UM ESTUDO DE CASO DA ÁLGEBRA ESCOLAR

Refletindo o presente a partir do passado

VÍTOR BOTELHO

ORIENTADOR: JOSÉ MANUEL LEONARDO DE MATOS

$ax + by = c$ $a + 0 = a$

SUMÁRIO

Introdução

Nesse e-book apresentamos uma reflexão da álgebra escolar

VAMOS DISCUTIR AS FORMAS DE RESOLVER UMA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU POSSIBILITANDO O LEITOR CONHECER COMO ESTUDÁVAMOS E COMO ESTUDAMOS ESSE TEMA DA ÁLGEBRA ATUALMENTE.

Objetivo

Falaremos por aqui de dois assuntos elaborados a partir das seguintes perguntas:

Como eram calculadas as raízes de uma equação do 2° grau? Como esse tema é discutido hoje?

Mas, afinal... o que é álgebra?

A álgebra lida com símbolos e as regras usadas para manipular esses símbolos. É um elemento essencial em matemática e é amplamente aplicada em física, engenharia, ciência da computação, economia, entre outros.

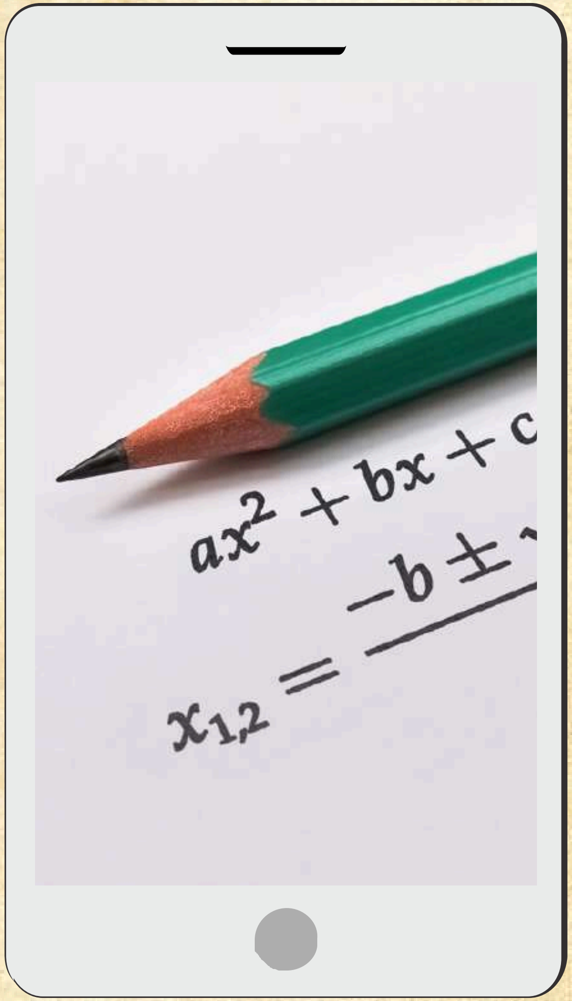
O que dizem pesquisadores sobre o aprendizado de álgebra?

O grande objetivo da educação aritmética e algébrica, hoje, deve ser o de encontrar um equilíbrio entre três frentes:

I) o desenvolvimento da capacidade de pôr em jogo nossas habilidades de resolver problemas e de investigar e explorar situações;

II) o desenvolvimento de diferentes modos de pensar;

III) o aprimoramento das habilidades técnicas, isto é, da capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade. (LINS, 1997)



O pensamento algébrico

Nos estudos contemporâneos em Educação Matemática - ciência que se debruça em compreender aspectos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem da matemática - destacamos o debate que reside sobre o pesamento algébrico.

Apesar de não haver um consenso a respeito do que significa pensamento algébrico, podemos afirmar que trata-se de um processo no qual o aluno identifica processos e padrões, produz generalizações e, a partir disso, expressa ideias sobre a situação analisada.

Do presente ao passado

Tudo isso que mencionamos anteriormente são normativas e estudos contemporâneos. Tratam-se de traços da álgebra escolar que temos hoje.

Mas nem sempre foi assim...

Apesar da herança do passado continuar presente, muita coisa mudou. A exemplo disso, podemos mencionar um tema determinante que tínhamos na álgebra do passado e não temos mais na álgebra do presente: o impasse das soluções que envolvem números negativos. Discutiremos tal assunto mais adiante.

Ottoni e sua compilação *Elementos de Álgebra*

Para olhar para o passado, adotamos a obra *Elementos de Álgebra*, que foi lançada em 1852, como referência.

Ela foi produzida por esse cara da foto, Cristiano Benedito Ottoni. Ele foi professor-autor brasileiro, nasceu em 1811 no município mineiro de Vila Príncipe, onde atualmente fica a cidade de Serro – MG.

FORMA PADRÃO DA EQUAÇÃO DO 2° GRAU

A equação do 2° grau na obra *Elementos de Álgebra* (1856) é apresentada da seguinte maneira:

$$x^2+px=q$$

Formas de resolver uma equação do segundo grau em 1856:

Eram apresentadas diversas fórmulas, cada uma de acordo com determinada combinação de sinais.

104. 1.° *Sejão pois* q *e* p *ambos positivos;* e separemos os dous valores de x

$$x = -\frac{p}{2} + \sqrt{q + \frac{p^2}{4}} \quad x = -\frac{p}{2} - \sqrt{q + \frac{p^2}{4}}.$$

105. 2.° *Seja ainda* q *positivo, mas* p *negativo.* A equação tomará a fórma

$$x^2 - px = q\text{; donde } x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{q + \frac{p^2}{4}}:$$

106. 3.° *Seja agora* q *negativo e* p *positivo.* A equação será da fórma

$$x^2 + px = -q\text{, donde } x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

107. 4.° *Sejão finalmente* q *e* p *ambos negativos.* Teremos a equação $x^2 - px = -q$, e os dous valores

$$x = \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\text{, e } x = \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Atualmente essa discussão está muito diferente. Nos livros do 9º ano apresentamos técnicas como:

Método de completar quadrados:

$$x^2 + 8x + 16 = 48 + 16$$

$$\underbrace{x^2 + 8x + 16}_{\text{Trinômio quadrado perfeito}} = 64$$

$$(x + 4)^2 = 64$$

Fórmula resolutiva da equação do 2° grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Método da fatoração:

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x)^2 \qquad -2 \quad x \quad 3 \qquad (3)^2$$

Assim:

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

Método da soma e do produto:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

com:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{e} \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

A seguir, analisaremos um exercício encontrado no livro de Ottoni:

Achar um número, cujo o triplo junto ao dobro do seu quadrado some 65.
(Ottoni, 1856, p.122)

A equação que representa a solução deste problema é $2x^2 + 3x = 65$

Vamos resolver esta equação adotando o método abordado na obra de 1856:

Como os valores de p e q são positivos vamos usar a equação 104 do livro de Ottoni.

No entanto, temos o coeficiente 2 que multiplica o x^2, por isso devemos dividir toda equação por 2:

Daí teremos:

$$x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{65}{2};$$

Daí usamos a equação posta no tópico 104 do livro de Ottoni:

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{q + \frac{p^2}{4}}$$

Substituindo temos:

$$x = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{65}{2}}$$

$$= -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{520}{16}}$$

$$= -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{529}{16}}$$

$$= -\frac{3}{4} \pm \frac{23}{4}$$

Logo, as soluções são:

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -\frac{13}{2}$$

Acerca do resultado o autor afirma que 5 satisfaz a equação, no entanto ressalta que para considerar $-\frac{13}{2}$ como resultado devem haver mudanças na interpretação do exercício.

No livro de Ottoni (1856), é sugerido que o problema seja interpretado por uma nova equação $2x^2 - 3x = 65$ e outro enunciado: achar um número, cujo triplo diminuído (em vez de somado) do dobro do seu quadrado deixe resto 65.

Conclusões

A forma de resolver exercícios dessa natureza à época demonstra um certo incômodo com as soluções negativas.

Atualmente temos uma discussão ampla sobre a operacionalidade destes números, mesmo com isso, tal tema pode ser desafiador no estudo da álgebra e da aritmética.

Nos tempos atuais temos variadas alternativas de resolver uma equação do 2º grau e podemos escolher a que mais for conveniente, de acordo com o caso que nos deparamos. Isso difere da forma como se fazia no passado, onde também tínhamos variadas possibilidades, mas cada uma para determinadas combinações de sinais dos coeficientes.

Referências

LINS, R. **Perspectivas em aritmética e álgebra do século XXI**. Campinas: Editora Papirus, 1997 - (Coleção Perspectivas em Educação Matemática) .

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (Brasília). **Resolução CNE/CP Nº 2, de 22 de dezembro de 2017.** Institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular. Conselho Nacional de Educação Conselho Pleno. Brasília, 22 de Dezembro de 2017.

OTTONI, 2014. **Autobiografia**. Senado Federal.

OTTONI, 1856. **Elementos de Álgebra**. 2ª edição. Rio de Janeiro: Nicolau Alves e Henrique Laemmert.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, **A. Álgebra no Ensino Básico. Ministério da Educação, Portugal**. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

SISTEMA POSITIVO DE ENSINO. Livro didático: 9º ano – Volume 3. Curitiba: Editora Positivo, 2024.