar a busca por “dar vida” a solução ou soluções obtidas através das experimentações vivenciadas no software. Veja abaixo o texto constituído para a Tarefa 01:

[Uma lenda diz que três irmãos receberam o seguinte testamento: *‘... Ao meu filho mais velho, deixo um pote com moedas de ouro, ao meu filho do meio, deixo um pote com moedas de prata e ao meu filho caçula deixo um pote com moedas de bronze. Os três potes foram enterrados em minha fazenda de acordo com o seguinte esquema, na metade do caminho entre o pote com moedas de ouro e o pote com moedas de bronze plantei uma primeira árvore, na metade do caminho entre o pote com moedas de bronze e o pote com moedas de prata plantei uma segunda árvore, e na metade do caminho entre o pote com moedas de prata e o pote com moedas de ouro plantei uma terceira e última árvore ...’*]

A Tarefa 01 pretende iniciar o trabalho investigativo perpassando pelas propriedades e relações observadas em um triângulo qualquer, quando a partir dos pontos médios de seus lados, busca-se determinar tal triângulo.

O enunciado posto para as Tarefas 2, 3 e 4 dispensa a logística elaborada para primeira tarefa, deixando de lado o fato de “dar vida” a solução ou soluções encontradas. As questões são apresentadas de maneira direta e têm como objetivo partir da construção de figuras para investigar relações de modo a estabelecer conjecturas que possam subsidiar a busca por soluções.

A segunda tarefa almeja discutir as regularidades observadas em um triângulo qualquer, quando a partir do pé da altura de um de seus lados e os pontos médios dos outros dois lados, pretende-se determinar tal triângulo.

A terceira tarefa busca dar continuidade a reflexão levantada na primeira, evidenciando alguns polígonos regulares e o ponto médio de seus lados.

A quarta tarefa procura evidenciar as experimentações em torno da circunferência e de algumas figuras inscritos à mesma.

Portanto, a logística apresentada em grande parte das tarefas assemelha-se às questões propostas por Ponte et al. (2006) para o trabalho com programas de geometria dinâmica.

Na busca por exemplificar tal proximidade faz-se um recorte da tarefa intitulada “Quadriláteros e pontos médios” proposta por Ponte et al. (2006):

> Utilize um programa de Geometria Dinâmica (Geometer’s Sketchpad, *Cabri-Géomètre* ou *Geometricks*) para realizar essa investigação sobre quadriláteros. (...) 1 – Construa um quadrilátero qualquer e o ponto médio de cada um dos lados. Em seguida, una os pontos médios dos lados consecutivos. Que tipo de quadrilátero obteve? (...) Arraste um dos vértices do quadrilátero inicial. Diga o que aconteceu e tente justificar por quê. (...) 2 – Investigue agora o que acontece se o quadrilátero inicial for especial (quadrado, retângulo, losango...). (PONTE et al., 2006, p.85-86)

Então a manipulação e a construção de objetos geométricos, a busca por conjecturas e a investigação de relações geométricas, são pontos característicos dentro das tarefas constituídas para a pesquisa.

5 - REFLETINDO SOBRE OS DADOS COLETADOS: um olhar sobre o ambiente observado na pesquisa

Neste capítulo, são apresentados os instrumentos utilizados para coleta de dados, o processo de acompanhamento da turma durante os encontros, a postura do pesquisador e suas anotações envolvendo as observações das aulas e descrições das atividades realizadas na sala de informática.

Faz-se um diálogo dos dados com a literatura, buscando elementos que possam direcionar ferramentas para responder a questão.

5.1 - Instrumentos de coleta de dados

Os instrumentos utilizados para captar e registrar os dados durante os encontros:

- Gravação em áudio de alguns encontros na sala de informática, para análise posterior dos diálogos e interações entre os alunos e professor.

- Registro da solução obtida e construções realizadas que ficam armazenadas no próprio software geogebra. Foi solicitado que os alunos enviassem por email a construção obtida no referido software. Esse recurso pôde proporcionar ao aluno uma reflexão sobre seu caminho tomado no decorrer da atividade. De acordo com Gravina e Santarosa (1998)

> Capturação de procedimentos é recurso encontrado, particularmente, em programas para Geometria. Automaticamente são gravados os procedimentos do aluno em seu trabalho de construção, e mediante solicitação o aluno pode repassar a 'história' do desenvolvimento de sua construção. Isto permite o aluno refletir sobre suas ações e identificar possíveis razões para seus conflitos cognitivos. (GRAVINA & SANTAROSA, 1998, p.11)

Ao analisar os arquivos salvos no software geogebra, identificou-se que o mesmo não arquiva todos os passos, apenas os passos da construção final. Parte dos registros apresentados foi utilizada para ajudar na identificação do caminho trilhado pelo aluno no decorrer da atividade e captar imagens sobre a solução apresentada. Deve-se enfatizar que esses registros não foram essenciais para pesquisa, mas caracterizaram mais uma ferramenta na busca por compreender o caminho trilhado pelos alunos até a obtenção da solução.

- Caderno de campo do pesquisador. Ao final de cada encontro ou entre uma dúvida e outra apresentada pelos alunos procurou-se registrar parte do diálogo vivenciado no decorrer das atividades.

- Texto disponibilizado através do espaço colaborativo, como ferramenta utilizada para registrar possíveis respostas, comentários e discussões sobre as atividades. Deve-se mencionar que os problemas enfrentados com conexão de internet tornaram inviável a realização dos registros.

- Atividades escritas trabalhadas no último dia de encontro (Tarefa 05), objetivaram ilustrar parte dos significados adquiridos pelos alunos no decorrer das atividades em relação a lugares geométricos.

5.2 - Atividades iniciais: a voz interativa dos alunos

Acredita-se que o envolvimento dos alunos nas atividades iniciais pôde fornecer pressupostos para as tarefas, tanto no sentido de manuseio dos recursos e ferramentas oferecidas pelo software geogebra, como também significados dentro das construções realizadas.

5.2.1 - Atividade 01: Construção da mediatriz de um segmento

Esta atividade[22] forneceu aos alunos a descrição de 6 passos até a construção da mediatriz de um segmento e apresentou posteriormente 3 questões para reflexão.

Não houve dificuldades na interpretação da sequência de passos, mas observou-se que alguns alunos deixaram de lado os passos e analisaram a figura fornecida na atividade para proceder à construção da mediatriz.

Durante a sequência de passos 2 alunos solicitaram a atenção do professor e a seguinte construção foi observada na janela do software, como se pode ver Figura 06:

---

[22] Ver - ANEXO A – "Atividades iniciais" e "Tarefas" como expostas no espaço colaborativo.

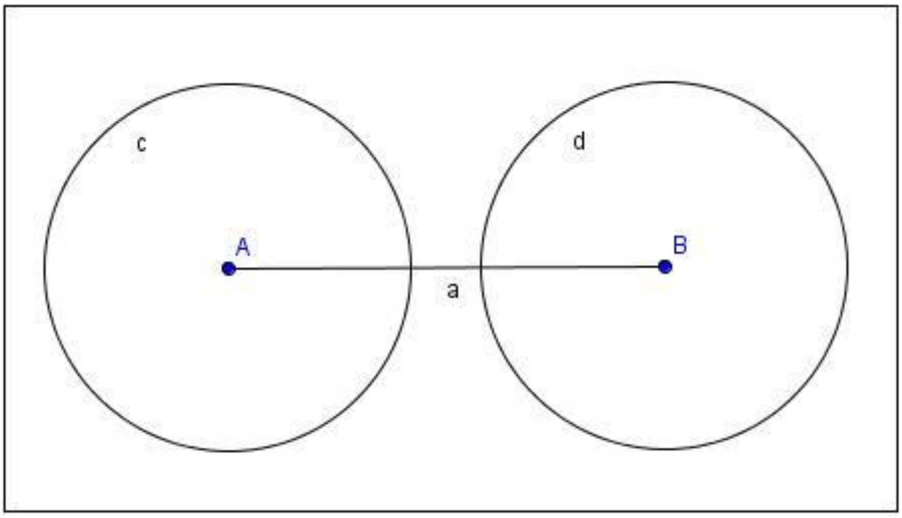


Figura 06 – Figura observada pelo aluno sem a interseção das circunferências

O professor sugeriu uma pausa no transcorrer da atividade e com o auxilio de um *notebook* e um projetor reproduziu a construção obtida pelos alunos, questionou o restante da turma sobre como proceder para solucionar o problema da não interseção entre as circunferências, pois o seguinte passo na sequência da atividade seria determinar os pontos de interseção entre elas (Figura 07).

Figura 07 – Foto da tela de projeção utilizada durante o transcorrer da pesquisa

As seguintes sugestões foram mencionadas pelos alunos: a redução da medida do segmento ou o acréscimo no medida dos raios observados para circunferência. O arrastar de uma das extremidades do segmento AB até que as circunferências se toquem é também sugerido por um dos alunos.

A falta de precisão existente nos mouses utilizados por alguns alunos acarretou erros durante o selecionar de pontos no transcorrer da construção, tornando-se nítidos após o arrastar de uma das extremidades do segmento, (Figura 08):

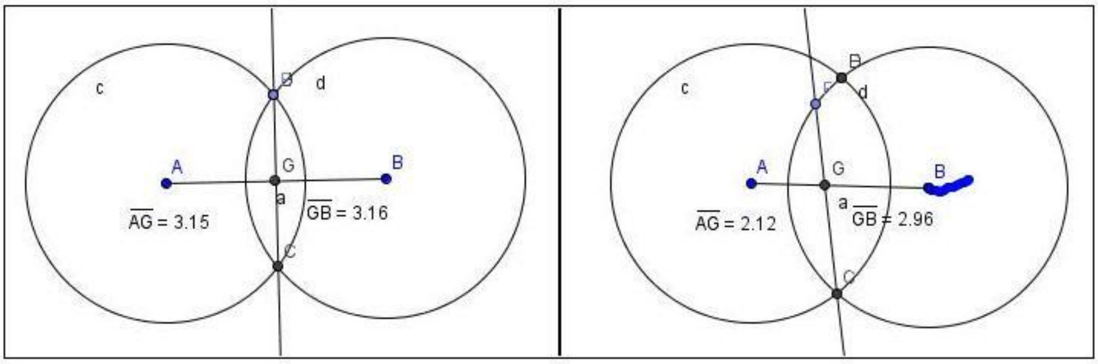


Figura 08 – O arrastar da extremidade B do segmento AB

A seguinte atividade foi desenvolvida individualmente e ao término da mesma foi solicitado que cada aluno arrastasse um dos pontos de extremidade do segmento para que pudesse observar o acontecido e refletisse sobre os 3 tipos de questionamentos colocados na atividade.

Com o intuito de socializar as dúvidas em torno da atividade, passou-se à composição de uma plenária[23], momento em que o professor, com o auxilio do projetor executou os passos necessários para obtenção da mediatriz do segmento e coordenou o diálogo entre os alunos do grupo.

Segue-se uma sequência com os questionamentos e parte das falas observadas. É importante ressaltar que tais falas transcritas pelo pesquisador revelam parte da interação do considerado relevante dentro da atividade, bem mais ampla.

1º questionamento - Ative a ferramenta MOVER (caixa1) e clique sobre um dos pontos A ou B e arraste-o. O que ocorre com as medidas dos segmentos AE e EB?

[23] Ficou caracterizado pelo pesquisador como plenária os momentos em que o mesmo fez uso do projetor para reproduzir passos e soluções apresentadas pelos alunos no transcorrer da pesquisa, socializando o ocorrido durante cada atividade e tarefa.

> [Aluno B21:] “ao arrastar um dos pontos as duas medidas se alteram, mas ambas mudam para valores iguais” [Aluno B72:] “o ponto E é ponto médio do segmento” [Aluno C11 pergunta ao Professor:] “só não teremos o ponto E quando as circunferências não se tocarem mais, correto?” [Aluno B72:] “a reta que corta o segmento ao meio depende dos dois pontos de interseção”.

Os diálogos observados ilustram que os alunos começaram a perceber a dependência entre as construções realizadas durante a atividade e visualizaram o ponto E como ponto médio do segmento.

2º questionamento - Pense sobre a construção feita. Por que os segmentos AE e EB ficaram com a mesma medida? Poderia dar uma justificativa para a construção? Troque ideias com seu professor e leve em conta as duas circunferências construídas.

> [Aluno B21:] “por causa das duas circunferências construídas” [Aluno B72:] “olha professor! Percebi que realizando a construção com circunferências de raios diferentes a atividade não funciona, na verdade eu percebi isso porque tinha realizado a construção de maneira errada...rsrs” [O professor ilustrou uma construção semelhante a mencionada pelo aluno e arrastou uma das extremidades do segmento. Fala do aluno B72:] “o segredo da atividade está nas circunferências construídas, devem sempre ter raios iguais, ou seja, como o senhor sempre fala: medidas iguais, né?”.

A circunferência tomou conta de todo o diálogo, razões e justificativas para sua utilização foram mencionadas pelos alunos. Um dos alunos mencionou a maneira como o professor costuma enfatizar quando descreve segmentos de medidas iguais.

3º questionamento - Que tal medir os ângulos DEB e DEA usando a ferramenta ÂNGULO. O que você observa? Qual é a medida dos ângulos?

> [Aluno B11:] “a medida do ângulo DEB é de 90º e a do ângulo DEA é de 270º” [Aluno C11:] “encontrei dois ângulos de 90º” [O professor percebeu a situação ocorrida e resolveu expor a diferença quando fornecemos os pontos D, E e A ou A, E e D nestas respectivas ordens à ferramenta ÂNGULO disponível no software. O aluno B21 complementa:] “o correto é o ângulo de 90º, porque essa reta é perpendicular ao segmento” [Aluno B11:] “professor o ângulo 270º está errado?” [O professor esclareceu ao aluno que a reta é realmente perpendicular ao segmento, mas exemplificou o ocorrido através de uma construção no software, ver Figura 09:].

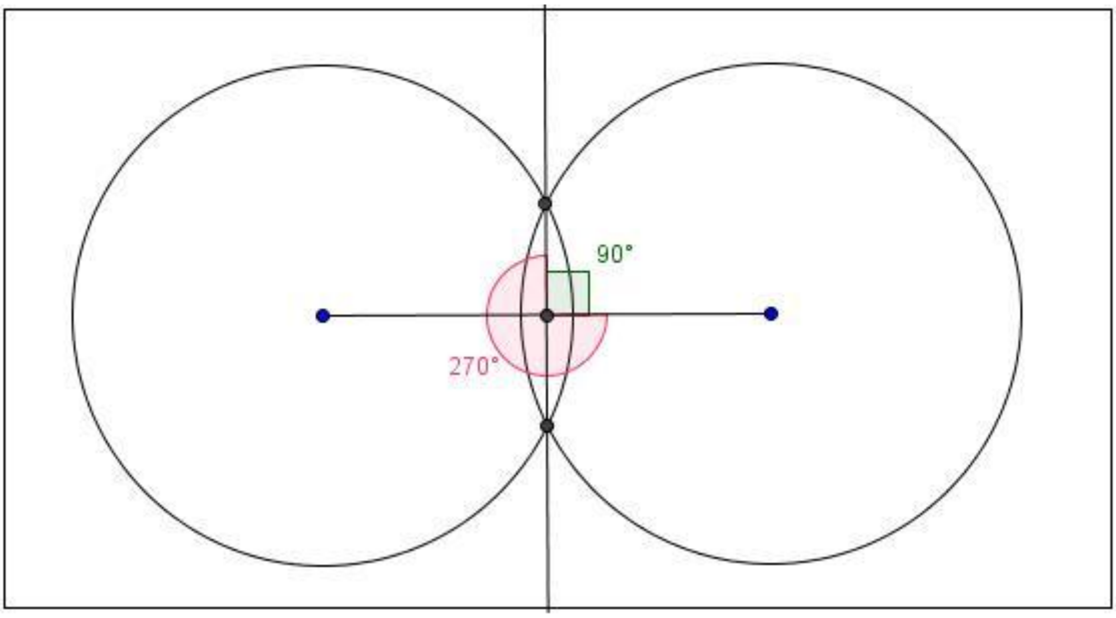


Figura 09 – Ilustração realizada para esclarecer os ângulos de 90º e 270º

Observou-se que a atividade destacou o uso da ferramenta ÂNGULO disponível no software geogebra e potencializou a necessidade de observar a ordem fornecida pelo software dos pontos que compõem o ângulo. Concluiu-se que a reta definida pelos pontos de interseção entre as circunferências, perpendicular ao segmento e que intercepta o mesmo no ponto médio é denominada mediatriz do segmento.

5.2.2 - Atividade 02: Construção da bissetriz de um ângulo

A atividade 2 seguiu o mesma conduta de passos observados na atividade 1 e também teve por objetivo criar familiaridade do aluno com os recursos e ferramentas oferecidas pelo software. Observou-se que grande parte da turma demonstrou maior segurança na execução dos passos mencionados durante a atividade.

Terminada a atividade pelos alunos passou-se à constituição da plenária e aos diálogos levantados em torno dos questionamentos.

É importante ressaltar que alguns alunos deixaram de lado os questionamentos sugeridos para atividade e deram início ao seguinte diálogo:

> [Aluno A11:] “percebi que as técnicas utilizadas para obter a bissetriz são parecidas com as utilizadas para construção da mediatriz, só que cada coisa é uma coisa” [Aluno B11:] “reparei que nas duas atividades utilizamos circunferências, mas nessa foram duas de mesmo raio e uma com raio diferente” [O professor reproduziu o diálogo vivenciado pelos alunos para toda a turma e deu inicio a plenária utilizando-se da construção da bissetriz através do projetor. Fala do aluno C31:] “professor observe essa figura que o senhor tem ai (ver Figura 10:)! ...agora constrói um segmento com os pontos D e E, posso falar que a bissetriz do ângulo DAE e também a mediatriz do segmento DE?” [Aluno A11:] “nossa! É mesmo professor”.

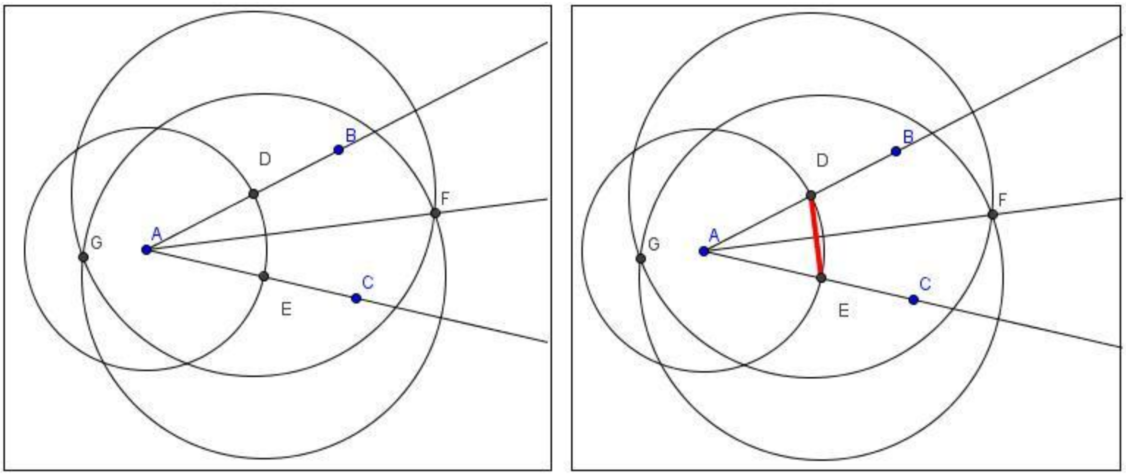


Figura 10 – Sequência de imagens para Ilustração do pensamento do aluno C32

As observações e questionamentos levantados pelos alunos buscaram uma relação entre o uso da circunferência durante a construção das duas atividades. O envolvimento dos alunos nesta atividade ultrapassou os questionamentos propostos pelo professor. É importante ressaltar que o diálogo para solucionar as questões colocadas no enunciado também permeou toda a plenária, mas o pesquisador optou por descrever a discussão levantada sobre o uso das circunferências.

5.2.3 - Atividade 03: observando os ângulos de um triângulo

Esta atividade apresentou uma sequência de passos e uma figura ilustrando o desenho final a ser obtido. A atividade teve o objetivo de ilustrar a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer no arrastar de um de seus vértices. A procura por uma reflexão em torno de um ângulo externo ao triângulo e a soma de dois ângulos internos não adjacentes a ele foi evidenciada junto aos questionamentos preparados para atividade. (Figura 11):

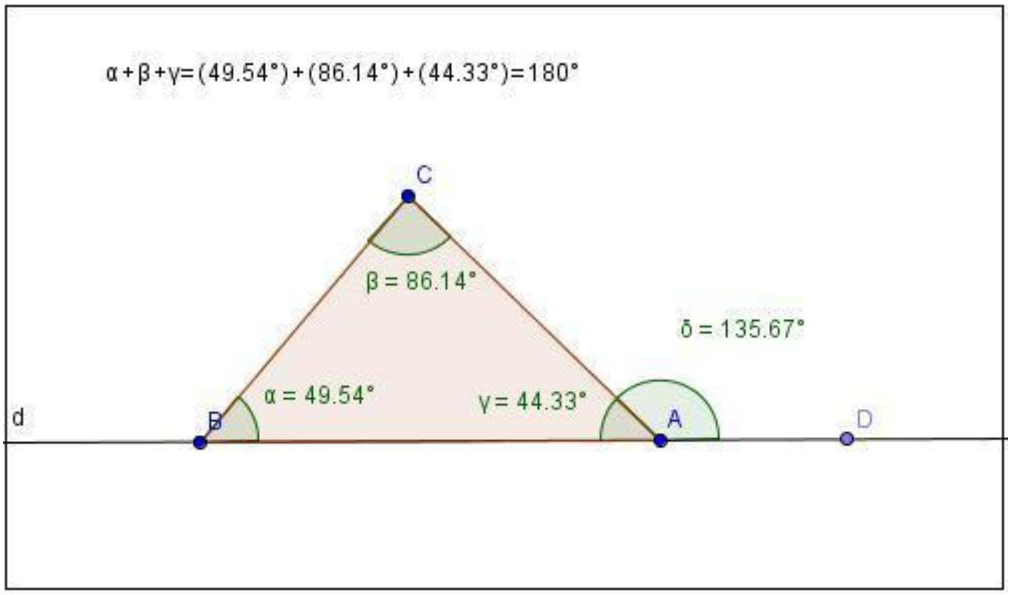


Figura 11 – Figura fornecida aos alunos após a sequência de passos da atividade 3

Alguns problemas permearam a atividade no que diz respeito à nomeação dos ângulos internos do triângulo, dificultando o uso da ferramenta INSERIR TEXTO. Casos em que, os alunos inseriram o ângulo externo na soma dos 3 ângulos internos, fez-se necessário uma pausa durante a atividade para exemplificar como modificar o nome dado a alguns objetos.

Segue-se abaixo a sequência de questionamentos e parte de todo o diálogo ocorrido durante a plenária:

1º questionamento - Ative a ferramenta MOVER e clique sobre um dos pontos A, B ou C e arraste-o. O que ocorre com as medidas dos ângulos?

> [Aluno B21:] “as medidas dos ângulos sempre se alteram com a movimentação de um dos pontos do triângulo” [Aluno B32:] “ficam diferentes, mas a soma sempre dá 180º” [Todo o restante do grupo apresentaram respostas semelhantes e concordaram sobre a soma dos ângulos.]

O arrastar de um dos vértices do triângulo, as alterações nos valores e a permanência do resultado da soma dos ângulos internos foram encarados com naturalidade por todo o grupo. Alguns alunos chegaram a evidenciar com comentários a mudança observada nos valores durante o arrastar dos vértices, tanto nos ângulos exibidos no triângulo como nos ângulos expostos na soma.

2º questionamento - Pense sobre a construção feita. Observe a soma dos ângulos internos α, β e γ. Poderia dar justificativas para as relações observadas? Discuta com seu professor.
Dica: tente observar os triângulos particulares (isósceles, escaleno e equilátero).

> [Aluno A11:] “a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180º” [Aluno B72:] “movimentei até conseguir os três ângulos iguais, esse é o triângulo equilátero?” [Aluno B21:] “consegui esse triângulo também, ele tem três ângulos de 60º” [Aluno B72:] “lembro que todo triângulo equilátero tem lados e ângulo iguais” [O restante a turma passou a movimentar um dos vértices do triângulo até visualizarem tal triângulo equilátero. O aluno B61 mencionou:] “professor consegui um triângulo com dois ângulos iguais, esse é o escaleno ou o isósceles?” [Aluno B72:] “esse é o isósceles né professor?” [Aluno A11:] “professor eu consegui o triângulo escaleno, sou fera no geogebra!...rsrs”

Percebeu-se que para um aluno o movimentar de um dos vértices do triângulo foi motivado pela busca em determinar os triângulos equilátero, isósceles e escaleno. As características e propriedades destes triângulos foram mencionadas e vivenciadas por todo o grupo durante a plenária. A fala final do aluno A11 de alguma maneira chegou a evidenciar a liberdade que cada aluno conquistou dentro do grupo, percebida também pelo pesquisador durante grande parte da pesquisa.

3º questionamento - O que você pode concluir sobre os ângulos externos do triângulo ABC? Existe alguma relação entre os ângulos externos e os ângulos internos? Sugerimos que selecione a ferramenta INSERIR TEXTO e clique onde quer que o texto apareça. Entre com o seguinte texto: "α+γ=(" + α + ")+(" + γ + ")=" + (α + γ). Marque a caixa LATEX e clique em OK.

> [Aluno B32:] “professor se você olhar meu desenho vai entender minha resposta, assim: o ângulo 4 é igual a soma dos ângulos 1 e 2. Ver Figura 12:”. [O professor ilustrou o desenho da aluna no projetor e deu procedimento a reflexão. O aluno C11 complementou:] “professor esse ângulo 4 é um ângulo não adjacente aos ângulos 1 e 2?” [Um certo silêncio tomou conta da plenária e o pesquisador resolveu por instigar os alunos sobre o que quer dizer um ângulo ser adjacente a outro. O aluno B11 respondeu:] “professor encontrei o conceito aqui na internet, diz assim: Ângulos adjacentes são aqueles que possuem um lado em comum, mas as regiões determinadas não possuem pontos em comum.” [Depois de algum tempo refletindo sobre a fala do aluno B11, o aluno B21 constituiu a seguinte pergunta:] “posso falar que os ângulos 2, 3 e 4 da figura da aluna B32 são adjacentes, pois eles possuem um lado em comum” [O aluno A11 resolveu participar da conversa e interpretar o conceito adquirido pelo aluno B11 na internet] “professor acho que compreendi esse conceito: imagina se eu colocar um ponto dentro do triângulo, esse ponto pertence a região determinada pelos ângulos 2 e 3, logo os ângulos 2 e 3 não são adjacentes. E também não posso ter o ângulo 2 adjacente ao ângulo 4 pois eles não possuem um lado em comum, eles são vistos em uma mesma reta é diferente isso né professor?” [O aluno B21 rebateu a fala do aluno A11 constituindo a seguinte fala:] “vejo assim: um ângulo é adjacente ao outro quando nasce junto com ele, ou seja, está do lado dele...eu entendi assim...rsrs” [O pesquisador resolveu expor algumas ilustrações e questionar todo o grupo sobre a questão de ângulos adjacentes. Finalizando o assunto ângulos adjacentes]

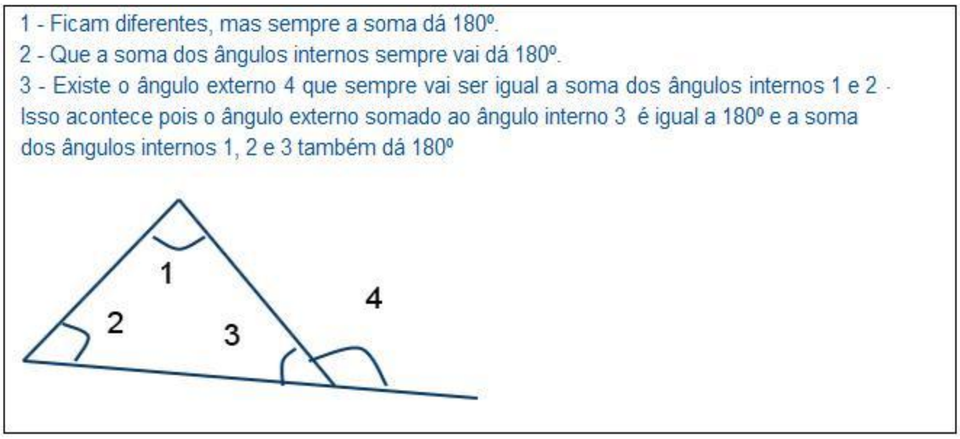


Figura 12 – Solução apresentada no espaço colaborativo pelo aluno B32

O termo “ângulos adjacentes” foi levantado pelo aluno C11 e posteriormente pesquisado na internet pelos demais integrantes do grupo, o que tomou certa parte da reflexão vivida durante a plenária. Alguns alunos antes de compreender tal conceito expressaram suas respostas em torno da atividade dirigindo-se aos nomes dados aos ângulos obtidos na figura. Toda a reflexão posta na plenária possibilitou a observação dos alunos de que um ângulo externo de um triângulo qualquer é igual em valor, à soma dos ângulos internos não adjacentes a ele.

5.2.4 - Atividade 04: observando os lados de triângulo

O esquema apresentado na atividade é semelhante à vivenciada na atividade 03. O objetivo foi ilustrar a soma dos lados de um triângulo e refletir sobre o Teorema de Pitágoras. Ver Figura 13:

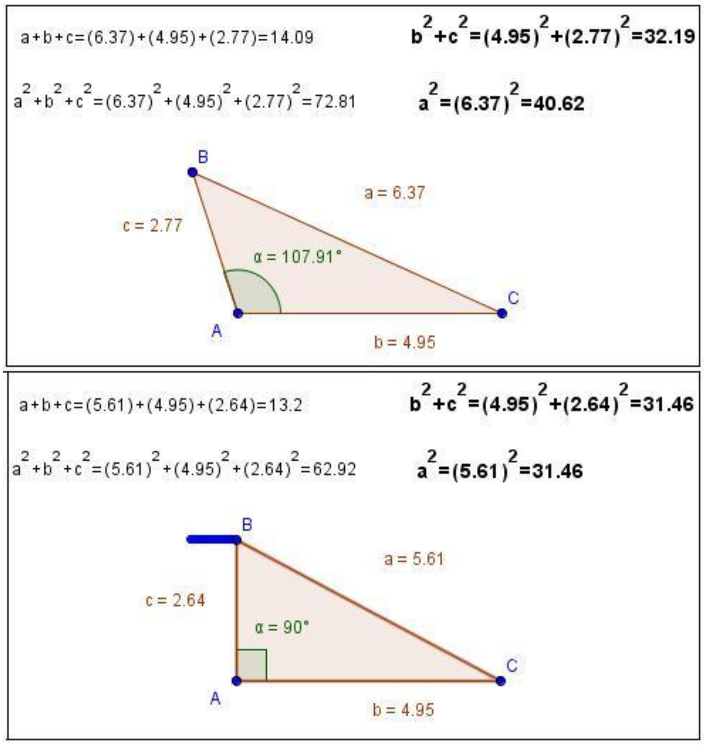


Figura 13 – Arrastar do vértice B até a obtenção de um triângulo retângulo

O arrastar do vértice B e os resultados exibidos para o quadrado do lado “a” e a soma dos quadrados dos lados “b” e “c” caracterizavam o Teorema de Pitágoras assim que o ângulo destacado na atividade se aproximava de 90º.

Alguns alunos chegaram a mencionar o teorema antes mesmo da realização da atividade, mas durante o desenvolver da mesma o interesse e deslumbramento diante do dinamismo oferecido pelo software foi evidenciado através das falas e participação. Segue-se a sequência de questionamentos e parte do diálogo levantado durante a atividade:

1º questionamento - Sugerimos que você ative a ferramenta MOVER e clique sobre um dos pontos A, B ou C e arraste-o. O que ocorre com as medidas dos lados do triângulo?

> [Aluno C11:] "quando qualquer um dos pontos (vértices) do triângulo é arrastado, as medidas dos segmentos e ângulos formados se alteram" [Aluno B51:] "quando arrastamos os pontos A, B e C observamos a variação no comprimento entre os pontos e também no valor em graus dado ao ângulo".

2º questionamento - Pense sobre a construção feita. Observe a soma das medidas dos lados do triângulo obtido. Poderia dar justificativas para as relações observadas? Discuta com seu professor.
Dica: tente observar os triângulos particulares (isósceles, escaleno e equilátero).

> [Aluno B51:] "observei que é fácil a formação dos triângulos escaleno e isósceles, mas para formar o triângulo equilátero seria preciso saber a medida de todos os ângulos e não de um como foi pedido na atividade" [Aluno A11:] "consegui formar o triângulo equilátero, você deve observar os três lados com a mesma medida" [Aluno C23:] "eu quase consegui os três lados iguais" [Aluno C31:] "você pode observar que o ângulo deve ser de 60º para o triângulo equilátero, isso ajuda na hora de arrastar os vértices"

O arrastar dos vértices do triângulo e a procura por triângulos como isósceles e equilátero enfatizou a dependência dos vértices e lados do triângulo, a simples movimentação de um vértice alterou completamente a medida de dois lados desse mesmo triângulo.

3º questionamento - O que você pode concluir sobre os seguintes resultados:
-> a^2 - (quadrado do lado a)

-> $b^2 + c^2$ - (a soma dos quadrados dos lados b e c)

Dica: tente observar um triângulo retângulo em particular.

> [Aluno A11:] “professor procurei arrastar o vértice B até obter um ângulo de 90º, é isso?” [Aluno C11:] “só consegui observar alguma relação entre as medidas dos lados do triângulo quando visualizei o triângulo retângulo, pois ai se nota o Teorema de Pitágoras, que no caso é dado pela formula $a^2 = b^2 + c^2$”. [Aluno B21:] “notei que no final obtemos o Teorema de Pitágoras, que aprendemos dentro da sala de aula”.

O reconhecimento do Teorema de Pitágoras já aprendido por grande parte dos alunos aconteceu de maneira natural, mas as observações em torno do arrastar do vértice B e a precisão dos resultados exibidos pelo software durante a realização da atividade surpreendeu grande parte dos alunos.

5.3 – Tarefas: a voz interativa dos alunos

Como mencionado no Capítulo 4 acredita-se que as tarefas constituídas podem estimular a experimentação através do software geogebra, fomentar as interações entre os alunos e colaborar para a composição de um ambiente colaborativo. As tarefas foram constituídas sobre o olhar de questões investigativas, ou seja, através da análise de algumas atividades apresentadas por Ponte et al. (2006).

5.3.1 - Tarefa 01: O desafio das 3 árvores

Como comentado anteriormente os alunos passaram pelas atividades tutoriais que enfatizaram a familiaridade com o software geogebra, o desafio das 3 árvores gerou uma certa resistência e estranhamento por parte dos alunos, de inicio o seguinte enunciado foi apresentado aos alunos:

Tarefa 01 - O desafio das 3 árvores

Uma lenda diz que três irmãos receberam o seguinte testamento: *‘... Ao meu filho mais velho, deixo um pote com moedas de ouro, ao meu filho do meio, deixo um pote com moedas de prata e ao meu filho caçula deixo um pote com moedas de bronze. Os três potes foram enterrados em minha fazenda de acordo com o seguinte esquema, na metade do caminho entre o pote com moedas de ouro e o pote com* *moedas de bronze plantei uma primeira árvore, na metade do caminho entre o pote com moedas de bronze e o pote com moedas de prata plantei uma segunda árvore, e na metade do caminho entre o pote com moedas de prata e o pote com moedas de ouro plantei uma terceira e última árvore ...'*

Figura 14 – Ilustração da fazenda

Pergunta: Onde devemos escavar para encontrar cada pote?
Sugestão. Você pode inserir a Figura 14 no software geogebra e começar nomeando o local onde estão as árvores como sendo os pontos A, B e C.

- A voz interativa dos alunos:

Após a leitura do texto percebeu-se a necessidade demonstrada pelos alunos, no sentido de ouvir o que outros podem dizer sobre o enunciado, discutir as interpretações e impressões adquiridas após a leitura fomentou o principio de trabalho em grupo.

Alunos que antes buscavam uma interação com o software geogebra e reproduziam os comandos fornecidos durante a realização das atividades iniciais mostraram-se dispostos a deixar a tela do computador e encontrar na interpretação dada por outro aluno uma ponte para o desenvolver da tarefa.

A disposição dos alunos dentro do espaço físico facilitou o surgimento do trabalho em grupo sem perceber os alunos deixaram a postura anteriormente adotada durante as atividades iniciais e passaram a interagir com seus vizinhos no espaço físico “sala de informática”.

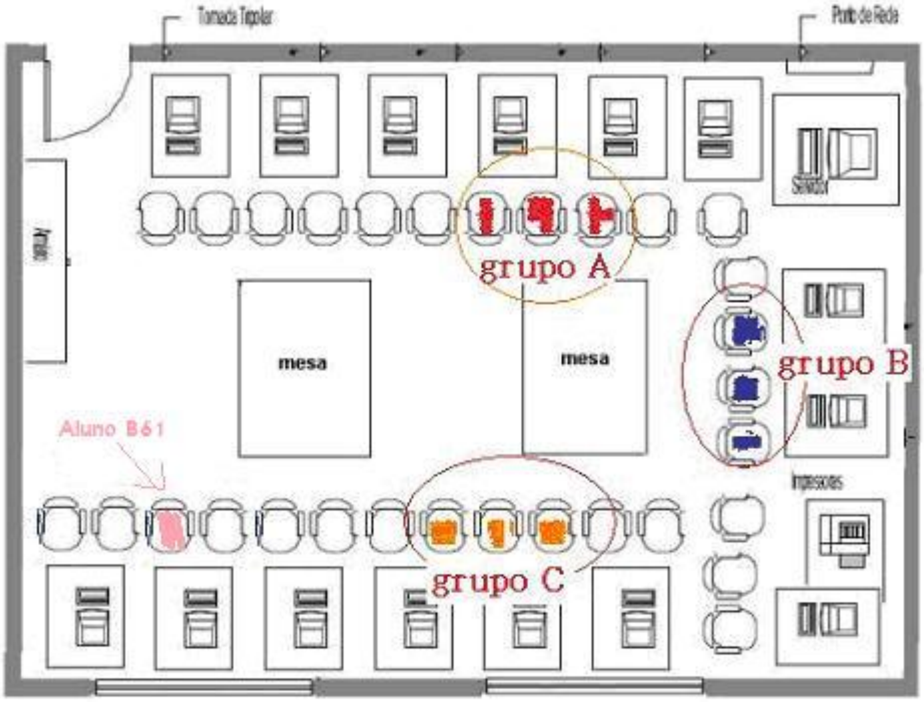


Figura 15 – Layout da distribuição dos alunos na sala de informática durante a Tarefa 01

De maneira natural à constituição dos seguintes grupos foi observada durante toda a realização da tarefa, grupo A – alunos A11, B41 e C31; grupo B – alunos B32, B51 e B72; grupo C – alunos B11, B21 e C11. O aluno B61 durante o decorrer da tarefa integrou-se ao grupo C, em decorrência da proximidade observada na Figura 15. Os alunos C23 e C43 não participaram da tarefa por motivos particulares.

Em momento nenhum foi solicitado aos alunos que trabalhassem em grupo, cada aluno ainda teria que encontrar uma solução, mas a distribuição observada na sala de informática configurou o surgimento dos grupos. O pesquisador passou a realizar suas intervenções envolvendo mais de um aluno por vez, ou seja, as dúvidas e interações foram vivenciadas dentro dos grupos.

A plenária foi caracterizada como um espaço para socializar as interações ocorridas no interior de cada grupo. As intervenções realizadas pelo pesquisador durante o transcorrer da tarefa foram acompanhadas por toda a turma e expostas em uma tela com o auxilio do projetor.

Diante do impacto vivido pelos alunos, enfatizou-se que a busca pela solução ou possíveis soluções não ocorreriam de maneira automática e que a construção de figuras auxiliares e toda discussão levantada nos grupos e dentro da plenária seriam importante para a compreensão da tarefa.

A inserção da figura[24] e a criação dos pontos A, B e C sobrepondo às raízes das árvores constituíram etapas importantes no desenvolver da tarefa.

Com o objetivo de socializar as primeiras interações vivenciadas no interior dos grupos, constituiu-se a primeira plenária. O aluno B21 realizou uma leitura de maneira que todos os alunos pudessem apreciar e deu-se inicio a plenária.

> [Aluno B32:] “podemos construir um triângulo com os vértices em A, B e C e determinar seus pontos médios, é isso?” [Aluno B41 respondeu:] “é o contrário, os pontos A, B e C são os pontos médios de um triângulo maior, acho que é isso!” [O aluno B32 concordou com a fala do aluno B41 e todos voltaram a analisar a tarefa]

O aluno B32 integrante do grupo A constituiu um rascunho do que para o grupo estaria bem perto de uma solução. Tal construção foi reproduzida pelo professor e levada a plenária para questionamentos. Construiu-se um triângulo DEF, determinou-se o ponto médio de seus lados e traçou-se o esquema apresentado na Figura 16.

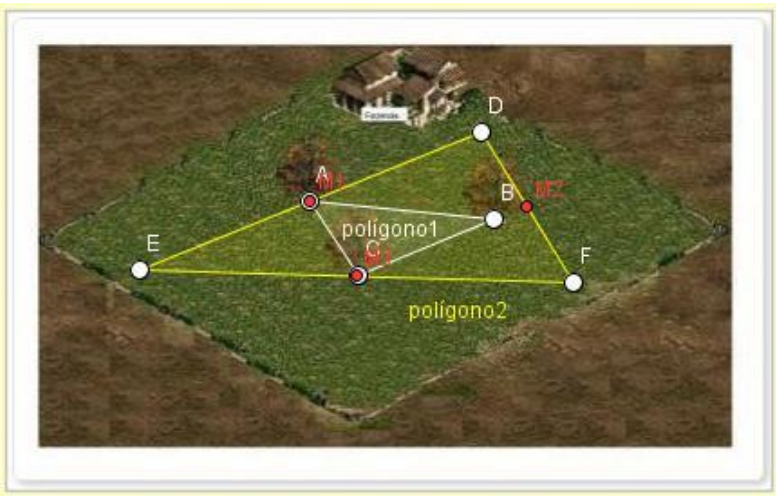


Figura 16 – 1ª construção obtida pelo grupo A

[24] Figura 14 – Ilustração da fazenda

O grupo A sugeriu a movimentação dos pontos D, E e F na busca por sobrepor os pontos em vermelho aos pontos A, B e C. Percebeu-se que ao arrastar o ponto D no objetivo de sobrepor o ponto M2 ao ponto B, modificou-se a localização do ponto M1, o mesmo aconteceu quando arrastou-se o ponto F em relação aos pontos M2 e M1. A dependência entre os vértices do triângulo e o ponto médio de seus lados dificultou o trabalho do grupo A.

A partir da primeira interpretação feita pelo grupo A novas interações foram observadas.

Os grupos B e C observaram as relações obtidas em um triângulo qualquer e descartaram de certa maneira a figura da fazenda.

O seguinte diálogo foi observado no interior dos grupos B:

> [Aluno B72 sugeriu:] "vamos construir um triângulo e encontrar o ponto médio de cada um de seus lados" [O aluno B32 respondeu:] "isso vai ser fácil, temos a ferramenta ponto médio" [Aluno B51:] "mas o que vamos fazer com esse triângulo?" [Aluno B72 respondeu:] "vamos tentar observar esse triângulo fora da figura dada pelo professor".

O seguinte diálogo foi observado no interior dos grupos C:

> [O professor observara o diálogo no grupo C, quando a aluna C11 fez a seguinte pergunta:] "então professor!... podemos fazer um triângulo qualquer aqui no geogebra e depois achar seu ponto médio e até ligar esses pontos?" [O professor respondeu com um sinal positivo e sugeriu aos alunos que realizassem tal construção enquanto ele ia atender a outro grupo]

Os diálogos observados ilustram que os grupos (B e C) começam a utilizar as ferramentas disponíveis no software geogebra, identificando os dados do exercício construindo um triângulo e determinando o ponto médio de seus lados, traçando um desenho para esquematizar o problema.

> [O grupo B realizou a movimentação do triângulo construído e o aluno B72 teve a seguinte ideia:] "vamos ilustrar a medida dos segmentos obtidos em nosso triângulo e observar os valores obtidos após o arrastar de um dos vértices" [A Figura 17, ilustra a atividade desenvolvida pelo grupo B:]

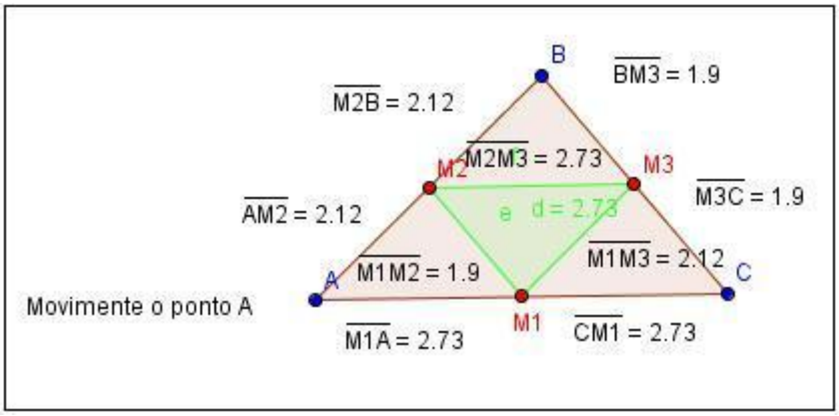


Figura 17 – Construção auxiliar obtida pelo grupo B

> [O grupo C realizou a movimentação do triângulo e o aluno B21 sugeriu a seguinte construção] "vamos passar uma reta cortando dois pontos médios do triângulo e uma reta cortando um dos lados desse triângulo, acho que essas retas são paralelas!" [A Figura 18, ilustra a construção desenvolvida pelo grupo C. Após arrastar um dos vértices o aluno C11 sugeriu o seguinte] "vamos construir uma reta paralela a reta definida pelos pontos D e E passando pelo ponto A e arrastar para ver o que vai dar!"

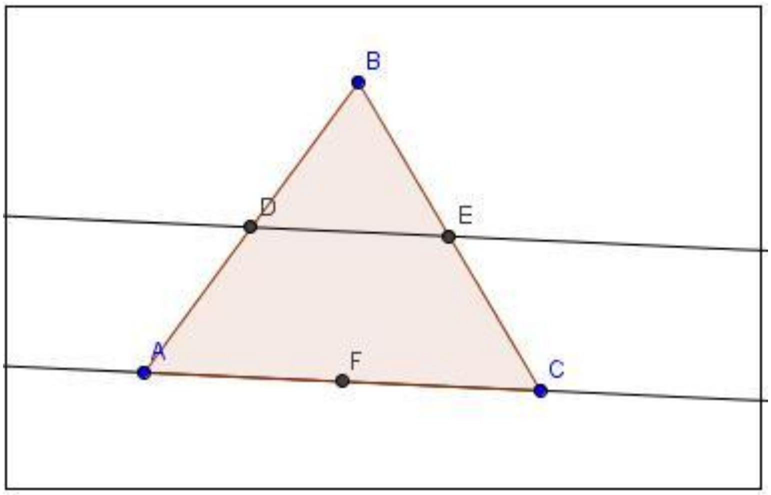


Figura 18 – Construção auxiliar obtida pelo grupo C

Os alunos tentam encontrar uma conexão entre os dados e a incógnita do problema, um possível caminho para solução começa a ser conjecturado.

As discussões nos grupos B e C são agora reflexo das movimentações das figuras obtidas, o diálogo observado nos dois grupos são intensos e repletos de ideias para obtenção de uma possível solução.

O professor deixou os grupos B e C e passou a observar os diálogos travados no grupo A, o grupo encontrou dificuldades para prosseguir a tarefa, após alguns minutos de diálogo seus integrantes resolveram partir dos pontos dados para construção de um possível triângulo.

> [O aluno A11 sugeriu a seguinte construção:] “vamos definir uma semi-reta cortando o ponto A e um ponto D qualquer, uma segunda passando pelo mesmo ponto D e o ponto C” [O aluno B41 perguntou ao professor que no momento observara todo o diálogo] “professor!...podemos dizer que temos agora dois lados do triângulo a determinar?” [O professor sugeriu aos alunos que observassem a construção realizada e questionassem a posição dos 2 outros vértices do possível triângulo. Após alguns minutos o aluno C31 teve a seguinte fala:] “já sei!...vou usar a circunferência, vou construir duas circunferências uma de centro em A e outra de centro C, todas as duas com abertura até o ponto D” [A Figura 19 ilustra parte da construção desenvolvida pelo grupo A:]

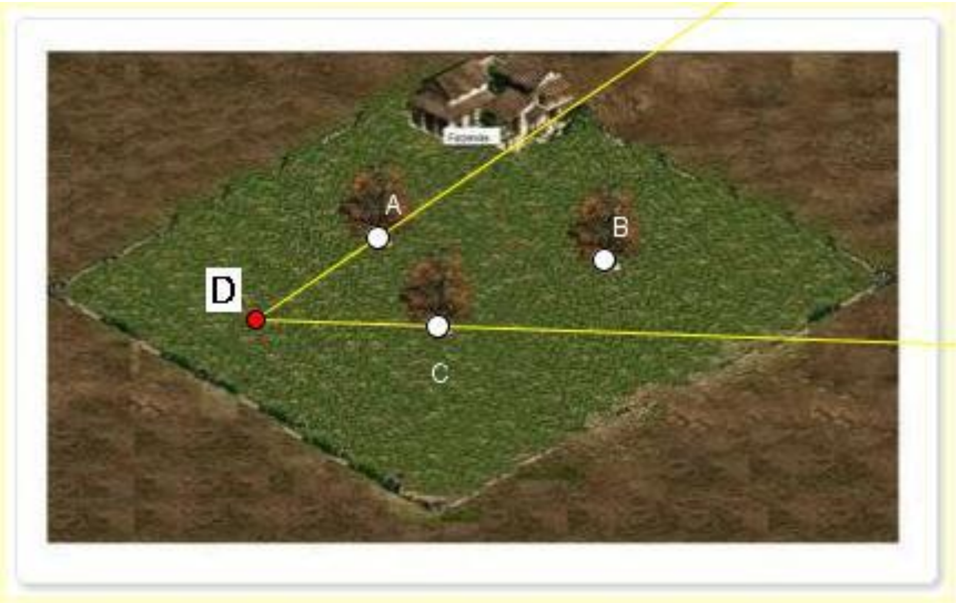


Figura 19 – Parte da 2º construção pretendida pelo grupo A

Ao observar todos os grupos e seus diálogos o professor busca socializar as construções lançando mão de um diálogo para expor os caminhos percorridos pelos grupos até o exato momento. Em nenhum momento da discussão as ideias e possíveis encaminhamentos apresentados pelos alunos foram tratados como incapazes de futuramente chegarem a uma solução, mas sim como ferramentas e pensamentos importantes para tal.

Após a dinâmica proposta pelo professor os alunos retornaram as atividades em grupo e novos questionamentos e ideias foram adquiridas pelos integrantes para prosseguimento da tarefa.

> [O grupo B reiniciou suas atividades após a seguinte fala de um aluno B32:] "percebi uma coisa, alteramos a tamanho do triângulo ABC (Figura 17), mas algumas distâncias permanecem as mesmas" [Aluno B72 complementou:] "é mesmo!...vamos utilizar a circunferência como o grupo A utilizou, olha só vou fazer...a distância entre os pontos A e B é 0,4, vamos construir uma circunferência de centro C e raio 0,4" [A Figura 20, ilustra a atividade que foi desenvolvida pelo grupo B:]

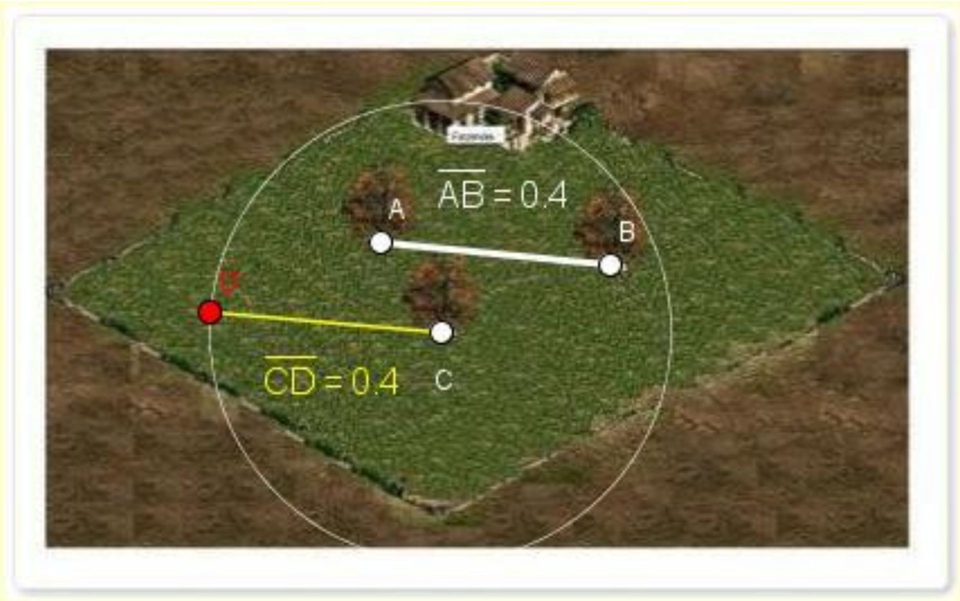


Figura 20 – Parte da construção obtida pelo grupo B

> [Após a construção o aluno B72 mencionou:] "professor acho que resolvi, vou fazer o mesmo para os outros pontos" [O professor questionou os alunos sobre a solução apresentada e sugeriu que o todo grupo B refletisse sobre a utilização da circunferência. A Figura 21 ilustra a solução apresentada pelo grupo B:]

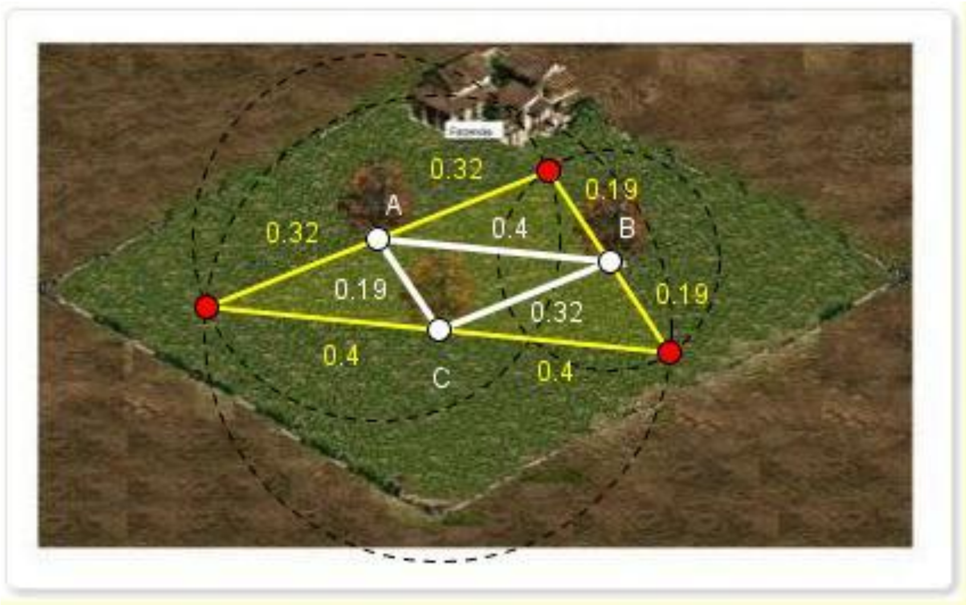


Figura 21 – Construção obtida pelo grupo B

Experimentações foram realizadas e conjecturas foram levantadas sobre os pontos médios de um triângulo. Em decorrência das interações e mediações ocorridas na plenária o grupo B propôs a utilização da circunferência como recurso geométrico para determinar os vértices do triângulo desejado.

O ambiente colaborativo proporcionado pela plenária enfatiza a função do professor como comentador e guia para o aluno na construção do conhecimento.

No diálogo do grupo C o professor notou uma discussão em torno dos procedimentos adotados pelos outros grupos, os alunos concordaram com as construções realizadas pelos demais grupos, mas a defesa pela ideia do grupo é feita pelo mesmo integrante que a propôs.

> [Aluno B21:] “vamos construir um triângulo com os pontos A, B e C” [Aluno C11:] “vamos pensar nas retas paralelas, vou definir uma reta passando pelos pontos A e B e depois uma reta paralela a essa cortando o ponto C, o que você acha professor?” [O professor sugeriu que fosse feita toda a construção e que posteriormente fosse questionada sua veracidade junto aos alunos do grupo, a Figura 22, ilustra a atividade desenvolvida pelo grupo C:]

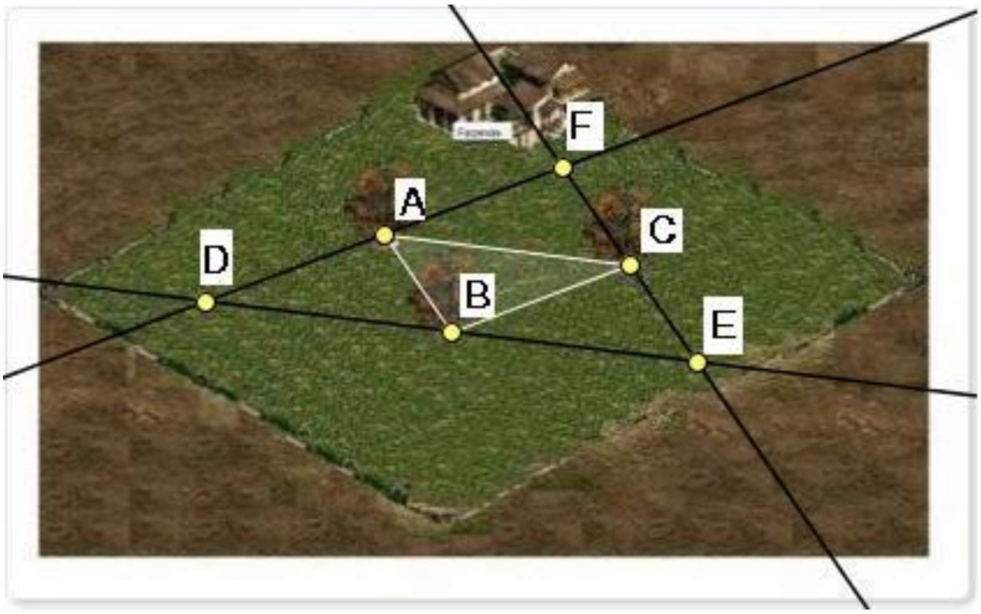


Figura 22 – Construção obtida pelo grupo C

O professor instigou o grupo C a averiguar a ideia utilizada, procurando descobrir a essência do problema e do método empregado. Observou-se os pontos A, B e C sobrepostos respectivamente as três árvores, triângulo ABC. Fez-se uma reta paralela ao lado AB interceptando o ponto C, uma reta paralela ao lado BC interceptando o ponto A e uma reta paralela ao lado AC interceptando o ponto B, determinou-se à interseção entre as retas paralelas, pontos D, E e F.

O diálogo observado no grupo A evidenciou o uso da circunferência o dinamismo oferecido pelo software.

> [Após a interação entre os grupos o diálogo do grupo A foi retomado. O aluno B41 indagou:] “professor não queremos mudar nossa ideia, vamos determinar a intersecção entre as retas e a circunferência, construir o segmento a partir desses pontos e determinar o ponto médio desse segmento” [O aluno C31 tomou a fala mencionou:] “vamos movimentar o triângulo até esse ponto médio do segmento cair em cima do ponto B, o que o senhor acha?” [O professor sugeriu que os alunos façam o que foi mencionado e depois observassem o triângulo DEF encontrado e suas propriedades, a Figura 23, ilustra a atividade desenvolvida pelo grupo A:]

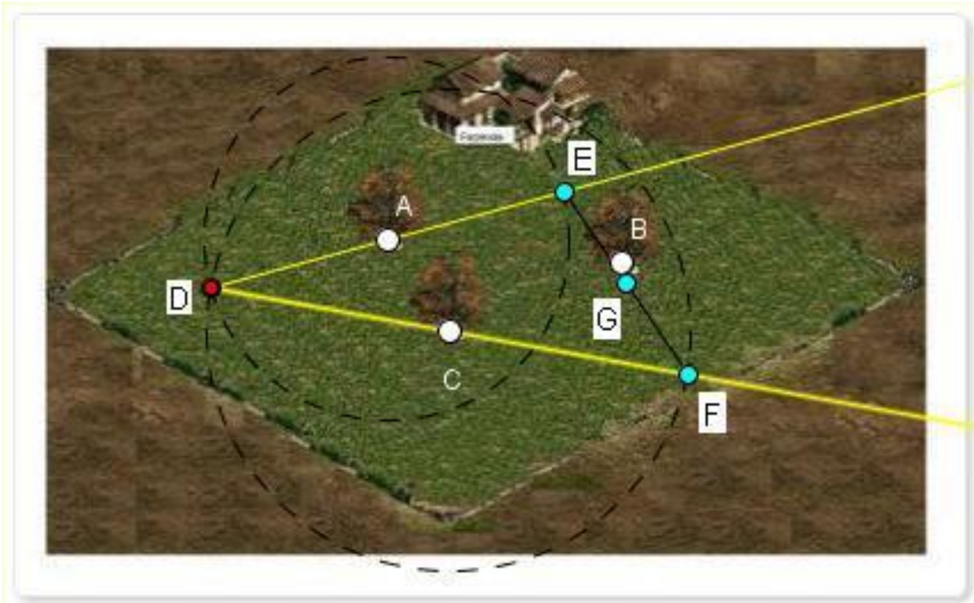


Figura 23 – 2ª construção obtida pelo grupo A

A solução apresentada pelo grupo A evidenciou o recurso arrastar disponibilizado pelo software e a permanência das propriedades advindas da construção realizada.

A plenária final contou com a exposição de todas as soluções encontradas, propriedades e regularidades sobre os pontos médios de um triângulo foram constituídas. A utilização de circunferências e retas paralelas foram mencionadas e os significados para o seu uso foram reconhecidos e aceitos.

A plenária apresentou como fechamento um diálogo levantado sobre a adaptação de uma das soluções encontradas através do software à realidade posta na fazenda, ou seja, dar vida a uma das soluções.

Questionamento proposto na tarefa: Que instruções você poderia dar ao filho mais velho para ajudar a encontrar o pote de ouro?

Diálogo observado durante a plenária:

> [Aluno C31:] “professor podemos utilizar um detector eletrônico de metal...rsrs...o que o senhor acha?” [A descontração e sorrisos tomaram conta da plenária no exato momento. O professor concordou com a resposta dada pelo aluno, mas voltou a instigar os alunos a dar vida a uma das soluções. O aluno B72 mencionou sua ideia:] “professor consigo com o auxilio de uma corda, um prego e uma estaca de madeira obter as marcas deixadas por uma circunferência” [Aluno B51:] “podemos tentar dar vida a solução que utilizou circunferência” [O aluno B51 referiu-se a solução obtida pelo grupo B. O aluno C31 complementou:] “vamos entrelaçar as 3 árvores com uma corda assim determinamos o triângulo ABC visualizado na solução” [Neste momento os alunos demonstraram ter solucionado o problema colocado. Após algumas ponderações em torno do esquema constituído o professor tomou nota de todas as falas e apresentou a seguinte ilustração no encontro seguinte, ver Figura 24:].

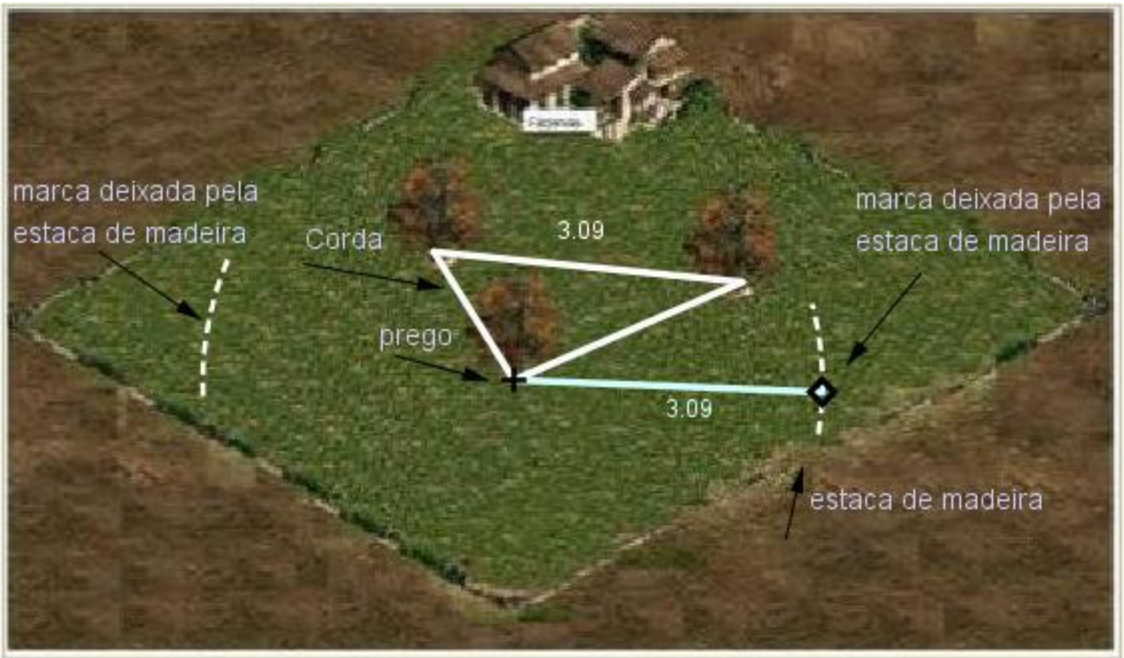


Figura 24 – Esquema utilizado para dar vida à solução encontrada pelo grupo B

O pesquisador selecionou parte do toda a interação vivenciada durante a plenária e apresentou no encontro seguinte uma figura ilustrando o esquema discutido por todos na busca por dar vida à solução encontrada pelo grupo B. Entendeu-se que a investigação contribuiu para fomentar a relação entre situações da realidade e matemáticas.

5.3.2 - Tarefa 02: Desafio “ponto médio” e “altura” – triângulo

A ausência de um enunciado contextualizado e a apresentação direta dos fatos modificou o inicio da tarefa, mas não excluiu as aproximações e interações entre os alunos e pesquisador. A tarefa apresentou o seguinte esquema ilustrado na Figura 25.

Tarefa 02 - Desafio "ponto médio" e "altura" - Triângulo

Ponto médio e altura - triângulo qualquer

Tente determinar um triângulo ABC a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 é o ponto médio do lado AB do triângulo ABC.
2ª informação - o ponto M2 é o ponto médio do lado AC do triângulo ABC.
3ª informação - o ponto H1 é o pé da altura relativa ao lado BC do triângulo ABC.

Link para: *Tarefa 02*

Links para ajuda!

1 - mediana do triângulo

2 - altura do triângulo

Figura 25 – Recorte do esquema constituído para Tarefa 02

Um arquivo .ggb[25] com os pontos M1, M2 e H1 foi disponibilizado aos alunos através de um link e em seguida mencionado aos mesmos que os respectivos pontos foram fixados, ou seja, impedindo o seu arrastar. Ver Figura 26. A tarefa contou ainda com applets[26] de geometria dinâmica para exposição de conteúdos e experimentações em torno da mediana e altura visualizadas em um triângulo qualquer.

[25]A extensão dos arquivos no software geogebra é .ggb. Após baixar o arquivo, escolhendo a opção “Abrir” na interface do software geogebra o aluno visualiza o que já foi realizado pelo pesquisador e nomeado como T02.ggb.
[26] Ver anexo C - applets interativos disponibilizados na web.

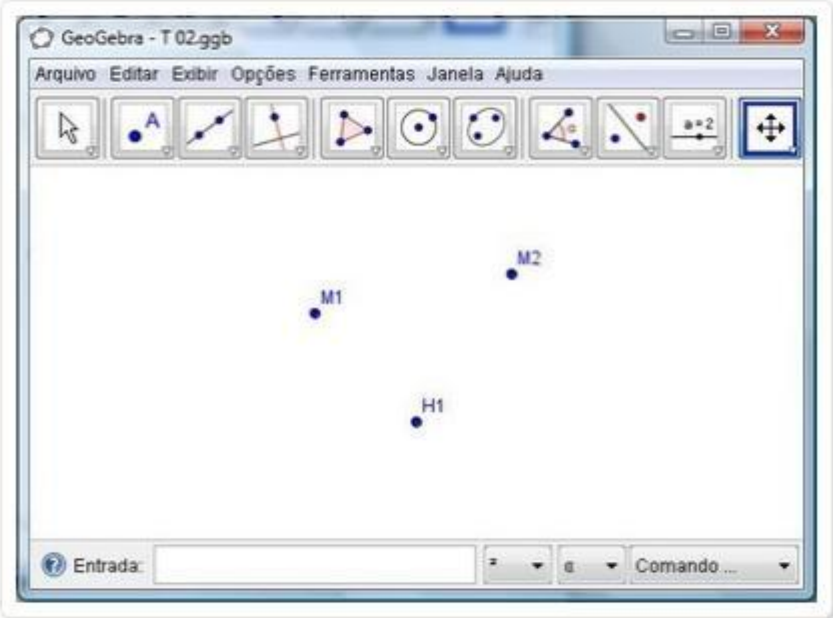


Figura 26 – Arquivo T02.ggb fornecendo os pontos M1, M2 e H1

Novamente a distribuição observada na sala de informática configurou o surgimento dos grupos: grupo A – alunos A11, B41 e B61; grupo B – alunos B32, B51 e B72; grupo C – alunos B11, B21 e C11. Os alunos C23, C31, C43 e C57 não participaram da tarefa por motivos particulares.

O pesquisador manteve a conduta assumida durante a primeira tarefa, em que realizou intervenções dentro dos grupos e posteriormente buscou socializar os diálogos através das plenárias acompanhadas por toda a turma e expostas em uma tela com o auxilio do projetor.

Diálogo observado no interior do grupo C:

> [Aluno C11:] “vamos realizar uma construção auxiliar como fizemos na primeira tarefa” [Aluno B21:] “vou fazer um triângulo e determinar o ponto médios de 2 lados” [Aluno B11:] “e esse pé da altura como vamos determinar?” [Aluno C11:] “calma uma coisa de cada vez...rsrs” [Aluno B21:] “podemos determinar a altura do triângulo relativa ao lado que sobrou. Ver Figura 27:”.

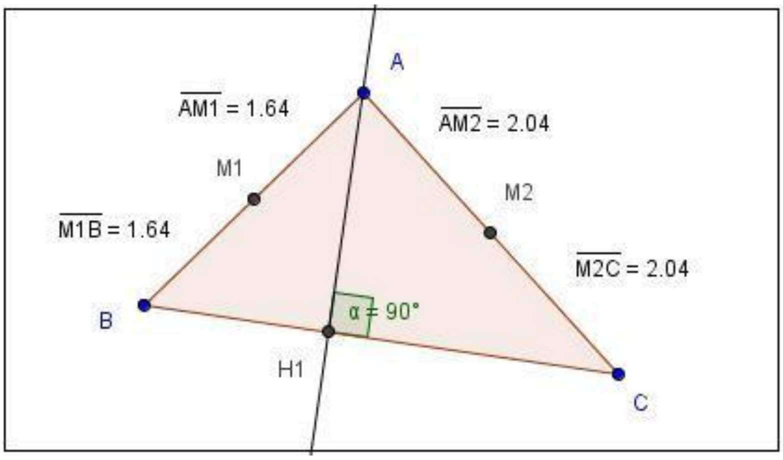


Figura 27 – Figura auxiliar constituída pelo grupo C

O grupo C buscou uma figura auxiliar para compreender a tarefa e posteriormente levantar conjecturas através de explorações realizadas com a movimentação dos vértices do triângulo. O grupo mostrou segurança na construção da figura quando utilizou corretamente as ferramentas POLÍGONO, PONTO MÉDIO e RETA PERPENDICULAR presentes no software.

Diálogo ocorrido no grupo B:

> [Aluno B72:] “vamos construir um segmento unindo os pontos M1 e M2” [Aluno B32:] “não podemos construir o triângulo com os 3 pontos dados, essa tarefa é diferente da primeira tarefa” [Aluno B72:] “calma, não vou construir o triângulo, mas podemos observar que tem uma reta paralela a esse segmento que corta o pé da altura do triângulo procurado” [Aluno B51:] “acho que entendi o que você falou...vamos fazer isso e ver o que temos. Ver Figura 28:”.

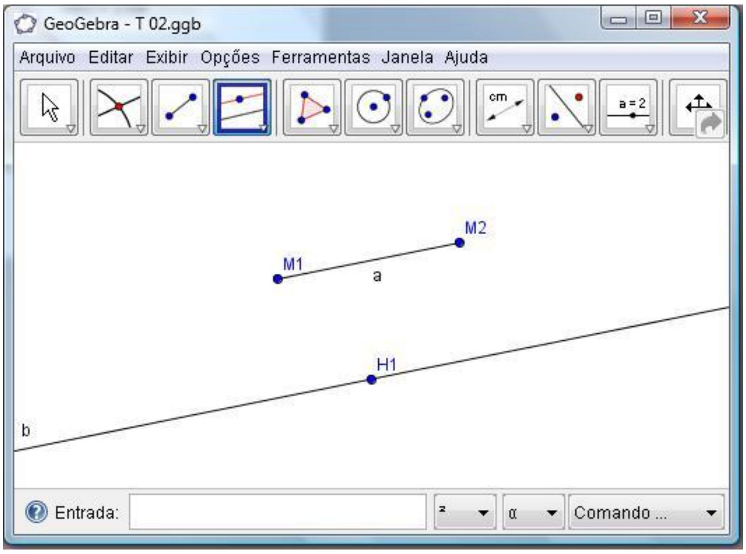


Figura 28 – 1ª Construção obtida pelo grupo B

O grupo B utilizou o paralelismo existente entre o segmento formado por 2 pontos médios de um triângulo e seu lado aposto, apoiando-se nas experimentações realizadas e discutidas durante a primeira tarefa. O aluno B72 fez questão de dialogar com os integrantes de seu grupo no intuito de esclarecer seu pensamento.

Diálogo observado no grupo A:

> [Aluno B41:] "já sei! Vou fazer um ponto A e 2 semi-retas de origem neste ponto interceptando os pontos M1 e M2, tipo o que fizemos na primeira tarefa, lembra pessoal?" [Aluno A11:] "lembro! você vai utilizar circunferências também?" [Aluno B41:] "isso mesmo!" [Aluno B51:] "quero ver como vai ficar isso, pois agora não temos como saber onde o ponto H1 vai estar. Ver Figura 29:".

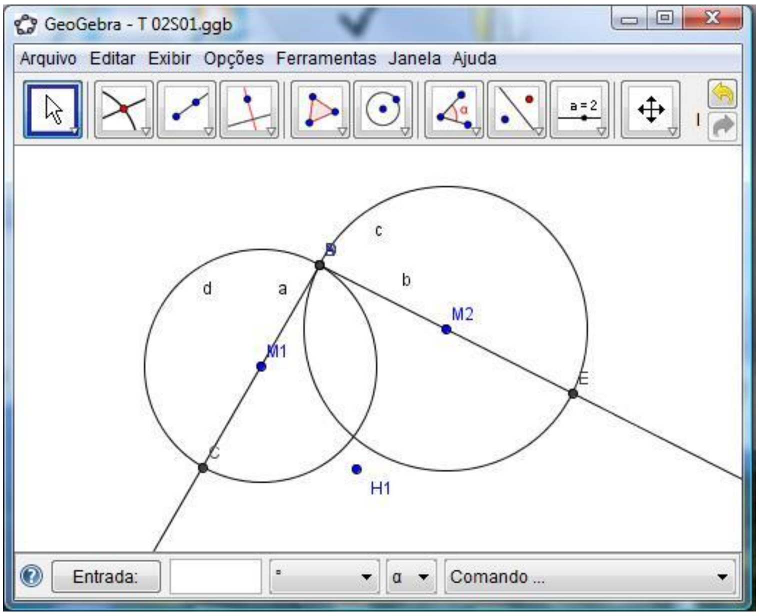


Figura 29 – 1ª Construção obtida pelo grupo A

O grupo A trouxe informações e propriedades utilizadas na solução posta para a primeira tarefa e constituiu parte do pensamento na busca por explorar novamente o dinamismo oferecido pelo software. Os integrantes do grupo mostraram segurança na construção realizada.

A execução da primeira plenária pretende expor as construções realizadas por cada grupo, instigando, desse modo, um ambiente colaborativo na busca por determinar uma ou mais soluções.

Transcrição da 1ª plenária:

> [O professor exibe através do projetor as 3 construções obtidas até o momento. O aluno B72 questionou o grupo B sobre a utilização da reta paralela.] “por ter somente os pontos M1 e M2 vocês construíram uma só reta paralela?” [O aluno B72 responde:] “isso mesmo! Mas agora percebi que podemos determinar uma reta perpendicular passando pelo ponto H1” [Aluno C11:] “professor temos um outro passo importante em nossa construção e reparamos uma propriedade importante quando arrastamos um dos vértices do triângulo. Ver Figura 30:” [O professor reproduziu a construção mencionada pelo grupo C e movimentou um dos vértices do triângulo na busca por tal conjectura].

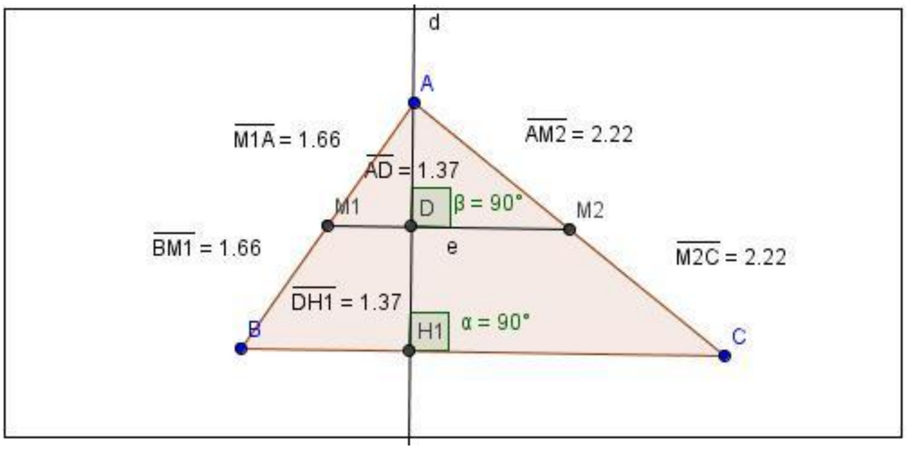


Figura 30 – 2ª figura auxiliar constituída pelo grupo C

Percebeu-se que a construção de figuras auxiliares e a utilização do recurso arrastar disponibilizado no software passaram a configurar uma ação natural por parte dos alunos do grupo C. As conjecturas levantadas durante a plenária ganharam consistência através das experimentações geradas pelo recurso arrastar aplicadas a Figura 30, o grupo C mostrou-se convicto que os segmento JK e FH eram paralelos e chegaram a mencionar a semelhança entre os triângulos GLK e GIH confirmando a conjectura levantada sobre os segmentos GL e LI serem congruentes.

Após todo o diálogo posto durante a plenária o professor solicitou que cada grupo retornasse seus diálogos e tentassem apresentar uma possível solução para a tarefa.

Diálogo observado no grupo B:

> [Aluno B72:] “vamos acrescentar uma reta perpendicular passando pelo ponto H1, ver Figura 26:”. [Aluno B51:] “vamos utilizar esse semelhança apontada pelo grupo C” [Aluno B72:] “olha só essa circunferência de centro em A e abertura até H1 que vou fazer, acho que ela resolve tudo” [Aluno B32:] “agora 2 semi-retas CM1 e CM2 e verificar se deu tudo certo. Ver Figura 31:”.

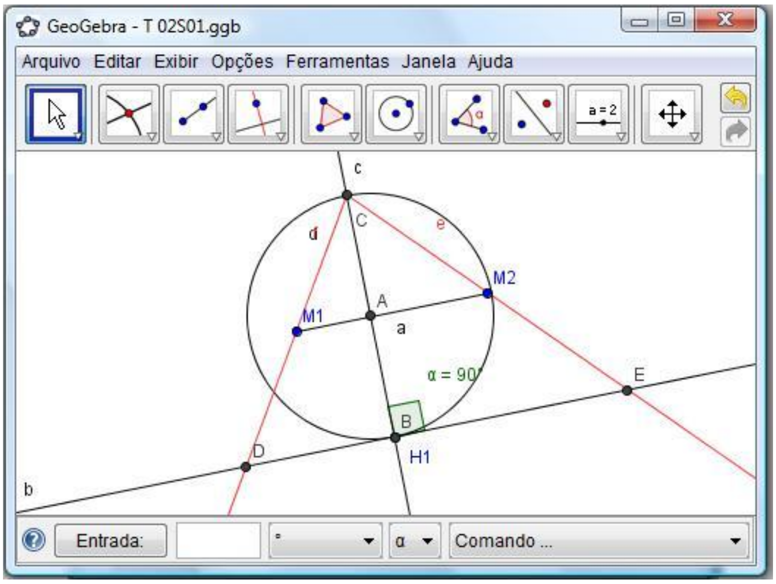


Figura 31 – Solução obtida pelo grupo B

O grupo B utilizou-se das conjecturas levantadas pelo grupo C e complementou sua construção. O professor instigou o grupo a rever os passos utilizados e verificar a veracidade da solução apresentada.

Diálogo observado no grupo A:

> [Aluno B41:] “vamos construir o segmento M1M2 e determinar a reta paralela a ele passando pelo ponto H1” [Aluno A11:] ‘podemos construir a reta perpendicular cortando o ponto H1, no caso vai ser a altura do triângulo” [Aluno B61:] “acho que terminamos, agora é movimentar o ponto B tentando sobrepor os pontos D e F a reta (b) e o ponto B a reta (c) que representa a altura do triângulo” [Aluno A11:] “antes de arrastar acho melhor construir um triângulo de vértices BDF. Ver Figura 32:”.

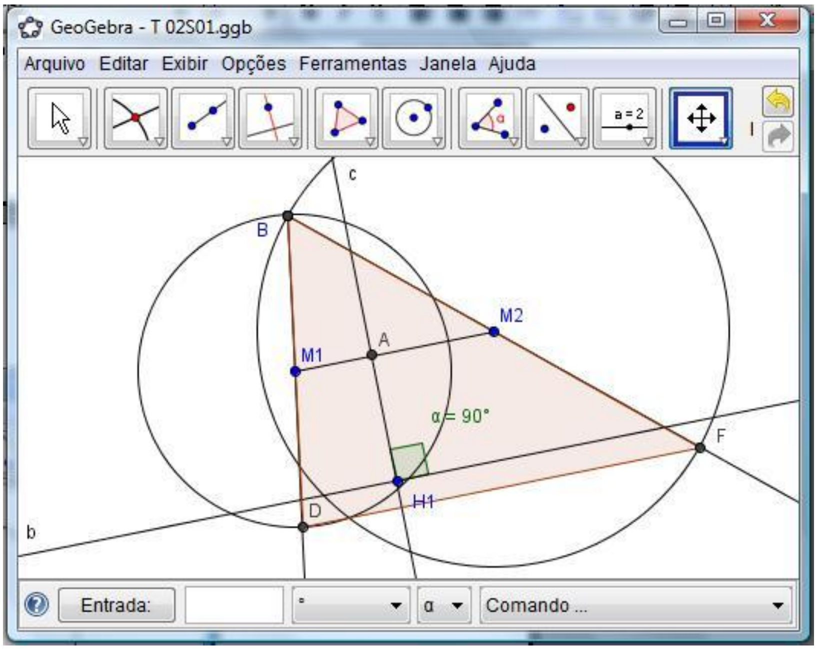


Figura 32 – Solução obtida pelo grupo A

O grupo A surpreendeu os outros grupos tomando como ferramenta fundamental para sua solução o dinamismo e as dependências observadas em sua construção. A constituição do triângulo BDF pelo aluno A11 facilitou a visualização dos triângulos obtidos até que os vértices B, D e F fossem sobrepostos as retas perpendiculares.

O professor elogiou a solução encontrada e instigou o grupo a refletir sobre a possibilidade de fixar o ponto B sobre a reta (c). O aluno B41 respondeu que a ordem da construção deveria ser invertida, ou seja, teríamos que obter o segmento M1M2, a reta (b) paralela ao segmento, a reta (c) perpendicular a reta (b) e finalmente o ponto B sobre a reta (b). Ver Figura 33:

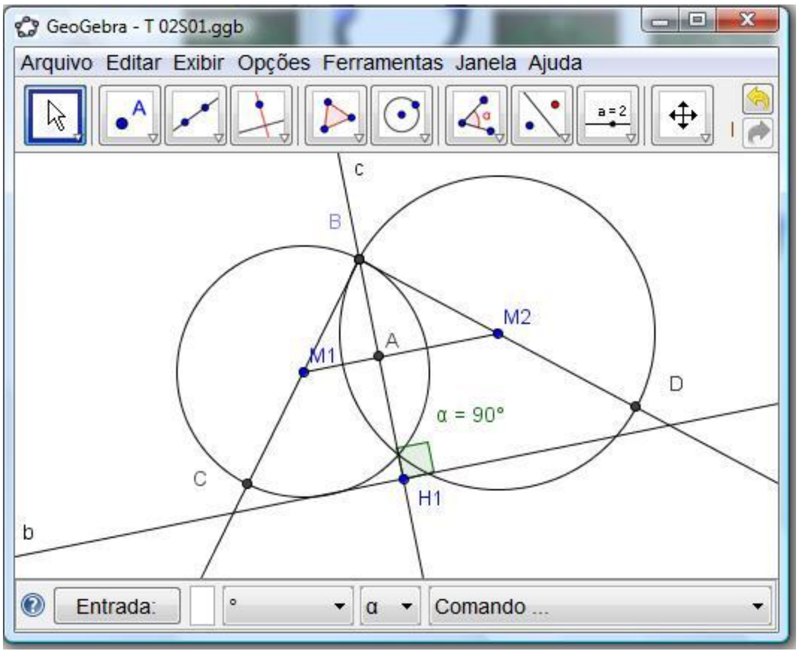


Figura 33 – Solução do grupo A após o questionamento feito pelo professor

O professor instigou o grupo A a rever os passo utilizados na construção e evidenciou a dependência adquirida pelas construções geométricas realizadas no software.

A solução apresentada pelo grupo C foi semelhante à solução apresentada pelo grupo B.

É importante ressaltar que todos os alunos visualizaram os links disponibilizados para ajuda, mas os mesmos não mencionaram durante a plenária se as informações contidas nos applets foram utilizadas ou não no desenvolver da tarefa.

5.3.3 - Tarefa 03: Desafio "ponto médio" – polígonos

A Tarefa 03 apresentou conduta semelhante à constituída pela Tarefa 02 e procurou dar continuidade às experimentações vivenciadas na Tarefa 01 colocando em evidencia polígonos como triângulo equilátero, quadrado e pentágono.

A tarefa foi dividida em 3 etapas e apresentada aos alunos como se vê na Figura 34.

Tarefa 03 - Desafio "ponto médio" - Polígonos

Tarefa 3.1 - Ponto médio - Triângulo equilátero

Tente determinar o triângulo equilátero ABC a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 é o ponto médio do lado AB do triângulo ABC.
2ª informação - o ponto M2 é o ponto médio do lado AC do triângulo ABC.

Link para: *Tarefa 3.1*

Tarefa 3.2 - Ponto médio - Quadrado

Tente determinar o quadrado equilátero ABCD a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 é o ponto médio do lado AB do quadrado ABCD.
2ª informação - o ponto M2 é o ponto médio do lado BC do quadrado ABCD.
3ª informação - o ponto M3 é o ponto médio do lado CD do quadrado ABCD.

Link para: *Tarefa 3.2*

Tarefa 3.3 - Ponto médio - Pentágono

Tente determinar o pentágono regular ABCDE a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 é o ponto médio do lado AB do pentágono ABCDE.
2ª informação - o ponto M2 é o ponto médio do lado BC do pentágono ABCDE.
3ª informação - o ponto M3 é o ponto médio do lado CD do pentágono ABCDE.
4ª informação - o ponto M4 é o ponto médio do lado DE do pentágono ABCDE.

Link para: *Tarefa 3.3*

Figura 34 – Recorte do esquema constituído para Tarefa 03

Os arquivos '.ggb' disponibilizados para a Tarefa 03 mantiveram as características assumidas na Tarefa 02 fixando os pontos e impedindo o arrastar dos mesmos.

As experimentações e conjecturas vivenciadas nas Tarefas 01 e 02 possibilitaram um transitar natural dos grupos no transcorrer das soluções apresentadas. O uso de construções auxiliares tornou-se uma ferramenta bastante utilizada entre os grupos.

Os grupos foram assim constituídos: grupo A – alunos A11, B41, B61 e C31; grupo B – alunos B32, B51 e B72; grupo C – alunos B11, B21 e C11. Os alunos C23, C43 e C57 não participaram da tarefa por motivos particulares.

Na primeira etapa da Tarefa 03 o pesquisador realizou intervenções dentro dos grupos e posteriormente buscou socializar os diálogos através das plenárias acompanhadas por toda a turma e expostas em uma tela com o auxilio do projetor.

Diálogo observado no interior do grupo A:

> [Aluno A11:] “vamos realizar uma construção auxiliar” [Aluno B41:] “vou fazer um triângulo e determinar o ponto médio de 2 lados. Essa tarefa é quase igual a primeira tarefa, o desafio das arvores” [Aluno B61:] “aqui o triângulo é equilátero, e temos 2 pontos.” [Aluno C31:] “olha só!...na construção auxiliar temos 4 triângulos equiláteros, acho que é isso mesmo!” [Aluno C31:] “o segmento DE é paralelo ao lado BC, tem um monte de ângulo de 60º ai” [Aluno B61:] “se conseguirmos construir 2 ângulos de 60º resolvemos a tarefa” [Aluno A11:] “não entendi?” [Aluno B61:] “olha só!...com os pontos M1 e M2 temos um segmento, fazemos um ângulo de 60º para baixo e um para cima e depois a mediatriz desse segmento. Olha na sua construção auxiliar” [Aluno C31:] “É mesmo!...como se tivéssemos determinando a altura do triângulo, entende? [Aluno A11:] “você entendeu isso B41?” [Aluno B41:] “mas como vamos fazer o ângulo de 60º” [Aluno B61:] “vou usar a ferramenta ângulo com amplitude fixa”. Ver Figura 35:”.

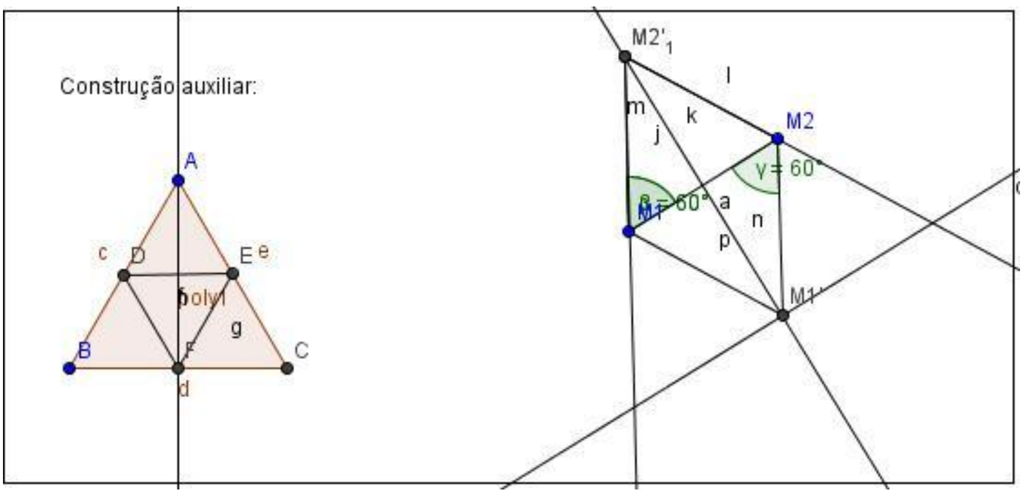


Figura 35 – Solução obtida pelo aluno B61 do grupo A

O grupo A partiu de conjecturas observadas na primeira tarefa (paralelismo entre os segmentos DE e BC obtidos na construção auxiliar) para o transcorrer da solução apresentada. O grupo mostrou segurança na utilização da ferramenta “ângulo com amplitude fixa” e nas identificações dos segmentos paralelos e da altura do triângulo.

Diálogo observado no interior do grupo B:

> [Aluno B51:] “vamos lá gente: a primeira coisa é sempre construir uma figura auxiliar...rsrs” [Aluno B32:] “isso mesmo!” [Aluno B72:] “acho que já resolvi...fiz duas circunferências aqui...pronto agora é só movimentar e verificar se vai dar certo.” [Aluno B51:] “como você construiu essas circunferências?” [Aluno B72:] “centro em E passando por C e centro em D passando por C.” [Aluno B32:] “é mesmo! Acho que você resolveu, porque a medida do segmento DE é a metade do lado do triângulo ABC” [Aluno B72:] “pronto é só fazer uma circunferência de centros em M1 e passando por M2 e uma segunda circunferência de centro em M2 passando por M1, depois uma reta paralela ao segmento M1M2 passando por F interseção entre as circunferências. Vou resolver tudo usando circunferência...rsrs. Ver Figura 36:”.

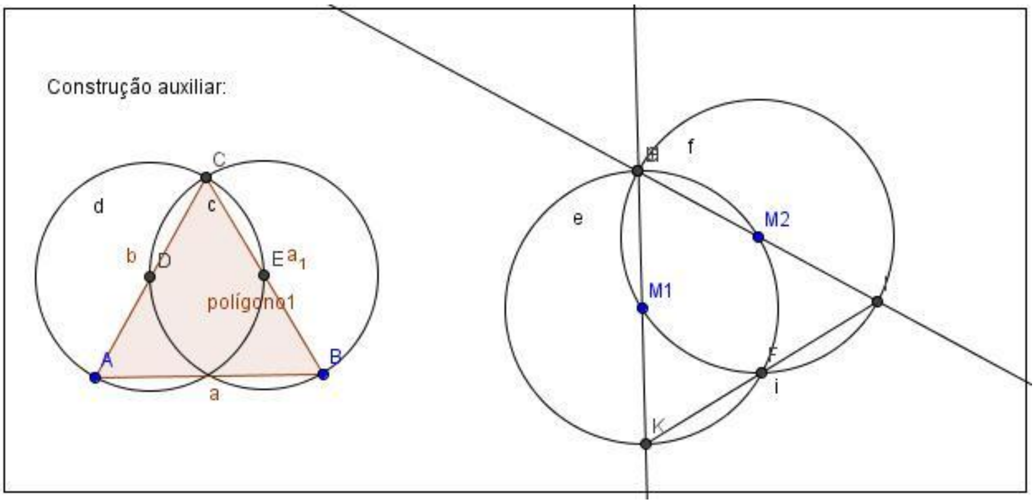


Figura 36 – Solução obtida pelo aluno B72 do grupo B

O grupo B levantou conjecturas em torno da relação entre o segmento M1M2 e o lado do triângulo procurado. O aluno B72 destacou o uso da circunferência e complementou a solução com o uso das retas paralelas.

Diálogo observado no interior do grupo C:

> [Aluno B11:] “fiz um triângulo equilátero e determinei o ponto medio para 2 lados e tirei as medida dos lados e do segmento. Olha só o que aconteceu!” [Aluno B21:] “vou fazer o mesmo e movimentar o triângulo.” [Aluno C11:] “isso acontece porque esse triângulo ADE é também equilátero, é por causa das retas paralelas...lá do desafio da árvores, lembram?” [Aluno B21:] “legal!...vamos utilizar a circunferência para determinar a solução. Ver Figura 37:”.

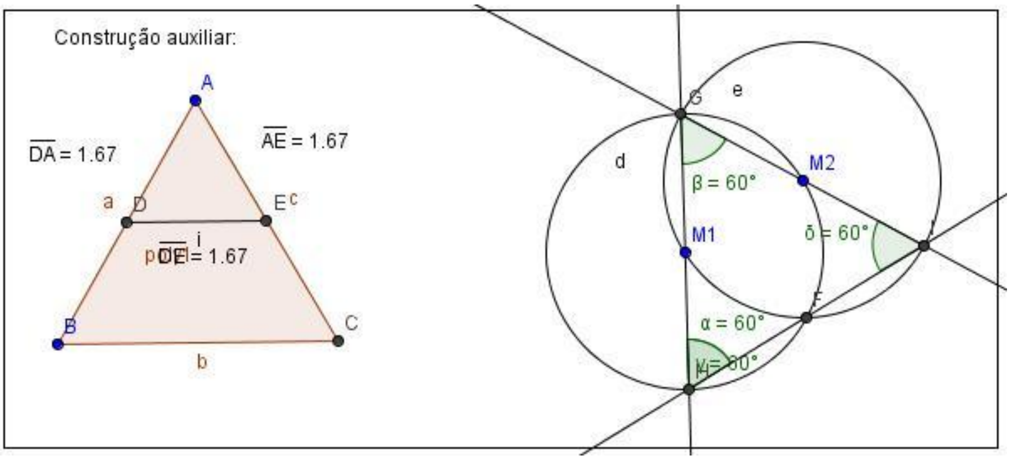


Figura 37 – Solução obtida pelo aluno C11 do grupo C

O grupo C percebeu a relação entre os triângulos ADE e ABC obtidos na construção auxiliar, e posteriormente lançou mão da circunferência para solucionar a tarefa.

As etapas 3.2 e 3.3 modificaram as ações no interior de cada grupo, os alunos passaram a subdividir as etapas e posteriormente socializar as soluções constituídas. O esquema adotado pelos grupos dificultou as observações feitas pelo pesquisador. Em decorrência da dinâmica apresentada nas etapas 3.2 e 3.3 o pesquisador optou por constituir uma plenária e socializar as soluções encontradas pelos 3 grupos. Os alunos B61, B72 e C11 se disponibilizaram a comentar as soluções encontradas respectivamente pelos grupos A, B e C.

Solução apresentada pelo aluno B61 do grupo A para etapa 3.2:

> [Aluno B61, construção auxiliar:] “fiz um quadrado e seus pontos médios, depois ligamos os pontos médios formando quatro quadrados e observamos um ângulo de 45º” [Aluno B61, solução apresentada:] “segmento de reta de M1 a M2, depois ponto médio e outro segmento. Agora o ângulo de 45º com a ferramenta (ângulo com amplitude fixa) e depois retas paralelas aos segmentos para determinar o quadrado. Ver Figura 38:”.

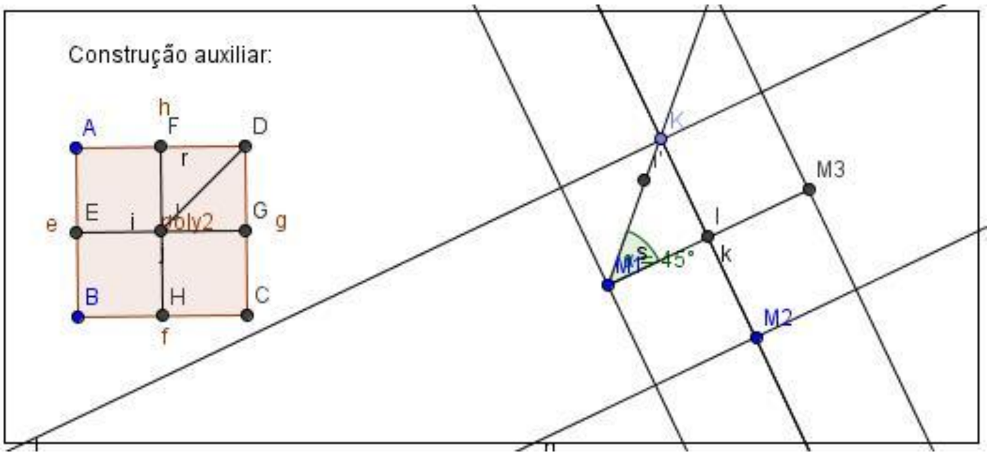


Figura 38 – Solução obtida pelo aluno B61 do grupo A

O grupo A fez uso de retas perpendiculares, retas paralelas e a ferramenta “ângulo com amplitude fixa” (ângulo de 45º). Os integrantes do grupo não descartaram outras regularidades no quadrado, mas optaram por esse caminho para a obtenção da solução.

Solução apresentada pelo aluno B72 do grupo B para etapa 3.2:

> [Aluno B72, construção auxiliar:] “fiz um quadrado e seus pontos médios, depois comecei a fazer as circunferências. Circunferência com centro no meio do quadrado e passando pelos pontos médios e com centro nos pontos médios e passando por outros dois pontos médios. Depois arrastamos. [Aluno B72, solução apresentada:] “Uma circunferência de centro em M1 e passando por M2 e uma circunferência de centro em M2 e passando por M1. Depois retas perpendiculares e circunferência para determinar os vértices. Ver Figura 39:”.

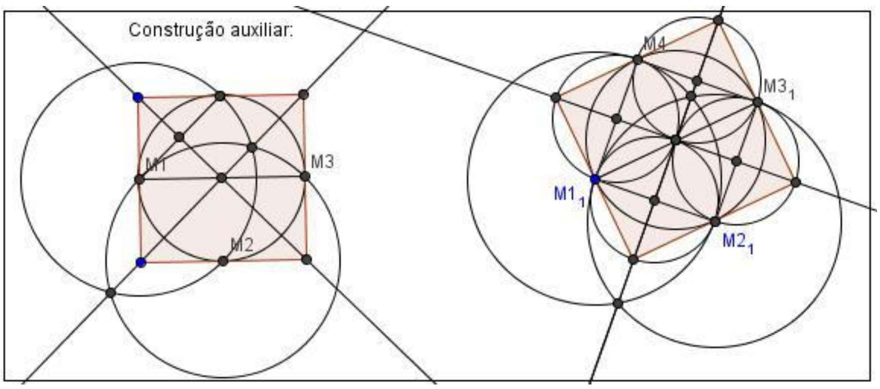


Figura 39 – Solução obtida pelo aluno B72 do grupo B

A solução do grupo B fez uso de circunferências e retas perpendiculares. O aluno B72 demonstrou uma preocupação em utilizar a circunferência durante a solução e posteriormente junto com o professor deixou escapar que exagerou nas construções de circunferência confundindo parte de seu grupo, mas mostrou-se seguro sobre o seu entendimento.

Solução apresentada pelo aluno C11 do grupo C para etapa 3.2:

> [Aluno C11, construção auxiliar:] "um quadrado e seus pontos médios, um polígono formado por 3 de seus pontos médios, pois é isso que tínhamos na tarefa né professor!...assim, arrastamos depois tudo." [Aluno C11, solução apresentada:] "um polígono formado por M1, M2 e M3 ...o ponto médio do lado M1M3 e uma circunferência de centro nesse ponto médio e passando por um dos pontos M1, M2 ou M3. Agora retas paralelas e pronto! Ver Figura 40:".

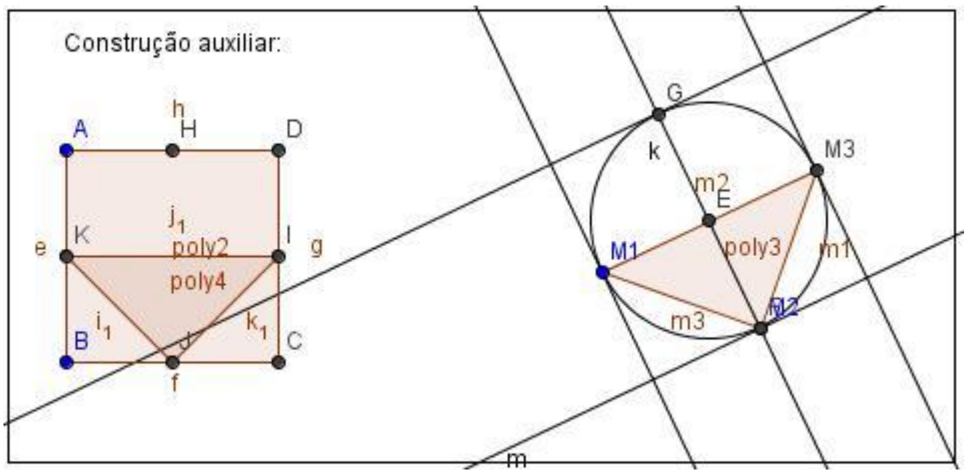


Figura 40 – Solução obtida pelo aluno C11 do grupo C

O grupo C fez uso da ferramenta ponto médio polígono, circunferência e retas paralelas. A plenária transcorrida foi permeada por justificativas para as regularidades observadas no interior do quadrado e de como o uso da circunferência, retas paralelas e perpendiculares acompanham as soluções apresentadas até o momento.

Solução apresentada pelo aluno B61 do grupo A para etapa 3.3:

> [Aluno B61, construção auxiliar:] “com a ferramenta polígono regular construímos um pentágono e depois determinamos o ponto médio de cada lado com a ferramenta ponto médio de um segmento. Construímos uma circunferência passando por 3 pontos médios (ferramenta circulo definido por três pontos), um triângulo formado por 3 pontos médios, uma reta formada por um ponto médio e um ponto do hexágono procurado.” [Aluno B61, solução apresentada:] “uma circunferência definida pelos pontos M1, M2 e M3, um segmento M1 e M4 e sua mediatriz...assim temos o um polígono formado por M1, M2 e M3 ...o ponto médio do segmento M1M4 ...assim encontramos o quinto ponto médio na intersecção entre a circunferência. Chegamos agora no pentágono de dentro da circunferência...ai depois foi só fazer retas paralelas. Ver Figura 41:”.

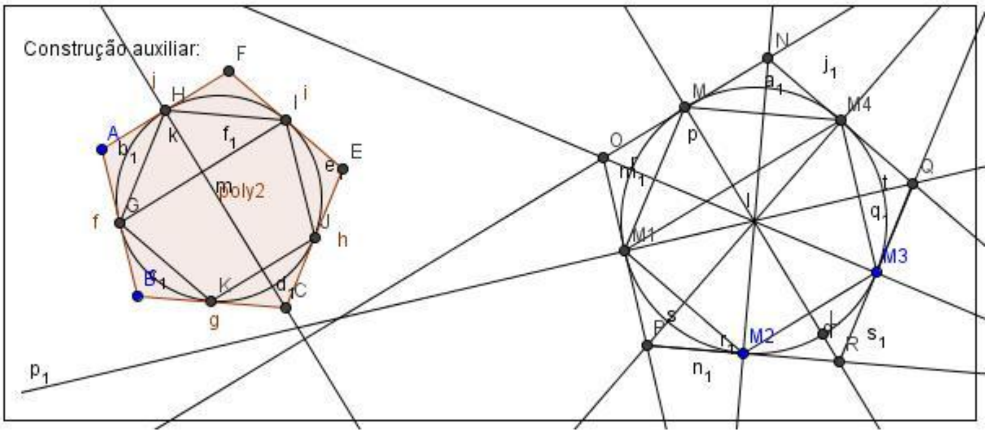


Figura 41 – Solução obtida pelo aluno B61 do grupo A

A solução apresentada pelo grupo A partiu da obtenção da circunferência inscrita no pentágono, com o uso da ferramenta “circulo definido por três pontos”. A obtenção do quinto ponto médio para o lado do pentágono procurado é decorrente da interseção entre a circunferência e a mediatriz do segmento FI. O resultado final foi decorrente do paralelismo entre os lados do pentágono inscrito na circunferência e os lados do pentágono procurado. As regularidades observadas na figura auxiliar determinaram o uso das retas paralelas, circunferência e mediatriz na solução apresentada pelo grupo A. Ver Figura 41.

Solução apresentada pelo aluno B72 do grupo B para etapa 3.3:

[Aluno B72, construção auxiliar:] “professor fizemos o mesmo que o grupo A para determinar o pentágono e seus pontos médios, mas depois construímos 2 circunferências com centro em 2 pontos médios e passando pelos outros 2...depois foi só arrastar e já sabíamos como resolver.” [Aluno B72, solução apresentada:] “uma circunferência de centro em M4 e passando por M3 e outra com centro em M1 e passando por M2...assim encontramos na intersecção entre elas o quinto ponto médio e construímos um pentágono...depois retas paralelas né! Ver Figura 42:”.

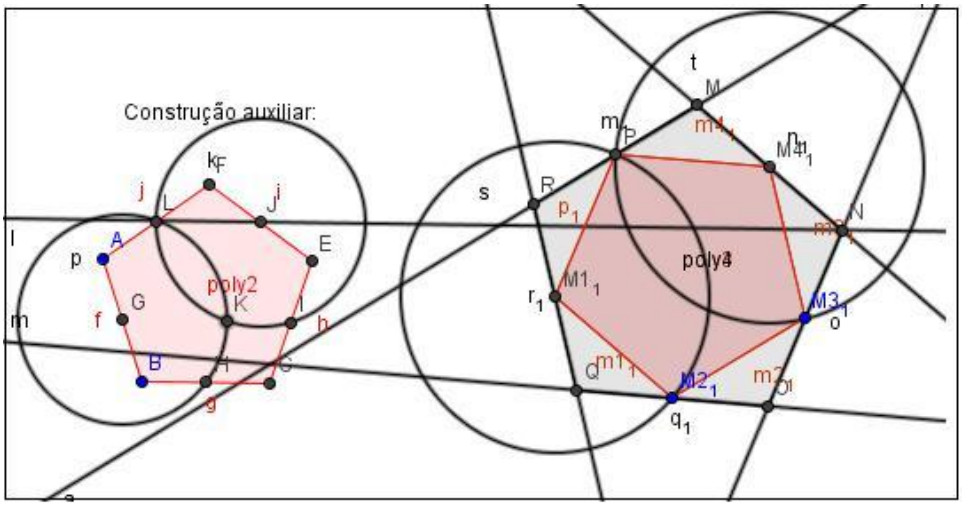


Figura 42 – Solução obtida pelo aluno B72 do grupo B

A solução constituída pelo grupo B busca a obtenção do quinto ponto médio para o lado do pentágono procurado através da interseção entre as circunferências de centro em M1 e passando por M2 e centro em M4 e passando por M3. Para obtenção do pentágono procurado o grupo B procedeu de maneira semelhante ao grupo A, observou o paralelismo entre o pentágono constituído pelos pontos médios e o pentágono procurado. Ver Figura 42.

Solução apresentada pelo aluno C11 do grupo C para etapa 3.3:

[Aluno C11, construção auxiliar:] “professor fizemos o mesmo que os 2 grupos para determinar o pentágono e seus pontos médios, mas depois utilizamos a ferramenta circulo definido por 3 pontos.” [Aluno C11, solução apresentada:] “uma circunferência definida pelos pontos M1, M2 e M4 e uma outra de centro em M4 e passando por M3...o quinto ponto médio veio da intersecção entre elas....depois terminamos com as retas paralelas. Ver Figura 43:”.

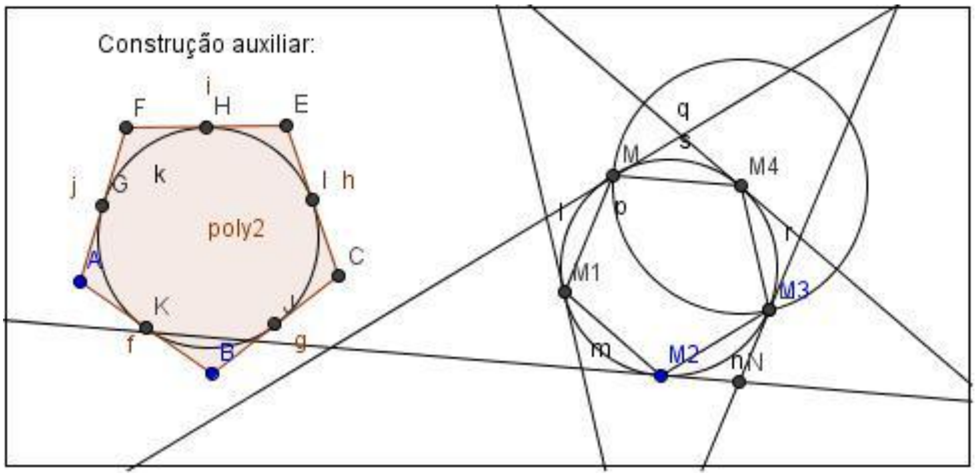


Figura 43 – Solução obtida pelo aluno C11 do grupo C

A solução apresentada pelo grupo C difere das demais pela maneira como determina o quinto ponto médio para o lado do pentágono procurado. Após ter utilizado a ferramenta “circulo dados três pontos” o grupo visualizou a interseção entre a circunferência que corta os pontos médios e a circunferência de centro em M4 e passando por M3, como o quinto ponto procurado. Ver Figura 42.

A plenária transcorrida foi permeada por diálogos envolvendo o paralelismo existente entre os pentágonos inscritos e circunscritos à circunferência constituída por três dos pontos médios fornecidos na tarefa.

5.3.4 - Tarefa 04: Circunferência

A Tarefa 04 buscou fomentar as discussões ocorridas nas plenárias anteriores e incitar os significados adquiridos para o conceito de circunferência. A tarefa foi dividida em 2 etapas e apresentada aos alunos como se vê na Figura 44.

Tarefa 04 - Circunferência -

Tarefa 4.1 - Dois pontos - Raio medindo 4 cm

Tente determinar uma circunferência (c) de centro em O e raio medindo 4 cm, a partir das seguintes informações:
1ª informação - o ponto M1 pertence a circunferência (c).
2ª informação - o ponto M2 pertence a circunferência (c).

Link para: Tarefa 4.1

Tarefa 4.2 - Circunferência - Triângulo qualquer

Tente determinar uma circunferência (c) de centro em O, a partir das seguintes informações:
1ª informação - o ponto M1 pertence a circunferência (c).
2ª informação - o ponto M2 pertence a circunferência (c).
3ª informação - o ponto M3 pertence a circunferência (c).

OBS: Os pontos M1, M2 e M3 constituem os vértices de um triângulo qualquer.

Link para: Tarefa 4.2

Figura 44 – Recorte do esquema constituído para Tarefa 04

Os arquivos '.ggb' disponibilizados para a Tarefa 04 mantiveram as características assumidas na Tarefa 03 fixando os pontos e impedindo o arrastar dos mesmos.

Os alunos A11, B61, B32 e C57 não participaram da tarefa por motivos particulares. Os alunos C23 e C43 demonstraram dificuldades no transcorrer, pois os mesmos não participaram dos últimos 3 encontros. As regularidades e conjecturas ocorridas nas tarefas anteriores constituíram o inicio das atividades desenvolvidas na Tarefa 04, o pesquisador expôs de maneira resumida o ocorrido nos últimos 3 encontros.

Durante a exposição do pesquisador o diálogo para a solução da primeira etapa da tarefa surge de maneira natural e a constituição dos grupos é deixada de lado pelos alunos. Os alunos passaram a expor seus comentários frente todo o grupo. O projetor foi utilizado pelo pesquisador e o transcorrer da solução da primeira etapa da Tarefa 04 foi constituída pelas falas dos alunos e exposta pelo pesquisador no projetor. Uma nova dinâmica tomou conta da sala de informática.

Diálogo observado no interior da plenária referente à primeira etapa da Tarefa 04:

[Aluno B72:] “primeiro uma construção auxiliar, uma circunferência de 4cm de raio” [Aluno B51:] “coloca dois pontos ai na circunferência” [Aluno C11:] “não coloca muito longe um do outro...entende? [Aluno B51:] “a distância não pode ser maior que 8 cm, né professor? [O pesquisador realiza a construção sugerida e arrasta um dos pontos sobre a circunferência até que os alunos fiquem satisfeitos com a distância entre os mesmo.]

[Aluno B72:] “olha só!...agora é só fazer duas circunferências de centro nesses pontos e com raio 4 cm que vamos determinar o centro da circunferência procurada. [Aluno B51:] “o centro da circunferência procurada está na intersecção. É por isso que falei dos 8 cm, entende?” Ver Figura 45:”.

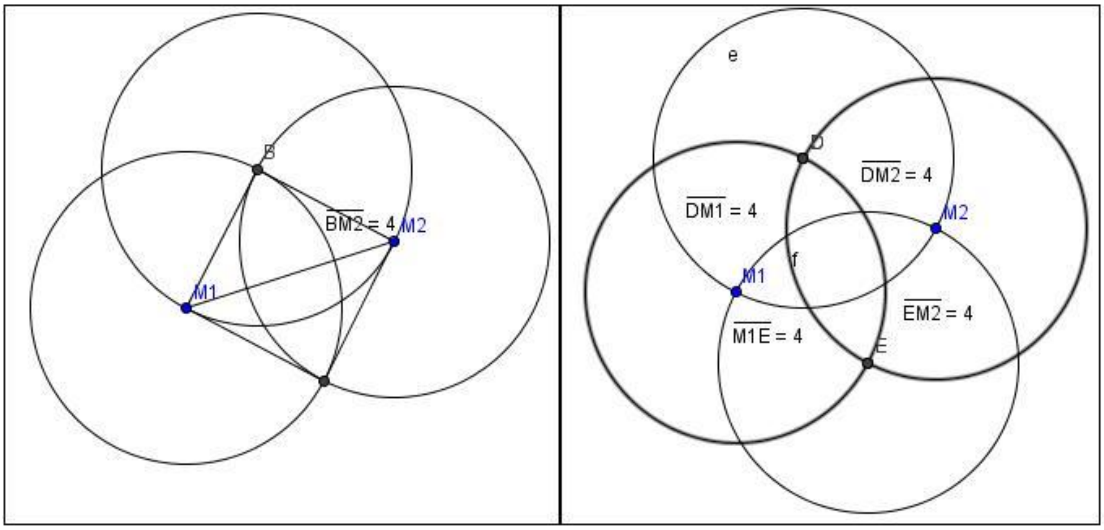


Figura 45 – Solução obtida pelo grupo após a plenária

A segunda etapa da tarefa procurou questionar o uso da ferramenta “círculo definido por dois pontos”, bastante utilizada na tarefa anterior.

Diálogo observado no interior da plenária referente à segunda etapa da Tarefa 04:

[Aluno C11:] “faz uma construção auxiliar aí professor, agora começa fazendo um triângulo qualquer” [Aluno B72:] “mas porque começar do triângulo qualquer?” [Aluno C11:] “porque eu acho que consigo determinar a circunferência depois, tipo fazendo o encontro das bissetrizes, mediatrizes ou sei lá das alturas...rsrs...lembro que vi isso em algum lugar” [Aluno B21:] “podemos fazer isso e depois movimentar para ver o que acontece. Ver Figura 46:”.

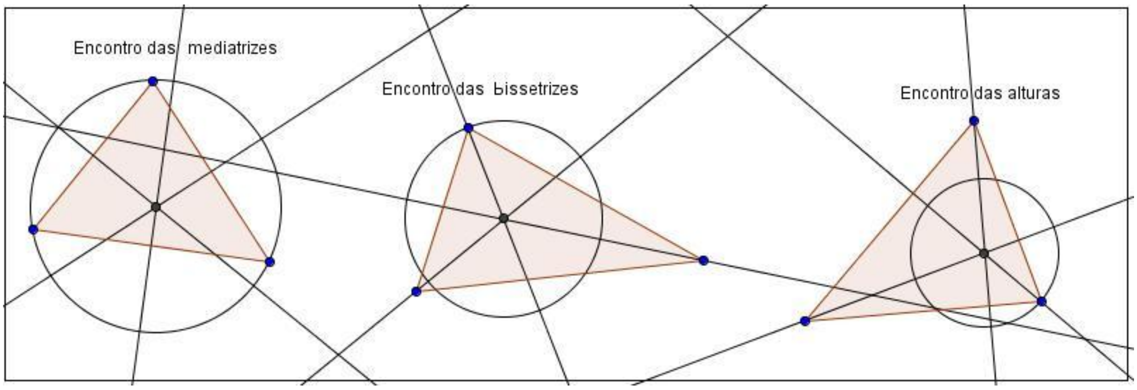


Figura 46 – Construção auxiliar feita para segunda etapa da Tarefa 04

O arrastar e o deslumbramento do uso das mediatrizes como parte do desenvolvimento para obtenção da circunferência foi dito como certo por todos, mas a plenária toma um novo rumo após a sugestão feita por um dos alunos.

Continuação da plenária referente à segunda etapa da Tarefa 04:

> [Aluno B72:] “professor pensei em construir uma circunferência e 3 pontos sobre ela...assim um triângulo e depois arrastar” [Aluno C11:] “legal...será que podemos entender porque usar a mediatriz?” [Aluno B61:] “podemos fazer o raio da circunferência, ou seja, ligar os 3 pontos que formam o triângulo ao centro da circunferência e arrastar” [Aluno B72:] “professor tira a medida de 2 ângulos de um desses triângulos menores, acho que são iguais, por causa dos raios! Ver Figura 47:” [O pesquisador acompanhou toda a discussão efetuando os passos no projetor e realizando o arrastar quando solicitado. Aluno B72:] “professor acho que entendi!...a mediatriz divide esse triângulo isósceles em 2 triângulos iguais...isso vai acontecer para os outros triângulos também.”

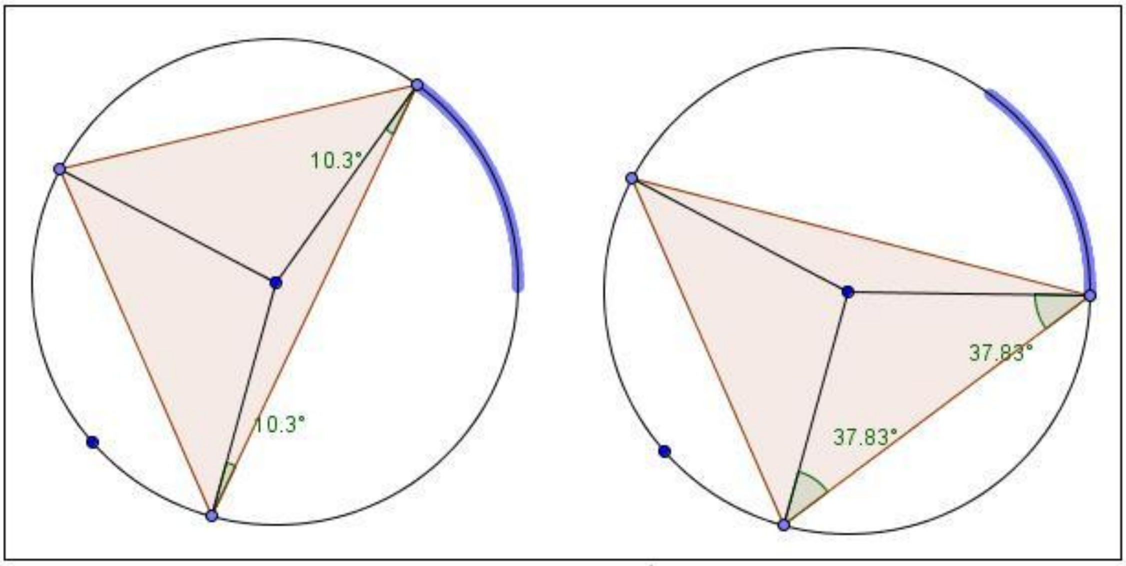


Figura 47 – O arrastar da construção sugerida após todo o diálogo na plenária

Um novo desenho foi constituído após a fala do aluno B72 e a justificativa para o uso da mediatriz parece ser entendida por todos do grupo. Ver Figura 48:

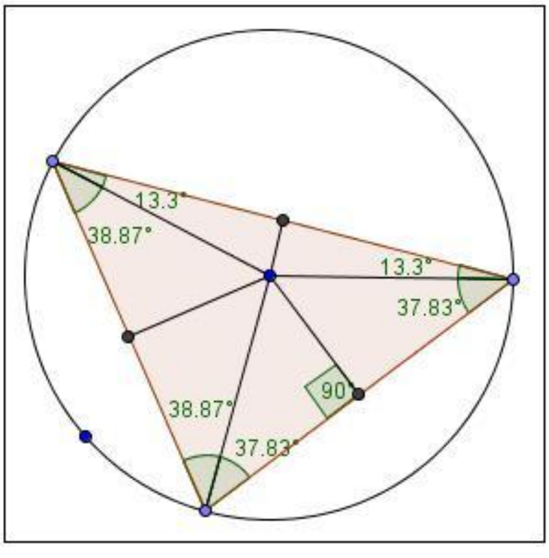


Figura 48 – Construção final transcrita pelo aluno B72

O arrastar e as ferramentas disponíveis no software tornaram a investigação em torno do uso da mediatriz uma questão natural para os alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa, de caráter qualitativo, almejou, através de atividades e tarefas de cunho investigativo, um ambiente colaborativo para a manipulação do software geogebra, o qual contribuísse para sedimentar o ensino e aprendizagem de conceitos ligados à geometria como: triângulos, circunferência, bissetriz de um ângulo, mediatriz de um segmento e retas paralelas.

No transcorrer das interações vivenciadas entre o grupo de alunos e o pesquisador, ficou nítida a relevância da postura colaborativa proporcionada pelas atividades e tarefas.

As denominadas atividades iniciais constituídas de forma tutorial, proporcionaram uma familiaridade com o software geogebra e posteriormente uma experimentação e interatividade proporcionada pelo recurso “arrastar” disponível no software.

As tarefas formuladas de cunho investigativo desencadearam discussões e interatividades que permearam a busca por um ambiente colaborativo, evidenciando a utilização do software geogebra.

O trabalho com as tarefas geométricas mediadas pelo software geogebra foi primordial para a consolidação de alguns conceitos ligados à circunferência, por exemplo. Os alunos tiveram a oportunidade de validar suas hipóteses, conjecturar sobre possíveis caminhos para a solução das tarefas e discutir de forma colaborativa suas soluções encontradas. A relação entre as conjecturas levantadas no transcorrer da pesquisa, evidenciou a recorrência dos alunos às tarefas anteriores ou à conceitos percebidos durante as plenárias, para dar continuidade à solução de uma tarefa nova a qual se debruçavam.

A utilização do recurso “arrastar” disponível no software geogebra possibilitou aos alunos, desenvolver uma autonomia para experimentar e validar as suas conjecturas. Contribuiu, também, para revisar os conceitos de triângulos, circunferência, bissetriz de um ângulo, mediatriz de um segmento e retas paralelas, quando os mesmos apresentavam-se como conceitos necessários para o transcorrer das soluções propostas.

É importante destacar a mudança de comportamento percebida entre o grupo de alunos, e até mesmo relativa ao pesquisador, no momento de transcender as atividades iniciais às tarefas de cunho investigativo. O trabalho individual, ocorrido durante as atividades iniciais, a busca por uma solução a qual posteriormente seria discutida durante as reflexões propostas pelo pesquisador foram deixadas de lado ao se apresentar da primeira tarefa.

As tarefas de cunho investigativo modificaram a postura assumida pelo grupo de alunos; as interações e a colaboração entre os alunos ganharam força dentro das soluções procuradas. A constituição da primeira plenária e as muitas intervenções feitas pelos alunos mostraram segurança dos mesmos diante de conceitos utilizados no transcorrer da pesquisa.

É relevante descrever a escolha do pesquisador por socializar as discussões realizadas dentro dos subgrupos constituídos durante a pesquisa, pois esses momentos foram essências para construção e desenvolver das soluções apresentadas por cada subgrupo.

Destaca-se também o transitar do pesquisador diante da constituição dos subgrupos no transcorrer das Tarefas 01, 02 e até parte da Tarefa 03, em que, a partir desse momento constitui-se um grupo único e pronto para interagir no desenvolver das plenárias. Com isto, o professor reagiu sempre de forma passiva, dando credibilidade às ações emergentes no interior do grupo.

É necessário destacar a forma segura como os alunos interagiram durante a última tarefa (Tarefa 04), validando suas conjecturas através do software geogebra e utilizando conceitos para soluções propostas. Percebe-se assim a relação de continuidade vivenciada pelos alunos no transcorrer das atividades e tarefas, as quais proporcionaram aos mesmos, mudanças de comportamento e posicionamento em relação aos conceitos.

A sequencia de atividades e tarefas propostas na pesquisa caracterizaram uma forma de trabalho com o software geogebra, sendo que seus recursos foram reconhecidos durante as atividades e as tarefas ficaram encarregadas de fomentar as experimentações e possibilitar o ambiente colaborativo entre os alunos, professor e TICs.

Destaca-se como relevante durante a pesquisa alguns detalhes que acompanharam o desenvolver das atividades e tarefas no ambiente com as TICs, são eles:

- dificuldade apresentada pelos alunos na utilização do mouse;

- incompatibilidade de softwares com o sistema operacional Linux;

- fez-se necessário o reiniciar de algumas máquinas no laboratório de informática em decorrência do travamento de vários computadores;

- em alguns momentos fez-se uso de material impresso, pois a internet não se encontrava disponível;

Com isto, a gama de significados oriundos desta experiência trazida aqui como objeto da presente pesquisa, confere à carreira docente do pesquisador, aos demais professores de matemática que possam ser leitores deste trabalho, um contributo de valor em prol da área de Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Ivanildo Basílio de. **Uma abordagem para prova com construções geométricas e cabri-gèométre.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

ARAÚJO, Péricles Bedretchuk. **Situações de aprendizagem: a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais de aprendizagem.** Seropédica, RJ: Editora Universidade Rural, 2007.

BORBA, Marcelo de Carvalho; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. **Educação a distância online.** 2ª edição, Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática**. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. 2002a, p 135-146.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 2).

CURY, Helena Noronha; Silva, Priscila Nitibailoff da; **Análise de erros em Resolução de Problemas: uma experiência de estágio em um curso de licenciatura em matemática**. R. B. E. C. T (Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia), v. 1, n°. 1, jan/abr., 2008.

DEMO, Pedro. **Complexidade e aprendizagem: a dinâmica não linear do conhecimento.** São Paulo: Atlas, 2002.

DEITEL, Harvey. M; DEITEL, Paul. J. **Java, como programar.** Tradução de Carlos Arthur Lang Lisboa. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2003.

DIAS, Mônica Souto da Silva. **Um estudo da demonstração no contexto da licenciatura em matemática: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.

DINIZ, Maria Ignez de Souza; **Resolução de problemas de matemática elementar.** IME-USP.(s/d).

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção Leitura)

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados.** In: IV Congresso RIBIE, Brasília 1998. Disponível em: http://lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342413933117.PDF. Acesso em janeiro de 2012.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2001.

__________. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria.** Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte, Brasil, nov 1996. Disponível em: http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/Image/conteudo/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF. Acesso em janeiro de 2012.

KENSKI, Vani Moreira. **Tecnologias e ensino presencial e a distância.** 8ª edição, Campinas: Papirus, 2003.

__________. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação.** 6ª edição, Campinas: Papirus, 2007.

KOPKE, Regina Coeli Moraes. **Geometria, Desenho, Escola e Transdisciplinaridade: abordagens possíveis para a Educação.** (Tese de Doutorado). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2006.

KOPKE, Regina Coeli Moraes; PRAÇA, Élida Tamara Prata de Oliveira ; PEREIRA, Thales de Lélis Martins; CORRÊA, Aline Moreira de Paiva . **Professores de Matemática Desenhadores**. Graphica Rio. 2011.

HUAMÁN HUANCA, Roger Ruben. **Um olhar para a sala de aula a partir da Resolução de Problemas e Modelagem Matemática**. In: I Seminário em Resolução de Problemas. Unesp de Rio Claro/SP, s/d.

LÉVY, Pierre. **As Tecnologias da inteligência. O futuro do pensamento na era da informática.** Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

__________. **O que é o virtual?.** Trad. Pedro Neves. São Paulo: Editora 34, 1996. 160 p. (coleção TRANS)

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos Tarciso; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas.** 10ª edição, Campinas: Papirus, 2000.

NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa; ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de; **Aprendendo matemática com o Geogebra.** São Paulo: Editora Exato, 2010.

OLIVEIRA, Gerson Pastre de. **Avaliação em cursos on-line colaborativos: uma abordagem multidimensional.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade de São Paulo. São Paulo, 2007.

PAPERT, Seymour. **A Máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Porto Alegre: Brasil. Artes Médicas, 1994.

Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática: Ensino de 5ª. A 8ª. séries / Secretária de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

PEREZ, Geraldo. Prática reflexiva do professor de matemática. In BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. e BORBA, Marcelo de Carvalho (orgs). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. **Adiante, Thales, acertei a ordem alfabética dos autores com 'P'....observe....**

POLYA, George; **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

__________. **How to Solve It?,** 2º ed, New York: Double Anchor Boock, 1957.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo Almeida. **A escrita e o pensamento matemático: Interações potencialidades.** Campinas: Papirus, 2006.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo Almeida. **A escrita e o pensamento matemático: Interações potencialidades.** Campinas: Papirus, 2006.

POLYA, George; **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

__________. **How to Solve It?,** 2º ed, New York: Double Anchor Boock, 1957.

RAMAL, Andrea Cecilia. **O professor do próximo milênio.** In: Revistas Aulas e Cursos (UOL), Disponível em: http:/www.uol.com.br/aulasecursos. Acesso em agosto, 2000.

RESNIK, Lauren. & COLLINS, Allan. Cognición y Aprendizaje. In: **Anuário Psicología**. nº. 69, p. 189-197. Barcelona: Grafiques, 1996.

RICHIT, Adriana. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2005.

SANTOS, Rosana Perleto dos. **As dificuldades e possibilidades dos professores de matemática ao utilizarem o software Geogebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SANTOS, Silvana Claudia. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria plana espacial.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2006.

VALENTE, José Armando. Org. **O Computador na sociedade do conhecimento.** Campinas: São Paulo (SP):UNICAMP/NIED, 1999.

VIEIRA, Maria João Pereira da Silva Mendes. **O estudo de Pavimentações Regurales e Semi-Regulares com Ambientes de Geometria Dinâmica.** (Dissertação de Mestrado). Universidade Nova de Lisboa. Lisboa (Portugal),. 2011.

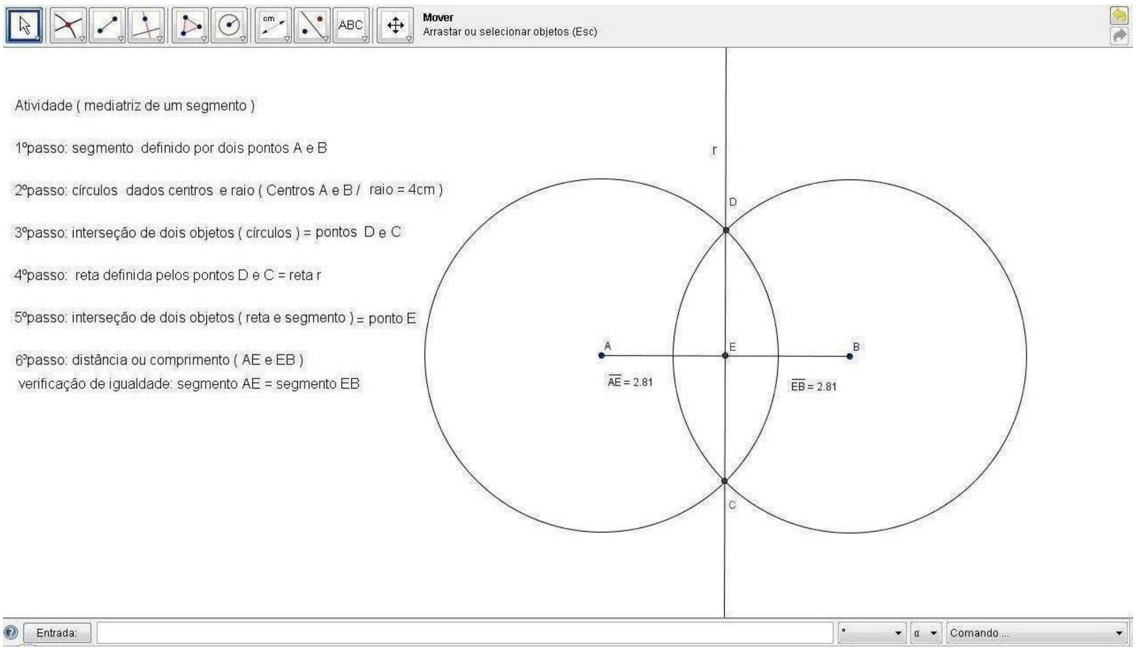
ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. **Professores de matemática que utilizam software de geometria dinâmica: suas características e perspectivas.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2002.

ANEXOS

ANEXO A – “Atividades iniciais” e “Tarefas” como expostas no espaço colaborativo.

Atividade 01 - Construção da Mediatriz de um segmento

Clique na imagem para visualizar os passos:



Pensando na construção:

1) Ative a ferramenta MOVER (caixa1) e clique sobre um dos pontos A ou B e arraste-o. O que ocorre com as medidas dos segmentos AE e EB?

---

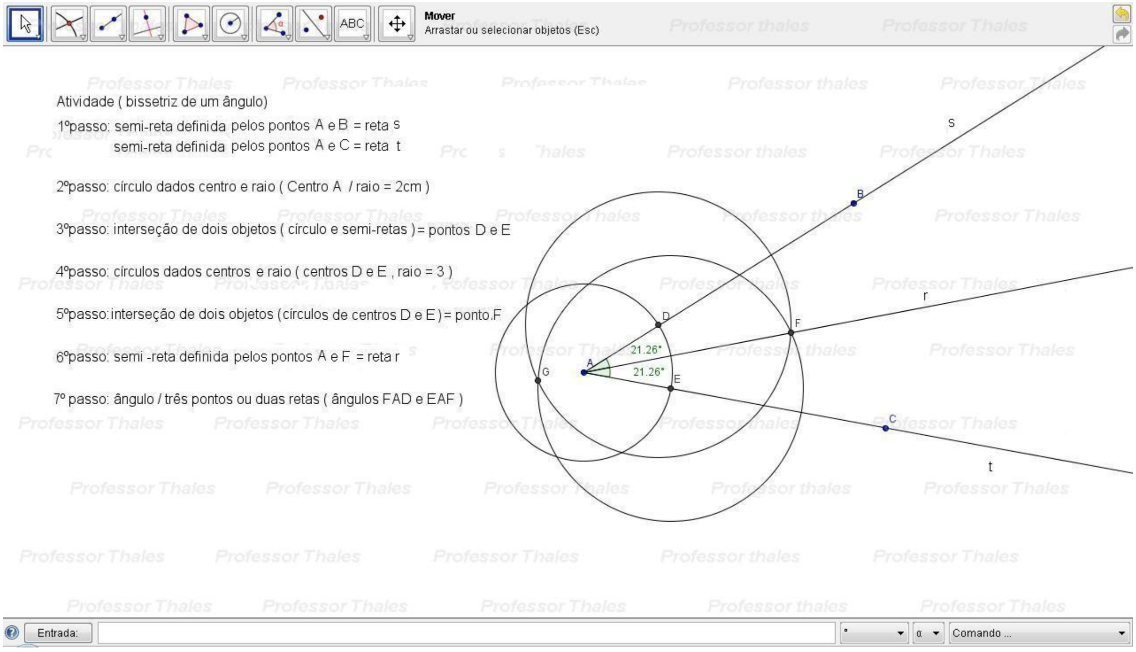
2) Pense sobre a construção feita. Por que os segmentos AE e EB ficaram com a mesma medida?
Poderia dar uma justificativa para a construção? Troque ideias com seu professor e leve em conta
as duas circunferências construídas.

---

3) Que tal medir os ângulos DEB e DEA usando a ferramenta ÂNGULO. O que você observa?
Qual é a medida dos ângulos?

Atividade 02 - Construção da Bissetriz de um ângulo

Clique na imagem para visualizar os passos:



1) Ative a ferramenta MOVER (caixa1)e clique sobre um dos pontos A, B ou C e arraste-o. O que ocorre com as medidas dos ângulos EAF e FAD?

---

2) Porque essa construção gera uma bissetriz?

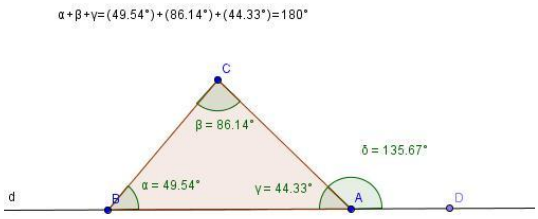
---

3) Que tal medir o ângulo EAD usando a ferramenta ÂNGULO. O que você observa?
Qual é a relação entre a medida dos ângulos EAD, EAF e FAD encontrados?

Atividade 03 - Observando os ângulos de um triângulo

Proposta de trabalho
Observar os ângulos internos e externos de um triângulo ABC qualquer.
Preparação:
Abra uma janela do software geogebra.
Clique em exibir e desmarque a opção EIXOS.
Barra de ferramentas:
- Vamos construir um triângulo ABC.
- Sugerimos que selecione a ferramenta POLÍGONO e defina um triângulo de vértices A, B e C.
- Sugerimos que selecione a ferramenta ÂNGULO, com essa ferramenta é possível medir um ângulo definido por três pontos, onde o segundo ponto clicado é o vértice dele. Clique nos pontos C, A e B na respectiva ordem. Determinando assim o ângulo α = CÂB. Repita o mesmo procedimento para os outros dois outros ângulos internos do triângulo β e γ.
- Sugerimos que selecione a ferramenta INSERIR TEXTO e clique onde quer que o texto apareça. Entre com o seguinte texto: "α+β+γ=(" + α + ")+(" + β + ")+(" + γ + ")=" + (α + β + γ)
Marque a caixa LATEX e clique em OK.
- Sugerimos que selecione a ferramenta RETA DEFINIDA POR DOIS PONTOS e defina o segmento (d) de extremidades nos pontos A e B.
- Sugerimos que selecione a ferramenta NOVO PONTO e defina o ponto D sobre a reta (d) exteriormente ao segmento AB (lado do triângulo).
- Sugerimos que selecione a ferramenta ÂNGULO, com essa ferramenta é possível medir um ângulo definido por três pontos, onde o segundo ponto clicado é o vértice dele. Clique nos pontos D, A e C na respectiva ordem. Determinando assim o ângulo δ = DÂC.

Ilustração:



Pensando na construção:
1) Ative a ferramenta MOVER e clique sobre um dos pontos A, B ou C e arraste-o. O que ocorre com as medidas dos ângulos?

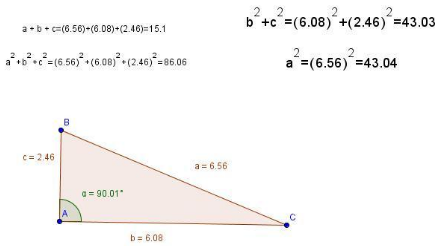
2) Pense sobre a construção feita. Observe a soma dos ângulos internos α, β e γ.
Poderia dar justificativas para as relações observadas? Discuta com seu professor.
Dica: tente observar os triângulos particulares (isósceles, escaleno e equilátero).

3) O que você pode concluir sobre os ângulos externos do triângulo ABC ? Existe alguma relação entre os ângulos externos e os ângulos internos?
Sugerimos que selecione a ferramenta INSERIR TEXTO e clique onde quer que o texto apareça. Entre com o seguinte texto: "α+γ=(" + α + ")+(" + γ + ")=" + (α + γ).
Marque a caixa LATEX e clique em OK.

Atividade 04 - Observando os lados de um triângulo

Proposta de trabalho:
Observar as medidas dos lados de um triângulo ABC qualquer.
Preparação:
Abra uma janela do software geogebra. Clique em exibir e desmarque a opção EIXOS.
Barra de ferramentas:
- Vamos construir um triângulo ABC.
- Sugerimos que selecione a ferramenta POLÍGONO e defina um triângulo de vértices A, B e C.
- Sugerimos que selecione a ferramenta DISTÂNCIA OU COMPRIMENTO, com essa ferramenta é possível medir a distância ou comprimento entre os vértices do triângulo ABC, determinando assim a medida dos lados do triângulo. Meça as distâncias AB, AC e BC (Ex: distância AB, clique sobre A e depois sobre B). Repita o mesmo procedimento para os outros dois lados do triângulo AC e BC.
- Sugerimos que selecione a ferramenta ÂNGULO, com essa ferramenta é possível medir um ângulo definido por três pontos, onde o segundo ponto clicado é o vértice dele. Clique nos pontos C, A e B na respectiva ordem. Determinando assim o ângulo α = CÂB.
- Sugerimos que selecione a ferramenta INSERIR TEXTO e clique onde quer que o texto apareça. Entre com o seguinte texto: "a + b + c=(" + a + ")+(" + b + ")+(" + c + ")=" + (a + b + c)
Marque a caixa LATEX e clique em OK.
- Sugerimos que selecione a ferramenta INSERIR TEXTO e clique onde quer que o texto apareça. Entre com o seguinte texto: "a^2 + b^2 + c^2=(" + a + ")^2+(" + b + ")^2+(" + c + ")^2=" + ($a^2 + b^2 + c^2$)
Marque a caixa LATEX e clique em OK.
- Sugerimos que selecione a ferramenta INSERIR TEXTO e clique onde quer que o texto apareça. Entre com o seguinte texto: "b^2 + c^2=(" + b + ")^2+(" + c + ")^2=" + ($b^2 + c^2$)
Marque a caixa LATEX e clique em OK.
- Sugerimos que selecione a ferramenta INSERIR TEXTO e clique onde quer que o texto apareça.
Entre com o seguinte texto: "a^2 =(" + a + ")^2=" + (a^2)
Marque a caixa LATEX e clique em OK.

Ilustração:



Pensando na construção:
1) Sugerimos que você ative a ferramenta MOVER e clique sobre um dos pontos A, B ou C e arraste-o. O que ocorre com as medidas dos lados do triângulo?

2) Pense sobre a construção feita. Observe a soma das medidas dos lados do triângulo obtido. Poderia dar justificativas para as relações observadas? Discuta com seu professor. Dica: tente observar os triângulos particulares (isósceles, escaleno e equilátero).

3) O que você pode concluir sobre os seguintes resultados:
a^2 - (quadrado do lado a)
$b^2 + c^2$ - (a soma dos quadrados dos lados b e c)
Dica: tente observar um triângulo retângulo em particular.

Tarefa 01 - O desafio das 3 árvores

As três árvores:

A lenda diz que três irmãos receberam o seguinte testamento:
Ao meu filho mais velho, deixo um pote com moedas de ouro, ao meu filho do meio, deixo um pote com moedas de prata e ao meu filho caçula deixo um pote com moedas de bronze. Os três potes foram enterrados em minha fazenda de acordo com o seguinte esquema, na metade do caminho entre o pote com moedas de ouro e o pote com moedas de bronze plantei uma primeira árvore, na metade do caminho entre o pote com moedas de bronze e o pote com moedas de prata plantei uma segunda árvore, e na metade do caminho entre o pote com moedas de prata e o pote com moedas de ouro plantei uma terceira e última árvore.

Pergunta: Onde devemos escavar para encontrar cada pote?
Sugestão. Você pode inserir a figura no software geogebra e começar nomeando o local onde estão as árvores como sendo os pontos A, B e C.

Link para: *Tarefa 01*

Momento de reflexão:
Que instruções você poderia dar ao filho mais velho para ajudar a encontrar o pote de ouro?

Tarefa 02 - Desafio "ponto médio" e "altura" – Triângulo

Ponto médio e altura - triângulo qualquer

Tente determinar um triângulo ABC a partir das seguintes informações:

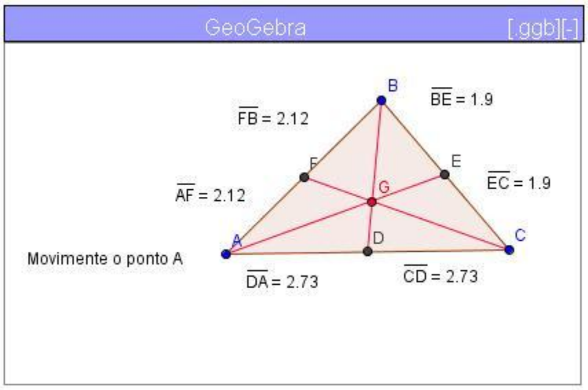
1ª informação - o ponto M1 é o ponto médio do lado AB do triângulo ABC.
2ª informação - o ponto M2 é o ponto médio do lado AC do triângulo ABC.
3ª informação - o ponto H1 é o pé da altura relativa ao lado BC do triângulo ABC.

Link para: *Tarefa 02*

Informações!

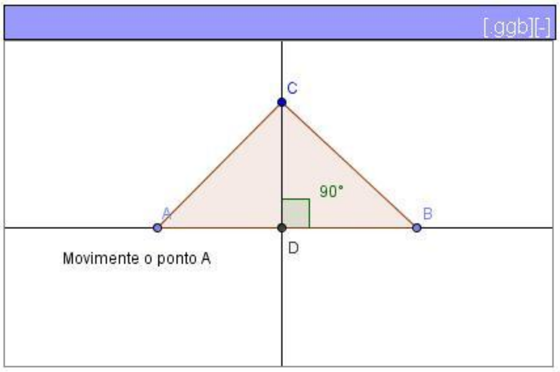
Mediana do triângulo:

- ***Mediana*** é o segmento de reta que une cada vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto. (segmentos AE, BD e CF)
- O ponto de interseção das três medianas é o baricentro ou centro de gravidade do triângulo. (ponto G)
- O baricentro divide a mediana em dois segmentos.
- O segmento que une o vértice ao baricentro vale o dobro do segmento que une o baricentro ao lado oposto deste vértice.



Altura do triângulo:

- ***Altura*** é um segmento de reta perpendicular a um lado do triângulo ou ao seu prolongamento, traçado pelo vértice oposto. (segmento CD)
- Esse lado é chamado base da altura, e o ponto onde a altura encontra a base é chamado de pé da altura.
- O ponto de interseção das três alturas de um triângulo denomina-se ortocentro (H)



Tarefa 03 - Desafio "ponto médio" – Polígonos

Tarefa 3.1 - Ponto médio - Triângulo equilátero

Tente determinar o triângulo equilátero ABC a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 é o ponto médio do lado AB do triângulo ABC.
2ª informação - o ponto M2 é o ponto médio do lado AC do triângulo ABC.

Link para: *Tarefa 3.1*

Tarefa 3.2 - Ponto médio – Quadrado

Tente determinar o quadrado equilátero ABCD a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 é o ponto médio do lado AB do quadrado ABCD.
2ª informação - o ponto M2 é o ponto médio do lado BC do quadrado ABCD.
3ª informação - o ponto M3 é o ponto médio do lado CD do quadrado ABCD.

Link para: *Tarefa 3.2*

Tarefa 3.3 - Ponto médio – Pentágono

Tente determinar o pentágono regular ABCDE a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 é o ponto médio do lado AB do pentágono ABCDE.
2ª informação - o ponto M2 é o ponto médio do lado BC do pentágono ABCDE.
3ª informação - o ponto M3 é o ponto médio do lado CD do pentágono ABCDE.
4ª informação - o ponto M4 é o ponto médio do lado DE do pentágono ABCDE.

Link para: *Tarefa 3.3*

Tarefa 04 - Circunferência

Tarefa 4.1 - Dois pontos - Raio medindo 4 cm

Tente determinar uma circunferência (c) de centro em O e raio medindo 4 cm, a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 pertence a circunferência (c).
2ª informação - o ponto M2 pertence a circunferência (c).

Link para: *Tarefa 4.1*

Tarefa 4.2 - Circunferência - Triângulo equilátero

Tente determinar uma circunferência (c) de centro em O, a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 pertence a circunferência (c).
2ª informação - o ponto M2 pertence a circunferência (c).
3ª informação - o ponto M3 pertence a circunferência (c).

OBS: Os pontos M1, M2 e M3 são equidistantes entre si, ou seja, constituem os vértices de um triângulo equilátero.

Link para: *Tarefa 4.2*

Tarefa 4.3 - Circunferência - Triângulo qualquer

Tente determinar uma circunferência (c) de centro em O, a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 pertence a circunferência (c).
2ª informação - o ponto M2 pertence a circunferência (c).
3ª informação - o ponto M3 pertence a circunferência (c).

OBS: Os pontos M1, M2 e M3 constituem os vértices de um triângulo qualquer.

Link para: *Tarefa 4.3*

Tarefa 4.4 - Circunferência - Quadrado

Tente determinar uma circunferência (c) de centro em O, a partir das seguintes informações:

1ª informação - o ponto M1 pertence a circunferência (c).
2ª informação - o ponto M2 pertence a circunferência (c).
3ª informação - o ponto M3 pertence a circunferência (c).
3ª informação - o ponto M3 pertence a circunferência (c).

OBS: Os pontos M1, M2, M3 e M4 constituem os vértices de um quadrado.

Link para: *Tarefa 4.4*

ANEXO B – O termo de autorização requerido aos alunos para composição do grupo e participação nos encontros.

ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR JOSÉ FREIRE
Rua Nunes Lima, 350 – Bairro Industrial – TEL. (32) 3232-6585
Decreto nº04393 de 28-12-1954 – Parecer nº 858 de 20-11-1994 - CEE
CNPJ – 19029131/0001-20

TERMO DE AUTORIZAÇÃO

Eu, ____, autorizo meu filho, ______________________________________, a participar das aulas de Tecnologias de Informação e Comunicação na sala de informática da Escola Estadual Professor José Freire, objetivando trabalhar a geometria dinâmica oferecida através do software geogebra. As aulas serão ministradas somente às quintas-feiras, no horário de 11h25 às 13h20, com início em 07/04/2011 e previsão de término para o 2° bimestre letivo.

____

Assinatura do Pai ou Responsável.

Informações importantes:

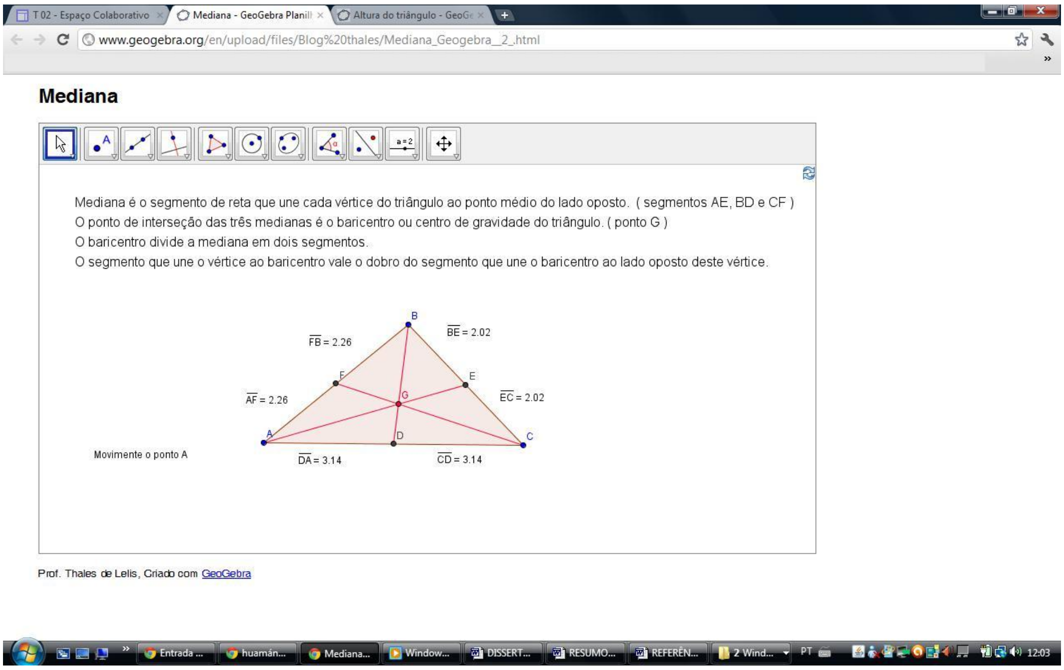
1ª - *SOFTWARE GEOGEBRA* - Criado por Markus Hohenwarter, o geogebra é um software gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Por um lado, o geogebra possui todas as ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente. Assim, o geogebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

2ª - O professor Thales de Lélis Martins Pereira irá ministrar as aulas na sala de informática.

ANEXO C – Imagem dos applets disponibilizados na web

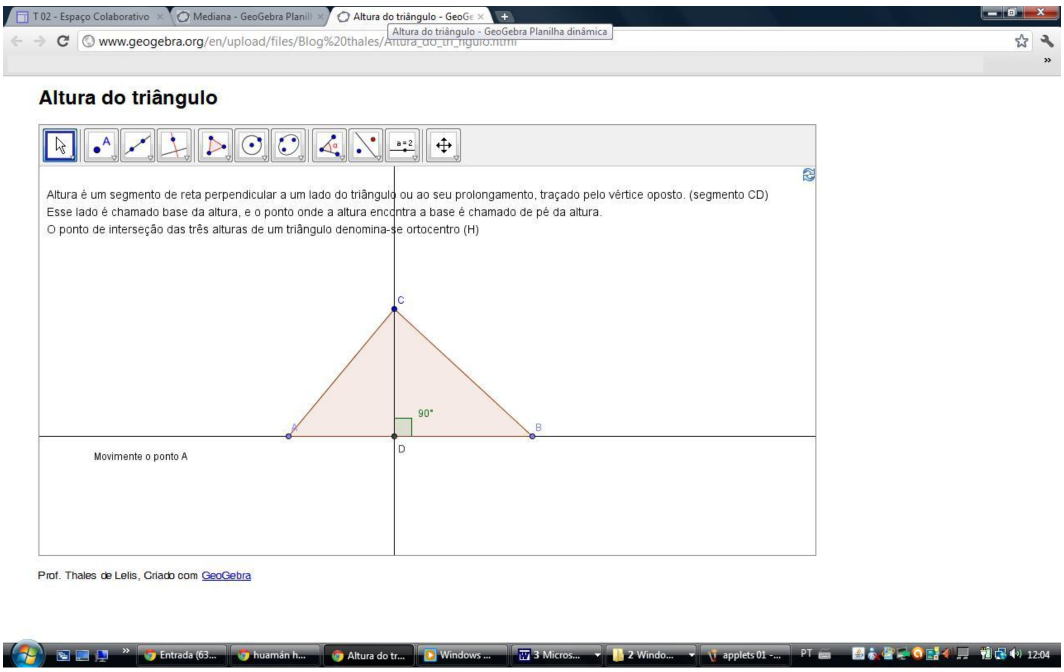
Applets – Mediana - Disponível em:

http://www.geogebra.org/en/upload/files/Blog%20thales/Mediana_Geogebra__2__.html



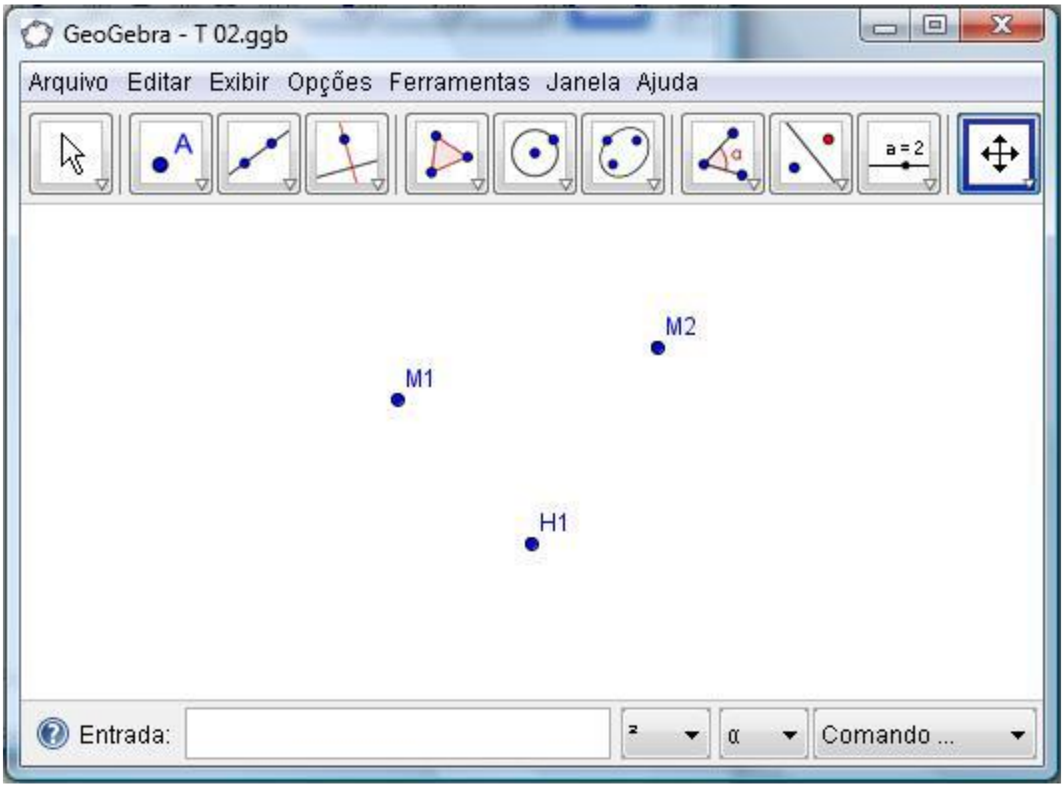
Applets – Altura do triângulo – Disponível em:

http://www.geogebra.org/en/upload/files/Blog%20thales/Altura_do_tri_ngulo.html



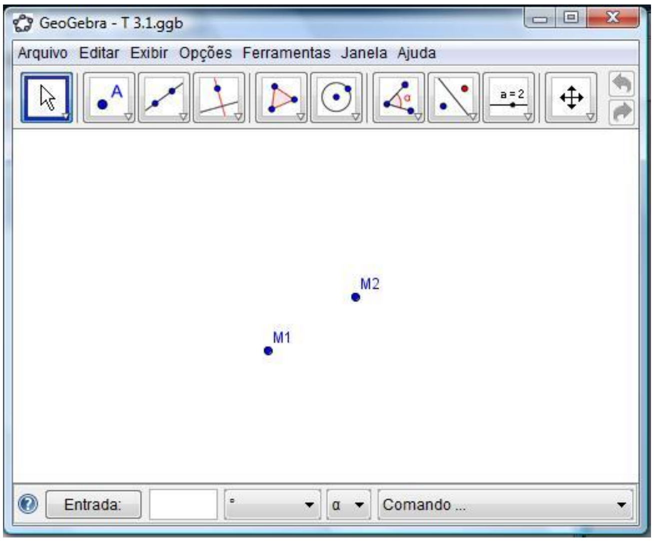
ANEXO D – Imagem dos arquivos ggb disponibilizados no espaço colaborativo e constituídos para as Tarefas 02, 03 e 04.

Tarefa 02 - Desafio "ponto médio" e "altura" – Triângulo

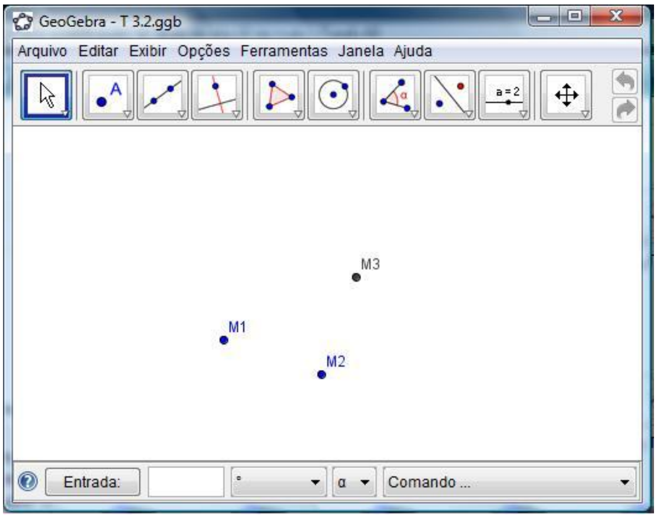


Tarefa 03 - Desafio "ponto médio" – Polígonos

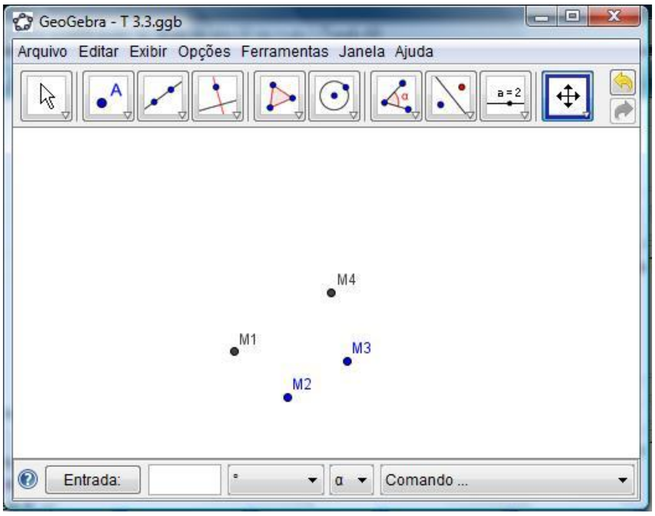
Tarefa 3.1 - Ponto médio - Triângulo equilátero



Tarefa 3.2 - Ponto médio - Quadrado

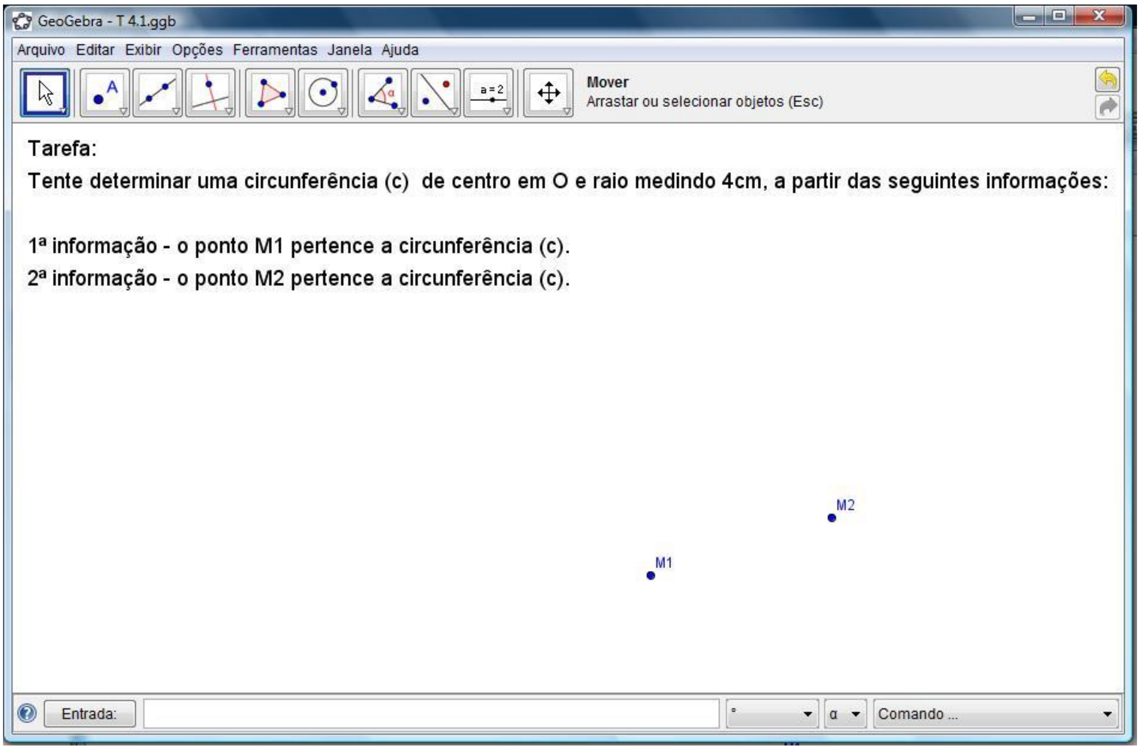


Tarefa 3.3 - Ponto médio – Pentágono

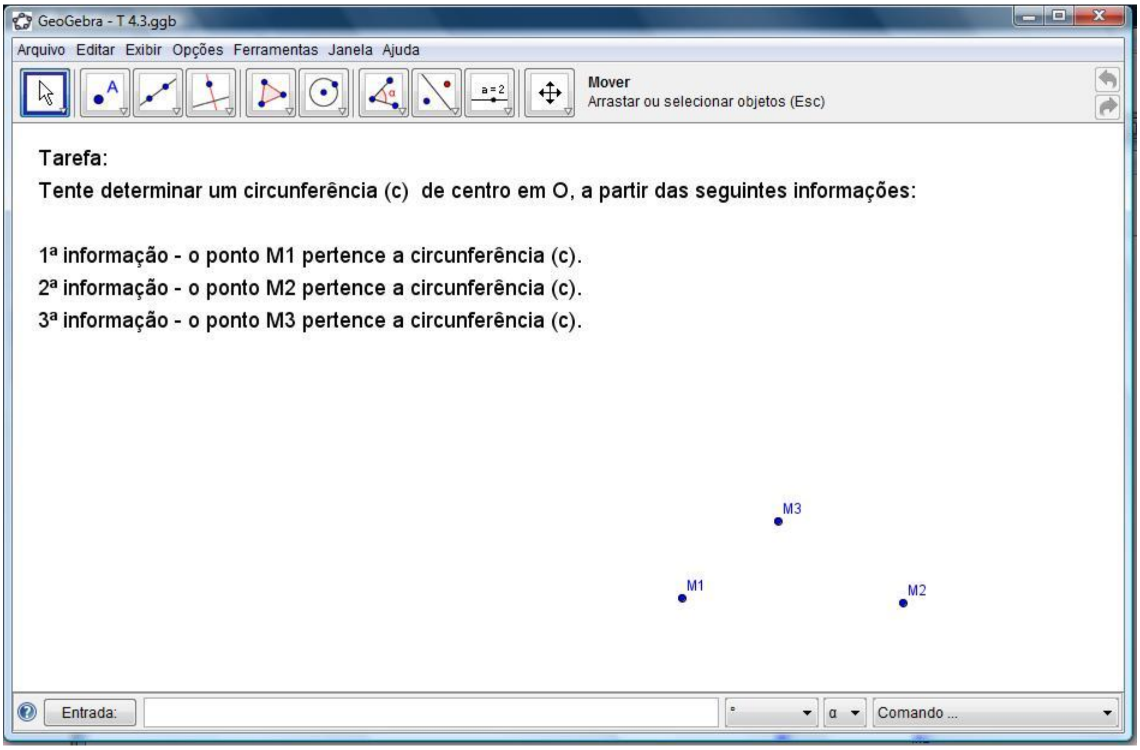


Tarefa 04 - Circunferência

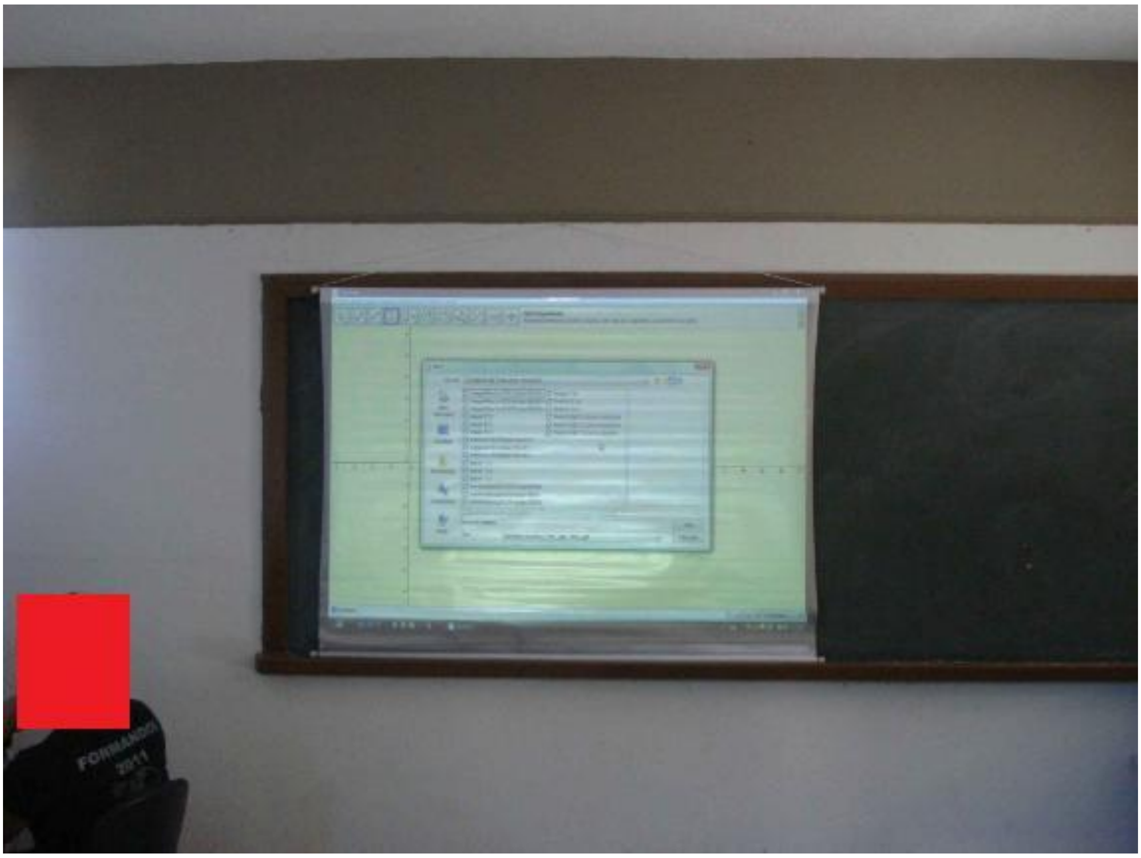
Tarefa 4.1 - Dois pontos - Raio medindo 4 cm

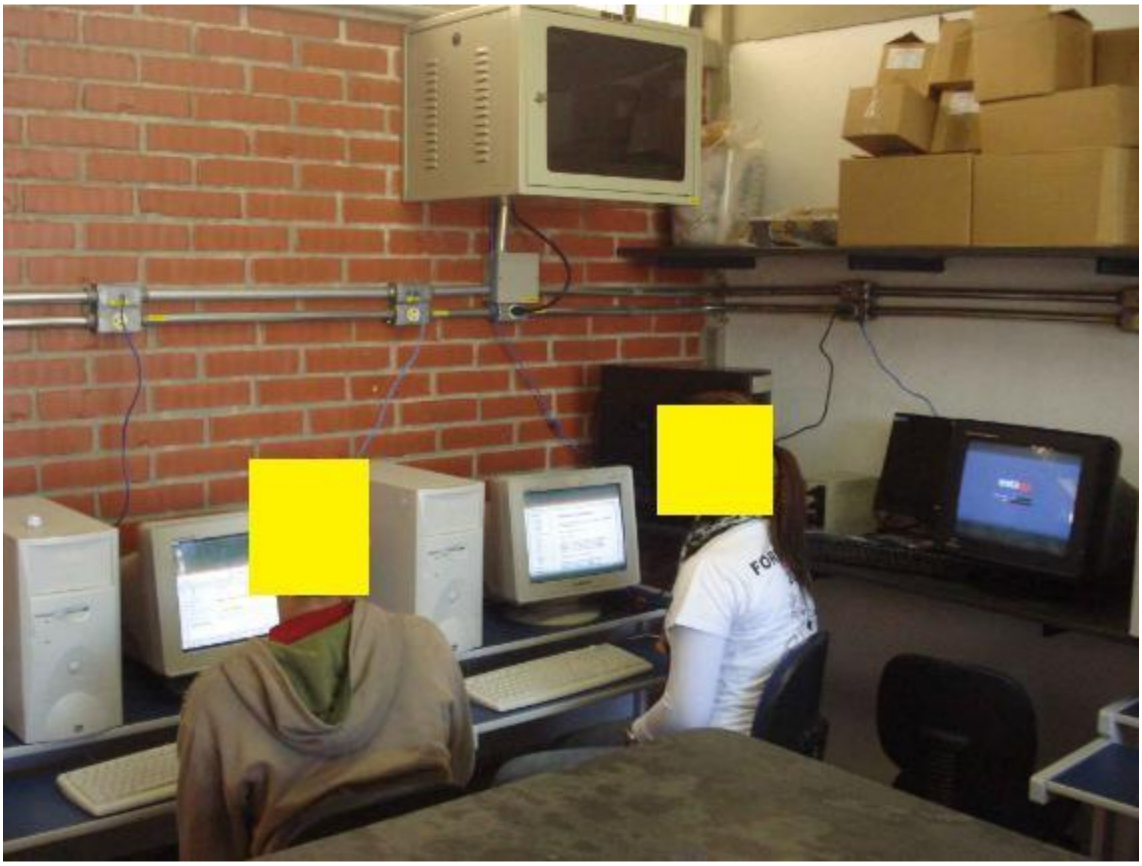


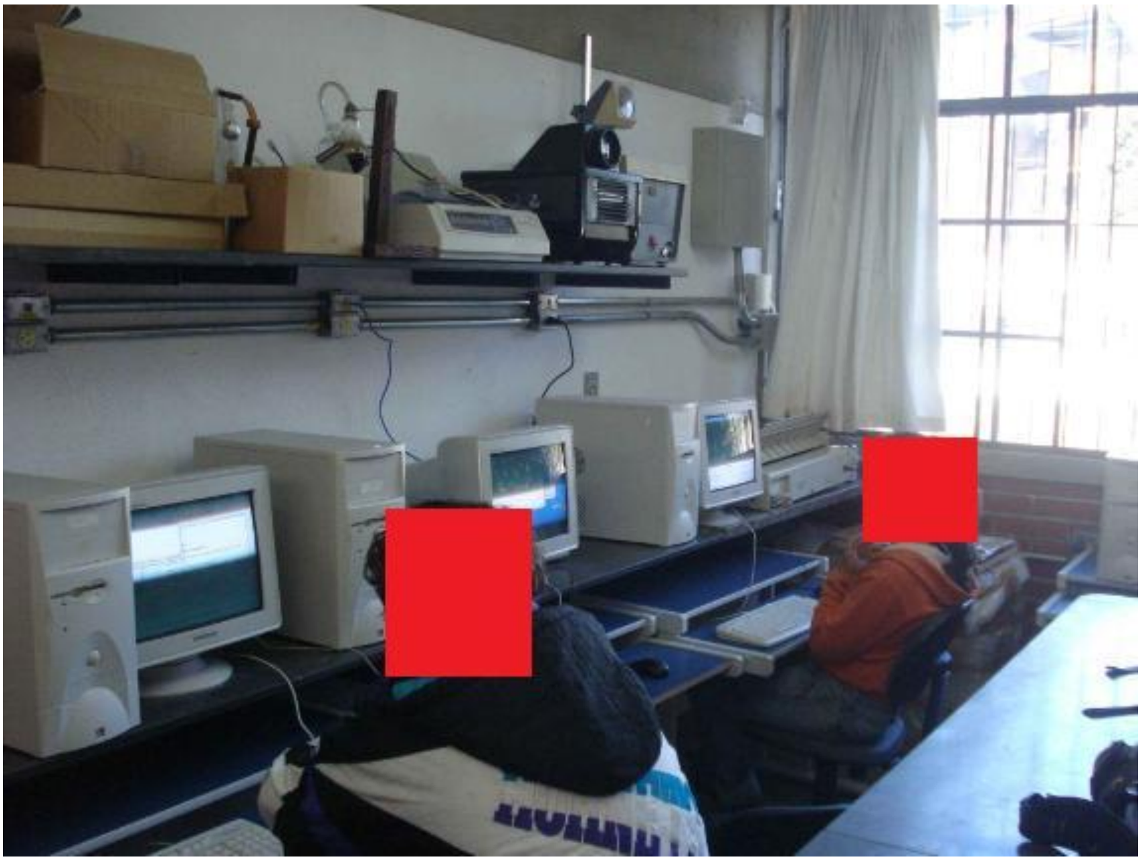
Tarefa 4.2 - Circunferência - Triângulo qualquer

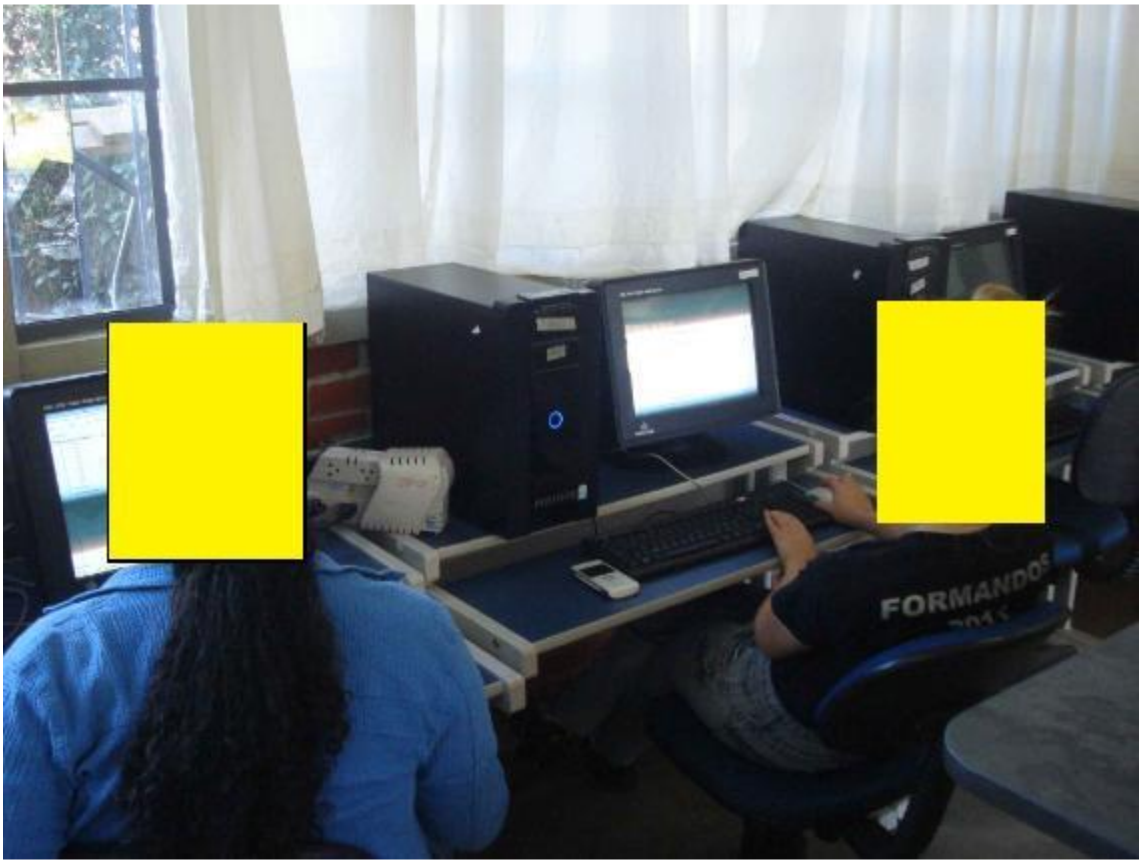


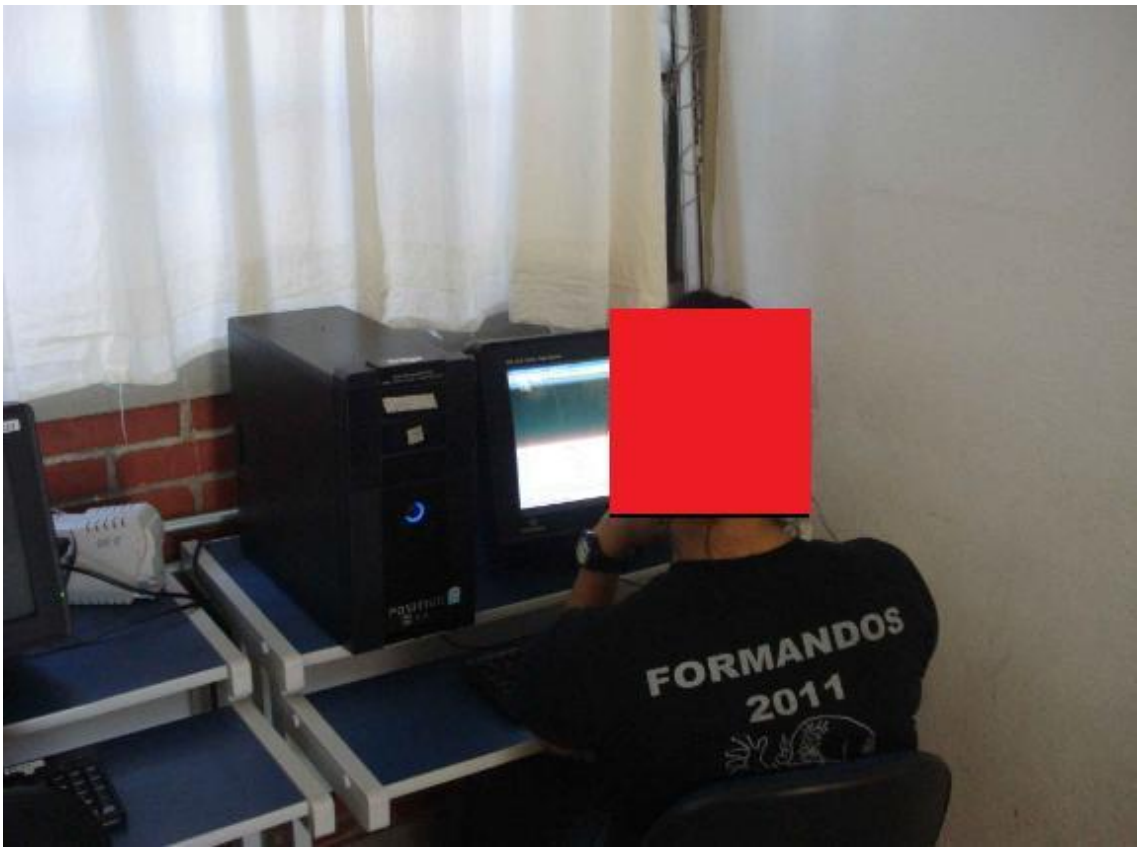
ANEXO E – Fotos tiradas durante o decorrer da pesquisa.



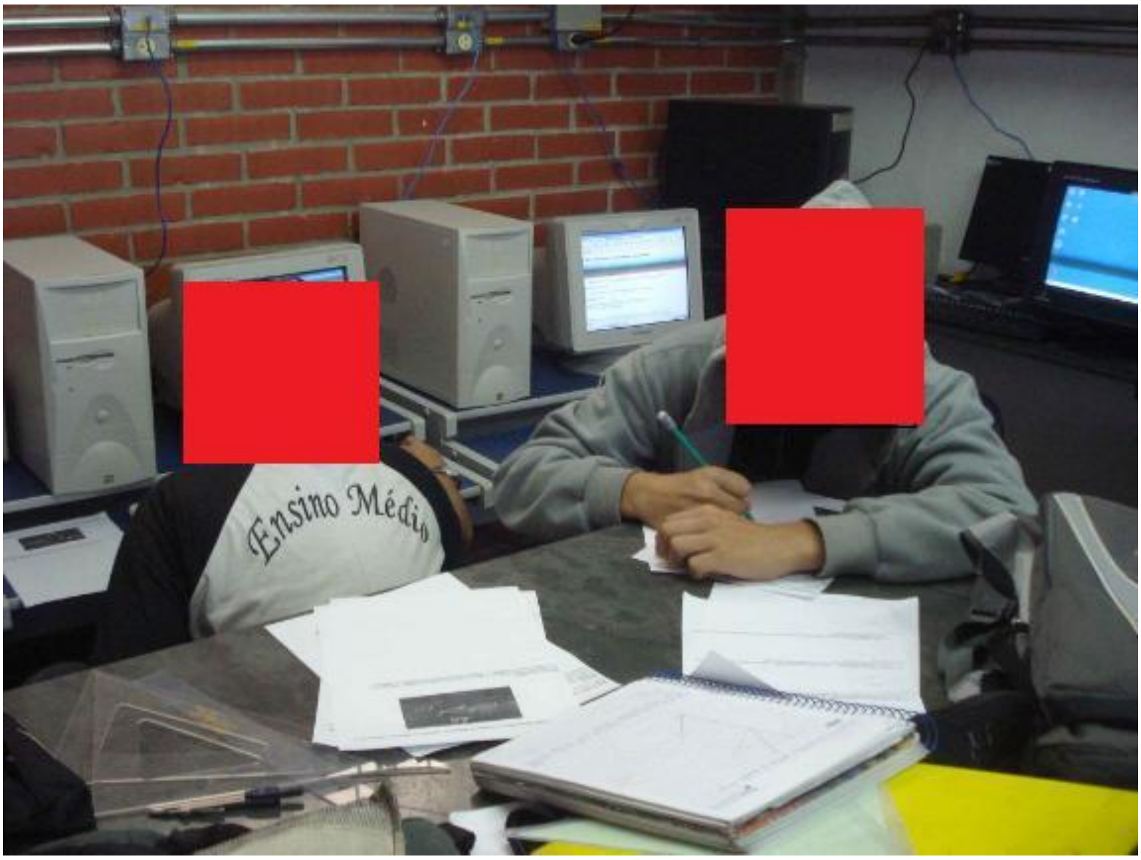





FORMANDOS


FORMANDOS
2011


Ensino


Ensino Médio