

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
CURSO DE ENGENHARIA COMPUTACIONAL**

Luciana Paixão Motta

**Otimização multiobjetivo de aerofólios não convencionais para aplicações em
baixos números de Reynolds**

Juiz de Fora

2023

Luciana Paixão Motta

Otimização multiobjetivo de aerofólios não convencionais para aplicações em baixos números de Reynolds

TCC apresentado ao Curso de Engenharia Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Heder Soares Bernardino

Coorientadora: Prof. Dr. Patrícia Habib Hallak

Juiz de Fora

2023

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Paixão Motta, Luciana.

Otimização multiobjetivo de aerofólios não convencionais para aplicações em baixos números de Reynolds / Luciana Paixão Motta. – 2023.
85 f. : il.

Orientador: Heder Soares Bernardino

Coorientadora: Patrícia Habib Hallak

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Curso de Engenharia Computacional , 2023.

1. Baixo número de Reynolds. 2. Aerodinâmica. 3. CFD. 4. Otimização Multiobjetivo. I. Soares Bernardino, Heder, orient. II. Habib Hallak, Patrícia, coorient. III. Título.

Luciana Paixão Motta

Otimização multiobjetivo de aerofólios não convencionais para aplicações em baixos números de Reynolds

TCC apresentado ao Curso de Engenharia Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Computacional.

Aprovada em 12 de dezembro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Heder Soares Bernardino - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Flávia de Souza Bastos
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Nicolás Lima
Universidade Federal de Juiz de Fora

Dedico este trabalho a minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Marcia Paixão e Voltaire Motta, assim como ao meu companheiro de vida, Rafael Cardoso, por todo o apoio incondicional ao longo da minha jornada acadêmica. Sua presença e encorajamento foram fundamentais para a minha formação.

Estendo meu sincero agradecimento a todos aqueles que contribuíram de alguma forma para a minha formação, sejam amigos, colegas ou professores. Em especial, gostaria de expressar minha gratidão aos meus orientadores neste estudo, Heder Bernardino e Patrícia Hallak. Sua dedicação, orientação e suporte foram cruciais para o desenvolvimento deste trabalho. Também gostaria de agradecer aos professores participantes da banca, Flávia Bastos e Nicolás Lima, pelas valiosas sugestões e correções que contribuíram para a qualidade final deste trabalho. Além disso, agradeço por todo o aprendizado e inspiração que obtive ao longo da minha trajetória acadêmica sob a orientação de todos vocês.

Por fim, gostaria de expressar minha gratidão à Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) por proporcionar um ambiente de ensino, pesquisa e desenvolvimento pessoal tão enriquecedor. Sua estrutura e recursos foram essenciais para o meu crescimento acadêmico e profissional.

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. (Paulo Freire)

RESUMO

Com o surgimento dos Micro Veículos Aéreos (MVAs) e o crescente interesse em veículos aéreos de exploração em Marte, a busca por perfis aerodinâmicos eficientes para essas aplicações intensificou-se. Essas aplicações operam em uma faixa de números de Reynolds ($10^4 < R_e < 10^5$) significativamente inferior àquelas comumente encontradas em regimes convencionais de baixo Reynolds, como é o caso de drones comerciais. Este estudo destaca os desafios aerodinâmicos acentuados nessa faixa de baixos números de Reynolds, como a instabilidade de Kelvin-Helmholtz e a Bolha de Separação Laminar (BSL). O objetivo principal desta pesquisa é identificar formatos mais eficientes para aerofólios, otimizando-os por meio de um processo multiobjetivo, com o objetivo de maximizar o coeficiente de sustentação e minimizar o coeficiente de arrasto. Para atingir esse fim, dois modelos de aerofólios não convencionais foram otimizados utilizando o algoritmo *Generalized Differential Evolution 3* (GDE3). A obtenção dos coeficientes aerodinâmicos, essenciais para a avaliação do desempenho do algoritmo evolutivo, foi realizada por meio de simulações utilizando *Computational Fluid Dynamics* (CFD). O método aplicado para a descrição do comportamento aerodinâmico das estruturas se mostrou consistente com os dados experimentais. Por fim, o algoritmo evolutivo resultou em perfis aerodinâmicos que apresentavam características interessantes para estas aplicações.

Palavras-chave: Baixo número de Reynolds. Aerodinâmica. CFD. Otimização Multiobjetivo.

ABSTRACT

With the emergence of Micro Air Vehicle (MAVs) and the growing interest in aerial vehicles for Mars exploration, the search for efficient aerodynamic profiles for these applications has intensified. These applications operate in a range of Reynolds numbers ($10^4 < R_e < 10^5$) significantly lower than those commonly found in conventional low Reynolds regimes, such as commercial drones. This study highlights the pronounced aerodynamic challenges in this low Reynolds number range, such as Kelvin-Helmholtz instability and Laminar Separation Bubble (LSB). The main objective of this research is to identify more efficient shapes for airfoils by optimizing them through a multi-objective process to maximize the lift coefficient and minimize the drag coefficient. To achieve this goal, two unconventional airfoil models were optimized using Generalized Differential Evolution 3 (GDE3), a differential evolution algorithm. The obtention of aerodynamic coefficients, crucial for evaluating the performance of the evolutionary algorithm, was carried out through simulations using Computational Fluid Dynamics (CFD). The method applied to describe the aerodynamic behavior of the structures proved consistent with experimental data. Finally, the evolutionary algorithm resulted in aerodynamic profiles that exhibited interesting characteristics for these applications.

Keywords: Low Reynolds number. Aerodynamics. CFD. Multiobjective Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Balanço de massa em um volume de controle dV	18
Figura 2 - Balanço de momento em um volume de controle dV	19
Figura 3 - Aerofólio SD7003.	22
Figura 4 - Ilustração da pressão e da tensão de cisalhamento na superfície do aerofólio.	23
Figura 5 - Componentes da força resultante.	24
Figura 6 - Ilustração da camada limite.	25
Figura 7 - Ilustração da instabilidade de Kelvin-Helmholtz.	26
Figura 8 - Relações de dominância.	29
Figura 9 - Frente de Pareto.	30
Figura 10 - Diagrama do algoritmo DE.	31
Figura 11 - Diagrama do algoritmo GDE3.	32
Figura 12 - Comparação da eficiência entre aerofólios suaves e uma placa plana.	34
Figura 13 - Formato do aerofólio a ser otimizado.	35
Figura 14 - Formato do aerofólio a ser otimizado.	36
Figura 15 - Malha gerada para o túnel de vento com o aerofólio plano.	38
Figura 16 - Figura 15 ampliada.	38
Figura 17 - Geometria gerada no Gmsh para a placa plana.	41
Figura 18 - Gráficos comparativos para $Re = 40.000$	42
Figura 19 - Gráficos comparativos para $Re = 60.000$	42
Figura 20 - Gráficos comparativos para $Re = 80.000$	42
Figura 21 - Erro dos coeficientes aerodinâmicos em relação ao número de Reynolds.	43
Figura 22 - Geometria gerada no Gmsh para o aerofólio proposto experimentalmente.	44
Figura 23 - Gráficos comparativos para $Re = 40.000$	45
Figura 24 - Gráficos comparativos para $Re = 60.000$	45
Figura 25 - Gráficos comparativos para $Re = 80.000$	45
Figura 26 - Erro dos coeficientes aerodinâmicos em relação aos ângulos de ataque.	46
Figura 27 - Sobreposição das geometrias geradas no Gmsh para os aerofólios de cada instância.	47
Figura 28 - Gráficos comparativos para $\delta_{le} = 0^\circ$	48
Figura 29 - Gráficos comparativos para $\delta_{le} = 10^\circ$	48
Figura 30 - Gráficos comparativos para $\delta_{le} = 20^\circ$	48
Figura 31 - Erro dos coeficientes aerodinâmicos em relação aos ângulos de ataque.	49
Figura 32 - Sobreposição das geometrias geradas no Gmsh para os aerofólios de cada instância.	50
Figura 33 - Gráficos comparativos para $\delta_{le} = 10^\circ$	50
Figura 34 - Gráficos comparativos para $\delta_{le} = 20^\circ$	51
Figura 35 - Erro dos coeficientes aerodinâmicos em relação aos ângulos de ataque.	51

Figura 36 - População final GDE3 ($R_e = 60.000$).	56
Figura 37 - População final GDE3 ($R_e = 60.000$).	57
Figura 38 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto x_{le}	58
Figura 39 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto x_{te}	58
Figura 40 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto δ_{le}	59
Figura 41 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto δ_{te}	60
Figura 42 - População final GDE3 ($R_e = 60.000$).	62
Figura 43 - População final GDE3 ($R_e = 60.000$).	63
Figura 44 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto x_{P_1}	64
Figura 45 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto x_{P_2}	64
Figura 46 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto y_{P_1}	65
Figura 47 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto y_{P_2}	65
Figura 48 - Projetos otimizados por número de Reynolds - Decisão por ponto de referên- cia.	68
Figura 49- Projetos otimizados por número de Reynolds - C_l/C_d	69
Figura 50 - Projetos otimizados por número de Reynolds - C_l^3/C_d^2	70
Figura 51 - Projetos otimizados por número de Reynolds - Decisão por ponto de referên- cia	71
Figura 52 - Projetos otimizados por número de Reynolds - C_l/C_d	72
Figura 53 - Projetos otimizados por número de Reynolds - C_l^3/C_d^2	73
Figura 54 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo plano com inflexões.	75
Figura 55 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo plano com inflexões.	76
Figura 56 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo plano com inflexões.	77
Figura 57 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo retirado da literatura.	78
Figura 58 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo retirado da literatura.	79
Figura 59 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo retirado da literatura.	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores padrões das constantes da Equação 2.12.	22
Tabela 2 – Erros médios para cada instância.	43
Tabela 3 – Erros médios para cada instância.	46
Tabela 4 – Coeficientes aerodinâmicos para o segundo conjunto de aerofólios. . . .	49
Tabela 5 – Coeficientes aerodinâmicos para o terceiro conjunto de aerofólios. . . .	51
Tabela 6 – Variáveis de projeto do problema de otimização e seus correspondentes intervalos	56
Tabela 7 – Descrição das máquinas utilizadas para a execução do GDE3	61
Tabela 8 – Métricas estatísticas do tempo de computação	61
Tabela 9 – Variáveis de projeto do problema de otimização e seus correspondentes intervalos.	61
Tabela 10 – Métricas estatísticas do tempo de computação	66
Tabela 11 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e). . . .	68
Tabela 12 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e). . . .	69
Tabela 13 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e). . . .	70
Tabela 14 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e). . . .	71
Tabela 15 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e). . . .	72
Tabela 16 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e). . . .	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

OpenFOAM	<i>Open Field Operation and Manipulation</i>
MVAs	Micro Veículos Aéreos
BLS	Bolha de Separação Laminar
GDE3	<i>Generalized Differential Evolution 3</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DE	<i>Differential Evolution</i>
GA	<i>Genetic Algorithms</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
CD	<i>Crowding Distance</i>
CAD	<i>Computer Aided-Design</i>
BRep	Representação de Borda
GAMG	<i>Geometric Algebraic MultiGrid</i>
PISO	<i>Pressure Implicit with Splitting of Operators</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

R_e	Número de Reynolds
ρ	Densidade do fluido
ϕ	Variável de interesse
U	Vetor velocidade
K	Coefficiente difusivo
S_ϕ	Soma das contribuições das fontes externas
dV	Elemento de volume diferencial
dS	Elemento de área diferencial
n	Vetor normal
τ	Tensor de tensões
F	Forças atuantes no volume
p	Força de pressão
g	Aceleração da gravidade
I	Matriz identidade
ϵ	Tensor de taxa de deformação
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
ν	Viscosidade cinemática do fluido
$\tilde{\nu}$	Viscosidade turbulenta simplificada
ν_t	Viscosidade turbulenta do fluido
κ	Constante de de Von Kármán
E	Deformação no tensor
L	Força de sustentação
D	Força de arrasto
C_l	Coefficiente de sustentação
C_d	Coefficiente de arrasto
q	Pressão dinâmica
c	Cordeiro do aerofólio
β	Intensidade da mutação
γ	Fator de correção

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DOS FLUIDOS	17
2.1.1	Equação da continuidade	18
2.1.2	Equação da conservação da quantidade de movimento	19
2.1.3	Equação de Navier-Stokes	20
2.1.4	Modelo de turbulência	21
2.2	AERODINÂMICA	23
2.2.1	Forças aerodinâmicas	23
2.2.2	Número de Reynolds	24
2.2.3	Conceito de camada limite	25
2.3	DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL	27
2.3.1	OpenFOAM	27
2.4	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	28
2.4.1	Dominância	28
2.4.2	Frente de Pareto	29
2.5	COMPUTAÇÃO EVOLUTIVA	30
2.5.1	Evolução Diferencial	30
2.5.2	GDE3	32
3	MODELAGEM E SIMULAÇÃO	34
3.1	PROJETO DOS AEROFÓLIOS	34
3.1.1	Modelo plano com inflexões	35
3.1.2	Modelo curvo	35
3.2	MODELAGEM COMPUTACIONAL	36
3.2.1	Geração da malha	37
3.2.2	Métodos numéricos	37
4	VALIDAÇÃO DO MODELO	40
4.1	COMPARAÇÃO COM DADOS DE TÚNEL DE VENTO	40
4.1.1	Análise para placa plana	41
4.1.2	Análise para o aerofólio proposto experimentalmente	44
4.1.3	Análise da variação do ângulo do bordo de ataque	47
4.1.4	Análise da variação do ângulo do bordo de fuga	49
5	OTIMIZAÇÃO	52
5.1	PROJETO E OTIMIZAÇÃO DOS AEROFÓLIOS	52
5.1.1	Problema de otimização	53
5.1.2	Problema de decisão	54
5.2	AEROFÓLIO PLANO COM INFLEXÕES	55

5.2.1	Frente de Pareto	56
5.2.2	Distribuição das variáveis de projeto	57
5.2.3	Tempo de computação	60
5.3	AEROFÓLIO CURVO	61
5.3.1	Frente de Pareto	62
5.3.2	Distribuição das variáveis de projeto	63
5.3.3	Tempo de computação	66
6	RESULTADOS	67
6.1	PROJETOS OTIMIZADOS	67
6.1.1	Aerofólio plano com inflexões	67
6.1.2	Aerofólio curvo	70
6.1.3	Comparação entre os modelos abordados	74
6.2	COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO	78
7	CONCLUSÃO	81
	REFERÊNCIAS	83

1 INTRODUÇÃO

Com a popularização dos drones, o interesse em Micro Veículos Aéreos (MVAs) tem crescido, impulsionado por suas possíveis aplicações militares, em pesquisas e no setor comercial. Devido à pequena escala das hélices, esses veículos operam em um regime de baixo número de Reynolds (Re). Recentemente, também tem crescido o interesse em veículos aéreos de exploração em Marte. Esses veículos operam em condições similares, mas neste caso, devido principalmente à baixa densidade atmosférica do planeta.

O número de Reynolds é um parâmetro adimensional que relaciona as forças inerciais e viscosas em um fluxo. O baixo número de Reynolds refere-se a um regime de fluxo no qual o movimento de um fluido é dominado por sua viscosidade e não por sua inércia. Dependendo do quão baixo é o valor desse parâmetro, a camada limite entre o fluido e o aerofólio pode se tornar praticamente laminar, o que gera diversos desafios como a instabilidade de Kelvin-Helmholtz, gerada pela quebra dos vórtices formados na ponta do aerofólio e a Bolha de Separação Laminar (BSL), gerada pela falta de adesão da camada limite (Koning *et al.*, 2020).

Nessas condições, os aerofólios convencionais se mostram inadequados. Isso foi mostrado em testes de túnel de vento, onde placas planas simples conseguiram ter um desempenho melhor que os aerofólios convencionais para $Re < 80.000$ (Laitone, 1997; Traub, Coffman, 2019). Por essa razão, há uma busca por modelos não convencionais de aerofólios que apresentem melhor desempenho nessas condições. Dois modelos não convencionais que têm se destacado são o modelo semi-circular e o modelo plano com inflexões (Traub, Coffman, 2019).

Portanto, a análise de aerofólios não convencionais é essencial para melhorar o desempenho aerodinâmico e eficiência de aeronaves em diferentes aplicações da engenharia aeronáutica e aeroespacial, incluindo voos em baixa velocidade, e como citado anteriormente: MVAs e novos modelos de veículos para exploração espacial. A otimização dos formatos de aerofólios pode contribuir para reduzir o descolamento da camada limite, aumentar a força de sustentação e para a melhora da estabilidade de voo.

O objetivo principal deste estudo é identificar formatos mais eficientes para aerofólios em regimes de baixo número de Reynolds. Geralmente, as aplicações em baixos números de Reynolds operam com esse parâmetro entre 10^5 e 10^6 . No entanto, as aplicações mencionadas operam com valores significativamente mais baixos ($10^4 < Re < 10^5$). Devido a diferença significativa que ocorre na aerodinâmica do aerofólio entre essas duas faixas, o baixo número de Reynolds será definido dentro dessa faixa específica.

O estudo deste tipo específico de modelo de aerofólio pode ter um impacto direto no desenvolvimento de novas tecnologias e aprimoramentos em dispositivos já existentes. Os modelos selecionados para otimização neste trabalho são um modelo plano com duas

inflexões e um modelo curvo. Ao realizar a modelagem computacional desses modelos e, com base nisso, otimiza-los para diversos números de Reynolds usando um algoritmo evolutivo, o objetivo é desenvolver aerofólios altamente eficientes, mesmo em baixos números de Reynolds.

Uma técnica interessante para esse tipo de otimização é a aplicação de algoritmos evolutivos, os quais se mostram particularmente vantajosos devido à sua capacidade de explorar eficientemente espaços de busca complexos e multidimensionais. Considerando o desafio inerente à busca por soluções ideais em regimes de baixo número de Reynolds, a capacidade dos métodos evolutivos de encontrar soluções pouco usuais, aliada à sua flexibilidade e robustez, torna-os ideais para essa aplicação.

Sendo assim, o presente estudo delineou como sua questão central de pesquisa: quais são os formatos de aerofólios mais eficientes para aplicações em regimes caracterizados por baixos números de Reynolds, compreendendo o intervalo entre 10^4 e 10^5 ? Tendo sido estabelecido como objetivo geral: identificar os melhores formatos para aerofólios no contexto de baixo número de Reynolds por meio da aplicação do algoritmo evolutivo *Generalized Differential Evolution 3* (GDE3). Para alcançar o objetivo geral, os objetivos específicos estabelecidos foram: obter um modelo de CFD, acrônimo para *Computational Fluid Dynamics*, que descreva o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos com precisão, otimizar os modelos de aerofólios utilizando GDE3 e analisar a influência dos parâmetros de projeto sobre o perfil aerodinâmico.

O planejamento desta pesquisa abrange diversas etapas fundamentais. Inicialmente, é realizada a validação dos dados gerados através da simulação computacional, por meio do cálculo do erro entre os valores estimados dos coeficientes de arrasto e de sustentação, e os resultados reais obtidos em testes de túnel de vento. Em seguida, é conduzida a otimização do modelo de aerofólio em análise, considerando determinados números de Reynolds, seguida pela avaliação do impacto desses coeficientes no projeto e desempenho dos aerofólios. Os modelos serão otimizados em uma faixa de números de Reynolds entre $1,5 \times 10^4$ e 9×10^4 , com incrementos de $1,5 \times 10^4$ e as simulações foram conduzidas no software OpenFOAM.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo busca estabelecer as bases teóricas essenciais para a compreensão e desenvolvimento dos estudos apresentados neste trabalho. Dividido em cinco seções distintas, o capítulo aborda inicialmente os fundamentos da mecânica dos fluidos, destacando as equações governantes e o papel central das equações de Navier-Stokes na descrição do comportamento dos fluidos. Em seguida, serão discutidos conceitos básicos da aerodinâmica, como as forças aerodinâmicas, o número de Reynolds e o conceito de camada limite. Na terceira seção será apresentado o método computacional CFD, com destaque para os elementos centrais do software OpenFOAM. Por fim, serão abordadas a otimização multiobjetivo e a computação evolutiva, sendo detalhado o funcionamento dos algoritmos *Differential Evolution* (DE) e GDE3.

2.1 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DOS FLUIDOS

Na mecânica dos fluidos, são formuladas equações que descrevem os fenômenos relacionados aos fluxos, conhecidas como “equações governantes”. Essas equações têm como base os princípios de conservação, englobando o princípio da continuidade (que trata da conservação da massa), a conservação da quantidade de movimento (equivalente à aplicação da segunda lei de Newton a fluidos) e a conservação de energia (correspondente à primeira lei da termodinâmica quando aplicada a fluidos) (Holzmann, 2016). De forma geral, essas equações podem ser representadas pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \phi = -\nabla \cdot (\rho U \phi) + \nabla \cdot (K \nabla \phi) + S_\phi \quad (2.1)$$

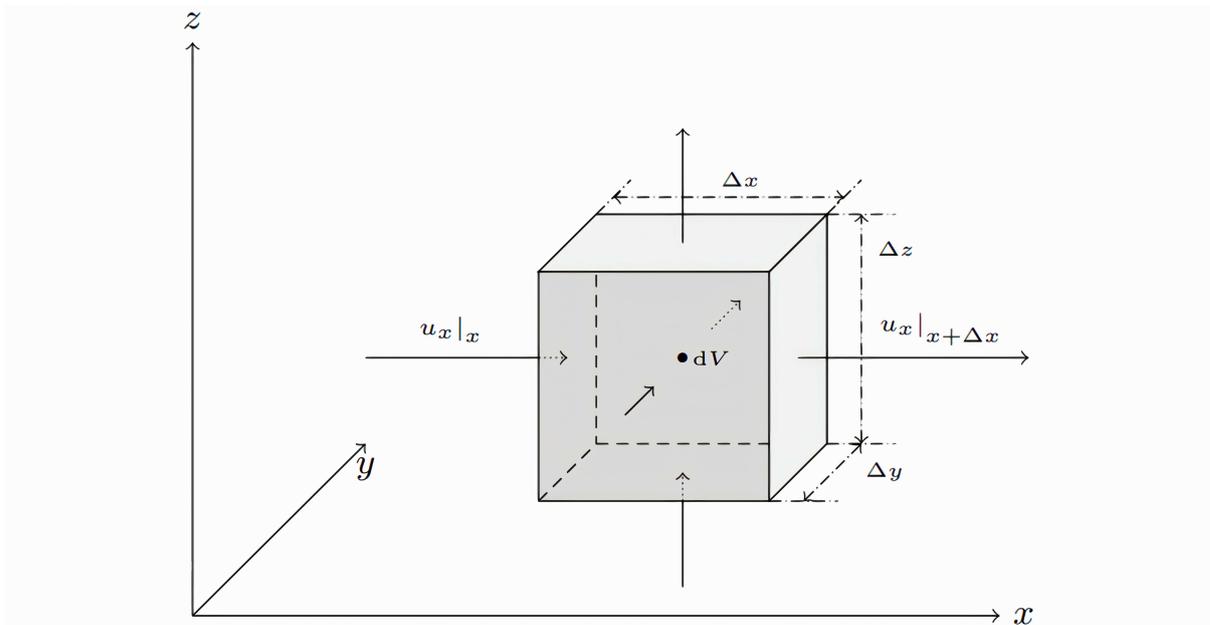
Esta equação representa a taxa de acumulação em relação ao tempo de uma quantidade ϕ , sendo esta a variável de interesse. Ela é composta por três termos distintos: um relacionado ao transporte convectivo, outro relacionado ao transporte difusivo e um terceiro que incorpora a soma das contribuições das fontes externas, denotado na equação como S_ϕ . A equação inclui a densidade ρ , o coeficiente difusivo K e o vetor velocidade representado por U .

Compreender os fundamentos da mecânica dos fluidos é essencial para uma análise mais aprofundada dos fenômenos que ocorrem nos campos de fluxo. Esse permite aprimorar o projeto de perfis aerodinâmicos e desenvolver estratégias para superar desafios relacionados à aerodinâmica desses perfis. Por isso, as equações governantes na forma utilizada na simulação da aerodinâmica de aerofólios serão detalhadas nas próximas seções.

2.1.1 Equação da continuidade

A equação de continuidade tem por objetivo descrever o equilíbrio de massa dentro de um volume arbitrário, como ilustrado na Figura 1. Dessa forma, considerando um fluxo de massa atravessando um volume de controle elementar dV , a equação pode ser expressa como a diferença entre a massa que ingressa no volume de controle e aquela que sai por unidade de tempo. Esta discrepância corresponde à taxa de massa acumulada.

Figura 1 - Balanço de massa em um volume de controle dV .



Fonte: Adaptada de (Holzmann, 2016).

O transporte de massa é resultado do fenômeno de advecção, podendo ocorrer nas três dimensões espaciais. Para uma análise mais detalhada, decompõe-se o vetor de velocidade, representado por U , em suas componentes ao longo dos eixos x , y e z . Vale ressaltar que a variação da densidade ocorre exclusivamente com relação ao tempo, devido às considerações tomadas em relação ao volume de controle. Isso implica que a quantidade de massa que entra em cada direção será resultado do produto da densidade e velocidade do fluxo na direção com a área da seção transversal ortogonal à direção. Em termos de densidade, tem-se essa relação dividida pelo volume, obtendo-se, assim, a equação geral da conservação de massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left(\frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z) \right) \quad (2.2)$$

Quando a taxa de massa acumulada difere de zero, indica a ocorrência de uma variação na densidade em um intervalo infinitesimal Δt , relacionado à expansão ou compressão do fluido. A reescrita da equação em sua forma vetorial resulta na equação descrita abaixo. Como mencionado anteriormente, essa equação também pode ser obtida a partir da equação geral 2.1.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho U) \quad (2.3)$$

Ao integrar a equação na forma vetorial e aplicar o teorema de Gauss, obtém-se a forma integral da equação da continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = - \oint \rho U \cdot n \, dS \quad (2.4)$$

Quando considera-se um fluido como incompressível, desconsidera-se a variação de massa dentro do volume, resultando em uma taxa de variação da densidade igual a zero. Isso leva a uma simplificação significativa na equação de continuidade, obtendo-se a seguinte equação a partir da equação 2.4.

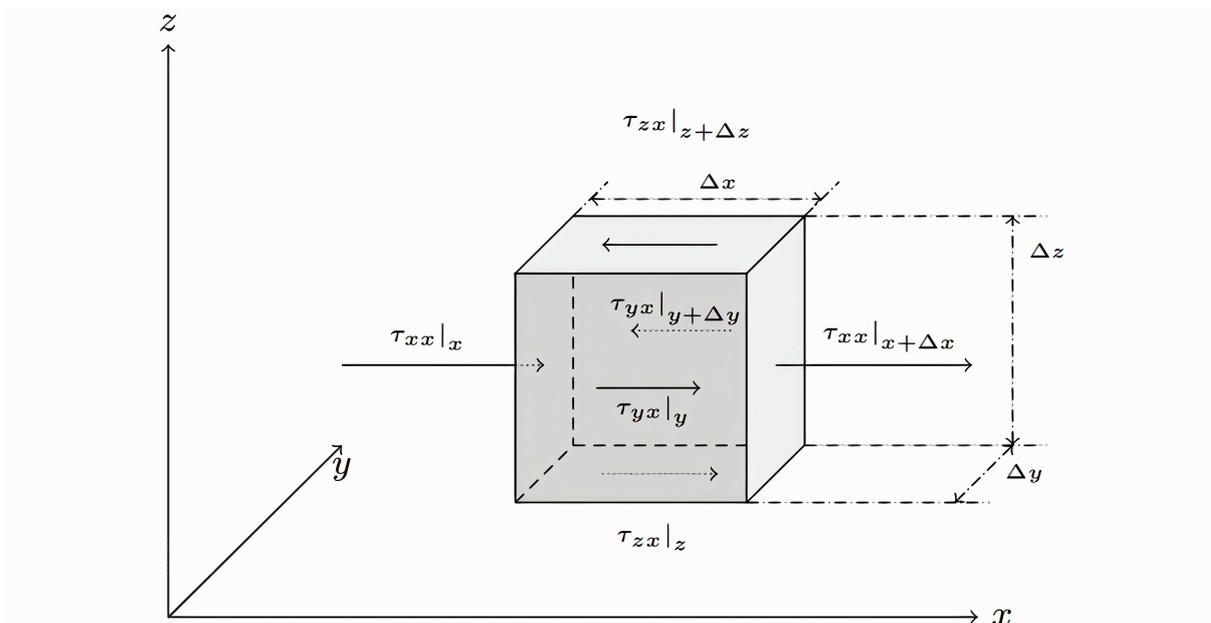
$$\oint U \cdot n \, dS = 0 \quad (2.5)$$

Outra simplificação resultante do fluido ser considerado incompressível é que uma equação a menos é necessária para descrever o fluxo, uma vez que a conservação de energia não precisa ser aplicada neste caso.

2.1.2 Equação da conservação da quantidade de movimento

A equação da conservação da quantidade de movimento tem por objetivo descrever o equilíbrio de momento dentro de um volume arbitrário, como ilustrado na Figura 2. Nesse caso a variação de quantidade de movimento se dá pela quantidade de movimento

Figura 2 - Balanço de momento em um volume de controle dV .



Fonte: Adaptada de (Holzmann, 2016).

entrando e saindo do volume de controle, devido a fenômenos moleculares e acrescido das forças atuantes sobre esse volume. Essas forças podem ter diversas naturezas distintas. Algumas comumente utilizadas são a força gravitacional e as forças de pressão.

O transporte da quantidade de movimento é análogo ao transporte de massa, mas agora considera-se dois tipos de movimento: um movimento tangencial e um movimento normal. O sistema de equações 2.6 descreve a vazão da quantidade de momento por volume, acrescido de um termo F que representa as forças atuantes no volume, em cada eixo do sistema cartesiano tridimensional.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_x) = - \left(\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x u_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y u_x) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z u_x) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x}\tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial y}\tau_{yx} + \frac{\partial}{\partial z}\tau_{zx} \right) + \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_y) = - \left(\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x u_y) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y u_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z u_y) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x}\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y}\tau_{yy} + \frac{\partial}{\partial z}\tau_{zy} \right) + \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_z) = - \left(\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x u_z) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y u_z) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z u_z) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x}\tau_{xz} + \frac{\partial}{\partial y}\tau_{yz} + \frac{\partial}{\partial z}\tau_{zz} \right) + \frac{\partial F}{\partial z} \end{cases} \quad (2.6)$$

onde $\boldsymbol{\tau}$ é o tensor de tensões, uma variável relacionada ao cisalhamento no fluido, detalhado abaixo:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Substituindo o termo ∇F pelos seus termos relacionados à força exercida pela pressão do fluido e à força gravitacional e reduzindo o sistema de equações para a sua forma vetorial, é obtido a equação:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho U = -\nabla \cdot (\rho U \otimes U) - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \nabla p + \rho g \quad (2.8)$$

onde p é a pressão e g é a aceleração da gravidade. Na sua forma integral, a equação se apresenta como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho U dV = - \oint (\rho U \otimes U) \cdot ndS - \oint \boldsymbol{\tau} \cdot ndS - \oint pI \cdot ndS + \int \rho g dV \quad (2.9)$$

onde I é a matriz identidade.

2.1.3 Equação de Navier-Stokes

A equação de Navier-Stokes constitui uma aplicação da segunda lei de Newton a um sistema de partículas fluidas, empregando um campo de velocidades para descrever o movimento dessas partículas no fluido sob análise. A base dessa equação é a conservação da quantidade de movimento (Equação 2.8), na qual o tensor de tensões é definido para fluidos Newtonianos, conforme descrito abaixo:

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu\boldsymbol{\epsilon} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot U)I \quad (2.10)$$

onde μ é viscosidade dinâmica e ϵ é o tensor de taxa de deformação.

A equação de Navier-Stokes na sua forma vetorial é obtida pela substituição do τ na equação de conservação do momento, resultando em:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho U = -\nabla \cdot (\rho U \otimes U) + \nabla \cdot \left(2\mu\epsilon - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot U)I \right) - \nabla p + \rho g \quad (2.11)$$

essa equação, juntamente com a equação da continuidade, e para o caso de fluxo turbulento, a equação da conservação de energia para fluidos, formam o conjunto de ferramentas matemáticas mais preciso que existe atualmente para descrever o comportamento dos fluidos em movimento.

2.1.4 Modelo de turbulência

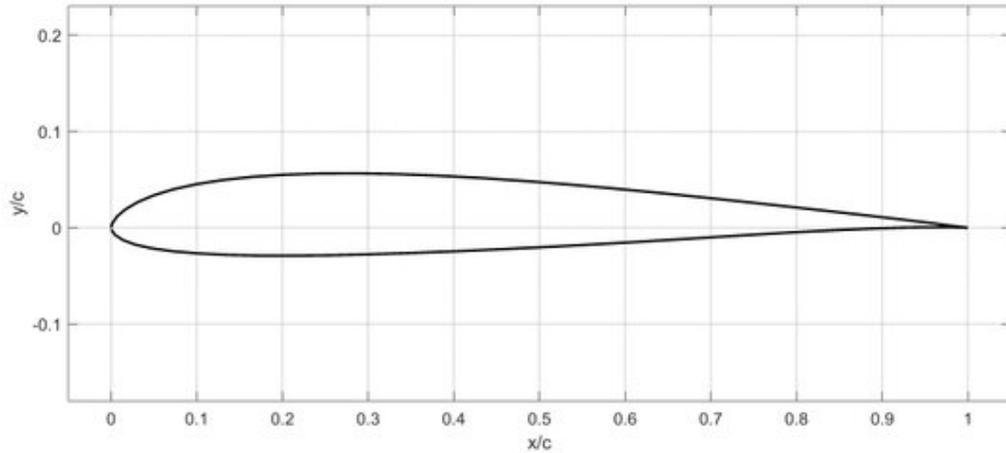
No contexto específico da aerodinâmica, a turbulência se manifesta como um padrão irregular de movimento do fluido que ocorre durante o escoamento sobre a superfície de um perfil. A base teórica descrita até o momento consegue descrever o comportamento do fluido, incluindo o fenômeno de turbulência. Porém este ainda é um problema intratável na sua forma geral. Os modelos de turbulência usam pressuposições e estratégias de simplificação para que seja possível a resolução do modelo em tempo hábil. Existem diversos modelos de turbulências, como o modelo $k - \epsilon$ e o modelo das tensões de Reynold.

Associado diretamente a aplicações em baixo número, a bolha de separação laminar é um desafio em relação à predição do seu comportamento ou dos seus efeitos na aerodinâmica do perfil. Por isso, ao lidar com aerofólios em baixo número de Reynolds, torna-se essencial empregar modelos capazes de prever com precisão a bolha de separação laminar e seu comportamento associado. Um estudo conduzido por Tang (2008) destacou que o modelo Spalart-Allmaras demonstra ser eficiente ao reproduzir esse fenômeno complexo, inclusive em relação ao modelo $k - \epsilon$. A pesquisa abordou a acurácia de diversos modelos de turbulência em situações de baixo número de Reynolds, especialmente em aerofólios propensos à formação da bolha de separação laminar.

O caso central de análise, e também o de maior relevância para a aplicação de interesse, concentrou-se no aerofólio SD7003, mostrado na Figura 3, adotando um número de Reynolds de 60.000 e um ângulo de ataque de 4° . Além de situar-se dentro da faixa investigada neste estudo, esse caso possui a característica de que a bolha de separação laminar abrange praticamente toda a superfície superior do aerofólio. Os aerofólios Eppler387, LA203A e LNV109A também foram analisados em regime de baixo número de Reynolds, para dar embasamento aos resultados obtidos, porém utilizavam $Re > 10^5$.

Devido a sua maior velocidade de execução e a eficiência que demonstrou no estudo, o método utilizado para a modelagem da turbulência nas simulações numéricas foi o Spalart-Allmaras. O diferencial deste modelo, publicado por Spalart e Allmaras (1992), é

Figura 3 - Aerofólio SD7003.



Fonte: (Saetran *et al.*, 2018).

que este usa uma única equação de transporte, descrita na equação abaixo, para modelar a viscosidade turbulenta (ν_t).

$$\frac{D}{Dt}(\rho\tilde{\nu}) = \nabla \cdot (\rho K_\nu \tilde{\nu}) + \frac{C_{b2}}{\sigma_{\nu_t}} \rho |\nabla \tilde{\nu}|^2 + C_{b1} \rho E \tilde{\nu} (1 - f_{t2}) - \left(C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \rho \frac{\tilde{\nu}^2}{d^2} + E_\nu \quad (2.12)$$

onde κ é a constante de Von Kármán, E é a medida de deformação no tensor e d denota a menor distância até a superfície do perfil aerodinâmico.

Para tal, o modelo emprega uma simplificação da viscosidade turbulenta ($\tilde{\nu}$), aproximando o seu comportamento ao da viscosidade turbulenta mais afastada da superfície do aerofólio. Após obter essa viscosidade modificada, o valor é corrigido utilizando as equações descritas em 2.13. Essa abordagem torna o modelo mais fácil de implementar e computacionalmente eficiente em comparação com modelos mais complexos.

$$\nu_t = \nu f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (2.13)$$

A Tabela 1 apresenta as constantes utilizadas e os valores padrões para cada uma no OpenFOAM. Esses valores não foram modificados para a implementação da simulação utilizada neste trabalho. Sendo a constante C_{w1} , calculada pela fórmula apresentada.

Tabela 1 – Valores padrões das constantes da Equação 2.12.

σ_{ν_t}	C_{b1}	C_{b2}	C_{w2}	C_{w3}	C_{v1}	C_s
2/3	0.1355	0.622	0.3	2	7.1	0.3

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma_{\nu_t}} \quad (2.14)$$

2.2 AERODINÂMICA

A aerodinâmica consiste na análise do movimento de fluidos gasosos conforme eles interagem com objetos sólidos imersos em seu interior. Diversos conceitos essenciais para esse estudo incluem a sustentação, a resistência do ar e a forma como a pressão varia ao longo da superfície de um corpo em movimento. Essencialmente, a aerodinâmica busca compreender como as forças aerodinâmicas atuam sobre diferentes formas e estruturas, influenciando o comportamento de aeronaves, veículos terrestres, ou outros objetos cotidianos, como edifícios e pontes. Esse é um campo de estudos formado por uma interseção complexa entre a física dos fluidos, a matemática aplicada e a engenharia, desempenhando um papel crucial no desenvolvimento e aprimoramento de tecnologias voltadas para a locomoção e projeto de estruturas aerodinâmicas eficientes.

2.2.1 Forças aerodinâmicas

Independentemente da geometria do aerofólio, as forças aerodinâmicas têm sua origem essencialmente em duas fontes principais: a distribuição de pressão sobre a superfície do corpo e a distribuição da tensão de cisalhamento ao longo dessa mesma superfície (Anderson, 2017). A pressão (p) surge devido ao impacto do ar na superfície, enquanto a tensão de cisalhamento (τ) é causada pela fricção entre o ar e a superfície do corpo. Logo, a pressão age perpendicularmente à superfície, enquanto a tensão de cisalhamento atua tangencialmente, conforme pode ser visualizado na Figura 4. Ambas essas medidas são quantificadas em termos de força por unidade de área.

Figura 4 - Ilustração da pressão e da tensão de cisalhamento na superfície do aerofólio.

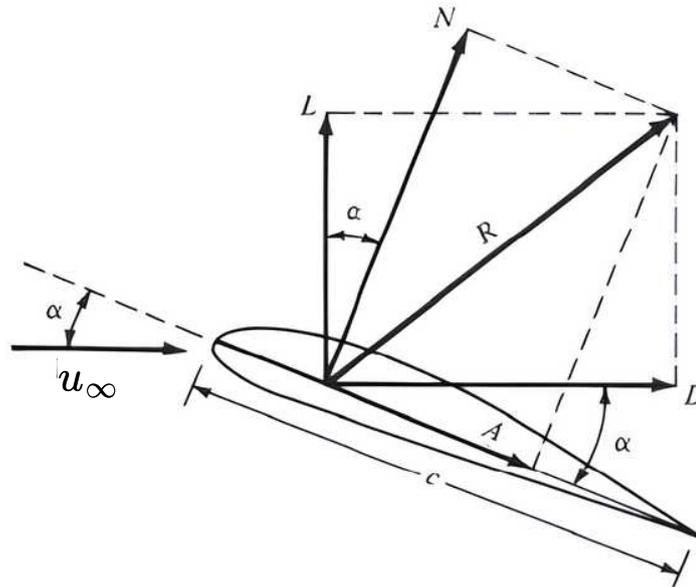


Fonte: Adaptada de (Anderson, 2017).

A força resultante no aerofólio é determinada através do cálculo realizado no seu centro de pressão. Quando essa força é analisada em relação à direção da velocidade de escoamento do fluido afastado da superfície do corpo (u), obtém-se duas componentes distintas: uma perpendicular, responsável pela geração da força de sustentação (L), e uma paralela, que corresponde à força de arrasto (D), como ilustrado na Figura 5.

As forças aerodinâmicas são comumente descritas em termos de coeficientes aerodinâmicos, que desempenham um papel fundamental na análise detalhada do comportamento aerodinâmico de corpos e perfis. Essa abordagem dimensional dos coeficientes permite uma comparação direta e objetiva entre diferentes configurações aerodinâmicas e veículos aéreos, simplificando a avaliação de eficiência e desempenho.

Figura 5 - Componentes da força resultante.



Fonte: Adaptada de (Anderson, 2017).

Esses coeficientes são obtidos através da normalização das respectivas forças em relação à dinâmica do fluxo de ar incidente. No contexto de perfis aerodinâmicos, esta dinâmica é uma relação entre a pressão dinâmica (q_∞), que é a parcela da pressão gerada pela energia cinética do fluido, e o comprimento característico do aerofólio (c). As equações para o coeficiente de sustentação (C_l) e o coeficiente de arrasto (C_d) são apresentadas abaixo:

$$C_l = \frac{L}{q_\infty c} \quad (2.15)$$

$$C_d = \frac{D}{q_\infty c} \quad (2.16)$$

Embora o estudo da aerodinâmica envolva uma variedade de fenômenos complexos, são esses conceitos fundamentais que permanecem como alicerce subjacente a todos esses fenômenos. Em resumo, a compreensão da interação entre a geometria do aerofólio, a distribuição de pressão e a tensão de cisalhamento é crucial para o desenvolvimento e otimização de projetos aerodinâmicos.

2.2.2 Número de Reynolds

O número de Reynolds é o parâmetro adimensional que representa a relação entre as forças inerciais e as forças viscosas em um fluido, sendo fundamental para a compreensão do fluxo ao redor do aerofólio em voo livre. A equação tradicionalmente usada no contexto da aerodinâmica de aerofólios para o cálculo desse parâmetro é:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot u \cdot c}{\mu} \quad (2.17)$$

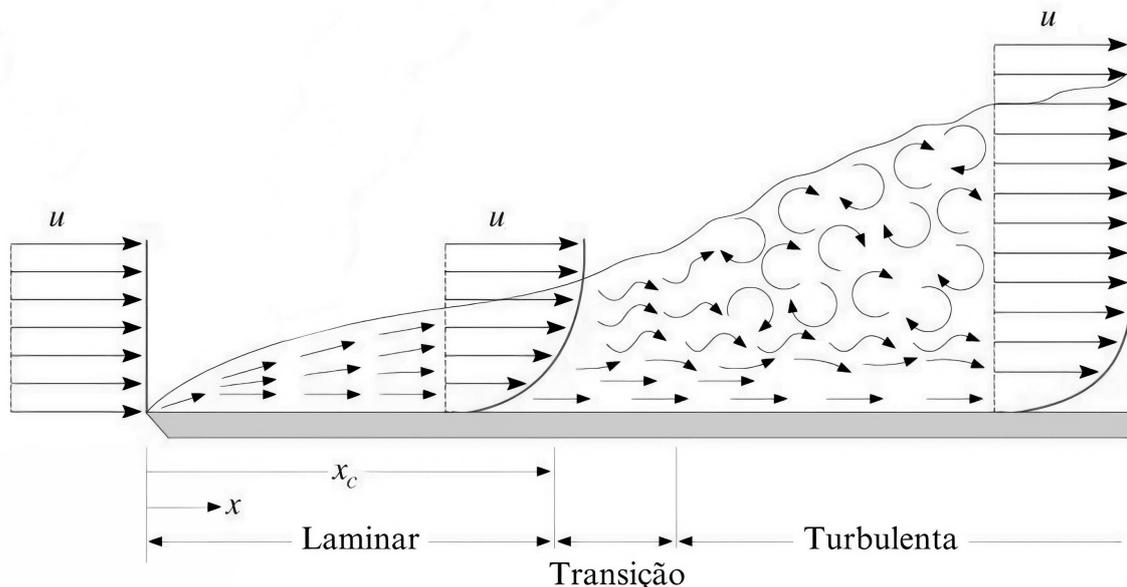
onde c é o comprimento da corda, que é o comprimento característico no caso de um aerofólio, e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

À medida que as forças viscosas ganham relevância, a turbulência do fluido diminui. O ponto no qual o regime muda de turbulento para laminar é conhecido como o número crítico de Reynolds.

2.2.3 Conceito de camada limite

Conceitualmente, a camada limite é a região de um fluido que está em contato direto com a superfície de um corpo. Quando o fluido entra em contato com essa superfície, experimenta tensões de cisalhamento, resultando na redução de sua velocidade e pela hipótese do contínuo, a velocidade tem que ser nula no ponto de contato. A velocidade aumenta gradualmente à medida que se afasta da superfície até alcançar a velocidade u , como ilustrado na Figura 6. Geralmente, considera-se que a camada limite se estende até o ponto em que a velocidade do fluido é igual a 99% de u .

Figura 6 - Ilustração da camada limite.



Fonte: Adaptada de (Bergman, 2011).

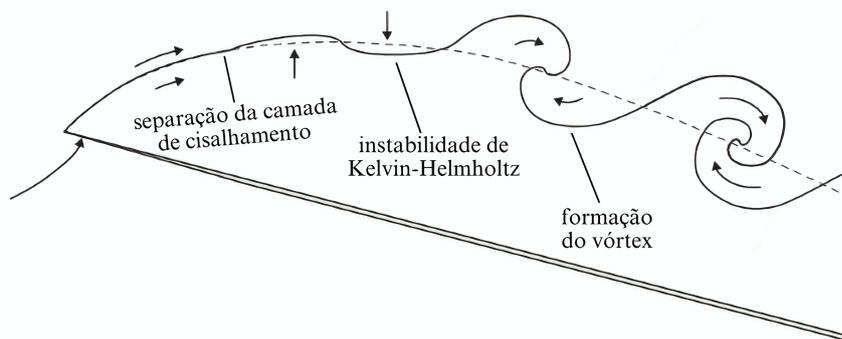
Um fenômeno comum em perfis aerodinâmicos é o descolamento da camada limite. Isso acontece devido a perda de velocidade nessa região, levando a uma inversão da direção do fluxo próximo à superfície a partir de determinado ponto. Esse fenômeno resulta na formação de vórtices nessa área, o que, por sua vez, causa um aumento significativo na força de arrasto exercida sobre o corpo e uma perda de sustentação.

O descolamento da camada limite está diretamente relacionado ao ângulo de ataque do aerofólio. Além disso, observa-se que o ângulo de ataque para o qual o descolamento ocorre diminui gradualmente à medida que o número de Reynolds diminui. Isso se deve ao fato de que as moléculas de fluido na camada limite passam a ter menos energia cinética para manter a aderência (Winslow *et al.*, 2018). Portanto, quanto menor o número de Reynolds, menor é a aderência dessa camada à superfície do aerofólio.

Em regimes de número de Reynolds extremamente baixos, é frequente identificar um descolamento parcial da camada limite, mesmo em ângulos de ataque reduzidos. Este descolamento é conhecido como Bolha de Separação Laminar (BSL). Esse fenômeno é semelhante ao descolamento total, mas distingue-se pelo restabelecimento da camada limite, formando algo semelhante a uma bolha nessa camada (Koning *et al.*, 2020).

A instabilidade de Kelvin-Helmholtz é um fenômeno fluidodinâmico que ocorre na interface entre fluidos movendo-se a diferentes velocidades. No contexto do aerofólio, a presença da bolha de separação laminar resulta em velocidades distintas do fluido dentro e fora da bolha. Essa disparidade provoca a formação de vórtices nessa interface, os quais se desprendem e, eventualmente, se combinam, gerando grandes vórtices que exercem um impacto significativo na aerodinâmica do perfil. Esse comportamento pode ser observado na Figura 7. O aumento da intensidade do gradiente de pressão adverso desencadeia uma ondulação progressiva na camada de cisalhamento separada, provocando oscilações na localização do reatracamento da camada limite. Essas oscilações adicionam complexidade ao comportamento do fluido.

Figura 7 - Ilustração da instabilidade de Kelvin-Helmholtz.



Fonte: Adaptada de (Koning *et al.*, 2020).

Esta ocorrência representa um desafio significativo ao lidar com aerofólios nesse contexto, pois a formação dessa bolha intensifica o arrasto, reduz a sustentação e provoca variações na distribuição de pressão ao longo do perfil aerodinâmico. Portanto, para superar esses desafios, recorre-se a aerofólios não convencionais em cenários com baixos números de Reynolds. Esses aerofólios usam estratégias para aumentar a energia na camada limite, incorporando, por exemplo, quinas ou superfícies rugosas.

2.3 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

A Dinâmica dos Fluidos Computacional é uma abordagem numérica para simulação de escoamento fluidos e fenômenos relacionados. O CFD utiliza as equações governantes, definidas na Seção 2.1, para realizar a simulação do comportamento do fluido. Atualmente, este é o método mais preciso para o tratamento de questões ligadas à dinâmica dos fluidos. Entretanto, é importante notar que seu alto custo computacional pode se mostrar proibitivo em certos contextos específicos, onde a viabilidade de sua aplicação pode ser comprometida.

2.3.1 OpenFOAM

O OpenFOAM, acrônimo para *Open Field Operation and Manipulation*, é um software de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) de código aberto amplamente utilizado para simulação numérica de fluxos de fluidos complexos (OpenFOAM, 2023). Uma das suas principais vantagens é a sua flexibilidade e facilidade de integração com outros códigos e ferramentas. A ausência de uma interface gráfica predefinida simplifica a implementação de soluções personalizadas e possibilita uma colaboração mais fluida entre diversos ambientes de simulação e análise.

A modelagem no OpenFOAM é realizada utilizando a aplicação das equações 2.4 e 2.11 para calcular os fluxos nas faces de cada célula numérica definida na discretização do domínio. A geometria do objeto a ser incluído na simulação do fluxo e do ambiente, assim como a geração da malha utilizada para a simulação, são configuradas por meio de outros programas, sendo o Gmsh uma escolha frequentemente adotada.

Para resolver essas equações, o OpenFOAM possui implementado três métodos numéricos, sendo estes o PISO, SIMPLE e PIMPLE (Holzmann, 2016). O método PISO é um algoritmo iterativo usado para resolver as equações de Navier-Stokes para escoamento incompressível. Ele utiliza uma abordagem de correção da pressão e tem como objetivo principal garantir a conservação da massa. Já o método SIMPLE, possui os mesmos objetivos que o PISO, porém ele pode ser aplicado a fluidos compressíveis. Esse método se difere do anterior por ser semi-implícito, o que significa que as equações de pressão são resolvidas implicitamente, enquanto as equações de velocidade são resolvidas explicitamente. O método PIMPLE é um híbrido dos dois métodos apresentados.

Esses métodos demandam uma série de cálculos, incluindo aqueles relacionados aos parâmetros do problema, como o número de Reynolds que é dado pela Equação 2.17. Esse valor é calculado pelo OpenFOAM utilizando a viscosidade cinemática $\nu = \mu/\rho$. Além disso, é necessário obter os campos essenciais para o comportamento do fluido, como pressão, velocidade e velocidade turbulenta, que podem ser obtidos por meio de diferentes métodos numéricos. Portanto, a técnica adotada para a solução do escoamento em um corpo é uma combinação de diversos métodos integrados.

2.4 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

O propósito dos problemas de otimização é identificar a combinação mais vantajosa para as variáveis de decisão, representadas por \vec{x} dentro de uma região viável, visando minimizar ou maximizar a função objetivo $f(\vec{x})$ (Coello, 2011). Em contextos onde apenas uma função prediz a qualidade da solução, a busca concentra-se em encontrar uma única resposta que otimize esse critério. No entanto, muitos problemas apresentam uma complexidade maior, envolvendo múltiplos critérios que, frequentemente, estão em conflito. Nesses casos tem-se a otimização multiobjetivo.

Devido a esse conflito que geralmente ocorre na otimização multiobjetivo, a busca por uma solução única que seja ótima para todos os critérios torna-se inviável, já que a melhoria em relação a um critério implica na deterioração da solução em relação a outro. Diante disso, a otimização multiobjetivo surge com o propósito de identificar um conjunto de soluções capazes de alcançar um equilíbrio ótimo entre os diversos objetivos do problema. Esse conjunto seria composto por uma seleção de soluções que não é superada por nenhuma outra.

Esses critérios são definidos por funções objetivos, sendo usual adotar a minimização dessas funções para a otimização. Essas funções podem estar sujeitas a restrições, seja pela própria natureza do problema ou por fatores impostos pelas características do problema que se deseja resolver. Portanto, os problemas multiobjetivos com restrição podem ser definidos de forma geral como:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } & f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\ \text{Sujeito a: } & g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ & h_l(x) = 0, \quad l = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

onde \vec{x} é o vetor das variáveis de projeto a ser analisado e $f_i(\vec{x}), i = 1, 2, \dots, m$ são as funções objetivos. Já as funções de restrição são representadas por $g_j(\vec{x}), j = 1, 2, \dots, k$ e $h_l(\vec{x}), l = 1, 2, \dots, p$.

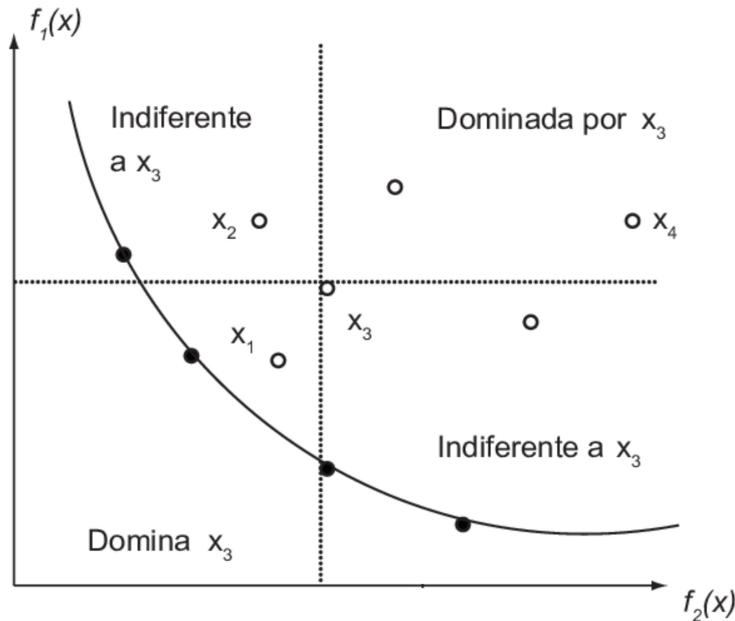
Uma alternativa ao uso das funções de restrições é o uso da penalidade, que é uma pena aplicada a uma solução candidata que viola restrições ou condições específicas do problema. Essa técnica permite que as soluções inviáveis não sejam descartadas, fazendo com que possam contribuir para a diversidade genética da população.

2.4.1 Dominância

Na otimização multiobjetivo, a avaliação e ordenação das soluções são conduzidas através do princípio de dominância. Dadas duas soluções \vec{u} e \vec{v} pertencentes ao conjunto

de soluções, diz-se que \vec{u} domina \vec{v} se, e somente se, $f_i(\vec{u}) \leq f_i(\vec{v})$ para todo i no conjunto $\{1, \dots, m\}$. Em outras palavras, uma solução domina outra quando ela não é inferior em nenhum dos critérios. Isso possibilita a representação gráfica das regiões que contêm soluções dominadas, dominantes e indiferentes em relação a uma solução específica, conforme exemplificado na Figura 8, a qual ilustra um cenário de otimização com dois critérios de avaliação.

Figura 8 - Relações de dominância.



Fonte: Adaptada de (Iannoni, Morabito, 2006).

Dentro do conjunto de soluções dominantes, existem dois tipos de soluções: as que dominam fortemente a solução e as que dominam fracamente a solução. No caso em que uma solução domina fortemente a outra, todas as funções objetivo superam a solução a que ela está sendo comparada. Enquanto que no caso de uma solução dominar a outra de forma fraca implica que podem ter funções objetivo que se equivalem entre as duas. Essas relações de dominância são expressas matematicamente, respectivamente, da forma:

$$\begin{aligned} \forall \vec{u}, \vec{v} : \vec{u} \prec \vec{v} &\iff f_i(\vec{u}) < f_i(\vec{v}), \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}. \\ \vec{u} \preceq \vec{v} &\iff f_i(\vec{u}) \leq f_i(\vec{v}), \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \end{aligned} \quad (2.18)$$

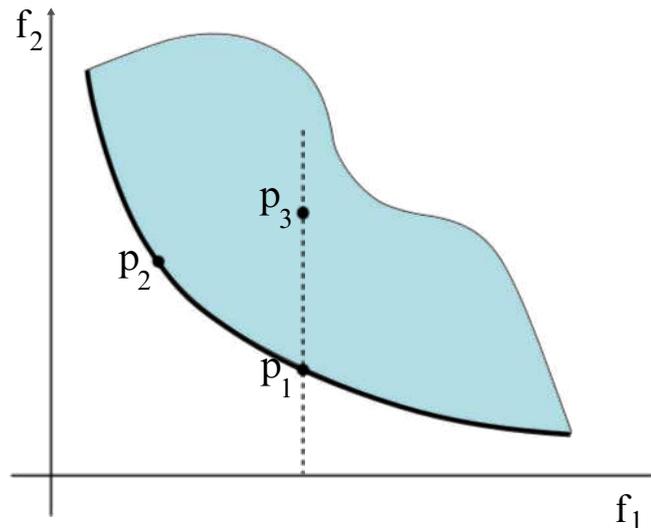
onde \vec{u}, \vec{v} pertencem ao conjunto de soluções.

2.4.2 Frente de Pareto

Um conceito fundamental para a otimização multiobjetivo é a Frente de Pareto. Esta frente é definida como o conjunto de soluções não dominadas, ou seja, onde nenhuma solução é melhor que outra da curva (Deb *et al.*, 2002). Em um conjunto devidamente otimizado, contendo um número suficientemente grande de soluções, é possível observar

uma curva que delimita a capacidade de melhorar uma solução sem deteriorar a outra. A Figura 9 ilustra essa configuração em uma otimização multiobjetivo com apenas duas funções objetivo. A curva que passa pelos pontos P_1 e P_2 representa a Frente de Pareto, enquanto a região que inclui o ponto P_3 é a área onde as outras soluções permanecem, neste exemplo.

Figura 9 - Frente de Pareto.



Fonte: Adaptada de imagem disponível em: rebrand.ly/frentePareto.
Acesso em: 24 de novembro de 2023.

2.5 COMPUTAÇÃO EVOLUTIVA

A Computação Evolutiva é um campo de pesquisa na área da inteligência artificial que engloba um conjunto de técnicas de otimização inspiradas por fenômenos naturais (Eiben, Smith, 2015). Essas técnicas são denominadas de Algoritmos Evolutivos e existe uma diversidade significativa de algoritmos dentro desse domínio. Alguns dos mais conhecidos incluem *Genetic Algorithms* (GA), *Particle Swarm Optimization* (PSO) and *Differential Evolution* (DE). A escolha do algoritmo adequado depende da natureza do problema em questão, dos recursos computacionais disponíveis, das restrições do domínio e das características específicas do algoritmo em relação aos requisitos do problema.

2.5.1 Evolução Diferencial

O algoritmo Evolução Diferencial (DE) foi publicado originalmente por Storn e Price (1997), e mantém sua relevância até os dias de hoje. O seu funcionamento é análogo ao Algoritmo Genético (GA), uma vez que ambos são métodos estocásticos inspirados na teoria da evolução. O DE é amplamente reconhecido por sua eficiência e se destaca dos demais algoritmos evolutivos devido à utilização de seu operador de mutação característico,

denominado mutação diferencial. Este operador é da forma:

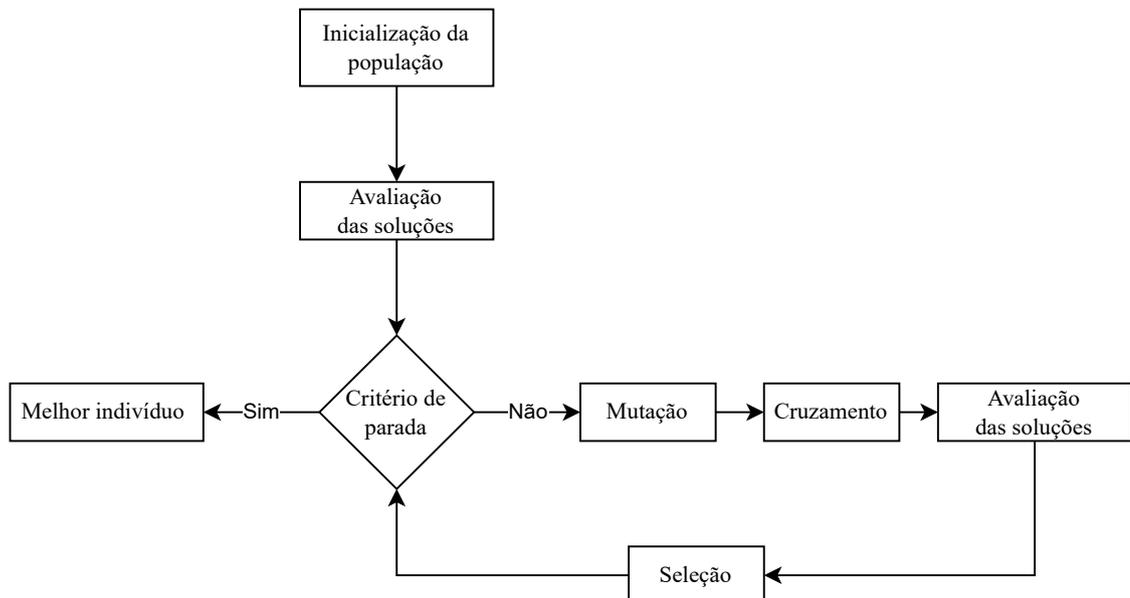
$$x_{i,G+1} = x_{r_1,G} + \beta \cdot (x_{r_2,G} - x_{r_3,G}) \quad (2.19)$$

onde r_1, r_2 e r_3 são índices aleatórios, G é a geração atual, $x_{i,G}$ representa o vetor da solução i na geração G , e, por fim, existe o parâmetro β , que controla a intensidade da mutação.

Portanto, ao contrário da maioria dos métodos derivados do algoritmo genético, o operador de mutação não é puramente aleatório. A mutação diferencial é um operador que tem seu vetor perturbação gerado utilizando a diferença entre dois indivíduos da população com uma determinada intensidade.

O diagrama da Figura 10 representa a execução do algoritmo DE. Inicialmente, é gerado, geralmente de forma aleatória, um conjunto finito de cromossomos denominado população. Essa população é então avaliada com base no critério adotado, e posteriormente os indivíduos passam por três etapas: mutação, cruzamento e seleção. Por fim, os indivíduos selecionados são copiados para a próxima população, e o ciclo reinicia. Esse processo continua até que o critério de parada estabelecido seja alcançado.

Figura 10 - Diagrama do algoritmo DE.



Fonte: Própria do Autor.

Existem diversas estratégias que podem ser utilizadas para fazer o cruzamento e a seleção. Uma estratégia comumente adotada para a etapa de cruzamento é o cruzamento uniforme, que está descrito na Equação 2.20. Nessa estratégia, um valor é selecionado

aleatoriamente e comparado com uma constante c previamente escolhida. Com base nisso, cada gene é então copiado de um dos indivíduos selecionados na posição correspondente. Esse processo continua até que os dois vetores de comprimento D tenham sido percorridos.

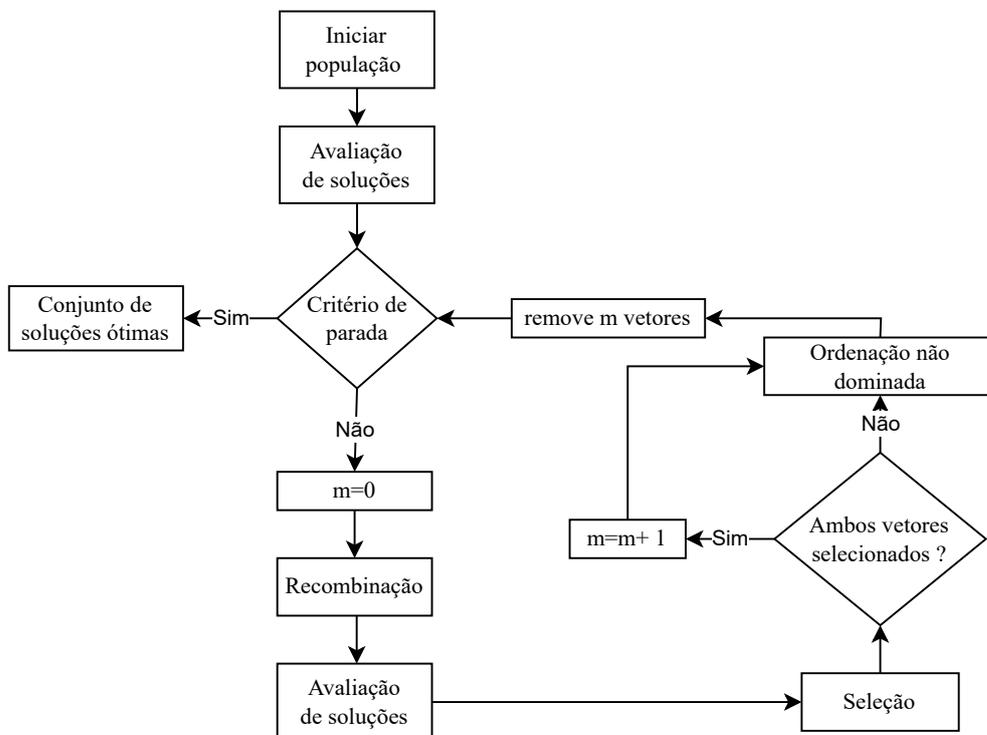
$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} x_{jr_1,G} & \text{se } (\text{randb}(j) \leq c) \\ x_{jr_2,G} & \text{caso contrário} \end{cases}, j = 1, 2, \dots, D. \quad (2.20)$$

Para a estratégia de seleção, existem várias abordagens amplamente adotadas, como a seleção por torneio, a seleção por roleta e a seleção por classificação. Além disso, há uma diversidade de variantes do DE. Embora esse algoritmo seja na forma canônica mono-objetivo, ele serve como base para uma série de algoritmos multiobjetivo. Um que se mostrou particularmente eficiente foi o Generalized Differential Evolution 3 (GDE3).

2.5.2 GDE3

O GDE3 é um algoritmo multiobjetivo que se fundamenta no DE como sua estrutura central, conforme descrito por Kukkonen e Lampinen (2005). Quando aplicado a um cenário com apenas uma função objetivo e a ausência de restrições, o GDE3 opera de forma análoga ao DE. O diagrama esquemático do funcionamento geral do algoritmo pode ser visualizado na Figura 11.

Figura 11 - Diagrama do algoritmo GDE3.



Fonte: Adaptada de (Goudos,Sahalos, 2009).

Assim como ocorria no DE, o algoritmo começa com a criação de uma população inicial e sua avaliação. Então, o algoritmo entra em um ciclo que ocorre enquanto o

critério de parada não é atingido. No contexto do GDE3, esse ciclo inicia-se definindo como zero o número de indivíduos além da capacidade da população, representado pela letra m . Posteriormente, ocorre a criação e avaliação dos novos indivíduos da população. Por fim, ocorre a etapa de seleção que, no caso deste algoritmo, é realizada em duas fases. A primeira compara o novo indivíduo com a solução anterior. Já na segunda fase, ocorre uma seleção global que resulta na remoção dos indivíduos excedentes.

No que diz respeito aos operadores de mutação e cruzamento, eles são unidos em uma única etapa de recombinação, conforme ilustrado na Equação 2.21.

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} x_{jr_3,G} + \beta \cdot (x_{j,r_1,G} - x_{j,r_2,G}) & \text{se } (\text{randb}(j) \leq c) \\ x_{ji,G} & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad j = 1, 2, \dots, D. \quad (2.21)$$

Ao analisar os diagramas do GDE3 e do DE, torna-se evidente que a principal diferença entre os algoritmos está na forma de seleção dos indivíduos para a próxima geração. Inicialmente, a solução resultante da recombinação é confrontada com a solução anterior. A nova solução é então transmitida para a geração subsequente, se dominar mesmo que fracamente a solução anterior, conforme delineado pela Equação 2.22.

$$\vec{x}_{i,G+1} = \begin{cases} \vec{u}_{i,G} & \text{se } \vec{u}_{i,G} \preceq \vec{x}_{i,G} \\ \vec{x}_{i,G} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.22)$$

O segundo processo de seleção ocorre após a adição de todos os indivíduos da população da geração seguinte. Esse é um processo iterativo e acontece enquanto m é maior que zero, onde m é o número de indivíduos além da capacidade da população. Em cada ciclo, um indivíduo \vec{x} é selecionado. Se \vec{x} atende as condições descritas em 2.23, então \vec{x} é removido da população. A *Crowding Distance*, simbolizada por CD , desempenha um papel crucial neste contexto, pois representa uma métrica responsável por equilibrar a população resultante. Essa métrica indica a lotação nas proximidades de um vetor dentro do seu conjunto não dominado.

$$\begin{cases} \forall i \quad \vec{x} \not\prec_c \vec{x}_{i,G+1} \\ \wedge \\ \forall (\vec{x}_{i,G+1} : \vec{x}_{i,G+1} \not\prec_c \vec{x}) \quad CD(\vec{x}) \leq CD(\vec{x}_{i,G+1}) \end{cases} \quad (2.23)$$

O GDE3 é uma evolução do algoritmo GDE, e representa um avanço significativo em comparação com suas versões anteriores. Embora as versões anteriores tenham demonstrado um bom desempenho, há desafios relacionados à sensibilidade aos parâmetros de controle e ao tempo de convergência, principalmente no caso do GDE2, que tem a tendência de favorecer soluções isoladas (Lampinen, 2001; Kukkonen, Lampinen, 2004a, 2004b). A versão mais recente foi projetada para abordar de maneira mais eficaz problemas de otimização complexos, contornando os problemas observados nas outras versões.

3 MODELAGEM E SIMULAÇÃO

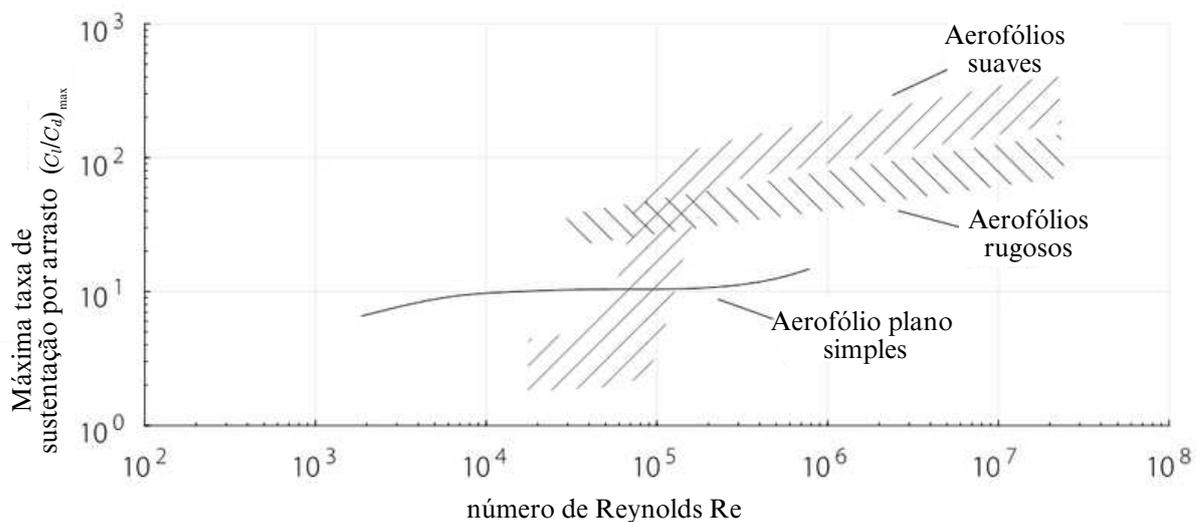
Neste capítulo, será abordado os procedimentos envolvidos na modelagem computacional do problema, bem como na simulação da dinâmica dos fluidos dentro do contexto em análise. O capítulo está estruturado em duas seções distintas. A primeira seção destina-se a detalhar o projeto de cada um dos modelos de aerofólios trabalhados. Posteriormente, será discutida a modelagem computacional, abordando a construção geométrica, a geração da malha, o modelo de turbulência adotado e a execução da simulação utilizando a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD).

3.1 PROJETO DOS AEROFÓLIOS

Os aerofólios tradicionais em números de Reynolds inferiores 10^5 apresentam um baixo desempenho aerodinâmico. Nessas condições, o fluxo na camada limite assume um caráter laminar e portanto as moléculas do fluido em contato com a superfície não possuem energia cinética suficiente para manter a aderência da camada limite. Esse cenário resulta em vários problemas associados à aerodinâmica de aerofólios, como a formação de bolhas de separação laminar, redução nos ângulos de estol e a ocorrência de instabilidades de Kelvin-Helmholtz, conforme detalhado nas Subseções **2.2.2** e **2.2.3**.

Como ilustrado na Figura 12, os aerofólios tradicionais apresentam uma queda acentuada de desempenho em números muito baixos de Reynolds, se mostrando menos eficientes que aerofólios planos simples. Para mitigar os efeitos indesejados desse regime de fluxo, é interessante a busca por formatos que gerem uma quantidade controlada de turbulência na camada limite. Uma solução que tem sido adotada é a utilização de aerofólios com superfícies não suaves, que possuem quinas e frente reta, por exemplo.

Figura 12 - Comparação da eficiência entre aerofólios suaves e uma placa plana.



Fonte: Adaptada de (Koning *et al.*, 2020).

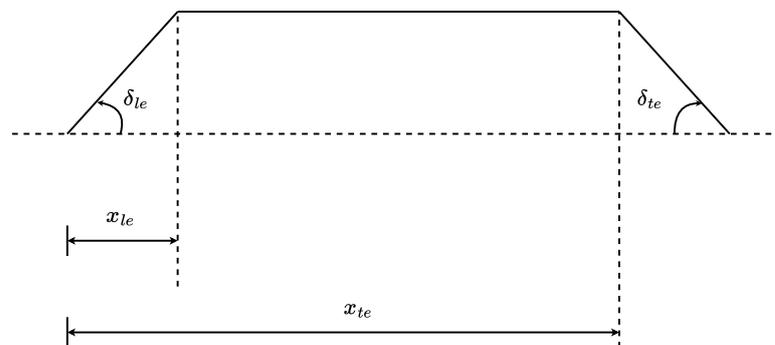
Os aerofólios abordados neste estudo incluem o modelo plano com duas inflexões e o modelo curvado. Este último representa uma generalização do modelo semi-circular. Conforme mostrado por Traub e Coffman (2019), ambos os modelos de aerofólios se mostraram muito promissores, conforme evidenciado em seus experimentos de túnel de vento, bem como em pesquisas anteriores. No caso do modelo arqueado, a construção da geometria envolveu o uso da curva de Bézier, uma abordagem diferente em relação ao estudo mencionado, que empregou uma forma de arco circular.

3.1.1 Modelo plano com inflexões

O aerofólio plano com duas inflexões é apresentado esquematicamente na Figura 13. Os parâmetros que são utilizados na etapa de otimização do modelo são x_{le} , δ_{le} , x_{te} e δ_{te} , os quais correspondem, respectivamente, à posição e ângulo da primeira inflexão (*leading edge*), além da posição e ângulo da segunda inflexão (*trailing edge*). O bordo de ataque do aerofólio é linear, permanecendo vertical para um ângulo de ataque igual a zero.

A espessura do aerofólio foi estabelecida como uma constante. Essa escolha foi orientada pela consideração de que, para o contexto específico em que esses aerofólios são empregados, uma menor espessura contribui para uma aerodinâmica mais eficiente (Koning *et al.*, 2020). Assim, pensando na viabilidade prática do projeto, adotou-se uma espessura fixa equivalente a 0.8% da corda.

Figura 13 - Formato do aerofólio a ser otimizado.



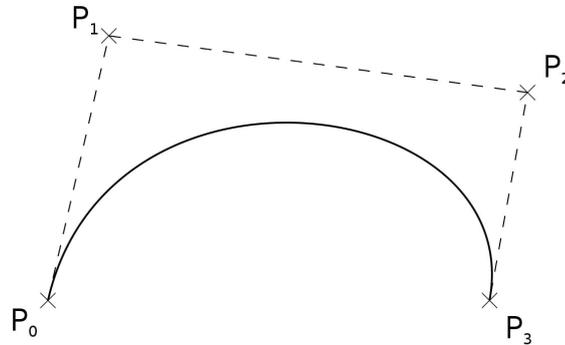
Fonte: Adaptada de (Traub, Coffman, 2019).

3.1.2 Modelo curvo

O aerofólio curvado é apresentado esquematicamente na Figura 14. Sua construção é baseada em uma moldagem de uma placa plana, com sua curva estabelecida pela curva de Bézier de quatro pontos. A curva de Bézier é uma construção matemática amplamente utilizada no projeto de aerofólios, pois sua fórmula permite criar curvas suaves e complexas com um controle preciso sobre sua forma. Essa curva é definida por um conjunto de pontos de controle, sendo este normalmente formado por quatro pontos. O primeiro e o último

ponto definem o início e o final da curva. Já os pontos intermediários, influenciam o seu comportamento sem que a curva passe diretamente sobre eles.

Figura 14 - Formato do aerofólio a ser otimizado.



Fonte: Disponível em: rebrand.ly/curvaBezier.
Acesso em: 13 de outubro de 2023.

A fórmula geral para uma curva de Bézier cúbica, ou seja, que possui quatro pontos de controle, é dada por:

$$B(t) = (1 - t)^3 P_0 + 3(1 - t)^2 t P_1 + 3(1 - t) t^2 P_2 + t^3 P_3 \quad (3.1)$$

onde $B(t)$ é a posição na curva para um dado parâmetro t . No caso desse modelo, essa posição pode variar de 0 a 1, e P_0 , P_1 , P_2 , e P_3 são os pontos de controle.

Os parâmetros utilizados na etapa de otimização para este modelo são o P_1 e o P_2 . O P_0 é o ponto que delimita o início da curva e é definido como sendo o ponto $(0, 0)$ e o P_3 é ponto que marca o final da curva e é fixado como sendo o ponto $(1, 0)$. Uma abordagem similar é abordada por Koning *et al.* (2020).

3.2 MODELAGEM COMPUTACIONAL

A modelagem computacional foi conduzida por meio da técnica de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), que atualmente é a ferramenta mais precisa disponível para a simulação desse tipo de fenômeno. No entanto, é importante ressaltar que essa abordagem possui um alto custo computacional. Porém, no contexto de aerofólios não convencionais e regimes de baixo número de Reynolds, o uso desse método é essencial para a obtenção de resultados precisos, devido aos fenômenos complexos envolvidos nesse cenário.

A implementação da modelagem foi realizada com o auxílio do OpenFOAM, um software de código aberto amplamente reconhecido em diversas áreas para simulações numéricas baseadas em CFD. No âmbito deste projeto, destacam-se várias vantagens do uso do OpenFOAM: sua flexibilidade, que permite aos usuários personalizar e ajustar

modelos, algoritmos e solucionadores de acordo com as necessidades específicas de suas aplicações; sua fácil integração com uma variedade de ferramentas de pré-processamento e pós-processamento, como ParaView, Gmsh e Salome, simplificando a criação de geometrias, a geração de malhas e a análise dos resultados da simulação; e sua facilidade de integração em outros códigos.

3.2.1 Geração da malha

A ferramenta de pré-processamento utilizada para a construção da geometria foi o Gmsh. Esse software, de fonte aberta, é um gerador de malha de elementos finitos 3D e é integrado com um mecanismo de *Computer Aided-Design* (CAD). O Gmsh é separado em quatro módulos, sendo estes: geometria, malha, solucionador e pós-processamento (Geuzaine, 2009). Neste estudo foram utilizados os módulos de geometria e malha, para criar o arquivo “main.msh” utilizado pelo OpenFOAM.

A geometria foi realizada por meio de *scripts* na linguagem nativa do Gmsh, cuja extensão de arquivo é “.geo”. A construção de uma geometria no Gmsh se baseia na Representação de Borda (BRep), onde cada objeto é construído considerando a hierarquia topológica. De maneira específica, um volume é delineado por superfícies, uma superfície é limitada por arestas e uma aresta é, por sua vez, definida por pontos. Essa abordagem topológica fundamenta a construção dos arquivos, utilizando entidades topológicas que são instâncias das classes GVertex, GEdge, GFace e GRegion. Estas são subclasses da GEntity. Tanto o Gmsh quanto o OpenFOAM utilizam objetos 3D, por isso é realizada uma extrusão da geometria total do modelo até a profundidade das células.

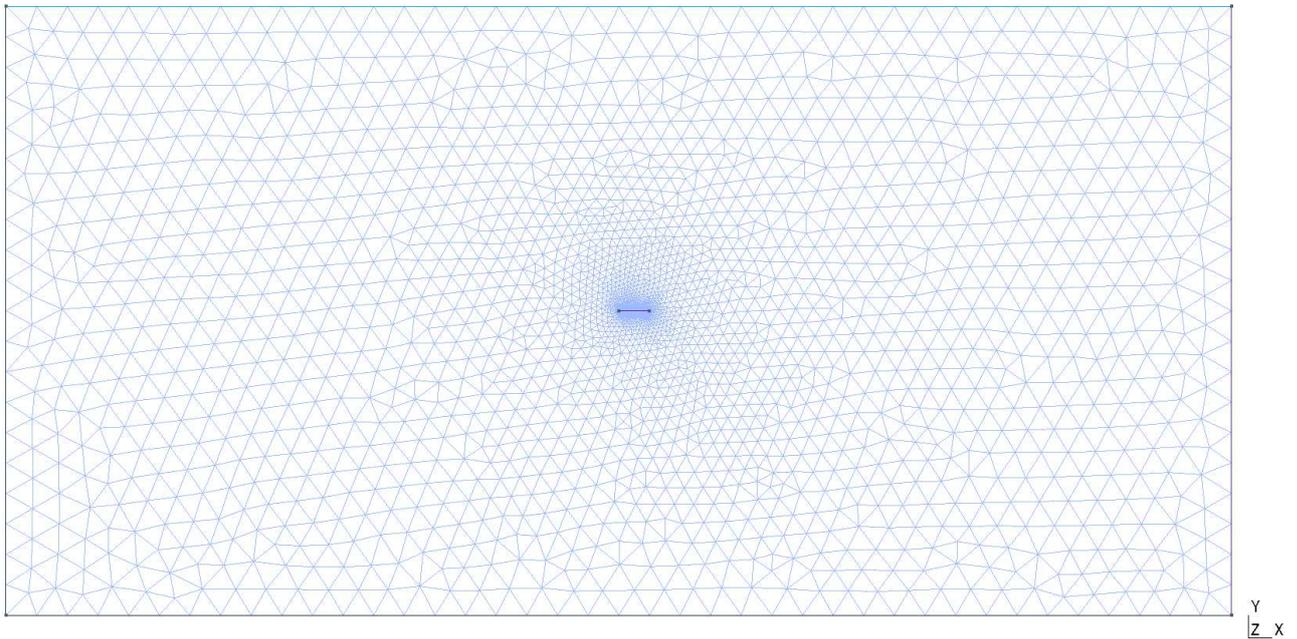
A geometria e a malha de ambos os modelos de aerofólios, bem como o domínio computacional, foram geradas por meio de cinco arquivos do Gmsh. Um desses arquivos contém os parâmetros essenciais para a construção do modelo, sendo ajustado pelo código encarregado da automação da simulação. O arquivo do programa principal adquire esses parâmetros e invoca a função responsável pela construção dessa geometria, alocada em outro arquivo. Em seguida, este código principal chama a função contida no arquivo dedicado à criação da geometria do domínio. Por fim, este arquivo realiza uma extrusão e define as superfícies do aerofólio, assim como o seu volume.

O tamanho da malha global foi de 1 u.c e esse valor foi reduzido até chegar ao tamanho de 0.01 nas proximidades do aerofólio. O tamanho do túnel de vento foi de 20 u.c de altura e 40 u.c de largura. O exemplo gerado com o aerofólio plano pode ser observado na Figura 15, e na Figura ampliada 16.

3.2.2 Métodos numéricos

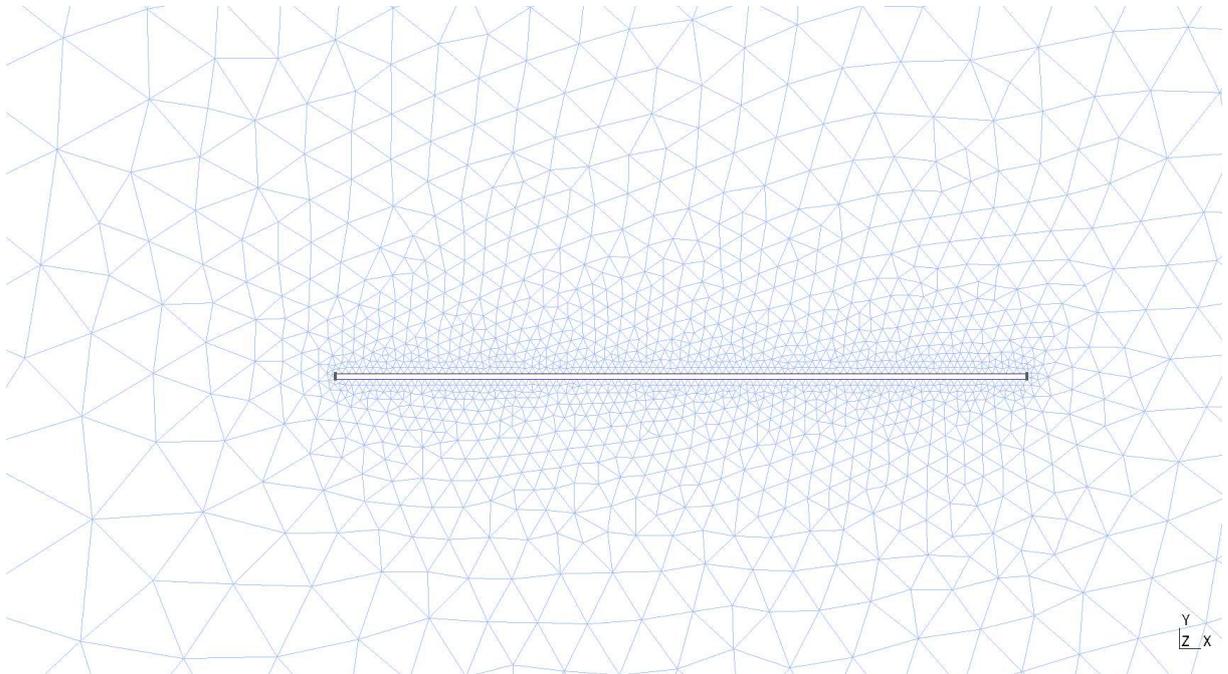
Para resolver numericamente a equação de Navier-Stokes, conforme definida em 2.11, em um regime permanente, empregou-se método conhecido como *Semi Implicit*

Figura 15 - Malha gerada para o túnel de vento com o aerofólio plano.



Fonte: Própria do Autor.

Figura 16 - Figura 15 ampliada.



Fonte: Própria do Autor.

Method for Pressure Linked Equation (SIMPLE) (Patankar, Spalding, 1983). Esse método oferece a vantagem de lidar com o acoplamento entre pressão e velocidade na mesma malha, mitigando problemas decorrentes de fortes gradientes de pressão. O pseudocódigo apresentado abaixo representa uma adaptação dos passos de execução do algoritmo

SIMPLE fornecido no OpenFOAM (2023):

Algorithm 1 SIMPLE: Método Semi-Implícito para Equações Pressão-Velocidade

```

1: while não convergido do
2:   Avançar para a próxima iteração  $t = t^{n+1}$ 
3:   Inicializar  $u^{n+1}$  e  $p^{n+1}$  usando os valores mais recentes de  $u$  e  $p$ 
4:   Construir as equações de quantidade de movimento
5:   Sub-relaxar a matriz de quantidade de movimento
6:   Resolver as equações de momento para obter uma previsão de  $u^{n+1}$ 
7:   Construir a equação de pressão
8:   Resolver a equação de pressão para  $p^{n+1}$ 
9:   Corrigir o fluxo para  $\Phi^{n+1}$ 
10:  Sub-relaxar  $p^{n+1}$ 
11:  Corrigir a velocidade para  $u^{n+1}$ 
12: end while

```

Empregou-se a interpolação linear de Gauss para os gradientes e divergentes. Os termos divergentes de velocidade e de viscosidade-equivalente (ν Tilda) foram resolvidos com esquema de segunda ordem `linearUpwind` (Warming, Beam, 1976) com limitador de fluxo. Este esquema emprega as interpolações `upwind` padrão com uma correção explícita pelo esquema predictor-corretor de MacCormack baseada no gradiente local de velocidade.

O campo de pressão (p) foi calculado utilizando o método numérico GAMG, acrônimo para *Geometric Algebraic MultiGrid*. Esse método tem como princípio geral a resolução do problema em camadas, começando por malhas grosseiras e progredindo para malhas cada vez mais refinadas a cada iteração. Isso permite que o algoritmo obtenha soluções parciais rapidamente nas camadas superiores, acelerando assim a obtenção dos resultados em malhas refinadas. O ganho de velocidade em relação aos métodos padrões de resolução depende da diferença entre a economia de tempo com a utilização de malhas mais grosseiras e os custos adicionais de refinamento da malha e mapeamento de dados de campo (CFD Direct. *User Guide OpenFOAM*, 2023).

O campo de velocidades (u) foi calculado utilizando a função do OpenFOAM `smoothSolver`. Para especificar o método, é necessário indicar o suavizador a ser utilizado. Dado que o método Gauss-Seidel apresenta bons resultados para o acoplamento pressão-velocidade, ele também foi aplicado a essa resolução. O campo de velocidades turbulentas (\tilde{u}) foi calculado da mesma forma.

Os valores de tolerância adotados nos métodos numéricos utilizados para obter os campos \vec{p} , u e \tilde{u} , foram respectivamente, 10^{-6} , 10^{-8} e 10^{-8} . O fator de relaxamento foi estabelecido como 0.1 para todos os cálculos. A tolerância representa um valor limite para a diferença entre resultados de duas iterações, indicando a convergência da equação. Por outro lado, o fator de relaxamento é uma constante que determina a intensidade da variação para a próxima iteração.

4 VALIDAÇÃO DO MODELO

Este capítulo tem como objetivo demonstrar a fidelidade do modelo em relação aos dados reais provenientes dos testes de túnel de vento conduzidos por Traub e Coffman (2019). Será realizada a comparação entre os resultados provenientes da simulação computacional e os dados experimentais, seguida por uma análise detalhada do erro do modelo. Este processo permite avaliar quão precisamente o modelo representa o comportamento do fluido e a validade do uso da simulação como fonte dos dados utilizados na otimização.

4.1 COMPARAÇÃO COM DADOS DE TÚNEL DE VENTO

Independentemente do tipo de aerofólio ou do contexto específico para o qual se pretende aplicar a simulação, a otimização do projeto desse aerofólio demanda uma avaliação prévia do modelo computacional que será empregado para descrever a dinâmica do fluido. Essa etapa torna-se particularmente crítica quando a faixa do número de Reynolds a ser considerada é inferior a 10^5 . Nesses casos, é necessário ter ainda mais atenção com a fase de avaliação, conduzindo testes com um conjunto significativo de elementos para garantir a robustez e a confiabilidade do modelo.

Ao lidar com regimes de baixo número de Reynolds, as flutuações nesse parâmetro tornam-se significativamente mais pronunciadas em comparação com faixas mais convencionais. Esse comportamento mais sensível a pequenas variações pode exercer impactos importantes nas simulações. Este desafio se estende à fase experimental em túneis de vento, onde, na faixa específica considerada para este trabalho, são observadas variações consideráveis em medições independentes (Winslow *et al.*, 2018).

Por consequência, é essencial que os dados utilizados provenham de uma única fonte de dados, apresentando uma quantidade significativa de amostras e uma taxa de variação baixa entre medições independentes. Por isso os dados foram retirados do artigo publicado por Traub e Coffman (2019), já que são apresentados dados experimentais em uma quantidade e variedade significativas e as medições independentes se mostram muito consistentes.

No experimento descrito no artigo é utilizado um equipamento com 0.05 graus de precisão em relação ao ângulo de ataque, e para realizar a análise da reprodutibilidade entre medições independentes é utilizado um aerofólio arqueado de 304.8 mm e $Re = 4 \times 10^4$, obtendo uma variação entre 0.2% e 0.32% para o C_l , com um intervalo de confiança de 99%.

Para a validação do modelo computacional, foram utilizados quatro conjuntos distintos de instâncias. O primeiro conjunto abrange a variação do número de Reynolds para um aerofólio plano simples, escolhido devido à sua simplicidade em comparação com outros aerofólios planos que apresentam inflexões. Este conjunto cria um contraste

com o segundo conjunto de instâncias, no qual é empregado o aerofólio proposto pelos pesquisadores do experimento físico, considerando diferentes valores de Reynolds.

Os conjuntos três e quatro consistem em experimentos com números de Reynolds fixos, mas variando a angulação da dobra do bordo de ataque e do bordo de fuga, respectivamente. Essa abordagem abrangente visa garantir uma validação do modelo computacional, contemplando diversas configurações e condições relevantes para o comportamento aerodinâmico das aplicações de interesse.

4.1.1 Análise para placa plana

O conjunto inicial de instâncias consiste em uma variação do número de Reynolds aplicada ao aerofólio plano simples, cuja geometria é equivalente a de uma placa plana e está exibida na Figura 17. Este conjunto compreende três instâncias, sendo o número de Reynolds o único atributo distintivo entre elas.

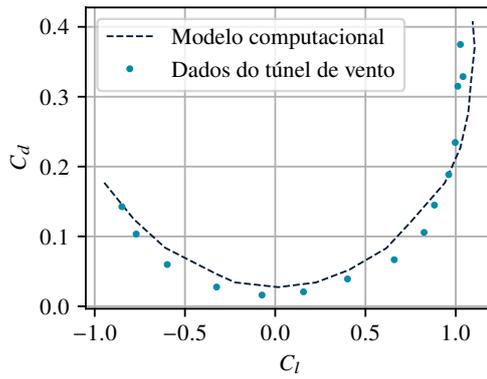
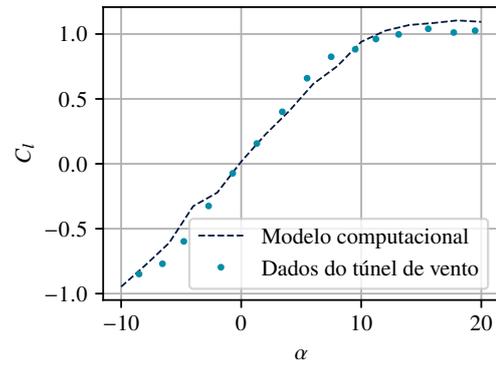
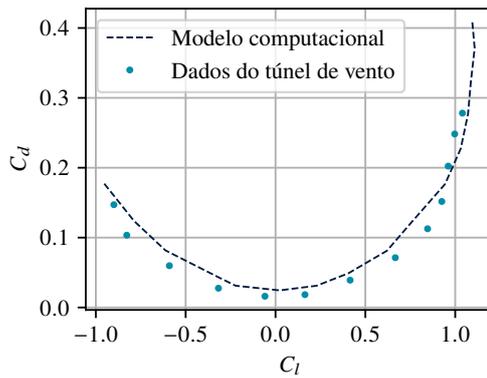
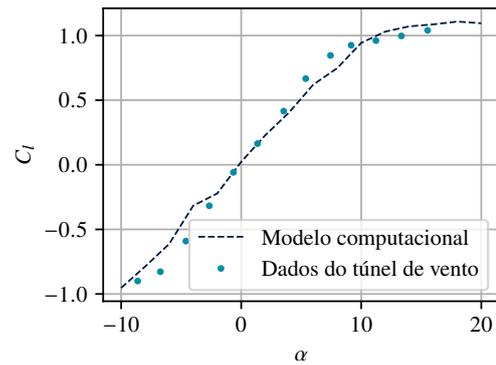
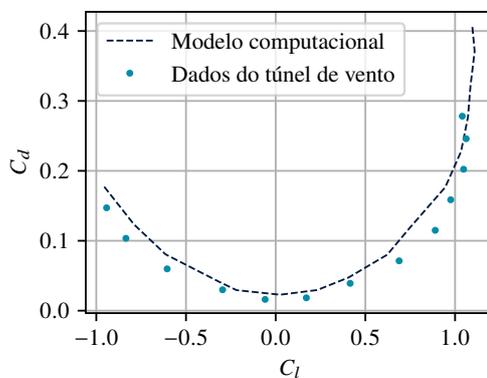
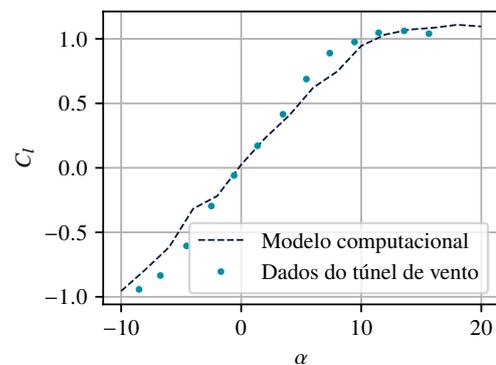
Figura 17 - Geometria gerada no Gmsh para a placa plana.



$\begin{matrix} y \\ |z \\ x \end{matrix}$

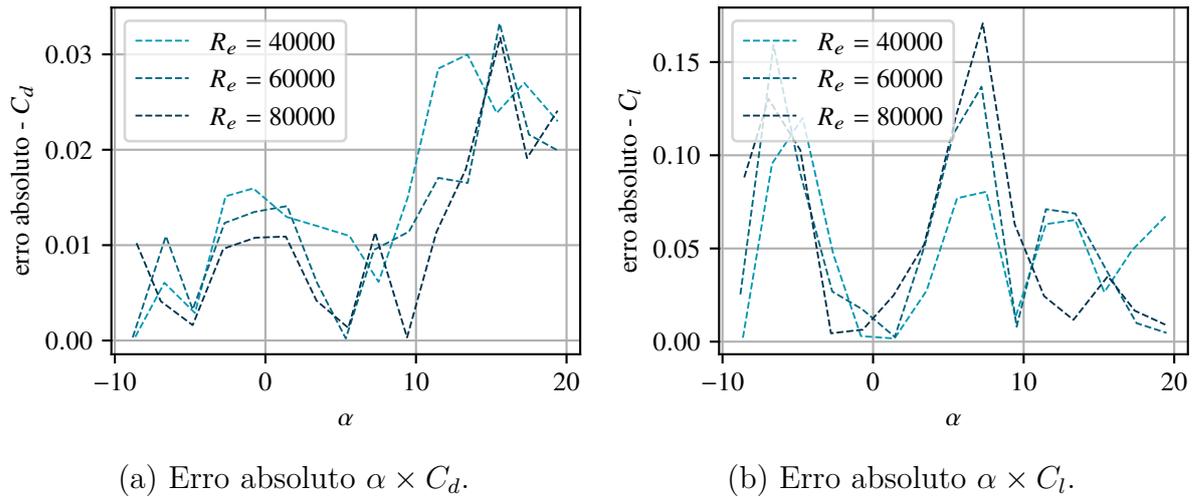
Fonte: Própria do autor.

As Figuras 18, 19 e 20 ilustram as comparações entre os resultados do modelo e os dados experimentais para os valores de $Re = 4 \times 10^4$, $Re = 6 \times 10^4$ e $Re = 8 \times 10^4$, respectivamente. Nas Figuras 18a, 19a e 20a, é apresentada a comparação da relação entre o coeficiente de sustentação e o coeficiente de arrasto. Simultaneamente, nas Figuras 18b, 19b e 20b, é exibida a comparação da relação entre o ângulo de ataque e o coeficiente de sustentação.

Figura 18 - Gráficos comparativos para $R_e = 40.000$.(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$ (b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$ Figura 19 - Gráficos comparativos para $R_e = 60.000$.(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$ (b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$ Figura 20 - Gráficos comparativos para $R_e = 80.000$.(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$ (b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$

Como evidenciado, o modelo conseguiu replicar de maneira precisa o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos, inclusive para o intervalo de ângulos de ataque negativos e para o trecho subsequente ao ponto de estol. O erro absoluto em relação ao ângulo de ataque é exibido nos gráficos apresentados na Figura 21. Sendo o Gráfico 21a o erro relacionado ao coeficiente C_d e o Gráfico 21b o erro relacionado ao coeficiente C_l . As disparidades entre os erros são insignificantes neste caso.

Figura 21 - Erro dos coeficientes aerodinâmicos em relação ao número de Reynolds.



(a) Erro absoluto $\alpha \times C_d$.

(b) Erro absoluto $\alpha \times C_l$.

Conforme mostrado na Tabela 2, observa-se um aumento no erro em relação ao C_d à medida que o número de Reynolds cresce. Embora a expectativa seja uma tendência inversa, o erro associado ao aerofólio plano simples é próximo ao erro esperado dos dados, devido ao método de obtenção desses dados a partir dos gráficos do artigo publicado. Portanto, pequenas variações nos valores dos dados experimentais podem exercer uma influência considerável nos valores médios dos erros da simulação.

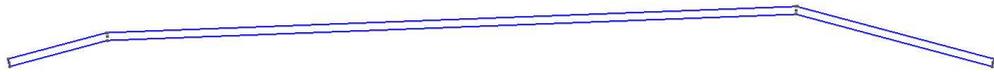
Tabela 2 – Erros médios para cada instância.

R_e	Erro Quadrático Médio C_l	Erro Absoluto Médio C_l	Erro Quadrático Médio C_d	Erro Absoluto Médio C_d
40.000	0.003662	0.049216	0.000317	0.015316
60.000	0.005355	0.054766	0.000230	0.012660
80.000	0.005921	0.057393	0.000200	0.011244

4.1.2 Análise para o aerofólio proposto experimentalmente

Para este conjunto de instâncias, adotou-se um aerofólio com os seguintes valores para as variáveis de projeto: $x_{le} = 0.1$, $\delta_{le} = 15$, $x_{te} = 0.8$ e $\delta_{te} = 15$. A geometria correspondente está ilustrada na Figura 22. A escolha desse aerofólio para a fase de validação visa contrastar o desempenho do modelo, no caso mais simples, que é o de uma placa plana, com um modelo proposto por Traub e Coffman (2019), reconhecido como um aerofólio eficiente para esta faixa específica de número de Reynolds.

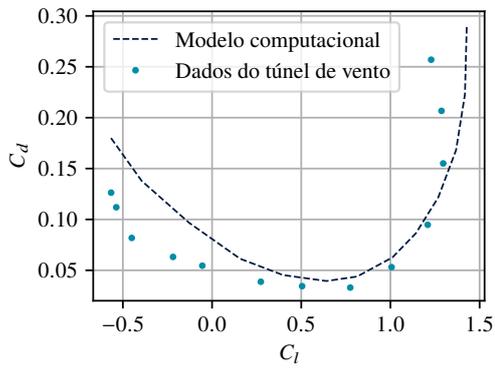
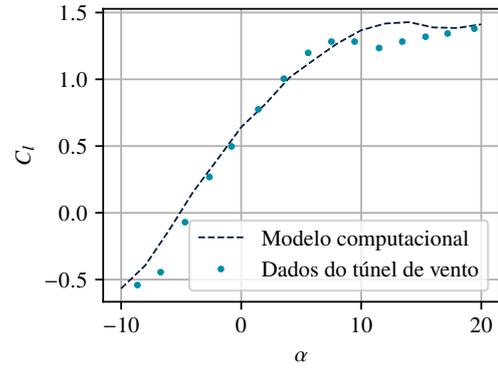
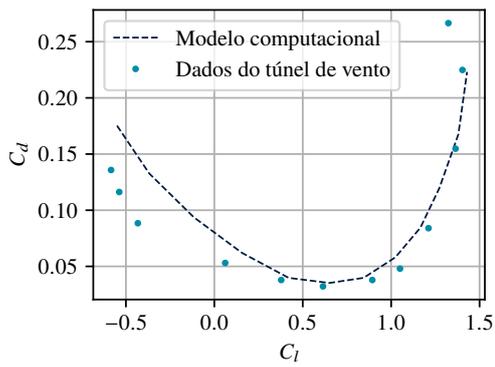
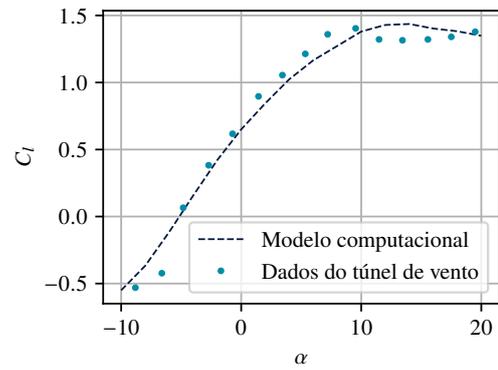
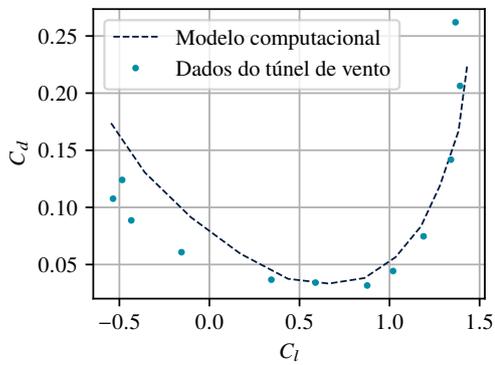
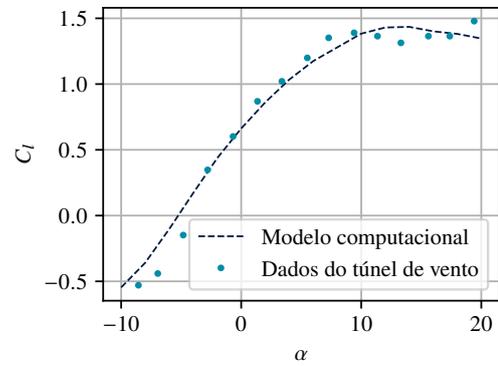
Figura 22 - Geometria gerada no Gmsh para o aerofólio proposto experimentalmente.



Y
|
Z_x

Fonte: Própria do autor.

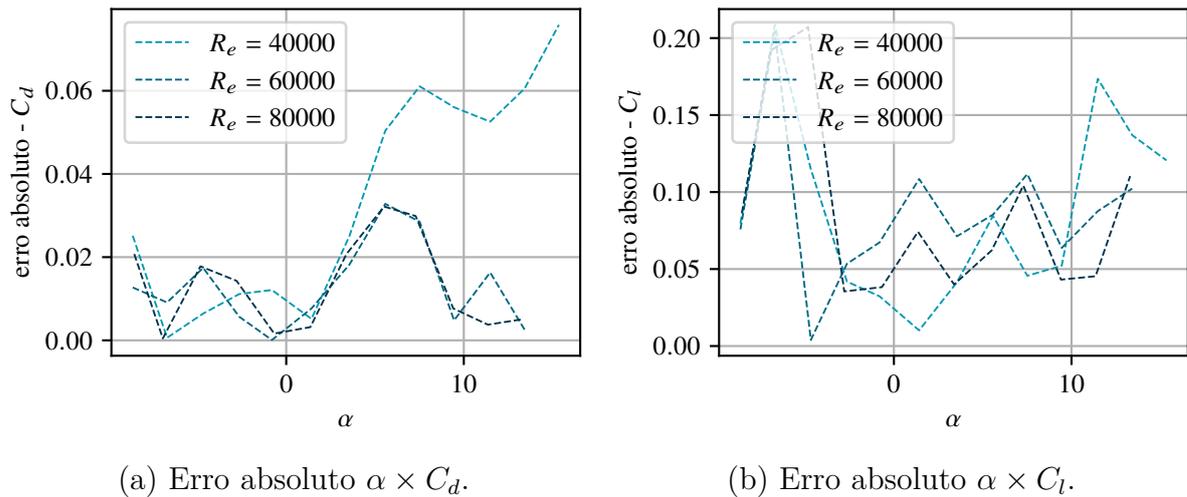
Este conjunto é composto por três instâncias, sendo o número de Reynolds o único atributo distintivo entre elas. As Figuras 23, 24 e 25 ilustram as comparações entre os resultados do modelo e os dados experimentais para os valores de $R_e = 4 \times 10^4$, $R_e = 6 \times 10^4$ e $R_e = 8 \times 10^4$, respectivamente. As Figuras 23a, 24a e 25a, apresentam a comparação da relação entre o coeficiente de sustentação e o coeficiente de arrasto. Simultaneamente, as Figuras 23b, 24b e 25b, exibem a comparação da relação entre o ângulo de ataque e o coeficiente de sustentação.

Figura 23 - Gráficos comparativos para $R_e = 40.000$.(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$ (b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$ Figura 24 - Gráficos comparativos para $R_e = 60.000$.(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$ (b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$ Figura 25 - Gráficos comparativos para $R_e = 80.000$.(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$ (b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$

Através da análise, torna-se evidente que a simulação é capaz de reproduzir de maneira geral o comportamento dos coeficientes em relação ao ângulo de ataque. Contudo, ao lidar com ângulos de ataque negativos, observa-se uma leve discrepância em relação aos dados experimentais, atribuída à instabilidade do comportamento do fluido nessa faixa. É importante ressaltar que a diminuição da precisão conforme o número de Reynolds diminui era prevista com base na variação do comportamento aerodinâmico que ocorre nessa faixa. Nota-se, inclusive, uma discrepância significativa após o ângulo de estol, somente para o caso em que $R_e = 4 \times 10^4$ foi utilizado.

É possível notar um erro maior em relação ao conjunto de instâncias anterior. Isso ocorre devido à maior turbulência adicionada pelos aerofólios que possuem dobras. Esse é um efeito desejável em relação a aerodinâmica do aerofólio, porém pode gerar uma maior complexidade na simulação. O erro absoluto do modelo em relação ao ângulo de ataque é mostrado de forma detalhada nos gráficos apresentados na Figura 26.

Figura 26 - Erro dos coeficientes aerodinâmicos em relação aos ângulos de ataque.



Como é possível observar, o maior erro ocorreu para $R_e = 40.000$ no que se refere ao C_d . As demais instâncias apresentaram um comportamento muito semelhante. Por fim, são apresentados os erros médios de cada caso na Tabela 3, levando em consideração o erro absoluto e o erro quadrático para os dois coeficientes analisados.

Tabela 3 – Erros médios para cada instância.

R_e	Erro Quadrático Médio C_l	Erro Absoluto Médio C_l	Erro Quadrático Médio C_d	Erro Absoluto Médio C_d
40.000	0.009622	0.079423	0.001783	0.034001
60.000	0.008683	0.080452	0.000263	0.012984
80.000	0.009666	0.081422	0.000285	0.013116

4.1.3 Análise da variação do ângulo do bordo de ataque

O próximo conjunto de instâncias mantém a mesma configuração do caso anterior para o bordo de fuga, ou seja, $x_{te} = 0.8$ e $\delta_{te} = 15^\circ$. Entretanto, uma modificação foi implementada na posição da dobra do bordo de ataque, agora definida com $x_{le} = 0.2$. Nesse conjunto, o número de Reynolds foi mantido constante em $Re = 60.000$, porém o ângulo do bordo de ataque foi ajustado individualmente para cada elemento. A Figura 27 mostra as geometrias geradas no Gmsh para cada elemento do conjunto.

Figura 27 - Sobreposição das geometrias geradas no Gmsh para os aerofólios de cada instância.

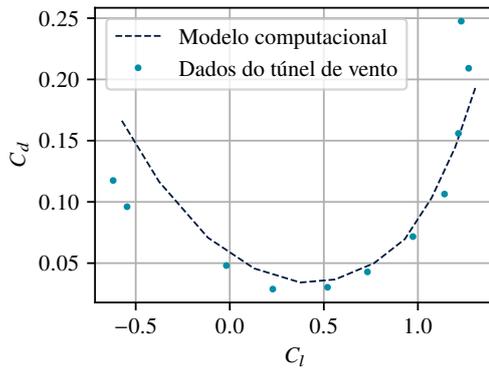


Y
Z X

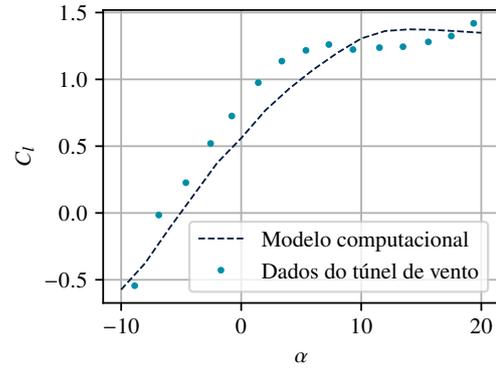
Fonte: Própria do autor.

Este conjunto é composto por três instâncias. As Figuras 28, 29 e 30 ilustram as comparações entre os resultados do modelo e os dados experimentais para os valores de $\delta_{le} = 0^\circ$, $\delta_{le} = 10^\circ$ e $\delta_{le} = 20^\circ$, respectivamente.

Figura 28 - Gráficos comparativos para $\delta_{le} = 0^\circ$.

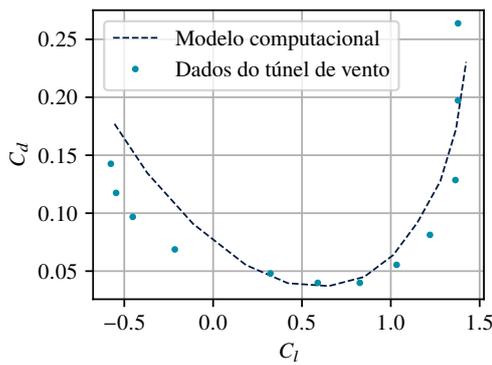


(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$

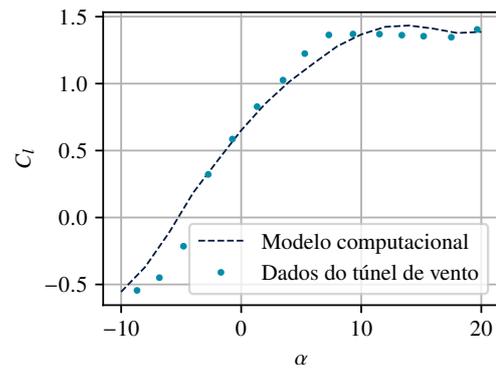


(b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$

Figura 29 - Gráficos comparativos para $\delta_{le} = 10^\circ$.

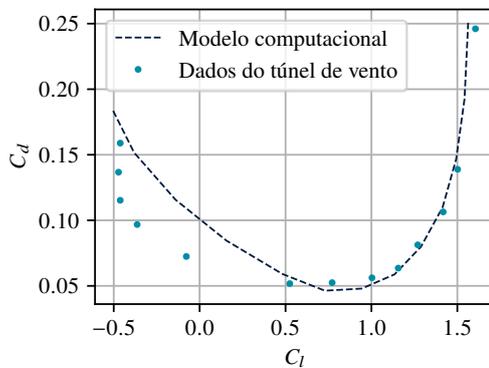


(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$

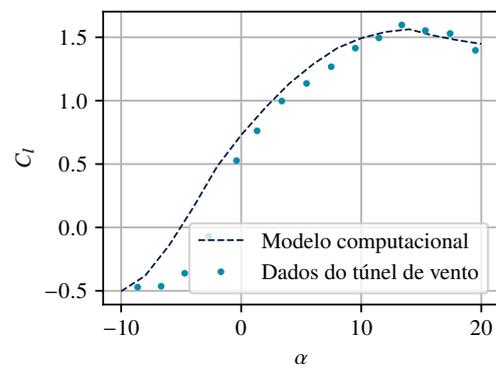


(b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$

Figura 30 - Gráficos comparativos para $\delta_{le} = 20^\circ$.



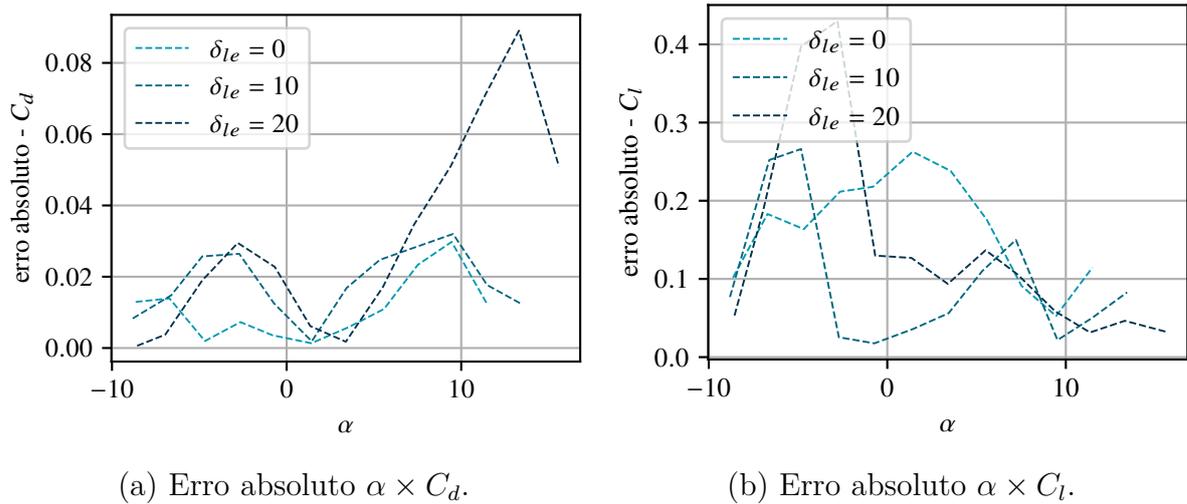
(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$



(b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$

Neste contexto, é notável uma clara tendência de melhora em relação ao ajuste do modelo aos dados para ângulos menores. Esta progressão é evidente tanto no gráfico que correlaciona o ângulo de ataque α com C_l , quanto no gráfico que relaciona C_l com C_d . Contudo, essa otimização é mais evidente nos gráficos à direita, visto que eles destacam as discrepâncias de ambos os parâmetros. A Figura 31 ilustra claramente essa sobreposição.

Figura 31 - Erro dos coeficientes aerodinâmicos em relação aos ângulos de ataque.



Ao analisar os gráficos dos erros absolutos, nota-se que o modelo computacional reproduz de maneira bastante precisa os dados experimentais até cerca de $\alpha = 5^\circ$, para o C_d . Entretanto, após esse ponto, o valor diverge para valores inferiores aos observados experimentalmente. Simultaneamente, observa-se para o C_l , que o modelo tem uma menor precisão para valores de α negativos.

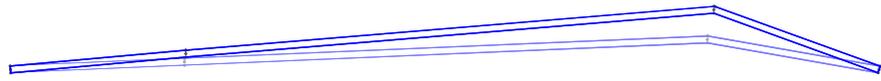
Tabela 4 – Coeficientes aerodinâmicos para o segundo conjunto de aerofólios.

δ_{le}	Erro Quadrático Médio C_l	Erro Absoluto Médio C_l	Erro Quadrático Médio C_d	Erro Absoluto Médio C_d
0°	0.025035	0.142384	0.000197	0.011209
10°	0.013074	0.084282	0.000415	0.018440
20°	0.031115	0.129544	0.001649	0.030541

4.1.4 Análise da variação do ângulo do bordo de fuga

O quarto conjunto de análises visa avaliar a influência da alteração no bordo de fuga do aerofólio na qualidade do modelo. Nesta configuração, o aerofólio é mantido apenas com a dobra traseira, portanto o ângulo do bordo de ataque é ajustado para ser igual ao ângulo referente a tangente gerada pela altura da dobra traseira pela posição no eixo x dessa mesma dobra (x_{te}). A Figura 32 mostra as geometrias geradas no Gmsh para cada elemento do conjunto.

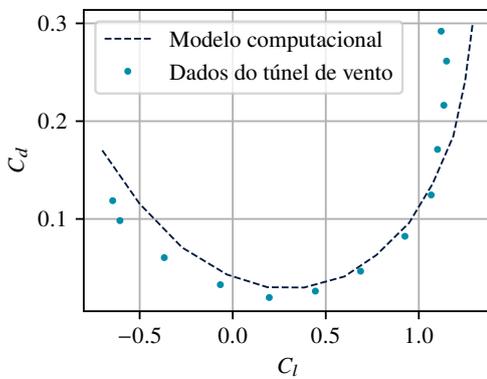
Figura 32 - Sobreposição das geometrias geradas no Gmsh para os aerofólios de cada instância.



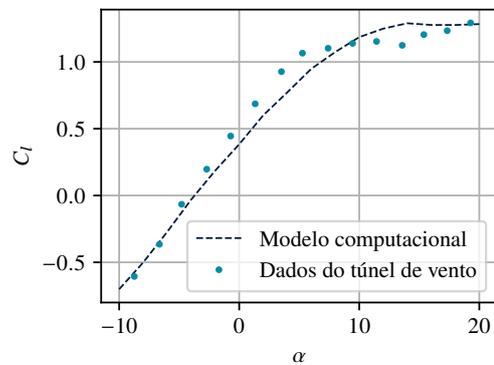
Fonte: Própria do autor.

Assim como no caso anterior, o número de Reynolds foi mantido constante em $R_e = 60.000$. Nas Figuras 33 e 34, foram considerados os ângulos $\delta_{te} = 10^\circ$ e $\delta_{te} = 20^\circ$, respectivamente. É relevante salientar que o ângulo $\delta_{te} = 0^\circ$ não foi incluído, pois corresponde ao caso de uma placa plana, o qual já foi analisado anteriormente. Este conjunto de dados revelou-se particularmente sensível à variação da angulação, especialmente em relação ao comportamento do coeficiente de arrasto. Para $\delta_{te} = 20^\circ$, foi observado um erro significativo em comparação com as demais simulações.

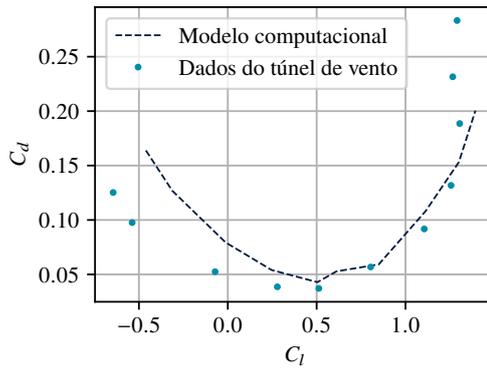
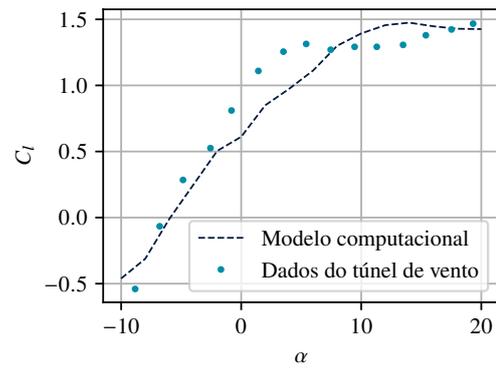
Figura 33 - Gráficos comparativos para $\delta_{te} = 10^\circ$.



(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$



(b) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$

Figura 34 - Gráficos comparativos para $\delta_{te} = 20^\circ$.(a) Gráfico comparativo $C_l \times C_d$ (b) Gráfico comparativo $\alpha \times C_l$

A Figura 35 exibe o gráfico do erro do modelo em relação aos coeficientes C_d e C_l , respectivamente. Observa-se que o erro do modelo para os dois casos analisados, em relação o C_d , aumenta gradualmente à medida que o ângulo de ataque aumenta. Já para o C_l , o erro absoluto atinge seu pico logo após o $\alpha = 0^\circ$. Esses dois picos relatados impactam profundamente a média dos erros dos modelos, conforme apresentado na tabela 5.

Figura 35 - Erro dos coeficientes aerodinâmicos em relação aos ângulos de ataque.

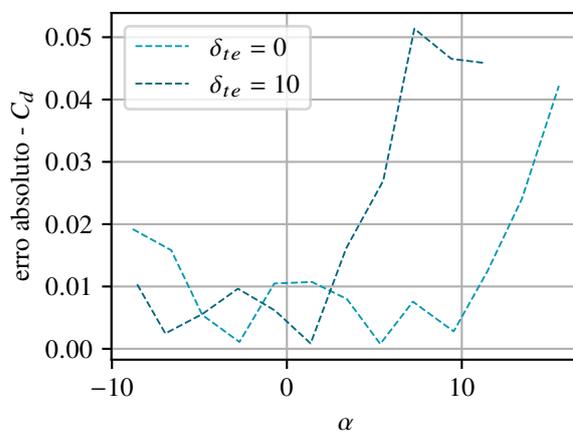
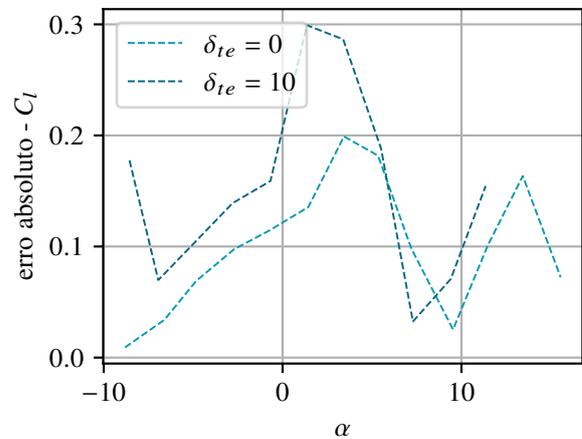
(a) Erro absoluto $\alpha \times C_d$.(b) Erro absoluto $\alpha \times C_l$.

Tabela 5 – Coeficientes aerodinâmicos para o terceiro conjunto de aerofólios.

δ_{te}	Erro Quadrático Médio C_l	Erro Absoluto Médio C_l	Erro Quadrático Médio C_d	Erro Absoluto Médio C_d
10°	0.011648	0.091244	0.000271	0.012358
20°	0.024532	0.132993	0.000742	0.020167

5 OTIMIZAÇÃO

Este capítulo tem como objetivo fornecer uma descrição detalhada da metodologia utilizada para obter os projetos otimizados dos aerofólios propostos neste estudo. A estrutura do capítulo está subdividida em três seções distintas. A primeira seção apresenta a descrição do processo de otimização comum a ambos os modelos de aerofólios estudados. As seções subsequentes, segunda e terceira, concentram-se em detalhar as características específicas desse processo para cada modelo de aerofólio abordado: o plano com duas inflexões e o curvo. A descrição do projeto dos dois modelos é apresentada na seção 3.1. Além disso, apresentam-se análises dos resultados vinculados ao desempenho do processo de otimização e das variáveis de projeto das soluções desenvolvidas pelo algoritmo evolutivo.

5.1 PROJETO E OTIMIZAÇÃO DOS AEROFÓLIOS

O processo de otimização das variáveis de projeto de aerofólios, visando à adaptação a aplicações específicas ou ao aprimoramento de sua eficiência aerodinâmica, é uma etapa essencial na construção de estruturas aerodinâmicas. Essa etapa pode ser utilizada para diferentes fins, como encontrar novos modelos de perfis aerodinâmicos, ou para o aumento da eficiência energética de um veículo aéreo, como no caso de um drone por exemplo, ou para o aumento da sustentação da asa, em empreendimentos que possuam como objetivo o aumento da carga suportada.

Neste estudo, o processo de otimização tem como objetivo maximizar o coeficiente de sustentação e reduzir o coeficiente de arrasto atrelado aos perfis analisados no cenário de baixo número de Reynolds. Diversos métodos de inteligência artificial têm sido utilizados no projeto de perfis aerodinâmicos otimizados, incluindo redes neurais, algoritmos evolutivos e otimização baseada em enxame. (Bakar *et al.*, 2022; Liu, 2006; Li, Wang e Bia, 2020).

Para enfrentar o desafio de otimização neste trabalho, a seleção de um algoritmo multiobjetivo se baseou nos resultados obtidos em duas investigações anteriores, conduzidas pelo grupo de pesquisa formado por Koning, Romander e Johnson (2019, 2020) do *National Aeronautics and Space Administration* (NASA). Esses estudos visavam determinar a geometria ideal para o aerofólio de uma sonda de exploração em Marte, operando em uma faixa de números de Reynolds entre 10^4 e 10^5 . A conclusão dessas pesquisas destacou a eficácia da abordagem multiobjetivo para otimizar aerofólios em contextos semelhantes.

5.1.1 Problema de otimização

O problema de otimização proposto para o projeto de aerofólios tem como objetivos práticos o aumento do coeficiente de sustentação e a diminuição do coeficiente de arrasto. Entretanto, conforme mencionado anteriormente, problemas de otimização multiobjetivo são frequentemente formulados como desafios de minimização. Com base nisso, foi decidido pela minimização do valor médio do coeficiente de arrasto médio e do coeficiente de sustentação após tornado negativo. A descrição formal do problema é apresentada a seguir:

$$\text{Minimizar: } f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}) = \begin{cases} -C_{l_{\text{médio}}}, C_{d_{\text{médio}}} & \text{se } |C_d| < 100, \\ 100, 100 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5.1)$$

onde $C_{l_{\text{médio}}}$ e $C_{d_{\text{médio}}}$ são os valores médios do coeficiente de sustentação e de arrasto, respectivamente, para uma estrutura gerada pela solução \vec{x} .

Para determinar esses coeficientes, é realizada uma média dos valores obtidos ao variar o ângulo de ataque em um intervalo de 0° a 12° , com incrementos de 3° . Cada ponto dentro desse intervalo requer uma simulação separada no OpenFOAM. Assim, para otimizar o processo, foi selecionado um conjunto de pontos conciso, mas ainda representativo. A limitação em 12° foi baseada em observações de testes de túnel de vento, como os apresentados no Capítulo 4. Nesse ângulo, os aerofólios com características padrões para a faixa de Reynolds utilizada nesse estudo, atingiam o ângulo de estol em torno de 10° a 12° .

Dado que o ângulo de estol é uma consequência direta do design do aerofólio e do ambiente operacional, não é possível garantir que todos os aerofólios irão atingir esse ponto antes do limite do intervalo especificado. No entanto, um alto ângulo de estol é uma característica desejável para um perfil aerodinâmico. Por isso, como parte da formulação do problema, foi aplicada uma penalidade estática às soluções com valores elevados de C_d médio. Essa medida visa contornar situações em que o ponto de estol é notavelmente baixo, pois a partir desse ponto, as simulações se tornam mais complexas, o que pode comprometer os resultados.

Um método que se mostrou muito eficiente em lidar com problemas multiobjetivos foi o GDE3, que está detalhado na Seção 2.5.1. A implementação desse algoritmo para o estudo foi realizada utilizando a linguagem de programação Python. Essa escolha foi baseada principalmente na facilidade de implementação que essa linguagem oferece. Um ponto importante de ressaltar sobre essa escolha é que, embora o Python tenha uma eficiência menor em relação a velocidade de execução quando comparado com outras linguagens, essa desvantagem se torna insignificante nesse tipo de processo de otimização. Isso ocorre, pois a maior parte do tempo de execução é gasto pelo OpenFOAM que realiza a simulação do modelo.

A biblioteca utilizada para a implementação do algoritmo evolutivo foi a *Platypus* (Hadka, 2015), que possui um módulo contendo o GDE3, e se mostrou eficiente e de fácil customização. Para a resolução do problema proposto foi implementada uma função de avaliação, que foi acoplada ao módulo GDE3 da biblioteca. Para uma melhor compreensão da forma de avaliação adotada, a função está descrita em *Algorithm 2*. É importante ressaltar, que independente do modelo utilizado, foi estabelecido que o ponto P_1 deve sempre preceder o ponto P_2 ao longo do eixo x . Portanto, as coordenadas x desses pontos são trocadas caso essa condição seja violada. Essa medida é necessária para assegurar a integridade da malha durante o processo de geração.

Algorithm 2 Função de avaliação

```

1: procedure AVALIADOR( $x_{P_1}, y_{P_1}, x_{P_2}, y_{P_2}$ )
2:   if  $x_{P_2} < x_{P_1}$  then
3:     troca os valores da coordenada  $x$  entre os dois pontos.
4:   end if
5:   Aplica a simulação para a configuração, gerando os valores de  $C_l$  e  $C_d$ 
6:   Armazena  $-C_l$  e  $C_d$  nas variáveis  $f_1$  e  $f_2$ , respectivamente.
7:   if  $|f_2| > 100$  then
8:     Aplica a penalidade  $f_2 = 100, f_1 = 100$ 
9:   end if
10:  Armazena o conjunto  $[f_1, f_2]$  nos objetivos da instância solução do indivíduo.
11: end procedure

```

Uma parte essencial na implementação de algoritmos evolutivos é a combinação dos valores atribuídos aos parâmetros. No presente estudo, foi adotada uma abordagem que emprega uma população consistindo de 100 indivíduos, uma taxa de recombinação estipulada em 20%, um índice de cruzamento de 50%, e uma intensidade de mutação fixada em $\beta = 0.1$. Os valores empregados para as taxas mencionadas foram determinados de maneira empírica. Como critério de parada, foi estabelecido um limite máximo de 800 gerações. O algoritmo foi repetido em 10 execuções para cada cenário.

5.1.2 Problema de decisão

Entretanto, um dos desafios inerentes à otimização multiobjetivo é selecionar o aerofólio mais apropriado dentre o conjunto de soluções obtidas. Com o intuito de alcançar projetos otimizados que balanceiam eficazmente seus critérios de avaliação para atender a diferentes objetivos de projeto, foram analisadas três abordagens distintas para obter um perfil otimizado.

A primeira abordagem adotada foi a seleção da solução central da curva de Pareto, que é a forma mais simples de escolher uma solução em um conjunto não-dominado. É intuitivo pensar a solução central como uma solução equilibrada entre os objetivos. Esta abordagem é proposta como base de comparação para as outras duas formas de decisão,

que são baseadas em duas funções conhecidas para a análise do desempenho do perfil aerodinâmico.

Para a segunda estratégia de tomada de decisão, é adotada a seguinte função:

$$f_{d_1} = \frac{C_l}{C_d} \quad (5.2)$$

esta função é amplamente empregada na busca por projetos otimizados, especialmente na otimização monobjetivo de perfis aerodinâmicos. Sua aplicação direciona-se ao aumento do tempo de voo da aeronave, resultando em uma maior autonomia.

Por fim, para a terceira abordagem, foi empregada a seguinte função:

$$f_{d_2} = \frac{C_l^3}{C_d^2} \quad (5.3)$$

esta função é predominantemente aplicada em otimizações com baixo número de Reynolds, especialmente em contextos como o de drones, e está correlacionada a um maior alcance da aeronave (Fagundes, 2016).

Assim, esses critérios foram empregados para determinar a solução ideal a ser selecionada do conjunto de soluções na frente de Pareto em cada caso. Sendo utilizado apenas na decisão final da otimização. Dado que foram realizadas múltiplas iterações para cada caso, o projeto otimizado escolhido para cada valor de número de Reynolds foi selecionado com base nessa função, dentre todas as soluções obtidas em cada iteração do caso correspondente.

5.2 AEROFÓLIO PLANO COM INFLEXÕES

A configuração do aerofólio plano com inflexões é apresentada na Figura 13. Devido à faixa de números de Reynolds considerada neste estudo, é essencial recorrer ao CFD para prever os coeficientes aerodinâmicos de cada solução analisada. O tempo demandado por cada simulação e as variações significativas no comportamento aerodinâmico do perfil, mesmo com pequenas alterações em suas variáveis de projeto, tornam esses espaços de busca desafiadores de serem explorados de maneira abrangente.

A Tabela 6 apresenta as variáveis a serem otimizadas e os intervalos correspondentes para cada uma, todas elas sendo variáveis contínuas. Para contextualizar, x_{P_1} e x_{P_2} , utilizados na simulação realizada na função objetivo, correspondem respectivamente a $\gamma \cdot x_{le}$ e $\gamma \cdot x_{te}$. Os pontos y_{P_1} e y_{P_2} são calculados a partir das alturas desses pontos, onde $y_{P_1} = \gamma \cdot (1 - x_{P_1}) \cdot \tan(\delta_{le})$ e $y_{P_2} = \gamma \cdot (1 - x_{P_2}) \cdot \tan(\delta_{te})$, levando em consideração a possibilidade de troca entre x_{P_1} e x_{P_2} , caso este último seja menor. Aqui, γ atua como fator de correção para garantir que o comprimento da corda do aerofólio seja unitário. Assim, γ é o inverso do comprimento total.

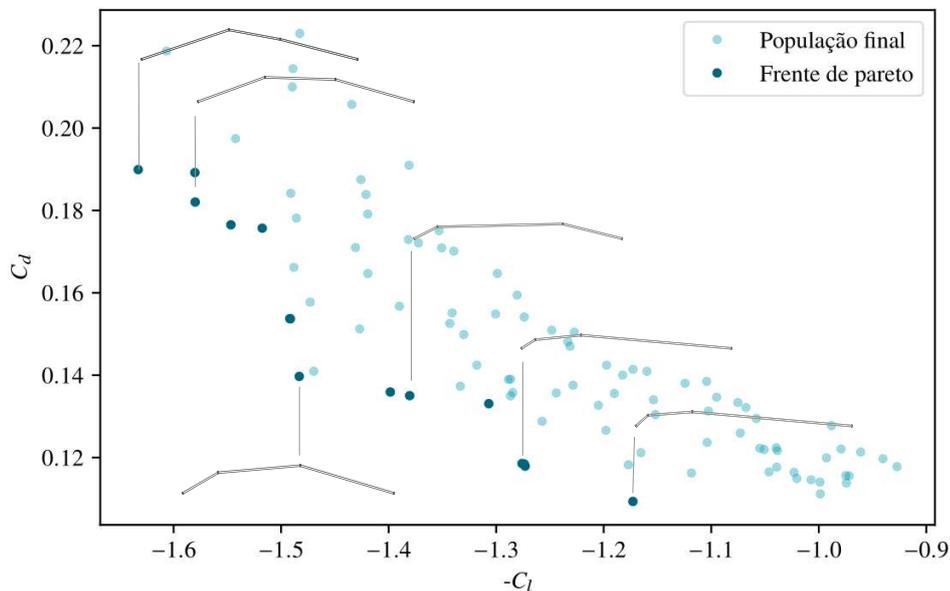
Tabela 6 – Variáveis de projeto do problema de otimização e seus correspondentes intervalos

Variáveis de projeto	Intervalo
x_{le}	[0.01, 0.99]
δ_{le}	[3°, 85°]
x_{te}	[0.01, 0.99]
δ_{te}	[3°, 85°]

As restrições nos intervalos dos parâmetros foram estabelecidas por considerações técnicas relacionadas ao *script* da geometria. Isso ocorre porque não pode haver coincidência entre os pontos que definem o arco de cada dobra. Portanto, é necessário que x_{le} seja diferente de x_{te} . Da mesma forma, os pontos que definem a borda não podem coincidir com os pontos da dobra, logo o intervalo dessas variáveis não pode ser definido de 0 a 1. Essas limitações são essenciais para preservar a integridade e a validade da representação geométrica, evitando configurações que poderiam resultar na falha da geração da malha.

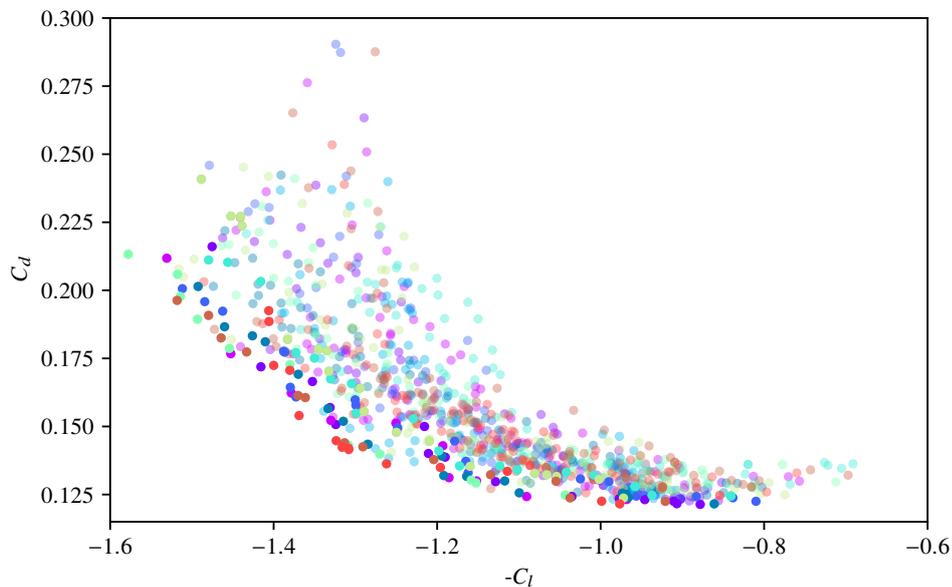
5.2.1 Frente de Pareto

Para destacar a dinâmica presente na curva de Pareto em relação ao formato dos aerofólios, a Figura 36 apresenta alguns exemplos de perfis gerados a partir das soluções encontradas na frente de Pareto. Esta figura mostra a população final resultante do algoritmo GDE3 em uma das execuções para um número de Reynolds de 60.000, destacando com uma coloração mais forte as soluções que compõem a frente de Pareto. Ao longo da curva de Pareto, é possível observar uma transição dos aerofólios de uma configuração mais triangular e elevada para uma forma mais baixa, com ângulos de dobra menores e mais suaves.

Figura 36 - População final GDE3 ($R_e = 60.000$).

Portanto, os aerofólios que apresentam uma maior sustentação tendem a ser mais angulados, enquanto os aerofólios que apresentam um menor arrasto tendem a ser mais retos. Uma maneira de avaliar a convergência do método é observando a distribuição da população final e a variação entre iterações distintas. O gráfico da Figura 37 ilustra qualitativamente essas relações. Neste gráfico, as populações resultantes de cada uma das dez iterações são representadas por cores distintas, com a frente de Pareto de cada população destacada com uma coloração mais intensa. Este gráfico foi gerado para um número de Reynolds de 60.000.

Figura 37 - População final GDE3 ($R_e = 60.000$).



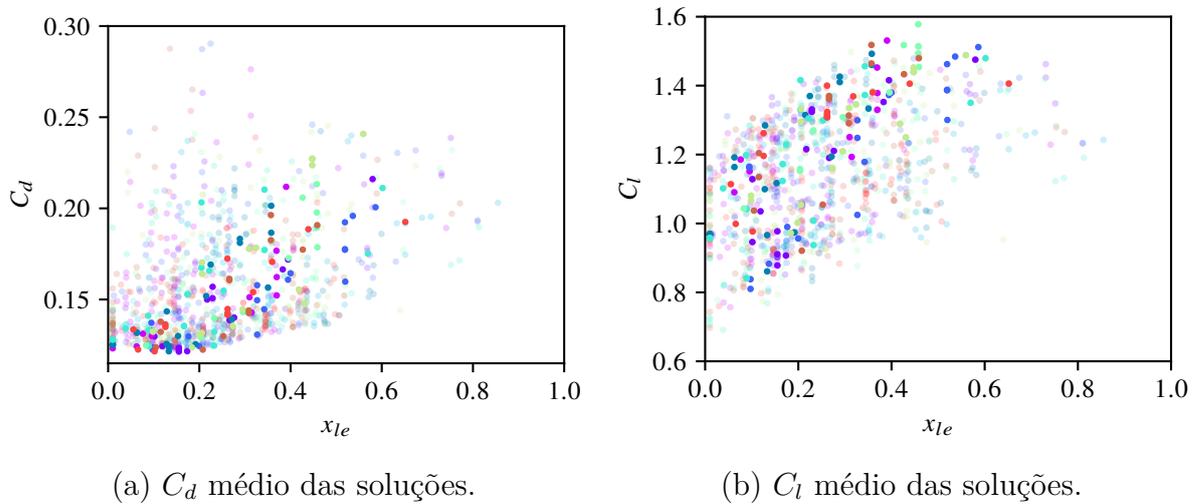
Como é possível observar, as iterações apresentaram resultados próximos e consistentes. A diversidade dentro das populações ainda é visível, porém as frentes de Pareto são formadas por um número significativo de indivíduos. Esses resultados indicam uma convergência satisfatória do algoritmo para o número máximo de gerações adotado.

5.2.2 Distribuição das variáveis de projeto

Com o objetivo de avaliar como o algoritmo explorou o espaço de busca e quais as adaptações foram mais claramente adotadas para as variáveis de projeto, essa seção apresenta os gráficos da distribuição dos indivíduos da população final, com destaque para os que formam a frente de Pareto, em termos do C_d e do C_l em relação a cada variável de projeto.

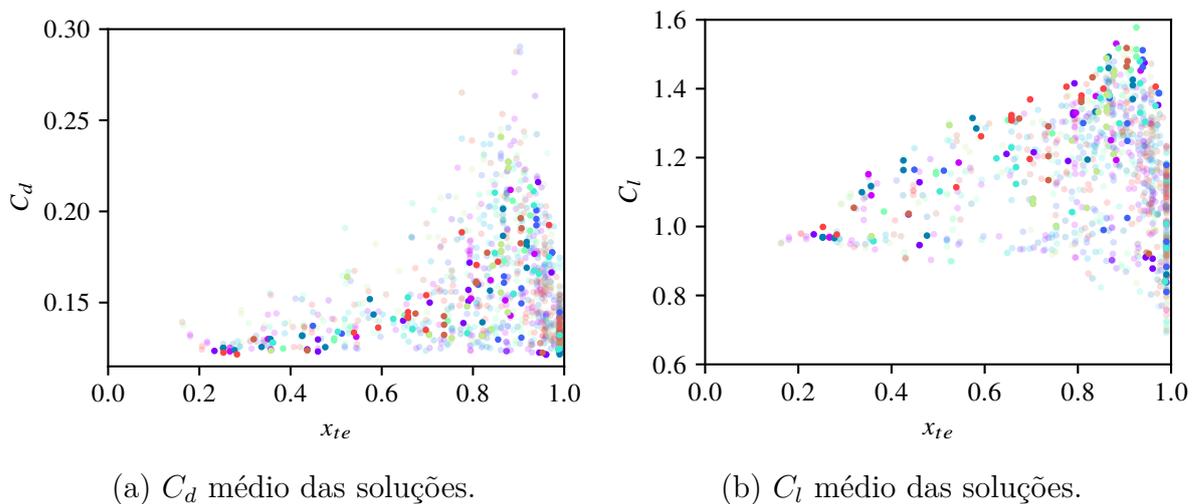
Inicialmente é apresentada a dispersão da variável de projeto x_{le} , no gráfico da Figura 38. Os valores de x_{le} se concentraram principalmente entre $0 < x_{le} \leq 0.4$ e quanto mais afastado da faixa $0 < x_{le} \leq 0.2$, maior a tendência de aumento do coeficiente de arrasto. Já o coeficiente de sustentação tem o comportamento similar, porém tendo uma tendência de aumento conforme se afasta do zero.

Figura 38 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto x_{le} .



A próxima variável analisada é o x_{te} . Conforme mostrado nos gráficos da Figura 39, sua dispersão é menos restrita a uma faixa específica, especialmente se comparada apenas às soluções contidas na frente de Pareto. No caso da relação entre a variável x_{te} e o C_d médio, apresentado no gráfico da Figura 39a, existem soluções com valores $0 < C_d \leq 0.15$ para todos os valores de x_{te} , exceto pela faixa entre 0 e 0.2, onde praticamente não há soluções presentes.

Figura 39 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto x_{te} .

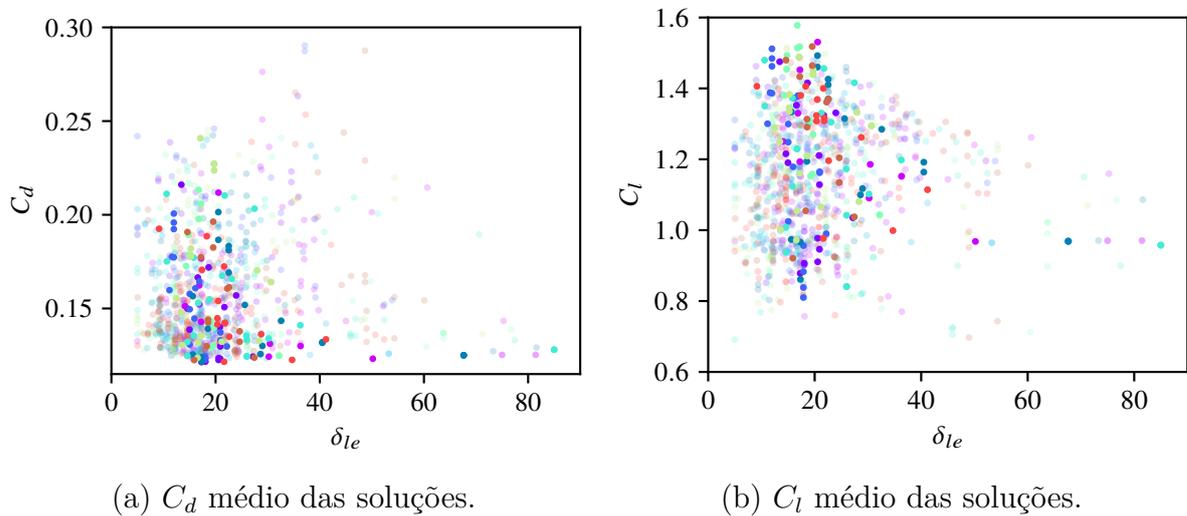


A dispersão das soluções apresenta um perfil quase simétrico em relação ao C_l , como pode ser visto no gráfico da Figura 39b. Há soluções tanto melhores quanto piores que as anteriores conforme x_{te} se desloca em direção ao valor 1. Essas informações indicam uma preferência por valores maiores de x_{te} para perfis mais aerodinâmicos, devido ao aumento do volume de soluções conforme x_{te} se desloca para a direita. Além disso, a

análise sugere que esta variável possui menos relevância em comparação a outras, pois não apresenta áreas com tendência clara de aumento ou diminuição dos coeficientes.

Realizando uma análise dos valores associados aos ângulos das dobras, começando pelo δ_{le} , cujos gráficos correspondentes podem ser visualizados na Figura 40, é perceptível que as soluções apresentam uma concentração notável em torno de $\delta_{le} = 20^\circ$, sendo essa a variável com a menor dispersão. Tal constatação sugere uma vantagem significativa em manter esse parâmetro em ângulos inferiores a 30° e superiores a 5° . Essa observação é reforçada pelo fato de as soluções que compõem a frente de Pareto se concentrarem ainda mais nas proximidades da reta que indica os 20° . Esses resultados indicam que δ_{le} exerce uma influência extremamente relevante na aerodinâmica do perfil.

Figura 40 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto δ_{le} .

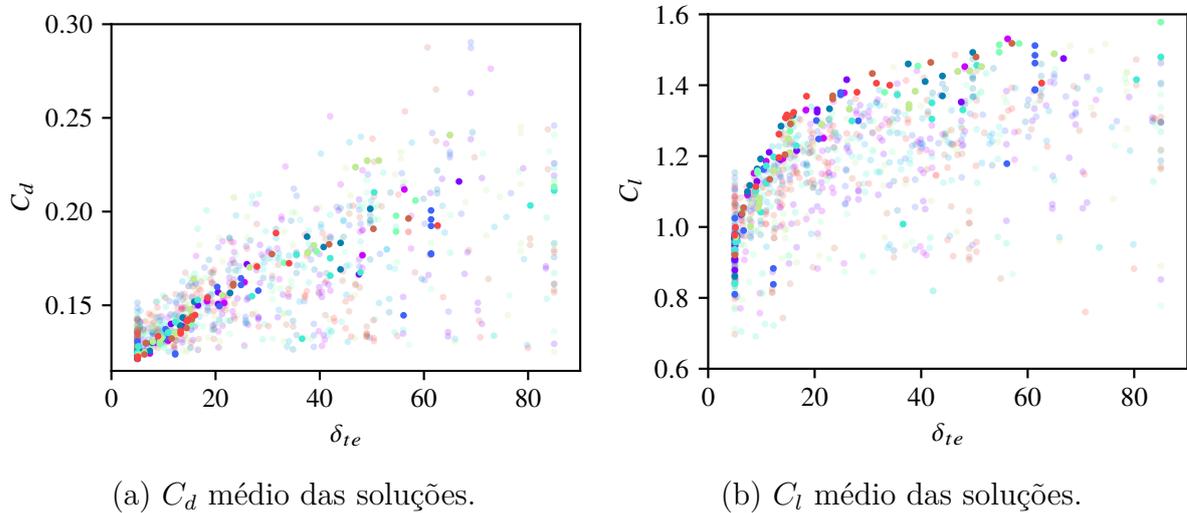


Essa conclusão é fundamentada na prática, uma vez que essa dobra representa a frente de impacto com o ar. Aerofólios com ângulos muito elevados formam, essencialmente, uma espécie de parede, resultando em um arrasto considerável e na geração de uma pressão significativa na superfície dianteira do aerofólio, ocasionando uma força contrária ao movimento desejado. Por outro lado, ângulos muito baixos aumentam a probabilidade de ocorrer uma diferença suficientemente grande entre a altura do bordo de ataque e do de fuga, resultando em um efeito semelhante, onde a região central do aerofólio desempenha essa mesma função.

Por fim, abordamos o ângulo do bordo de fuga do aerofólio, representado pelo δ_{te} . Os gráficos que destacam a dispersão das soluções em relação a essa variável são apresentados na Figura 41. É nítida a diferença no comportamento das soluções em comparação com o δ_{le} . No caso da dobra traseira do aerofólio, evidencia-se uma dispersão mais abrangente, contudo, com um aumento significativo na tendência do coeficiente de arrasto e uma elevação na tendência do coeficiente de sustentação. Isso indica que o ângulo

do bordo de fuga é menos crítico do que o do bordo de ataque. Entretanto, ainda exerce uma influência significativa na aerodinâmica do perfil.

Figura 41 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto δ_{te} .



Portanto, torna-se evidente que as variáveis de projeto que moldam a parte frontal do aerofólio exercem a maior influência no comportamento aerodinâmico do corpo. Esse resultado era esperado, uma vez que a parte frontal é a que enfrenta a maior resistência do ar e suas características influenciam toda a dinâmica do corpo do aerofólio. Em contrapartida, a variável que menos impacta o desempenho aerodinâmico é x_{te} , demonstrando somente uma tendência de não ser adaptativa quando posicionada na porção inicial do aerofólio. Essa observação sugere que ajustes nessa região têm menor efeito sobre o comportamento global do aerofólio em comparação com modificações nas demais variáveis.

5.2.3 Tempo de computação

No total, foram realizadas 60 iterações para o modelo de aerofólio plano com duas inflexões, divididas em 10 iterações para cada valor de Reynolds. O intervalo de variação do número de Reynolds foi de 1.5×10^4 a 9×10^4 , com uma diferença de 1.5×10^4 entre eles. Devido ao considerável tempo de execução de cada iteração do modelo, que excedeu as 20 horas, foi necessário o uso de múltiplas máquinas. No total, seis computadores foram empregados para lidar com a carga computacional, cada um executando 5 iterações simultaneamente na maior parte do tempo. A Tabela 7 apresenta as especificações de cada máquina utilizada no processo.

A maior parte dos recursos computacionais foram cedidos pelo Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional (PPGMC) e pelo LabMaker da Universidade Federal de Juiz de Fora. As métricas estáticas para o tempo de computação dos experimentos estão apresentadas na Tabela 8.

Tabela 7 – Descrição das máquinas utilizadas para a execução do GDE3

Máquina	Processador	Modelo	Velocidade	Núcleos	Memória
Intel3770	Intel Core i7	3770	3.40GHz	8	CPU
Intel950/1	Intel Core i7	950	3.07 GHz	8	CPU
Intel950/2	Intel Core i7	950	3.07 GHz	8	CPU
Intel12600	Intel Core i5	12600	3.40GHz	6	SSD
Ryzen4600H	Ryzen 5	4600H	3 GHz	6	SSD
Ryzen2200G	Ryzen 3	2200G	3.5GHz	4	CPU

Tabela 8 – Métricas estatísticas do tempo de computação

Máquina	Tempo Médio	Desvio Padrão	Execuções Totais
Intel3770	30h20m	3h19m	10
Intel950/1	58h14m	1h15m	5
Intel950/2	57h01m	1h16m	6
Intel12600	39h46m	4h29m	9
Ryzen4600H	23h03m	3h04m	20
Ryzen2200G	23h54m	2h53	10

Ao analisar as métricas dos tempos de execução, é evidente a variação significativa em relação ao tempo médio de execução entre as diferentes máquinas. Essa disparidade pode ser atribuída à possibilidade de os processadores das máquinas Intel950 e Intel12600 serem utilizados remotamente para a execução de outros projetos de pesquisa por usuários distintos. Esse compartilhamento de recursos pode ter impactado diretamente no desempenho e na disponibilidade destas máquinas para o projeto.

5.3 AEROFÓLIO CURVO

A configuração do aerofólio curvo está apresentada na Figura 14. As variáveis a serem otimizadas para esse modelo de aerofólio, que são reais, assim como os intervalos considerados, são detalhados na Tabela 9. Para este modelo, a restrição quanto à ordem dos pontos P_1 e P_2 no eixo x foi conservada. Essa medida visa manter a integridade da geometria do aerofólio, impedindo a formação de *self-loop* e dobras complexas que dificultariam a implementação desses aerofólios em cenários práticos.

Tabela 9 – Variáveis de projeto do problema de otimização e seus correspondentes intervalos.

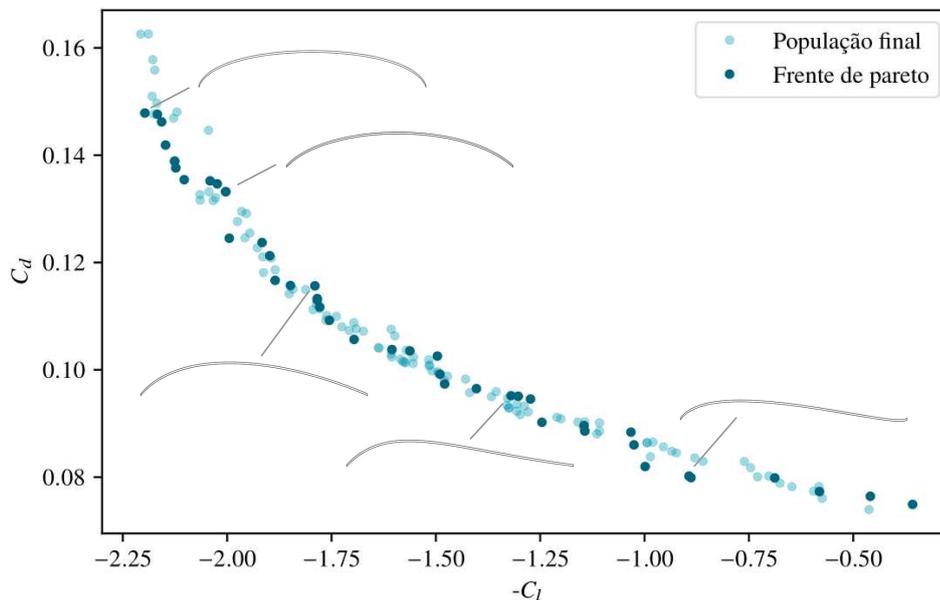
Variáveis de projeto	Intervalo
x_{P_1}	[0.0, 1.0]
y_{P_1}	[-0.2, 0.2]
x_{P_2}	[0.0, 1.0]
y_{P_2}	[-0.2, 0.2]

Ao contrário do modelo plano com inflexões, neste modelo, os pontos P_1 e P_2 podem ser posicionados em qualquer lugar do plano xy . No entanto, por questões de eficiência computacional na otimização, opta-se por restringir o espaço de busca, evitando a exploração de soluções que foram julgadas ineficazes (Koning *et al.*, 2020). Essa abordagem também está alinhada com o fato de que perfis com aerodinâmica desfavorável tendem a exigir mais tempo para convergir, muitas vezes atingindo o limite máximo de tempo estabelecido para a convergência, resultando em interações mais lentas.

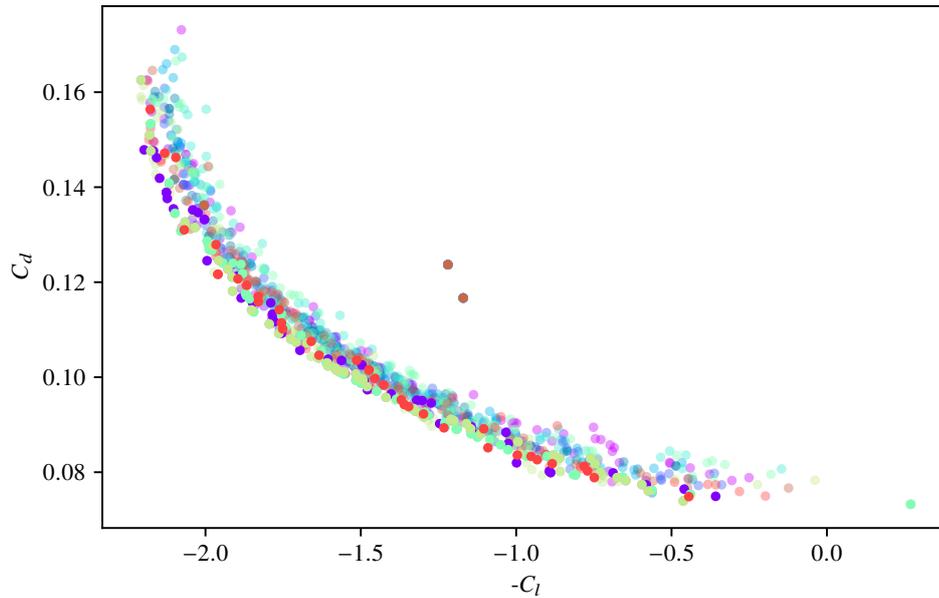
5.3.1 Frente de Pareto

No contexto dos aerofólios curvos, existe uma relação intrínseca entre o grau de curvatura e o arrasto gerado. Aerofólios mais curvos tendem a apresentar maior arrasto, enquanto os mais retos demonstram uma propensão a reduzir a resistência do ar em sua superfície. Para ilustrar essa dinâmica, a Figura 42 apresenta alguns aerofólios gerados a partir das soluções encontradas na frente de Pareto. Nesta figura, é mostrada a população final resultante de uma das iterações do algoritmo GDE3 para um número de Reynolds de 60.000, destacando com uma coloração mais forte as soluções que compõem a frente de Pareto.

Figura 42 - População final GDE3 ($R_e = 60.000$).



A variação ao longo da curva pode ser visualizada como uma espécie de onda suave, evidenciando a influência interconectada entre o grau de curvatura, o deslocamento dos pontos mínimos e máximos, o arrasto e a sustentação. Compreender essas características dos aerofólios ao longo da curva de Pareto é crucial para tomar decisões informadas na construção de projetos otimizados de aerofólios.

Figura 43 - População final GDE3 ($R_e = 60.000$).

A Figura 43 mostra a convergência do método GDE3 para o perfil curvo, é notável que o algoritmo de otimização revela uma frente de Pareto mais estruturada em comparação com o perfil plano com inflexões, onde a população da última geração está distribuída nas proximidades da curva de Pareto. Isso sugere uma maior convergência para o caso deste perfil, refletida em um número muito maior de soluções presentes na curva de Pareto. Este comportamento indica uma ótima convergência, tornando mais nítido o ponto de equilíbrio entre os coeficientes e destacando de maneira mais clara os limites fundamentais entre os objetivos concorrentes.

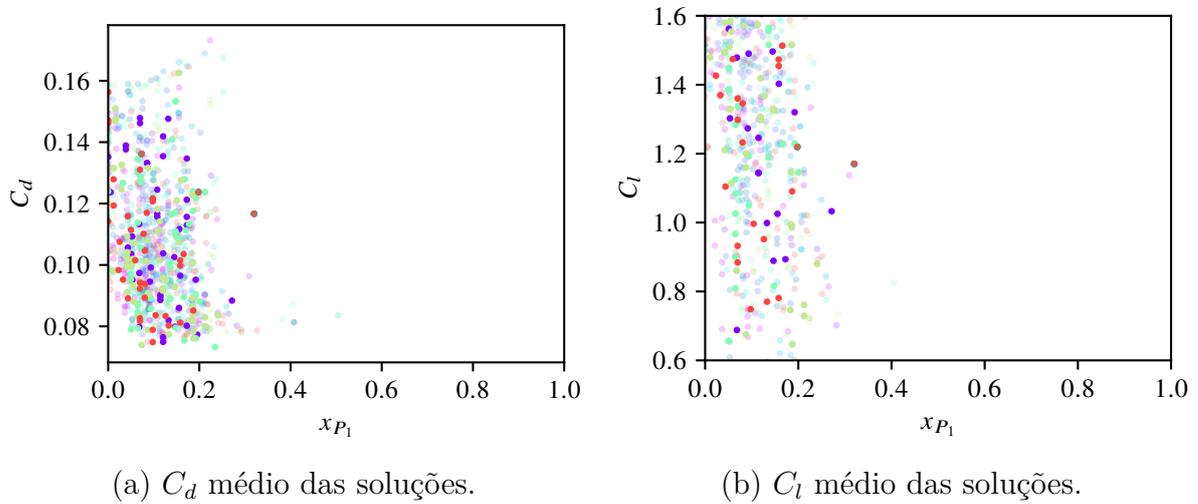
5.3.2 Distribuição das variáveis de projeto

Nesta seção, será apresentada a dispersão das soluções que compõem a população final do algoritmo GDE3 para cada variável de projeto do modelo em relação aos coeficientes aerodinâmicos associados a cada solução. O aerofólio curvo é construído de forma a se assemelhar a uma placa moldada em um formato descrito por uma curva de Bézier cúbica, como descrito na Subseção 3.1.2. Portanto, as variáveis de projeto adotadas para esse modelo são as coordenadas dos dois pontos de controle da curva, P_1 e P_2 .

Os primeiros resultados apresentados são a dispersão das soluções em relação a variável de controle x_{P_1} , conforme ilustrado na Figura 44. Observa-se claramente que uma posição mais próxima da ponta dianteira do aerofólio confere uma vantagem significativa ao desempenho aerodinâmico do projeto, o que faz com que os aerofólios nesta população de soluções possuam a tendência de ter o ponto de máxima curvatura da borda de ataque mais próximo da extremidade. Esta configuração é semelhante, com as devidas ressalvas às diferenças significativas entre os modelos, ao que ocorria com a posição da primeira

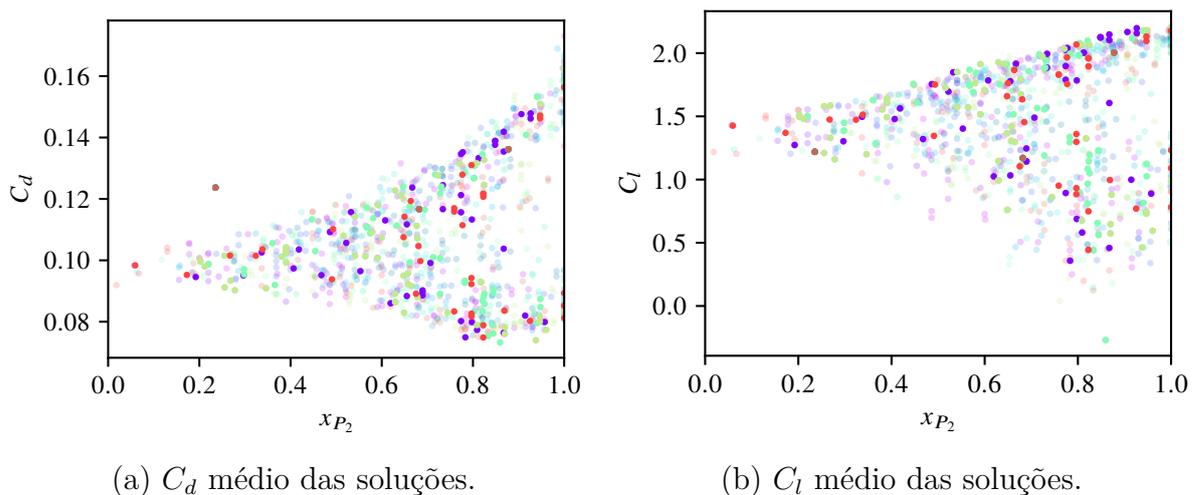
dobra no aerofólio plano.

Figura 44 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto x_{P_1} .



A próxima variável analisada é a x_{P_2} . Como é possível observar nos gráficos apresentados na Figura 45, por mais que as soluções tenham a tendência de se concentrar gradativamente mais, conforme o valor dessa variável se desloca para a extremidade traseira do aerofólio, ela não se limita a uma faixa específica. Isso sugere que a influência dessa variável na aerodinâmica do perfil está mais fortemente condicionada aos valores de outras variáveis.

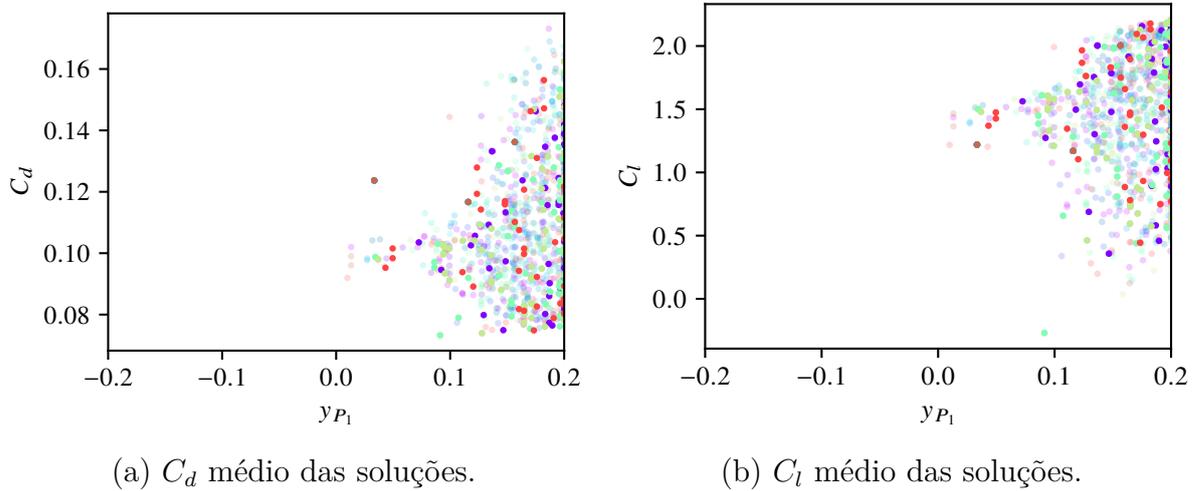
Figura 45 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto x_{P_2} .



Analisando agora a componente vertical dos pontos de controle, começando pelo y_{P_1} , é possível observar nos resultados presentes na Figura 46, que assim como a componente x de P_1 , os valores para a componente y também permaneceram restritos a uma faixa

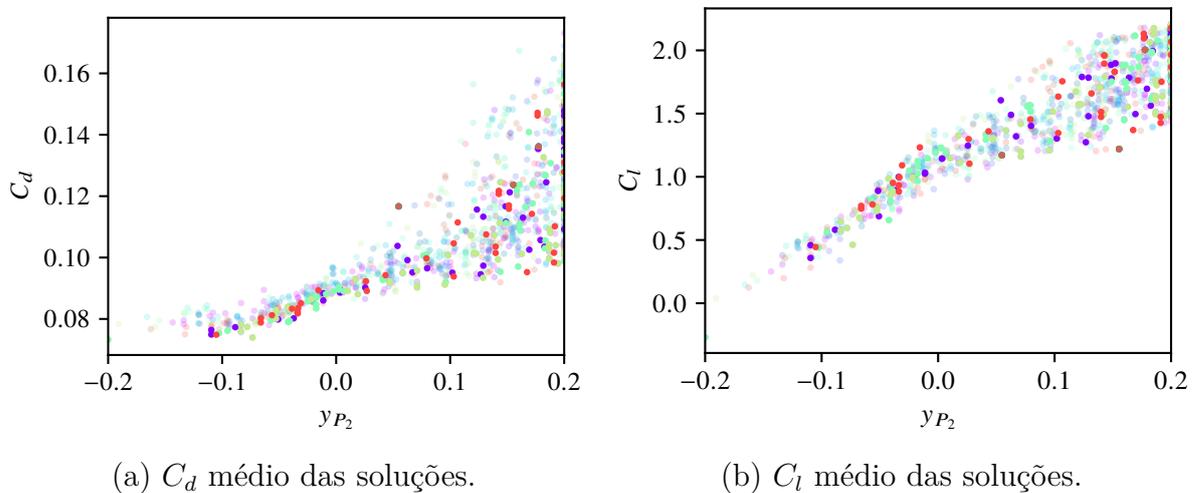
específica. Todos os resultados exibiram valores positivos para y_{P_1} , concentrando-se principalmente no intervalo de $0.1 < y_{P_1} \leq 0.2$. Dessa forma, ao considerar-se também o comportamento observado em relação a x_{P_1} , pode-se inferir uma tendência de bordos de ataque com uma curvatura mais acentuada.

Figura 46 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto y_{P_1} .



Para concluir, a análise foi estendida à componente vertical y de P_2 . Como esperado, os valores dessa variável não se limitaram a uma faixa específica. No entanto, observou-se claramente um aumento na tendência de soluções com coeficientes de sustentação mais elevados apresentarem valores maiores para y_{P_2} . Por outro lado, soluções com perfis aerodinâmicos que favorecem uma menor resistência do ar exibiram valores negativos, com módulos menores.

Figura 47 - Dispersão das soluções em relação a variável de projeto y_{P_2} .



Isso indica que há uma tendência de que aerofólios com coeficientes de arrasto menores terem um bordo de ataque com uma leve curva com concavidade para cima. Enquanto que aerofólios que geram mais sustentação para a estrutura, tendem a ser mais arqueados e com um maior grau de curvatura.

5.3.3 Tempo de computação

Para o modelo de aerofólio curvo, foram realizadas 60 iterações ao todo, sendo 10 para cada número de Reynolds no intervalo de 1.5×10^4 e 9×10^4 , com uma variação de 1.5×10^4 entre cada valor utilizado. Para esse modelo o tempo de execução foi consideravelmente menor que para o modelo de aerofólio apresentado anteriormente, chegando a executar em aproximadamente 12 horas em algumas máquinas. A Tabela 10 apresenta os resultados para as métricas estatísticas em relação aos tempos de execução para este caso.

Tabela 10 – Métricas estatísticas do tempo de computação

Máquina	Tempo Médio	Desvio Padrão	Execuções Totais
Intel3770	12h51m	0h22m	15
Intel950/1	34h51m	0h28m	8
Intel950/2	64h29m	8h30m	6
Intel12600	22h06m	2h21m	11
Ryzen4600H	10h38m	3h04m	10
Ryzen2200G	14h37m	0h13m	10

Como evidenciado, ocorreu uma alteração notável no tempo de execução em comparação com o caso anterior. Porém, é importante ressaltar que essa redução no tempo não está associada ao desempenho das máquinas, mas sim à convergência dos métodos numéricos empregados pelo OpenFOAM. Tal fenômeno se deve à superfície mais suave deste aerofólio.

6 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os principais resultados obtidos no estudo. O capítulo foi dividido em duas seções. Na primeira seção, é realizada uma análise dos resultados, identificando e discutindo os melhores aerofólios com base na métrica de desempenho escolhida. Além de discutir a influência do número de Reynolds no projeto e desempenho dos aerofólios. Em seguida, na segunda seção, será apresentada a comparação entre os aerofólios obtidos e os resultados presentes na literatura. A seção é encerrada com a apresentação de um projeto otimizado para o aprimoramento do aerofólio sugerido utilizando experimentos físicos como base.

6.1 PROJETOS OTIMIZADOS

Para obter o conjunto de projetos ótimos em cada execução, utilizou-se o algoritmo GDE3, cuja aplicação para a resolução do problema abordado neste trabalho é detalhada na Subseção 5.1.1. Os processos decisórios adotados para a seleção dos melhores aerofólios, a serem destacados a partir do conjunto de soluções ótimas que compõem a curva de Pareto, estão descritos na Subseção 5.1.2. Essa seção tem o objetivo de mostrar os resultados obtidos para os três tomadores de decisão testados, e assim avaliar as vantagens e desvantagens de cada proposta e quais as adaptações que permitiram as melhorias dessas características específicas.

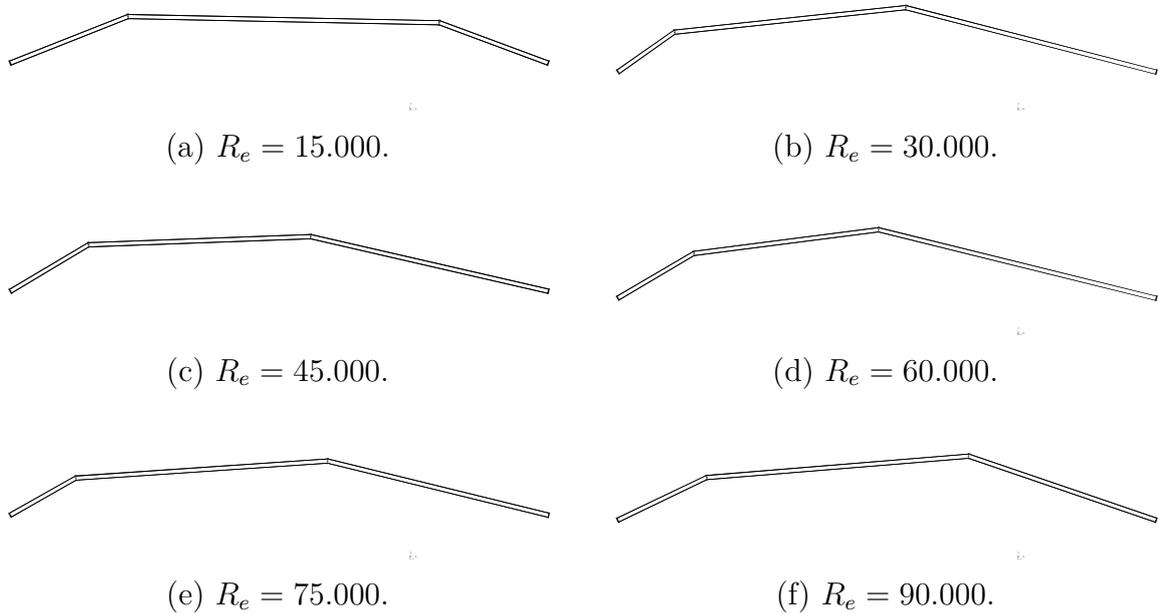
6.1.1 Aerofólio plano com inflexões

O primeiro modelo de aerofólio abordado é o modelo plano com duas inflexões. Inicialmente, serão apresentados os projetos selecionados para os números de Reynolds abordados neste trabalho, por cada tomador de decisão escolhido. Para selecionar cada um dos projetos apresentados, foi obtido o conjunto solução de todas as iterações realizadas para cada número de Reynolds e, em seguida, selecionada a frente de Pareto desse conjunto. Posteriormente, foi aplicado o método de tomada de decisão de interesse ao conjunto de soluções dessa curva.

A Figura 48 apresenta os melhores aerofólios encontrados para cada número de Reynolds com base no critério de decisão por ponto de referência, que considera o projeto central da frente de Pareto como o melhor projeto do conjunto de soluções. Os valores exatos das variáveis de projeto e a média dos valores dos coeficientes aerodinâmicos estão descritos na Tabela 11. A média é a mesma utilizada nas funções objetivo da etapa de otimização, com a média dos valores para o C_d e do C_l para ângulos de ataque variando entre 0° e 12° , com intervalos de 3° .

É possível observar que os projetos selecionados utilizando esse tomador de decisões convergem para um formato característico. Notavelmente, esse conjunto de aerofólios

Figura 48 - Projetos otimizados por número de Reynolds - Decisão por ponto de referência.

Tabela 11 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e).

R_e	x_{le}	δ_{le}	x_{te}	δ_{te}	C_d médio	C_l médio
15.000	0.22911	21.70°	0.78995	20.48°	0.15071	1.32402
30.000	0.12410	35.26°	0.53695	14.49°	0.13553	1.35414
45.000	0.16361	30.92°	0.56184	13.03°	0.12507	1.34711
60.000	0.15821	30.61°	0.48803	13.92°	0.12583	1.39737
75.000	0.13638	29.66°	0.58956	13.87°	0.12058	1.35871
90.000	0.17687	25.77°	0.64519	18,98°	0.13224	1.49084

exibe uma dobra frontal curta, representando em média apenas 16.47% da corda, enquanto a dobra referente ao bordo de fuga do perfil é o maior segmento do aerofólio. Outra característica desse conjunto é que a altura da segunda dobra é levemente superior à da primeira. No entanto, devido aos aerofólios serem obtidos com base em processos estocásticos, é possível observar algumas variações em relação ao padrão observado.

Neste caso, o projeto otimizado para o número de Reynolds de 15.000 possui uma dobra traseira consideravelmente mais curta do que as obtidas para os outros valores, e uma frente um pouco mais elevada que a parte de trás do aerofólio. Assim como o projeto otimizado para o número de Reynolds de 45.000, que também apresenta uma leve descida no segmento central do aerofólio.

A Figura 49 apresenta os melhores aerofólios encontrados para cada valor de Reynolds com base na relação C_l/C_d . Os valores exatos das variáveis de projeto e a média dos valores dos coeficientes aerodinâmicos estão descritos na Tabela 12. É possível notar

uma similaridade com o conjunto de soluções apresentado anteriormente, porém este conjunto apresenta mais variações e características menos marcantes.

Figura 49- Projetos otimizados por número de Reynolds - C_l/C_d

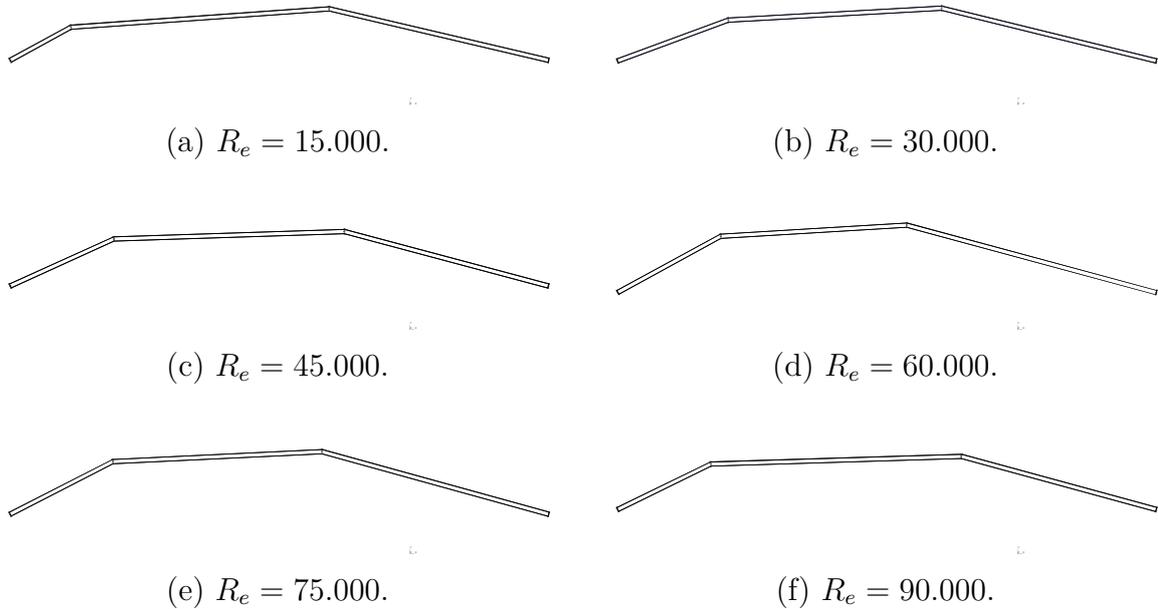
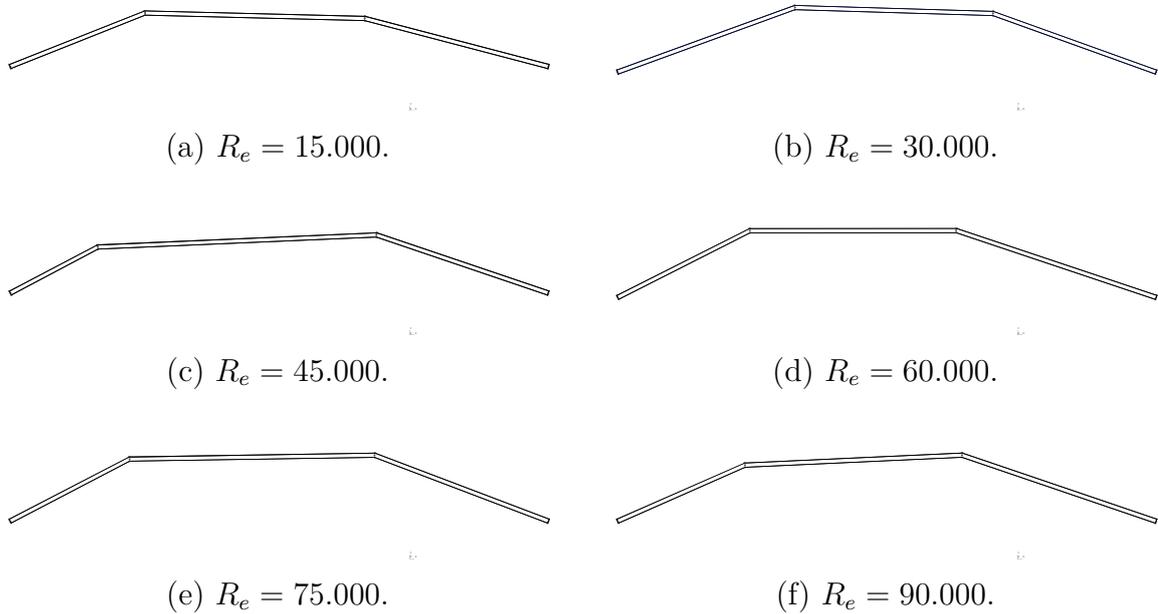


Tabela 12 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e).

R_e	x_{le}	δ_{le}	x_{te}	δ_{te}	C_d médio	C_l médio
15.000	0.12549	28.75°	0.59214	13.29°	0.13628	1.26193
30.000	0.21399	20.38°	0.59947	13.90°	0.12782	1.31285
45.000	0.20508	24.56°	0.61964	15.04°	0.12768	1.38715
60.000	0.20910	28.77°	0.53966	15.19°	0.13009	1.45151
75.000	0.20662	27.27°	0.57982	15.54°	0.12293	1.42822
90.000	0.18675	26.18°	0.63655	15.35°	0.12280	1.42113

A Figura 50 apresenta os melhores aerofólios encontrados para cada valor de Reynolds com base na relação C_l^3/C_d^2 . Os valores exatos das variáveis de projeto e a média dos coeficientes aerodinâmicos estão descritos na Tabela 13. Este conjunto de soluções favorece o coeficiente de sustentação, resultando em características interessantes. É possível observar uma frente ligeiramente mais elevada, em comparação com os conjuntos anteriores de soluções, e uma proporção mais equilibrada entre os segmentos que compõem o corpo do aerofólio.

Figura 50 - Projetos otimizados por número de Reynolds - C_l^3/C_d^2 Tabela 13 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e).

R_e	x_{le}	δ_{le}	x_{te}	δ_{te}	C_d médio	C_l médio
15.000	0.26192	15.01°	0.65754	14.77°	0.14238	1.31616
30.000	0.33713	20.13°	0.69025	19.89°	0.14778	1.45512
45.000	0.17721	27.94°	0.67518	18.82°	0.13634	1.45476
60.000	0.26220	26.95°	0.62681	18.62°	0.13840	1.52853
75.000	0.23833	27.64°	0.67112	20.91°	0.13504	1.54689
90.000	0.24813	23.91°	0.63436	18.91°	0.13328	1.53106

Conforme esperado, os três conjuntos de solução apresentaram uma tendência de aumento do coeficiente de sustentação e uma diminuição do coeficiente de arrasto de acordo com o aumento do número de Reynolds. Essa melhoria ocorre devido às condições mais apropriadas para a aerodinâmica em perfis no geral.

6.1.2 Aerofólio curvo

O próximo modelo abordado é o modelo de aerofólio curvo. Neste primeiro momento, serão apresentados os projetos selecionados por cada tomador de decisão. O método de obtenção desses aerofólios foi idêntico ao utilizado na seleção dos projetos do modelo anterior. Como discutido na Subseção **5.3.1**, o algoritmo evolutivo apresentou uma convergência mais alta para esse modelo. Além disso, as alterações na estrutura do aerofólio conforme as alterações nas variáveis de projeto são mais suaves para este modelo, resultando em menos variações em relação ao formato característico de cada conjunto.

A Figura 51 apresenta os melhores aerofólios encontrados para cada número de Reynolds com base no critério de decisão por ponto de referência, que considera o projeto central da frente de Pareto como o melhor projeto do conjunto de soluções. Os valores exatos das variáveis de projeto e a média dos coeficientes aerodinâmicos estão descritos na Tabela 14. Este conjunto de aerofólios possui como característica o ponto máximo da curva próximo ao início do aerofólio. Isso ocorre devido à localização do ponto de controle P_1 da curva de Bézier, que se encontra próximo à posição zero em relação ao eixo x, e do P_2 , que em geral permanece antes do meio do aerofólio.

Figura 51 - Projetos otimizados por número de Reynolds - Decisão por ponto de referência

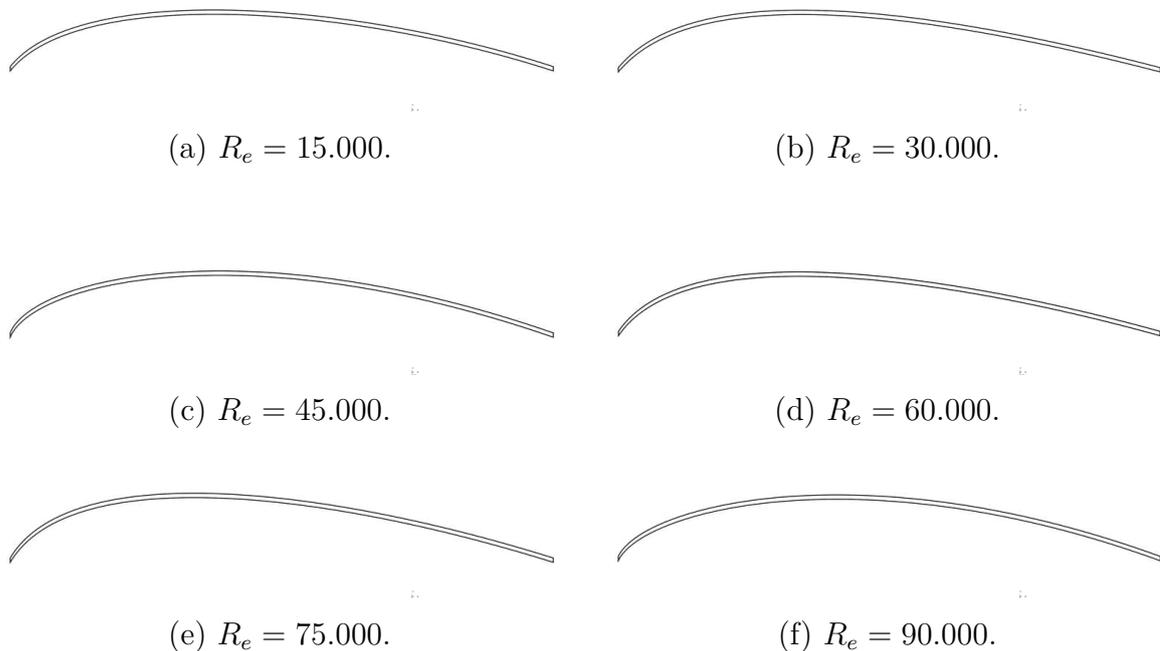


Tabela 14 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e).

R_e	x_{P_1}	y_{P_1}	x_{P_2}	y_{P_2}	C_d médio	C_l médio
15.000	0.12078	0.15380	0.61307	0.12694	0.12724	1.42808
30.000	0.06030	0.07132	0.23254	0.20000	0.10885	1.46037
45.000	0.03983	0.10015	0.43469	0.19508	0.10908	1.62384
60.000	0.13630	0.20000	0.71265	0.07936	0.10100	1.56497
75.000	0.11045	0.18691	0.58707	0.12948	0.10582	1.63927
90.000	0.04260	0.09312	0.44995	0.20000	0.10500	1.67757

Ao observar a tabela, é possível notar que há algumas exceções em relação à tendência do posicionamento dos pontos de controle. Por exemplo, alguns aerofólios apresentam o ponto P_2 mais afastado do primeiro ponto, porém isso é compensado pela altura mais baixa desse ponto. Por outro lado, os aerofólios que apresentam uma distância pequena entre P_1 e P_2 mostram uma altura menor de P_1 e uma altura maior de P_2 , o que mantém o padrão característico do aerofólio.

A Figura 52 apresenta os melhores aerofólios encontrados para cada valor de Reynolds com base na relação C_l/C_d . Os valores exatos das variáveis de projeto e a média dos coeficientes aerodinâmicos estão descritos na Tabela 15. Este conjunto de soluções é semelhante ao primeiro, porém o ponto máximo está ligeiramente mais afastado do início do aerofólio. Isso se deve à posição do ponto de controle P_1 , que permanece similar ao do primeiro conjunto, enquanto o ponto P_2 está localizado mais distante do primeiro ponto, entre 50% e 60% da corda para todos os aerofólios, e com uma posição y mais elevada na maioria dos projetos obtidos.

Figura 52 - Projetos otimizados por número de Reynolds - C_l/C_d

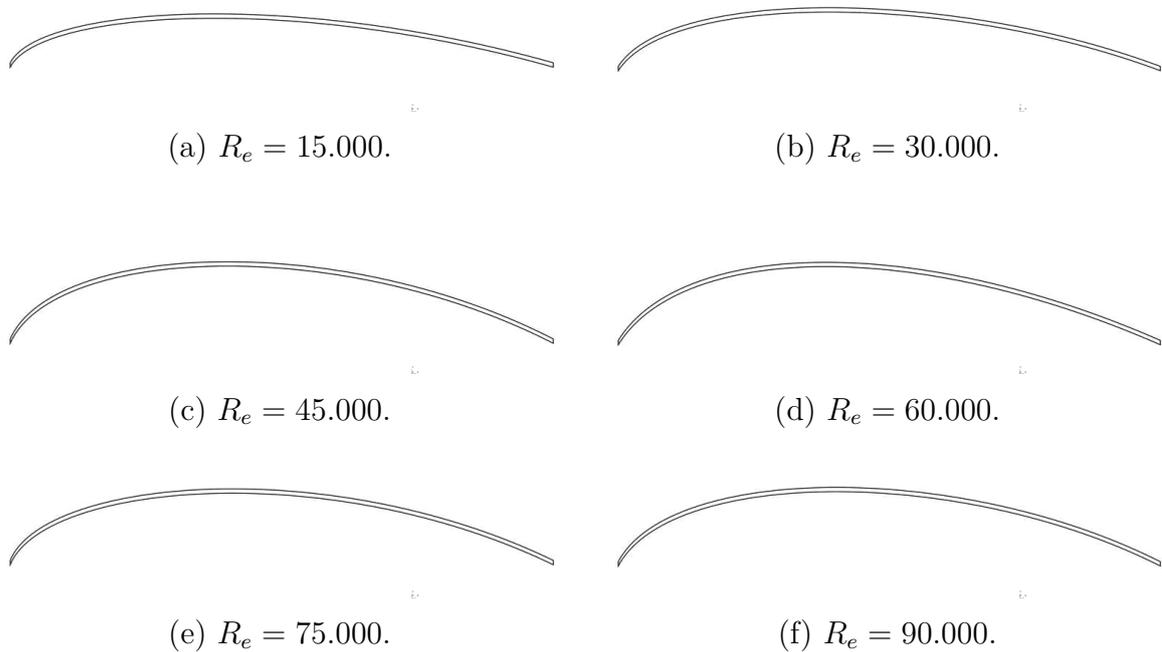


Tabela 15 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e).

R_e	x_{P1}	y_{P1}	x_{P2}	y_{P2}	C_d médio	C_l médio
15.000	0.05263	0.10293	0.51686	0.13531	0.11855	1.35457
30.000	0.09212	0.14561	0.61500	0.14496	0.11319	1.57791
45.000	0.07774	0.17558	0.60660	0.20000	0.12235	1.83726
60.000	0.11299	0.18194	0.54099	0.20000	0.11417	1.85162
75.000	0.06067	0.14957	0.58653	0.20000	0.11440	1.83220
90.000	0.09537	0.18029	0.63020	0.18715	0.11560	1.87531

A Figura 53 apresenta os melhores aerofólios encontrados para cada valor de Reynolds com base na relação C_l^3/C_d^2 . Os valores exatos das variáveis de projeto e a média dos coeficientes aerodinâmicos estão descritos na Tabela 16. Como mencionado anteriormente, este conjunto de soluções favorece o coeficiente de sustentação, resultando em um formato característico com uma curva mais elevada em comparação com os outros

conjuntos. Além disso, outra característica observada é que os aerofólios tendem a se manter mais simétricos. Isso se deve ao fato de que os parâmetros y_{P1} e y_{P2} possuem valores mais altos para esse conjunto de soluções, e o ponto P_2 está localizado mais próximo do final do aerofólio.

Figura 53 - Projetos otimizados por número de Reynolds - C_l^3/C_d^2

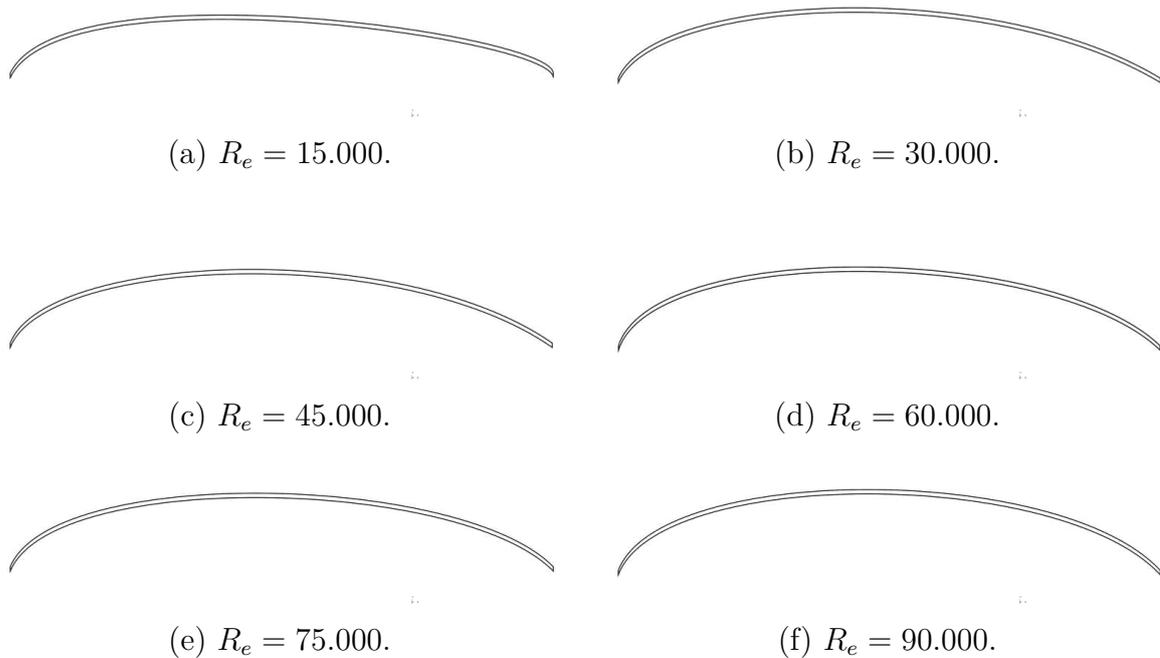


Tabela 16 – Descrição dos projetos otimizados por número de Reynolds (R_e).

R_e	x_{P1}	y_{P1}	x_{P2}	y_{P2}	C_d médio	C_l médio
15.000	0.09517	0.20000	1.00000	0.07225	0.14533	1.63632
30.000	0.06543	0.15613	0.68642	0.18967	0.12724	1.74364
45.000	0.06424	0.16591	0.71950	0.19609	0.12722	1.89508
60.000	0.06417	0.19811	0.80344	0.18821	0.13076	2.07900
75.000	0.07813	0.18954	0.83222	0.17316	0.13022	2.04534
90.000	0.07474	0.19910	0.81622	0.20000	0.13459	2.11476

Assim como observado no modelo plano com inflexões, os três conjuntos de solução demonstraram uma tendência de aumento do coeficiente de sustentação e uma diminuição do coeficiente de arrasto conforme o número de Reynolds aumenta. No entanto, uma exceção foi observada no segundo conjunto de soluções, que manteve um valor médio estável para C_d , e no terceiro conjunto, onde o valor extremamente alto para o C_l médio dos últimos dois aerofólios resultou em um C_d médio um pouco mais alto do que para a maioria dos números de Reynolds menores que eles.

Este modelo de aerofólio demonstrou uma tendência de ter um C_l médio mais alto em comparação com o modelo plano com duas inflexões, enquanto tende a ter um

C_d médio menor. Isso sugere que o aerofólio curvo possui uma eficiência aerodinâmica superior.

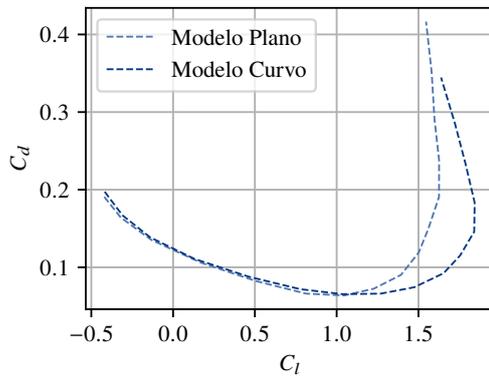
6.1.3 Comparação entre os modelos abordados

Com o intuito de detalhar as diferenças de desempenho entre os dois modelos abordados neste estudo, apresentam-se os aerofólios selecionados por cada tipo de tomador de decisões em dois gráficos distintos, os quais contrastam o desempenho aerodinâmico desses aerofólios. O primeiro gráfico ilustra a relação entre os coeficientes de arrasto (C_d) e sustentação (C_l), enquanto o segundo mostra a relação entre o ângulo de ataque (α) e o coeficiente de sustentação (C_l). Os valores dos gráficos foram gerados para α variando de -10° a 20° , com intervalos de 2° . Esta análise foi conduzida para os números de Reynolds de 30.000, 60.000 e 90.000.

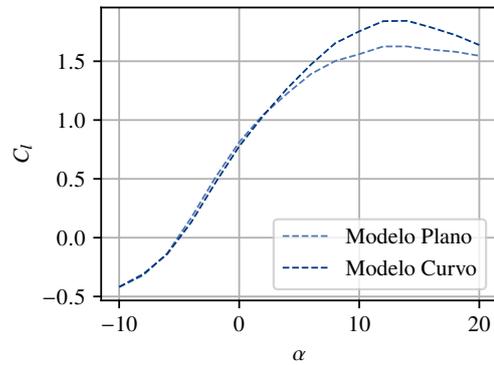
Os três primeiros perfis aerodinâmicos analisados foram os selecionados pontos de referência e estão apresentados nas Figuras 48 e 51. Os gráficos comparativos desses aerofólios são mostrados na Figura 54, em ordem crescente de número de Reynolds. Em todos os contextos apresentados, observa-se que o comportamento dos aerofólios é equivalente até os primeiros valores positivos de α , momento em que começam a surgir diferenças marcantes em seus desempenhos. A partir desse ponto, o aerofólio curvo demonstra um coeficiente de sustentação significativamente mais alto em comparação com o modelo plano com inflexões, gerado principalmente por uma maior aderência da camada limite. Portanto tendo o ponto de estol em ângulos de ataque mais altos que o outro modelo.

Embora a tendência de comportamento dos coeficientes aerodinâmicos permaneça a mesma, independentemente do número de Reynolds, é notável que a diferença de desempenho entre os modelos abordados aumenta consideravelmente com o aumento desse número. Este ganho de desempenho mais acentuado para o modelo curvo era esperado, uma vez que superfícies mais suaves tendem a se beneficiar mais do aumento do número de Reynolds. É importante ressaltar que artefatos que geram turbulência na camada limite são benéficos para números muito baixos de Reynolds, porém a suavidade do aerofólio é um fator que se beneficia significativamente do aumento do número de Reynolds.

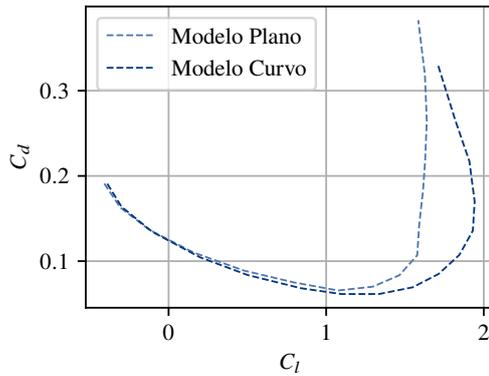
Figura 54 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo plano com inflexões.



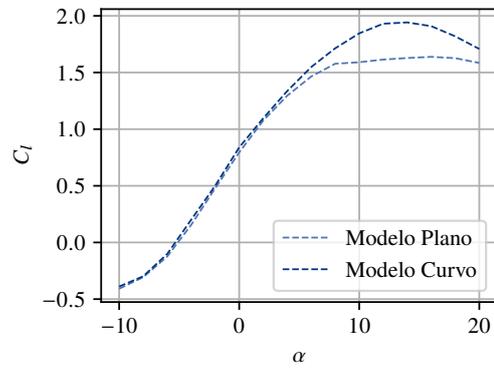
(a) $C_d \times C_l$.



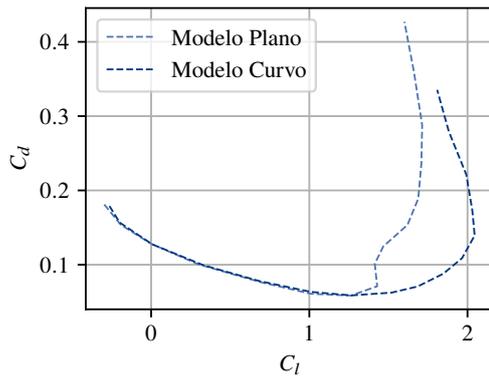
(b) $\alpha \times C_l$.



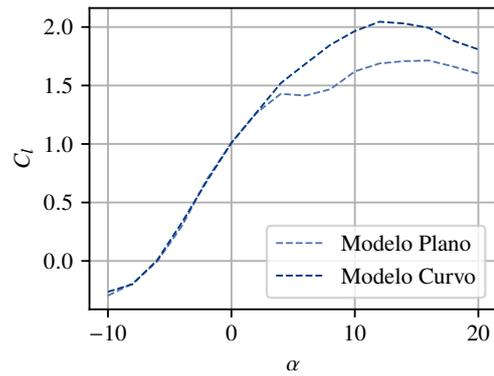
(c) $C_d \times C_l$.



(d) $\alpha \times C_l$.



(e) $C_d \times C_l$.

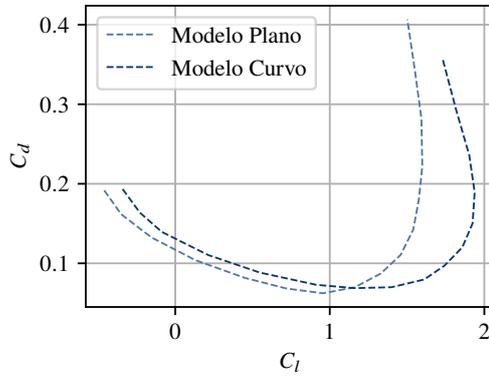
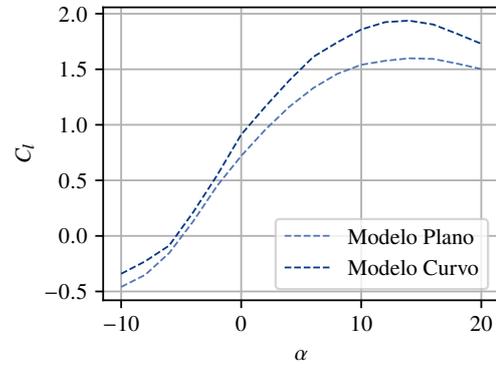
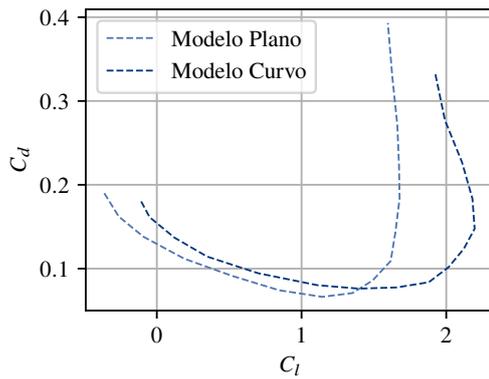
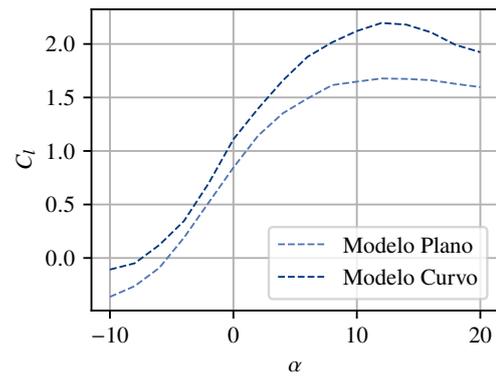
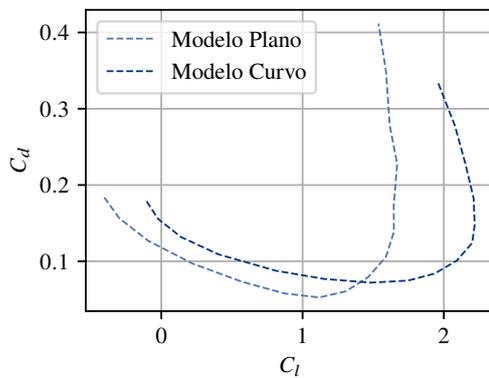
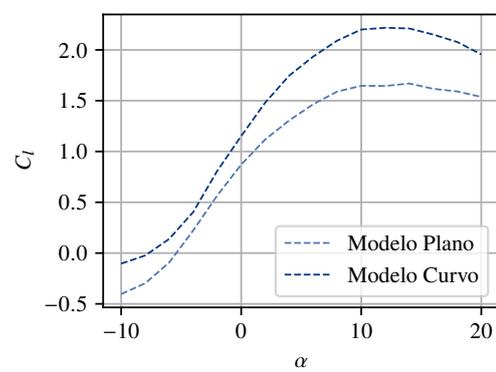


(f) $\alpha \times C_l$.

O próximo conjunto de perfis analisados é dos aerofólios obtidos através do tomador de decisões que utiliza a função C_l/C_d , os quais são mostrados nas Figuras 49 e 52. Os gráficos comparativos desses aerofólios são exibidos na Figura 55, organizados em ordem crescente de número de Reynolds. Notavelmente, os perfis curvos deste conjunto

apresentam um coeficiente de sustentação consideravelmente mais alto do que os perfis planos com inflexões.

Figura 55 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo plano com inflexões.

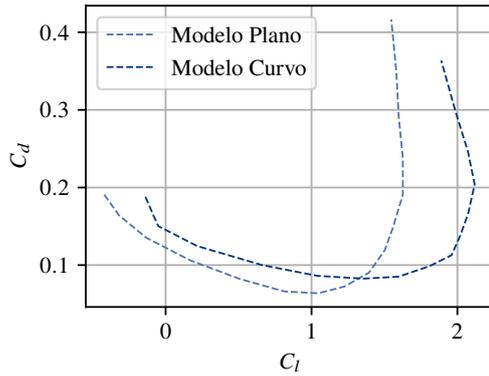
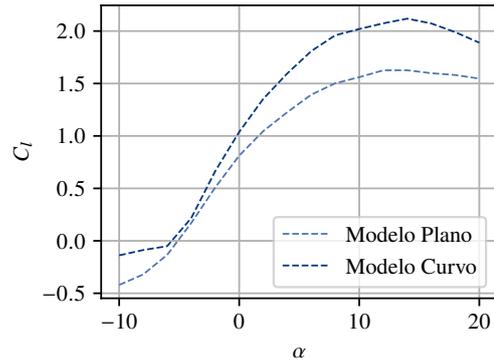
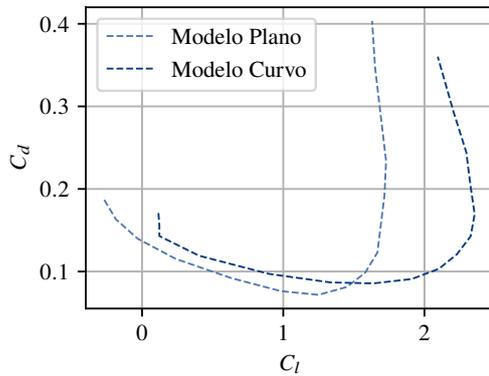
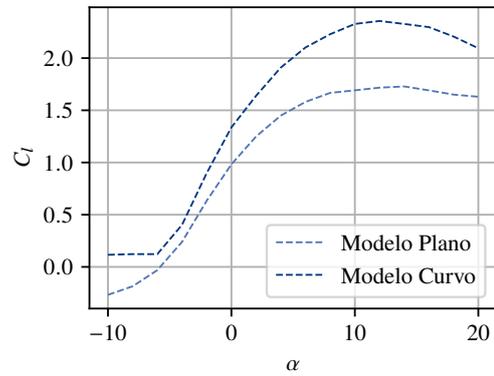
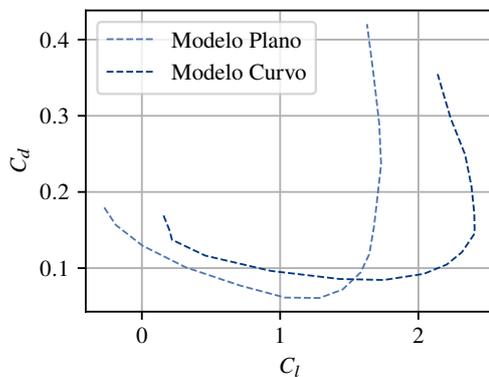
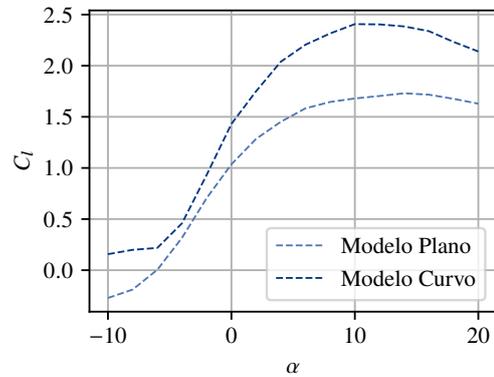
(a) $C_d \times C_l$.(b) $\alpha \times C_l$.(c) $C_d \times C_l$.(d) $\alpha \times C_l$.(e) $C_d \times C_l$.(f) $\alpha \times C_l$.

Ambos os perfis demonstram um ângulo de estol similar, enquanto o modelo curvo tende a exibir um coeficiente de arrasto ligeiramente mais elevado para ângulos de

ataque negativos. A tendência de uma melhoria mais expressiva em relação ao desempenho aerodinâmico para o modelo curvo conforme o aumento do número de Reynolds permanece.

Por último, apresentam-se os perfis obtidos pela função de decisão C_l^3/C_d^2 , os quais são apresentados nas Figuras 50 e 53. Os gráficos comparativos desses aerofólios são

Figura 56 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo plano com inflexões.

(a) $C_d \times C_l$.(b) $\alpha \times C_l$.(c) $C_d \times C_l$.(d) $\alpha \times C_l$.(e) $C_d \times C_l$.(f) $\alpha \times C_l$.

exibidos na Figura 56, organizados em ordem crescente de número de Reynolds. Este perfil exibiu um comportamento semelhante ao segundo conjunto apresentado, porém com coeficientes de sustentação mais elevados. Em relação ao aumento do desempenho mais acentuado para o modelo curvo com o aumento do número de Reynolds, a única exceção observada ocorre na transição do coeficiente de arrasto entre o aerofólio gerado para $R_e = 60.000$ e o gerado para $R_e = 90.000$. Isso se deve ao processo de obtenção dos perfis ser não determinístico.

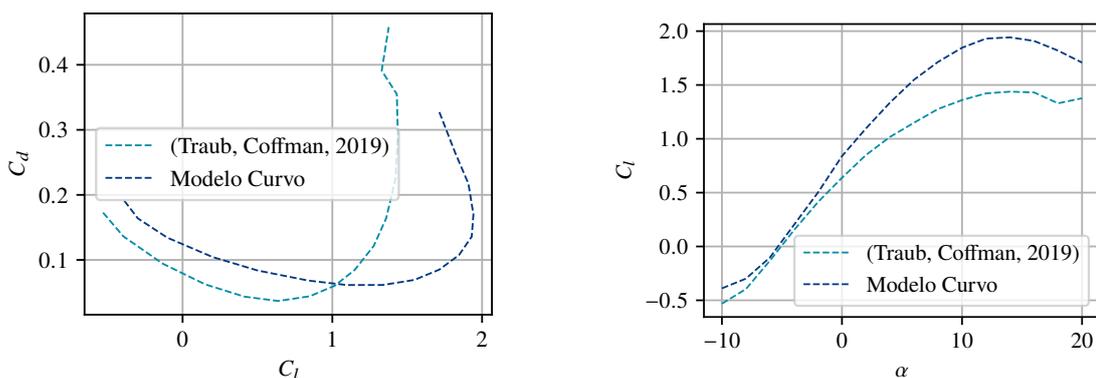
Portanto, o aerofólio curvo demonstrou possuir um desempenho aerodinâmico superior ao aerofólio plano com inflexões. Sua capacidade de manter a aderência da camada limite de forma mais eficiente e seu melhor desempenho em relação ao coeficiente de sustentação superam a pequena vantagem do aerofólio plano no que diz respeito ao coeficiente de arrasto para ângulos de ataque negativos.

6.2 COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO

Esta seção tem como objetivo realizar uma comparação entre o modelo de aerofólio proposto por Traub e Coffman (2019), em um estudo teórico e experimental, e os modelos obtidos com o processo de otimização proposto neste trabalho, para $R_e = 60.000$. O aerofólio que servirá como base de comparação é o plano com duas inflexões, que possui os seguintes valores para as variáveis de projeto: $x_{le} = 0.1$, $\delta_{le} = 15^\circ$, $x_{te} = 0.8$ e $\delta_{te} = 15^\circ$. Este perfil aerodinâmico será comparado com os projetos otimizados para $R_e = 60.000$ do modelo curvo.

A Figura 57 apresenta os gráficos comparativos para o aerofólio escolhido com base no ponto de referência central da curva de Pareto. Como é possível notar, o comportamento do coeficiente de sustentação em relação ao ângulo de ataque é equivalente entre os dois aerofólios até os primeiros valores positivos para α . A partir desse momento, o aerofólio curvo passa a ter uma vantagem significativa. No que diz respeito ao coeficiente de arrasto,

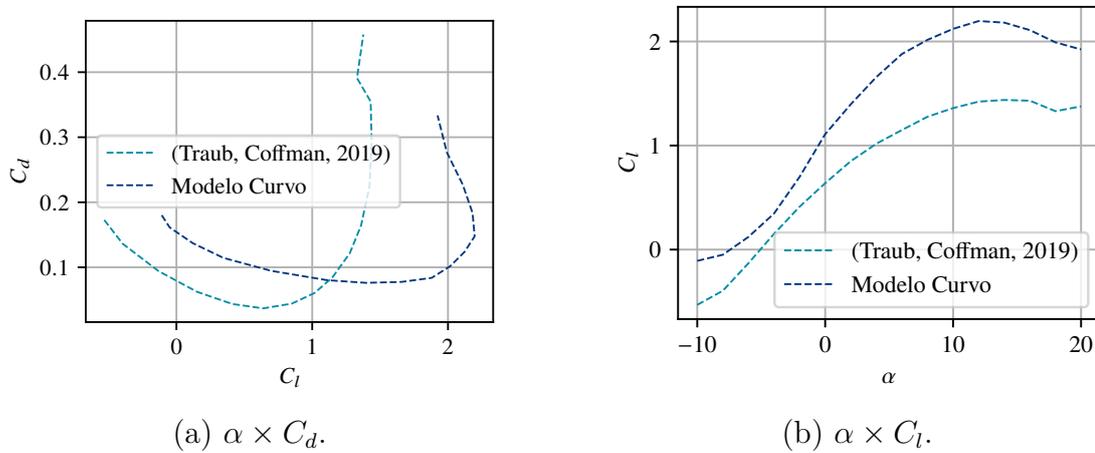
Figura 57 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo retirado da literatura.



o modelo plano tem uma vantagem em ângulos de ataque muito pequenos ou negativos. No entanto, o ângulo de estol do modelo curvo é expressivamente maior.

A Figura 58 ilustra os gráficos comparativos do coeficiente de sustentação em relação ao coeficiente de arrasto (C_l/C_d) para o aerofólio selecionado. Observa-se uma vantagem considerável no desempenho do aerofólio plano em relação ao coeficiente de arrasto. Por outro lado, o aerofólio curvo demonstra um desempenho notavelmente superior em termos de coeficiente de sustentação em todo o intervalo de ângulo de ataque considerado.

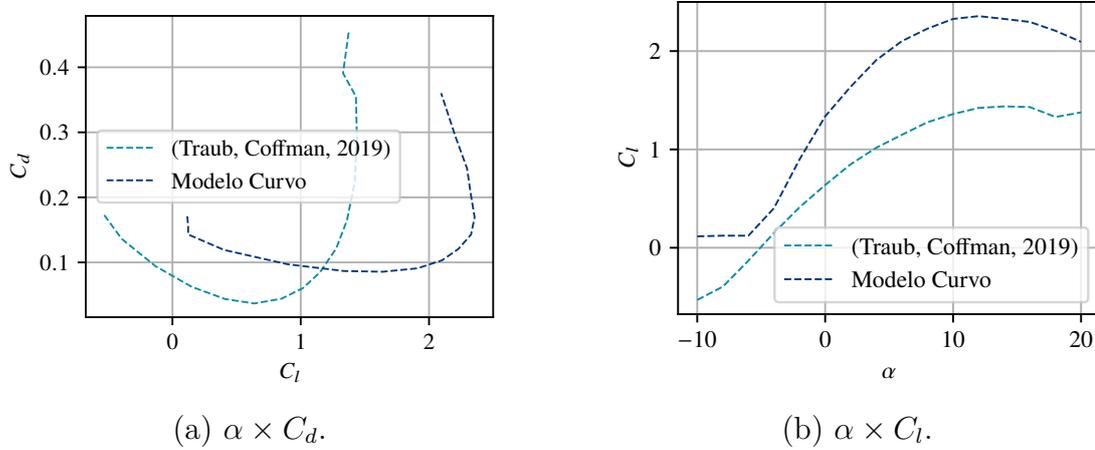
Figura 58 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo retirado da literatura.



Ao aplicar a função C_l/C_d ao modelo da literatura, é obtido o valor de 10.13, enquanto para o modelo selecionado no estudo, o valor é de 16.19. Isso indica uma melhoria significativa na autonomia do veículo aéreo com o uso do modelo selecionado.

A Figura 59 apresenta os gráficos comparativos do aerofólio escolhido utilizando a relação C_l^3/C_d^2 . Observa-se um comportamento semelhante ao aerofólio anterior, porém com o coeficiente de sustentação alcançando valores mais elevados. Isso ocorre porque a função utilizada para avaliar e selecionar o aerofólio prioriza este parâmetro. Ao aplicar a função C_l^3/C_d^2 ao modelo da literatura, obtém-se o valor de 112.67, enquanto para o modelo selecionado no estudo, o valor é de 525.55. Esse aumento substancial indica um significativo aumento de alcance utilizando o modelo proposto.

Figura 59 - Gráficos comparativos entre o desempenho do modelo curvo e do modelo retirado da literatura.



Os três conjuntos revelaram uma inclinação em favorecer o coeficiente de sustentação em maior medida do que o modelo de aerofólio utilizado como referência. O primeiro conjunto demonstrou estar mais alinhado com a proposta do modelo literário. Embora tenha exibido um coeficiente de arrasto superior, a discrepância entre os dois foi mínima. Os pontos mais discrepantes entre os dois modelos foram o coeficiente de sustentação, consideravelmente mais elevado no modelo proposto, e o ângulo de estol, que também foi superior neste mesmo modelo. Em resumo, o algoritmo de otimização multiobjetivo GDE3 demonstrou eficácia ao produzir resultados que verdadeiramente refletem uma aerodinâmica de qualidade.

7 CONCLUSÃO

O objetivo principal deste trabalho foi buscar perfis aerodinâmicos eficientes em regimes de baixo número de Reynolds, empregando o algoritmo multiobjetivo GDE3. Para atingir esse propósito, conduziu-se uma modelagem computacional usando CFD para simular cada solução gerada durante a busca, permitindo a obtenção dos valores de $C_{d\text{médio}}$ e $C_{l\text{médio}}$, utilizados na função de avaliação. Além disso, uma seção de validação do modelo foi apresentada, visando demonstrar a fidelidade do modelo em relação aos dados experimentais e, assim, validar a simulação como método de avaliação das soluções.

Os resultados iniciais apresentados incluíram comparações entre dados computacionalmente gerados e dados provenientes de experimentos em túnel de vento conduzidos por Traub e Coffman (2019). Conforme demonstrado no Capítulo 4, a simulação conseguiu reproduzir de maneira geral o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos, apresentando erros médios pequenos. Observa-se uma variação mais expressiva em alguns casos, especialmente para ângulos de ataque negativos ou acima do ponto de estol. Portanto, os resultados indicam que o modelo escolhido para a simulação é uma fonte confiável na geração dos dados utilizados na avaliação das soluções durante o processo de otimização.

Dois outros conjuntos de resultados foram apresentados no Capítulo 5, onde foram compartilhados dados referentes à convergência do método, destacando a adaptação das soluções em relação aos objetivos. Além disso, uma análise do comportamento das variáveis de projeto foi apresentada, revelando tendências relacionadas a essas variáveis. O propósito dessa etapa foi elucidar o funcionamento e a convergência do algoritmo GDE3, proporcionando *insights* sobre o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos no contexto específico das aplicações abordadas.

Por fim, foi apresentado o último conjunto de resultados obtidos na etapa de otimização. Os resultados apresentados no Capítulo 6, foram relacionados aos projetos otimizados encontrados. Foi avaliado o desempenho desses aerofólios em relação aos resultados apresentados na literatura e também foi feita uma comparação dos desempenhos de diversos projetos otimizados, com variação da escolha da estratégia de tomada de decisão em relação ao melhor aerofólio a ser escolhido a partir das soluções presentes na frente de Pareto.

O trabalho apresenta um modelo de CFD que se destacou na simulação da aerodinâmica de perfis em baixo número de Reynolds, uma faixa atípica que apresenta diversos desafios para a aerodinâmica. Ao longo do estudo, foram desenvolvidos aerofólios eficientes para essa faixa específica, superando em alguns aspectos resultados retirados da literatura. A análise abrangeu a influência das variáveis de projeto, do número de Reynolds e das preferências relacionadas aos critérios adotados na otimização no modelo obtido para um melhor desempenho. Em última análise, o estudo resultou em modelos otimizados para

maior eficiência aerodinâmica, tendo tido contribuições para a compreensão e melhoria do desempenho em regimes de baixo número de Reynolds.

Para trabalhos futuros, sugerimos um estudo amplo de convergência de malha, explorando a sensibilidade da solução a diferentes discretizações. Além disso, uma possibilidade acerca do método multiobjetivo é incluir o coeficiente de momento entre os critérios de avaliação, considerando-se simultaneamente os coeficientes de sustentação, arrasto e momento, o que poderia gerar resultados interessantes e aprimorar o processo de otimização. A introdução de uma penalização adaptativa pode proporcionar maior flexibilidade ao algoritmo, ajustando-se dinamicamente às características do problema, potencialmente resultando em soluções mais refinadas.

REFERÊNCIAS

- 1 ANDERSON JR., John D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 8. ed. Boston: McGraw-Hill Education, 2017.
- 2 BAKAR, Abu *et al.* Multi-objective optimization of low Reynolds number airfoil using convolutional neural network and non-dominated sorting genetic algorithm. **Aerospace**, v. 9, n. 1, p. 35, 2022.
- 3 BERGMAN, Theodore L. **Fundamentals of heat and mass transfer**. John Wiley & Sons, 2011.
- 4 CFD Direct. *User Guide OpenFOAM*. Disponível em: <https://doc.cfd.direct/openfoam/user-guide-v11/fvsolution>. Acesso em: 28 de novembro de 2023.
- 5 COELLO, Carlos A. Evolutionary multiobjective optimization. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery**, v. 1, n. 5, p. 444-447, 2011.
- 6 DEB, Kalyanmoy et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE transactions on evolutionary computation**, v. 6, n. 2, p. 182-197, 2002.
- 7 EIBEN, Agoston E.; SMITH, James E. **Introduction to evolutionary computing**. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015.
- 8 FAGUNDES, Guilherme Lima Miranda Gonçalves, **Projeto de Família de Perfis Aerodinâmicos para Escoamento de Baixo Reynolds Utilizando Algoritmo de Otimização**. 2016. 99f. Tese (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.
- 9 GEUZAINÉ, Christophe; REMACLE, Jean-François. Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. **International journal for numerical methods in engineering**, v. 79, n. 11, p. 1309-1331, 2009.
- 10 GOUDOS, Sotirios K.; SAHALOS, John N. Pareto optimal microwave filter design using multiobjective differential evolution. **IEEE transactions on antennas and propagation**, v. 58, n. 1, p. 132-144, 2009.
- 11 HADKA, David. Platypus documentation. Python Software Documentation, 2015.
- 12 HOLZMANN, Tobias. **Mathematics, numerics, derivations and OpenFOAM®**. Loeben, Germany: Holzmann CFD, 2016.
- 13 IANNONI, Ana Paula; MORABITO, Reinaldo. Modelo hipercubo integrado a um algoritmo genético para análise de sistemas médicos emergenciais em rodovias. **Gestão & Produção**, v. 13, p. 93-104, 2006.
- 14 KONING, Witold J.; ROMANDER, Ethan A.; JOHNSON, Wayne. Performance optimization of plate airfoils for martian rotor applications using a genetic algorithm. **European Rotorcraft Forum 2019 (ERF)**, 2019.

- 15 KONING, Witold J.; ROMANDER, Ethan A.; JOHNSON, Wayne. Optimization of low Reynolds number airfoils for martian rotor applications using an evolutionary algorithm. **AIAA Scitech 2020 Forum**. 2020. p. 0084.
- 16 KUKKONEN, Saku; LAMPINEN, Jouni. GDE3: The third evolution step of generalized differential evolution. **2005 IEEE congress on evolutionary computation**. IEEE, 2005. p. 443-450.
- 17 KUKKONEN, Saku; LAMPINEN, Jouni. An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints. **Parallel Problem Solving from Nature-PPSN VIII: 8th International Conference, Birmingham, UK, September 18-22, 2004. Proceedings 8**. Springer Berlin Heidelberg, 2004. p. 752-761.
- 18 KUKKONEN, Saku; LAMPINEN, Jouni. Comparison of Generalized Differential Evolution algorithm to other multi-objective evolutionary algorithms. **Proceedings of the 4th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS2004)**. 2004.
- 19 LAITONE, E. V. Wind tunnel tests of wings at Reynolds numbers below 70 000. **Experiments in fluids**, v. 23, n. 5, p. 405-409, 1997.
- 20 LAMPINEN, Jouni *et al.* DE's selection rule for multiobjective optimization. **Lappeenranta University of Technology, Department of Information Technology, Tech. Rep**, p. 03-04, 2001.
- 21 LI, Jing; WANG, Cong; BIAN, Huiting. Aerodynamic Design Optimization of Transonic Natural-Laminar-Flow Airfoil at Low Reynolds Number. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2020, p. 1-22, 2020.
- 22 LIU, Jenn-Long. Novel Taguchi-simulated annealing method applied to airfoil and wing planform optimization. **Journal of aircraft**, v. 43, n. 1, p. 102-109, 2006.
- 23 OPENFOAM. *OpenFOAM - The Open Source CFD Toolbox*. Disponível em: <https://www.openfoam.com/>. Acesso em: 10 nov. 2023.
- 24 PATANKAR, Suhas V.; SPALDING, D. Brian. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. **Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion**. Pergamon, 1983. p. 54-73.
- 25 SAETRAN, L. *et al.* Invitation to the 2017 “blind test 5” workshop—the wake behind a yawed wind turbine.,”. 2018.
- 26 SPALART, Philippe; ALLMARAS, Steven. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: 30th aerospace sciences meeting and exhibit. 1992. p. 439.
- 27 STORN, Rainer; PRICE, Kenneth. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, v. 11, p. 341-359, 1997.
- 28 TANG, Lei. Reynolds-Averaged Navier-Stokes simulation of low-Reynolds-number airfoil aerodynamics. **Journal of Aircraft**, v. 45, n. 3, p. 848-856, 2008.

- 29 TRAUB, Lance W.; COFFMAN, Cory. Efficient low-Reynolds-number airfoils. *Journal of Aircraft*, v. 56, n. 5, p. 1987-2003, 2019.
- 30 WARMING, Robert F.; BEAM, Richard M. Upwind second-order difference schemes and applications in aerodynamic flows. *AIAA Journal*, v. 14, n. 9, p. 1241-1249, 1976.
- 31 WINSLOW, Justin et al. Basic understanding of airfoil characteristics at low Reynolds numbers (10^4 – 10^5). *Journal of aircraft*, v. 55, n. 3, p. 1050-1061, 2018.