

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL (PROFMAT)

Sebastião Luiz da Silva Guerra

Pensamento Computacional como Estratégia Pedagógica: O (re)ensino das
quatro operações básicas no Ensino Fundamental 2

Juiz de Fora

2026

Sebastião Luiz da Silva Guerra

**Pensamento Computacional como Estratégia Pedagógica: O (re)ensino das
quatro operações básicas no Ensino Fundamental 2**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista

Juiz de Fora

2026

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da
UFJF com os dados fornecidos pelo autor

Guerra, Sebastião Luiz da Silva.

Pensamento Computacional como Estratégia Pedagógica : O (re)ensino das quatro operações básicas no Ensino Fundamental 2 / Sebastião Luiz da Silva Guerra. – 2026.

179 f. : il.

Orientador: Reginaldo Braz Batista

Dissertação (Mestrado profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), 2026.

1. Pensamento Computacional. 2. Operações Básicas. 3. Ensino Fundamental. 4. Algoritmos. 5. Ansiedade Matemática. I. Batista, Reginaldo Braz, orient. II. Título.

Sebastião Luiz da Silva Guerra

Pensamento Computacional como Estratégia Pedagógica: O (re)ensino das quatro operações básicas no Ensino Fundamental 2

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Aprovada em 25 de fevereiro de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista - Orientador

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Luciano Coutinho dos Santos

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Luiz Fernando Crocco Afonso

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 29/01/2026.



Documento assinado eletronicamente por **Reginaldo Braz Batista, Professor(a)**, em 20/05/2026, às 12:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luis Fernando Crocco Afonso, Professor(a)**, em 21/05/2026, às 14:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **LUCIANO COUTINHO DOS SANTOS (1848312), Usuário Externo**, em 22/05/2026, às 15:16, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2846707** e o código CRC **756AD337**.

À minha avó Orcênia.

Dos geométricos macramês às definições simples.

AGRADECIMENTOS

A realização desta dissertação é o resultado de uma jornada que, embora individual em sua essência, foi construída com o apoio e a contribuição de muitas pessoas e instituições as quais desejo expressar a minha gratidão.

À Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) e ao Departamento de Matemática (DM), pela oportunidade de aprendizado e crescimento acadêmico. Ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), por proporcionar uma formação de excelência.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista, pela orientação segura, pela confiança depositada, pelas leituras críticas e pela paciência infinita. Sua experiência, direcionamento e curiosidade — em alguns momentos maior que a minha — foram fundamentais para transformar ideias iniciais em um projeto de pesquisa coeso e relevante.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Luciano Coutinho dos Santos e Prof. Dr. Luís Fernando Crocco Afonso, pela disponibilidade, a leitura atenta e as valiosas sugestões que, sem dúvida, enriqueceram e qualificaram esse trabalho.

Aos colegas do PROFMAT, pela jornada compartilhada, pelas discussões produtivas, pelos materiais trocados e pelo apoio mútuo que tornaram os desafios mais leves: Carlos, Elienay, Janice, Marcos, Ruth, Tiago, Vânia e Verônica. Dedico um agradecimento especial e com profundo pesar à memória da colega de turma Zilmara Souza Freitas, cuja jornada foi precocemente interrompida em agosto de 2024. Serei eternamente grato por sua companhia e pelo incentivo constante nos momentos mais desafiadores desta caminhada. Não chegamos todos ao final, como você disse, mas nesse final, todos estiveram, de alguma forma, presentes. Essa conquista também carrega um pouco de você.

À direção, à orientação pedagógica e aos colegas da Escola Municipal Nephtalina Carvalho Ávila, pela acolhida e por viabilizarem a aplicação deste projeto. Um agradecimento especial aos estudantes das turmas de 9º ano, protagonistas deste estudo. Dentre os alunos, deixo minha homenagem ao Samuel Matheus Correa, que nos deixou prematuramente em novembro de 2025, logo após a finalização das atividades descritas nessa dissertação. Samuel possuía uma vontade muito grande de aprender especialmente Matemática. Participou por duas vezes da segunda fase da OBMEP e manteve o entusiasmo mesmo diante de todas as dificuldades. Sua presença marcante e sua curiosidade intelectual permanecem como lembranças que honram este trabalho, e registro aqui meu profundo respeito e gratidão pela oportunidade de tê-lo acompanhado ao longo de sua trajetória no Ensino Fundamental 2.

Um agradecimento particular e especial à Luciene Fernandes Loures. Dela herdo a lição fundamental sobre o ofício da escrita: ser autor é um exercício constante de vigilância, pois é necessário colocar-se no lugar de quem lê e entender que cada palavra

escolhida constrói — ou destrói — o sentido. Seu olhar aguçado e sua mente crítica foram indispensáveis, pois grande parte das ideias e argumentos dessa dissertação foram primeiramente compartilhados com ela, que, pacientemente, ouviu, criticou, perguntou e sugeriu, ajudando-me a refinar o raciocínio e a clarear a escrita.

À minha enteada, Mônica Rodrigues Soares, dedico a gratidão mais genuína. Por muito tempo, em seu olhar de criança encontrei a única e mais sincera convicção de que eu poderia ser um bom professor. Foi ao tentar responder às suas perguntas curiosas e ao observar suas reações que pude, pela primeira vez, refinar e dar sentido às minhas explicações sobre conceitos complexos, e foi essa curiosidade que me ensinou o verdadeiro valor de uma explicação clara. A sua confiança foi o meu primeiro e mais importante incentivo.

À minha família, que, com imensa paciência (em alguns momentos não tão imensa assim), soube acolher a distância e a minha ausência, compreendendo que esta jornada era um passo essencial para o meu crescimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

O ouvir do ouvido não é tão bom quanto o ver do olho; o ver do olho não é tão bom quanto o pisar do pé; o pisar do pé não é tão bom quanto o diferenciar das mãos. Quando alguém inicia uma nova jornada é como se entrasse em uma sala escura: quanto mais tempo permanece, mais claramente vê. (XUNZI [séc. III AEC] 1990, p. 289)

RESUMO

Esta dissertação objetiva investigar como o Pensamento Computacional pode contribuir para a compreensão das quatro operações básicas em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa foi conduzida em duas turmas intactas, utilizando um estudo de métodos mistos com *design* sequencial explicativo (QUAN $\rightarrow$ QUAL). Inicialmente, aplicou-se uma avaliação diagnóstica para identificar dificuldades relativas à adição, subtração, multiplicação e, sobretudo, divisão, bem como para mensurar a ansiedade matemática dos estudantes. Em seguida, uma sequência didática de quatro aulas foi desenvolvida e aplicada. Essa sequência envolveu decomposição, fluxogramas, pseudocódigos e estratégias de externalização do raciocínio, e foi apoiada por uma aplicação web (*Hisab*) para realização de atividades, avaliação e apoio à aprendizagem. A análise quantitativa descritiva indicou avanços relevantes no desempenho e na redução de erros recorrentes, além de redução nos níveis de ansiedade matemática relatados pelos estudantes. A análise qualitativa mostrou mudanças nas estratégias utilizadas, maior explicitação do pensamento matemático e melhora na verificação de plausibilidade. Observou-se ainda que fatores como engajamento discente, organização e responsabilidade influenciaram diretamente os resultados da intervenção. Conclui-se que o Pensamento Computacional favorece a aprendizagem conceitual das operações básicas e contribui para a autonomia intelectual ao tornar visíveis os processos de resolução. Tal proposta seria, portanto, passível de adaptação para outros anos do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio.

Palavras-chave: Pensamento Computacional; Operações Básicas; Ensino Fundamental; Algoritmos; Ansiedade Matemática.

ABSTRACT

This dissertation aims to investigate how Computational Thinking can contribute to 9th-grade students' understanding of the four basic arithmetic operations in Middle School. The study was conducted in two intact classes using a sequential explanatory mixed-methods design (QUAN $\rightarrow$ QUAL). Initially, a diagnostic assessment was administered to identify difficulties related to addition, subtraction, multiplication, and especially division, as well as to measure students' mathematics anxiety. Next, a four-lesson instructional sequence was developed and implemented, involving decomposition, flowcharts, pseudocode, and strategies for externalizing reasoning, supported by a web application (*Hisab*) for activities, assessment, and learning support. Descriptive quantitative analysis indicated relevant performance gains and a reduction in recurrent errors, along with a reduction in students' self-reported levels of mathematics anxiety. Qualitative analysis revealed changes in the strategies used, greater explicitness of mathematical thinking, and improved plausibility checking. It was also observed that factors such as student engagement, organization, and responsibility directly influenced the outcomes of the intervention. The study concludes that Computational Thinking favors conceptual learning of basic operations and contributes to intellectual autonomy by making problem-solving processes visible. Such a proposal is, therefore, adaptable to other Middle School grades and to High School.

Keywords: Computational Thinking; Basic Arithmetic Operations; Lower Secondary Education; Algorithms; Mathematics Anxiety.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Registro da 1ª avaliação diagnóstica - Q07	57
Registro da 1ª avaliação diagnóstica - Q06	58
Registro de atividade - Adição	60
Registro de atividade - Subtração	61
Registro de atividade - Multiplicação	61
Registro de atividade - Divisão	62
Registro da 2ª avaliação diagnóstica - Q06	67
Registro da 2ª avaliação diagnóstica - Q09	68
Fluxograma para a Adição - Algoritmo usual	136
Fluxograma para a Subtração - Algoritmo usual	137
Fluxograma para a Multiplicação - Algoritmo usual	138
Fluxograma para a Divisão - Algoritmo usual	139
Fluxograma para a Adição - Decomposição Aditiva	140
Fluxograma para a Adição - Compensação	141
Fluxograma para a Subtração - Compensação	142
Fluxograma para a Subtração - Aditiva Complementar	143
Visão pública: Exemplo da visualização passo a passo do algoritmo da divisão.	166
Visão pública: Estatísticas gerais da plataforma.	166
Visão do estudante: tela de exercícios de uma tarefa.	167
Visão do estudante: tela com a evolução.	167
Visão do estudante: tela com as conquistas.	168
Visão do professor: tela com as estatísticas.	168
Visão do professor: tela com as respostas submetidas.	169
Visão do professor: análise da resposta enviada e registro de feedback.	169
Visão do administrador: tela com configurações da aplicação.	170
Visão do administrador: tela para gestão das tarefas.	170

LISTA DE PSEUDOCÓDIGOS

Pseudocódigo 1 – Adição	131
Pseudocódigo 2 – Subtração	132
Pseudocódigo 3 – Multiplicação	133
Pseudocódigo 4 – Divisão Longa	134

LISTA DE CÓDIGOS PYTHON

Código Python 1 – Adição	145
Código Python 2 – Subtração	150
Código Python 3 – Multiplicação	155
Código Python 4 – Divisão	158

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Percentual médio de acertos por operação na primeira avaliação	55
Tabela 2	– Percentual médio de acertos por operação nas duas avaliações	65
Tabela 3	– Síntese comparativa das estratégias nas Avaliações Diagnósticas 1 e 2 .	72
Tabela 4	– Progressão individual dos estudantes entre as avaliações diagnósticas .	73
Tabela 5	– Desempenho na Questão 1 - Avaliação Diagnóstica 1	94
Tabela 6	– Desempenho na Questão 2 - Avaliação Diagnóstica 1	95
Tabela 7	– Desempenho na Questão 3 - Avaliação Diagnóstica 1	95
Tabela 8	– Desempenho na Questão 4 - Avaliação Diagnóstica 1	95
Tabela 9	– Desempenho na Questão 5 - Avaliação Diagnóstica 1	95
Tabela 10	– Desempenho na Questão 6 - Avaliação Diagnóstica 1	96
Tabela 11	– Desempenho na Questão 7 - Avaliação Diagnóstica 1	96
Tabela 12	– Desempenho na Questão 8 - Avaliação Diagnóstica 1	96
Tabela 13	– Desempenho na Questão 9 - Avaliação Diagnóstica 1	96
Tabela 14	– Desempenho na Questão 10 - Avaliação Diagnóstica 1	97
Tabela 15	– Síntese das estratégias por operação - Avaliação Diagnóstica 1	97
Tabela 16	– Desempenho na Questão 1 - Avaliação Diagnóstica 2	117
Tabela 17	– Desempenho na Questão 2 - Avaliação Diagnóstica 2	117
Tabela 18	– Desempenho na Questão 3 - Avaliação Diagnóstica 2	117
Tabela 19	– Desempenho na Questão 4 - Avaliação Diagnóstica 2	118
Tabela 20	– Desempenho na Questão 5 - Avaliação Diagnóstica 2	118
Tabela 21	– Desempenho na Questão 6 - Avaliação Diagnóstica 2	118
Tabela 22	– Desempenho na Questão 7 - Avaliação Diagnóstica 2	118
Tabela 23	– Desempenho na Questão 8 - Avaliação Diagnóstica 2	118
Tabela 24	– Desempenho na Questão 9 - Avaliação Diagnóstica 2	119
Tabela 25	– Desempenho na Questão 10 - Avaliação Diagnóstica 2	119
Tabela 26	– Síntese das estratégias por operação - Avaliação Diagnóstica 2	119
Tabela 27	– Percepção sobre a dificuldade da Avaliação 2 em relação à Avaliação 1	126
Tabela 28	– Frequência de verificação das respostas antes da entrega da avaliação .	126
Tabela 29	– Estratégias utilizadas para verificar suas respostas	126
Tabela 30	– Autopercepção sobre a compreensão das quatro operações	127
Tabela 31	– Compreensão declarada sobre o porquê dos algoritmos funcionarem . .	127
Tabela 32	– Operação em que percebeu maior aprendizagem ou consolidação	127
Tabela 33	– Uso de estratégias diferentes durante a sequência didática	127
Tabela 34	– Percepção da relação entre os algoritmos e computadores	128
Tabela 35	– Sentimentos manifestados durante a sequência didática	128
Tabela 36	– Percepção sobre mudança no medo de errar	128
Tabela 37	– Autopercepção de confiança após a sequência didática	128

Tabela 38 – Percepção sobre o uso do aplicativo durante a intervenção	128
Tabela 39 – Percepção sobre o uso do aplicativo sem as explicações da intervenção	129
Tabela 40 – Percepção se aprenderam algo novo durante a sequência	129
Tabela 41 – Nível de dedicação declarado pelos estudantes	129

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	O ENSINO DE MATEMÁTICA: DESAFIOS E A IMPORTÂNCIA DA COMPREENSÃO	20
2.2	A GÊNESE DOS ALGORITMOS: DA NECESSIDADE CONCRETA À ABSTRAÇÃO SIMBÓLICA	21
2.2.1	O sistema de numeração decimal e a base dos algoritmos	22
2.2.2	O algoritmo da adição: O reagrupamento no sistema posicional	23
2.2.3	O algoritmo da subtração: “Empréstimos” e a lógica do sistema posicional	25
2.2.4	O algoritmo da multiplicação: A distributividade em ação . . .	27
2.2.5	O algoritmo da divisão: A divisão euclidiana em etapas sucessivas	31
2.3	PARA ALÉM DA MECANIZAÇÃO: A COMPREENSÃO COMO FERRAMENTA DE CONTROLE	33
2.3.1	Compreender para verificar, justificar e tomar decisões	34
2.3.2	Aprendizagem a partir dos erros nos algoritmos	36
2.4	A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COMO BASE PEDAGÓGICA	37
2.5	PENSAMENTO COMPUTACIONAL E SUA RELEVÂNCIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	38
2.5.1	Definição e pilares do Pensamento Computacional	39
2.5.2	O Pensamento Computacional para a construção do conhecimento	40
2.5.3	Experiências e aplicações no contexto brasileiro	40
2.6	A ANSIEDADE MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES E ESTRATÉGIAS DE MITIGAÇÃO	41
2.6.1	Ansiedade matemática e impactos cognitivos	41
2.6.2	Estratégias pedagógicas para um “ <i>mindset</i> de crescimento” . .	43
2.6.3	Pensamento Computacional como estratégia para reduzir a ansiedade	44
2.7	CONTEXTO EDUCACIONAL BRASILEIRO E EVIDÊNCIAS INTERNACIONAIS	44
2.8	O DESENVOLVIMENTO COGNITIVO E SOCIAL PELO ENSINO DA MATEMÁTICA	45
3	METODOLOGIA	47
3.1	ABORDAGEM DA PESQUISA	47
3.2	PARTICIPANTES E CONTEXTO DA PESQUISA	48
3.3	INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	48

3.4	PROCEDIMENTOS DA INTERVENÇÃO	49
3.4.1	Sequência Didática	49
3.4.2	Ferramenta digital interativa	50
3.4.3	Lista de exercícios	50
3.5	ANÁLISE DE DADOS	51
3.6	ASPECTOS ÉTICOS	52
4	RESULTADOS	53
4.1	PRIMEIRA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	53
4.1.1	Questões de múltipla escolha	53
4.1.2	Questões abertas	53
4.1.3	Distribuição do desempenho dos estudantes	54
4.1.4	Aspectos socioafetivos	55
4.1.5	Tabela sintética por operação	55
4.1.6	Síntese geral	56
4.1.7	Análise das Produções dos Estudantes na Avaliação Diagnóstica 1	56
4.1.8	Considerações	59
4.2	PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES AO LONGO DA SEQUÊNCIA DIDÁ- TICA	59
4.2.1	Externalização do raciocínio com rascunhos e esquemas estrutura- dos	59
4.2.2	Fluxogramas e pseudocódigos como ferramentas de organização	60
4.2.3	Estratégias alternativas e flexibilização do cálculo	61
4.2.4	Justificativas e explicitação da lógica dos algoritmos	62
4.2.5	Mudança de postura e autonomia crescente	62
4.3	SEGUNDA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	63
4.3.1	Desempenho por questão	63
4.3.2	Tabela sintética por operação	65
4.3.3	Distribuição do desempenho dos estudantes	65
4.3.4	Aspectos socioafetivos	66
4.3.5	Síntese geral	66
4.3.6	Análise das Produções dos Estudantes na Avaliação Diagnóstica 2	67
4.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS DA APLICAÇÃO WEB	68
4.5	ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUESTIONÁRIO PÓS-SEQUÊNCIA DI- DÁTICA	69
5	DISCUSSÃO	72
6	CONCLUSÃO	76
	REFERÊNCIAS	79

APÊNDICE A – Avaliações Diagnósticas	83
APÊNDICE B – Resultados da 1ª Avaliação Diagnóstica . . .	93
APÊNDICE C – Sequência Didática (Planos de Aula)	98
APÊNDICE D – Resultados da 2ª Avaliação Diagnóstica . . .	116
APÊNDICE E – Questionário pós-intervenção	120
APÊNDICE F – Respostas ao questionário pós-intervenção .	125
APÊNDICE G – Pseudocódigos	130
APÊNDICE H – Fluxogramas	135
APÊNDICE I – Códigos Python	144
APÊNDICE J – Aplicação Web (Hisab)	163
APÊNDICE K – Lista de atividades	171

1 INTRODUÇÃO

A educação matemática ocupa papel central na formação de indivíduos capazes de interpretar, argumentar e intervir criticamente na realidade que os cerca. No Ensino Fundamental, o domínio das quatro operações básicas — adição, subtração, multiplicação e divisão — constitui fundamento indispensável para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e para a progressão acadêmica em conteúdos como proporcionalidade, álgebra, funções e estatística. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece essa centralidade ao enfatizar competências como resolução de problemas, pensamento crítico e argumentação matemática como eixos estruturantes da aprendizagem (BRASIL, 2018).

Apesar disso, evidências nacionais e internacionais mostram que grande parte dos estudantes do Ensino Fundamental 2 chega ao 9º ano sem consolidar plenamente os algoritmos das operações básicas (INEP, 2024; IEA, 2020, 2024). Essa defasagem compromete aprendizagens posteriores e impacta diretamente a autonomia do estudante. Entre as operações, a divisão se destaca como a mais desafiadora, por exigir compreensão simultânea do sistema de numeração decimal, proporcionalidade, estimativa e invariantes da divisão euclidiana (NUNES et al., 2012; PIRES, 2000; SANTOS, 2025). O cenário foi agravado pelos efeitos da pandemia de COVID-19, que ampliou lacunas previamente existentes e dificultou a consolidação de habilidades fundamentais (BANCO MUNDIAL et al., 2022; UNESCO, 2021).

A necessidade de enfrentar essas lacunas coloca em evidência a importância de práticas pedagógicas que superem o ensino mecânico e valorizem a compreensão conceitual. Nesse horizonte, o Pensamento Computacional surge como abordagem promissora, pois torna explícita a lógica dos algoritmos, favorece a decomposição de problemas e apoia a construção de raciocínios estruturados (VALENTE, 2016). A utilização de fluxogramas, pseudocódigos e estratégias de verificação contribui para a aprendizagem mais transparente, favorecendo a autonomia e reduzindo a ansiedade matemática — fenômeno amplamente documentado pela literatura educacional (BOALER, 2016).

A relevância desse debate extrapola a sala de aula. Estudos em neurociência e educação (PIAGET, 1962; KAMII; JOSEPH, 2004) demonstram que o raciocínio matemático fortalece funções executivas, como a memória de trabalho, a atenção e a autorregulação. No âmbito social, avaliações como o TIMSS (IEA, 2020, 2024) e indicadores nacionais (TODOS PELA EDUCAÇÃO, 2024) mostram que o baixo desempenho matemático afeta oportunidades futuras, empregabilidade e participação cidadã. Assim, mesmo conteúdos considerados elementares possuem valor estrutural e formativo. Como argumenta Ordine (2016), saberes aparentemente “inúteis” podem revelar-se essenciais para criatividade, cultura e construção de significados mais profundos — dimensão na qual a matemática

insere-se plenamente.

Este trabalho alinha-se a essa perspectiva ao investigar o uso do Pensamento Computacional como estratégia pedagógica para o (re)ensino das quatro operações, tendo como aplicação empírica turmas de 9º ano. A escolha desse nível de ensino é estratégica: trata-se da última oportunidade, no Ensino Fundamental, para enfrentar lacunas acumuladas ao longo da escolaridade, favorecendo uma transição mais sólida para o Ensino Médio. Soma-se a isso o fato de serem as turmas em que o professor-pesquisador atuava, o que viabilizou a implementação e o acompanhamento das atividades. Ressalta-se, contudo, que, por se fundamentar em princípios e procedimentos adaptáveis, a proposta pode ser aplicada em outras turmas e anos de escolaridade, com as devidas adequações ao contexto. A abordagem dialoga com as etapas de resolução de problemas propostas por Pólya (1945) e com críticas contemporâneas à memorização mecânica de procedimentos (OLIVEIRA, 2023), valorizando uma aprendizagem que privilegia a compreensão sobre a execução.

O objetivo geral desta dissertação é, portanto, investigar em que medida o Pensamento Computacional pode favorecer a compreensão conceitual das quatro operações básicas. Especificamente, busca-se: (i) identificar as dificuldades iniciais dos estudantes a partir de uma avaliação diagnóstica; (ii) planejar e aplicar uma sequência didática baseada em Pensamento Computacional; (iii) analisar as mudanças no desempenho e nas estratégias utilizadas após a intervenção; (iv) examinar como fluxogramas e pseudocódigos contribuem para explicitar a lógica dos algoritmos.

Os resultados obtidos ao longo da pesquisa mostram que o (re)ensino das operações em séries avançadas não é redundante: ao contrário, constitui oportunidade valiosa para reconstrução conceitual, reorganização cognitiva e desenvolvimento de autonomia. A intervenção baseada em Pensamento Computacional favoreceu a visualização da estrutura dos algoritmos, ampliou a compreensão dos estudantes e reduziu a ansiedade matemática ao tornar os processos mais previsíveis, verificáveis e transparentes.

Assim, esta pesquisa responde a demandas urgentes do contexto educacional brasileiro e apresenta evidências sobre a integração entre operações básicas e o Pensamento Computacional representar um caminho sólido para qualificar o ensino e aproximar os estudantes de um modo de pensar matemático mais autônomo, estruturado e significativo. Ao tornar a matemática um espaço de descoberta e compreensão — e não apenas de repetição —, reafirma-se seu papel essencial na formação integral do estudante.

A partir das discussões feitas nesse capítulo inicial, este trabalho encontra-se dividido em seis partes. No Capítulo 2, desenvolve-se a fundamentação teórica, discutindo os desafios no ensino das operações básicas, a gênese e a lógica dos algoritmos, além das contribuições do Pensamento Computacional e de aspectos socioafetivos como a ansiedade matemática. No Capítulo 3, descreve-se a metodologia da pesquisa, incluindo o delineamento, participantes, instrumentos de coleta e os procedimentos da intervenção

didática. No Capítulo 4, por sua vez, apresentam-se os resultados, contemplando as duas avaliações diagnósticas, as produções dos estudantes ao longo da sequência didática, a análise do uso da aplicação web *Hisab* e as respostas ao questionário pós-intervenção. No Capítulo 5, realiza-se a discussão dos achados à luz do referencial teórico, explicitando implicações pedagógicas e limites do estudo. Por fim, o Capítulo 6 reúne as conclusões e encaminhamentos para trabalhos futuros. Após as referências, foram incluídos apêndices com os instrumentos, registros e materiais produzidos (avaliações, resultados, planos de aula, pseudocódigos, fluxogramas, códigos em Python, a aplicação web de apoio e lista de atividades).

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A presente fundamentação teórica busca construir um arcabouço conceitual sólido e multifacetado que sustente a proposta de intervenção didática. Para isso, o capítulo articula-se em três dimensões complementares: (i) a gênese histórica e lógica dos algoritmos das quatro operações; (ii) as teorias pedagógicas que fundamentam a aprendizagem significativa e o Pensamento Computacional; (iii) os fatores emocionais e sociais, como a ansiedade matemática e os desafios do contexto brasileiro. Essa integração visa justificar a metodologia adotada e explicitar a relevância dos resultados esperados.

2.1 O ENSINO DE MATEMÁTICA: DESAFIOS E A IMPORTÂNCIA DA COMPREENSÃO

O debate sobre os desafios na aprendizagem da matemática, especialmente no domínio das operações fundamentais, não é um fenômeno recente. A impopularidade e as deficiências no ensino de matemática já eram pautas de preocupação na metade do século XX, com estudos apontando para problemas persistentes que reverberam até os dias atuais. Uma referência pública significativa desse período é o artigo da revista TIME de 18 de junho de 1956, intitulado “*Education: Least Popular Subject*” (Educação: A Matéria Menos Popular) (TIME MAGAZINE, 1956).

Nessa publicação, que resume as principais conclusões de uma pesquisa do *Educational Testing Service* (ETS), revela-se que a matemática já possuía a “duvidosa honra de ser a matéria menos popular no currículo”. A pesquisa destacava que a deficiência era evidente desde as séries iniciais, apontando que muitos professores do Ensino Fundamental tinham dificuldade em se manter à frente de seus estudantes, recorrendo a “respostas memorizadas, em vez de qualquer compreensão genuína de conceitos aritméticos” (TIME MAGAZINE, 1956). Esse ciclo de deficiências, diagnosticado há décadas, encontra eco em discussões atuais sobre a formação docente. Especialistas apontam que a raiz do problema muitas vezes reside na própria base matemática dos educadores que, por não terem tido uma experiência de aprendizagem conceitual, acabam por replicar em sala de aula um ensino focado em procedimentos memorizados, perpetuando a dificuldade entre as gerações de estudantes (OLIVEIRA, 2023).

Kamii e seus colaboradores defendem a superação do ensino mecânico dos algoritmos (KAMII; DECLARK, 1985; KAMII; DOMINICK, 1998). Seus trabalhos argumentam que a verdadeira compreensão da aritmética se dá quando o estudante reconstrói o conhecimento por meio de suas próprias reflexões e interações, e não pela mera absorção passiva de procedimentos. A ênfase na compreensão do “porquê” de cada passo dos procedimentos matemáticos é, portanto, um pilar essencial para a autonomia intelectual do estudante, permitindo-lhe adaptar estratégias e resolver problemas novos, e não apenas

replicar os já conhecidos.

Pólya (1945), em sua clássica obra “A Arte de Resolver Problemas”, propõe uma estrutura heurística para a resolução de problemas que transcende a aplicação de fórmulas. Seus quatro passos — compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar a solução — fundamentam a construção de estratégias cognitivas eficazes. O raciocínio lógico-matemático é, assim, estimulado através de um processo reflexivo e sistemático, indo além do mero cálculo. Essa abordagem de Pólya, ao explicitar o processo de pensamento, estabelece uma ponte natural com os princípios do Pensamento Computacional.

2.2 A GÊNESE DOS ALGORITMOS: DA NECESSIDADE CONCRETA À ABSTRAÇÃO SIMBÓLICA

Para aprofundar a compreensão sobre os desafios no ensino das operações básicas, é imprescindível reconhecer que os algoritmos, hoje ensinados de forma padronizada, não são verdades matemáticas inatas, mas sim o ápice de uma longa e árdua jornada intelectual da humanidade. A sua estrutura, que nos parece tão familiar, é uma invenção sofisticada, dependente de uma revolução no pensamento numérico (BOYER; MERZBACH, 1991).

Por milênios, civilizações como a romana e a egípcia realizavam cálculos de maneiras radicalmente diferentes. A ausência de um sistema de numeração posicional e, crucialmente, do zero, tornava a aritmética escrita uma tarefa impraticável. Os cálculos dependiam de ferramentas concretas como o ábaco, em que as quantidades eram manipuladas fisicamente, ou necessitavam de procedimentos engenhosos, como o método egípcio de multiplicação por duplicação, que contornava a necessidade de uma tabuada memorizada. Esses métodos, embora funcionais, eram indissociáveis de seus suportes físicos ou de processos que não deixavam um registro claro e replicável dos passos intermediários (IFRAH, 2000).

A grande virada epistemológica ocorreu na Índia, entre os séculos I e V EC, com a consolidação do sistema de numeração hindu-arábico. Três inovações interdependentes foram a chave para essa revolução: (i) um conjunto de símbolos únicos para os números de 1 a 9; (ii) o princípio posicional, em que o valor de um algarismo depende de sua localização; (iii) a invenção do zero (*shunya*), um marcador de posição que conferiu poder e clareza ao sistema. Conforme aponta Ifrah (2000), foi somente com esse arcabouço simbólico que a humanidade pôde se libertar da dependência de aparatos físicos e desenvolver métodos de cálculo puramente abstratos e escritos.

A disseminação e a formalização desse conhecimento devem-se, em grande parte, ao matemático persa Muhammad ibn Musa **al-Khwarizmi**, que, por volta do século IX EC, escreveu obras detalhando o sistema numérico hindu e os procedimentos para as quatro operações. Sua influência foi tão profunda que a latinização de seu nome, *Algoritmi*, deu

origem ao termo **algoritmo**, e a própria palavra **algarismo** também é uma derivação de seu nome, *Algorismi*. A etimologia, portanto, revela que o conceito de algoritmo está intrinsecamente ligado à pessoa que tornou seus passos explícitos e ensináveis (BOYER; MERZBACH, 1991).

Foi nesse novo paradigma que os algoritmos das quatro operações, como conhecemos, puderam ser concebidos. A lógica do *transporte* na adição (reagrupamento para ordens superiores) e do *empréstimo* na subtração (desagrupamento para ordens inferiores) emergiu como consequência natural do sistema de base dez. A multiplicação longa tornou-se um método eficiente para organizar produtos parciais, e a divisão longa, o “ápice da complexidade”, estruturou-se como um ciclo de estimação, multiplicação e subtração, demandando um domínio integrado de todas as outras operações.

A perspectiva histórica sobre a gênese dos algoritmos possui profundas implicações pedagógicas, alinhadas aos objetivos deste trabalho. Em primeiro lugar, ela desmistifica os algoritmos, revelando-os como construções humanas, passíveis de análise e compreensão, e não como regras dogmáticas a serem meramente memorizadas. Em segundo lugar, ao evidenciar que a humanidade levou séculos para desenvolver e refinar essas ferramentas, evidencia-se a dificuldade genuína que os estudantes encontram. Se a ausência do zero desafiou mentes brilhantes por tanto tempo, a dificuldade de um estudante com o valor posicional torna-se um desafio cognitivo legítimo, e não uma falha individual. Por fim, essa compreensão histórica justifica a abordagem do Pensamento Computacional: se os algoritmos são, em sua essência, sequências de passos lógicos, então decompô-los, abstrair sua estrutura e representá-los em fluxogramas — como propõe esta dissertação — é uma estratégia pedagógica que recapitula, em certo sentido, a própria jornada de descoberta da humanidade, promovendo uma aprendizagem mais profunda e significativa.

A partir dessa perspectiva histórica, é possível compreender com maior clareza a lógica interna dos algoritmos hoje ensinados na escola. A seguir, analisamos cada uma das quatro operações em detalhe, evidenciando como cada procedimento se ancora no valor posicional e nas propriedades fundamentais do sistema decimal.

2.2.1 O sistema de numeração decimal e a base dos algoritmos

Todo número inteiro não negativo admite uma representação única na base 10. Formalmente, dado $A \in \mathbb{N}$, existem dígitos únicos $a_0, a_1, \dots, a_k \in \{0, 1, \dots, 9\}$ tais que

$$A = \sum_{i=0}^k a_i 10^i, \quad a_k \neq 0.$$

Essa decomposição expressa o princípio fundamental do sistema decimal: o valor de cada algarismo depende tanto de seu valor absoluto quanto da posição que ocupa na escrita, sendo a ordem das unidades, dezenas, centenas, e assim por diante.

Assim, a escrita usual de A como sequência de dígitos

$$A = a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0$$

representa exatamente essa soma ponderada (isto é, a decomposição em potências de 10), onde cada a_i ocupa a ordem correspondente a 10^i . Por exemplo,

$$3475 = 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0,$$

o que se traduz, na escrita decimal usual, pela disposição sequencial dos algarismos 3, 4, 7 e 5, da ordem mais alta para a mais baixa.

Esse caráter posicional implica que dez unidades de uma ordem equivalem a uma unidade da ordem imediatamente superior. É justamente essa equivalência que fundamenta os mecanismos de reagrupamento, desagrupamento e deslocamento que aparecem nos algoritmos usuais da adição, subtração, multiplicação e divisão. Ressalta-se que, muitas vezes, esse princípio estrutural do sistema de numeração não é explorado em profundidade em sala de aula, favorecendo a aprendizagem procedimental de algoritmos em detrimento de uma compreensão conceitual (KAMII; DECLARK, 1985; KAMII; DOMINICK, 1998; FUSON, 1990).

Além disso, a BNCC (BRASIL, 2018) destaca, como fundamental para o desenvolvimento do pensamento numérico, a compreensão do sistema de numeração decimal. Ao explicitar a lógica posicional e sua relação com os algoritmos, o professor contribui para que os estudantes avancem da simples aplicação mecânica de regras para uma aprendizagem mais significativa, em consonância com as competências gerais e específicas previstas para a Matemática.

Diferentemente de estratégias aproximativas ou de cálculo mental, que exigem escolhas estratégicas e maior flexibilidade cognitiva, os algoritmos em colunas da adição, subtração e multiplicação — assim como o algoritmo longo da divisão — consolidaram-se historicamente por oferecerem um procedimento geral, confiável e independente da magnitude dos números envolvidos. Sua estrutura padronizada permite que o cálculo seja realizado passo a passo, com regras uniformes e invariantes claros, reduzindo a necessidade de decisões durante a execução. Essa característica foi decisiva para sua difusão cultural e escolar, pois possibilitou a obtenção de resultados corretos mesmo na ausência de uma compreensão numérica profunda, favorecendo a transmissibilidade, a verificação posterior e o controle do erro. A seguir, são apresentadas a formalização desses algoritmos e alguns exemplos de suas aplicações, evidenciando como cada procedimento se ancora no sistema de numeração decimal.

2.2.2 O algoritmo da adição: O reagrupamento no sistema posicional

O algoritmo da adição, tal como é ensinado no Ensino Fundamental, materializa a lógica posicional em um procedimento sistemático e universal.

Formalmente, sejam

$$A = \sum_{i=0}^m a_i 10^i \quad \text{e} \quad B = \sum_{i=0}^n b_i 10^i,$$

com $a_i, b_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$ e $a_m, b_n \neq 0$. Definimos

$$k = \max\{m, n\}$$

e, para os índices acima da extensão de cada número, completamos com zeros: se $k \geq i > m$, então $a_i = 0$; como acima, se $i > n$, então $b_i = 0$. Dessa forma, ambos os números passam a ser representados com $k + 1$ dígitos, alinhados à direita, tal como ocorre no algoritmo escolar ao se acrescentarem zeros à esquerda.

O procedimento consiste em percorrer as ordens de 10^0 até 10^k , isto é, da direita para a esquerda, tomando $t_0 = 0$ e definindo recursivamente os dígitos s_i do resultado e os transportes t_i pela relação:

$$a_i + b_i + t_i = s_i + 10 t_{i+1},$$

onde $s_i \in \{0, \dots, 9\}$ e $t_{i+1} \in \{0, 1\}$, pois a soma máxima em cada coluna é $9 + 9 + 1 = 19$. Equivalentemente,

$$t_{i+1} = \begin{cases} 0, & \text{se } a_i + b_i + t_i < 10, \\ 1, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Somando todos os termos, obtém-se

$$A + B = \sum_{i=0}^k s_i 10^i + t_{k+1} 10^{k+1},$$

o que mostra que o número formado pelos dígitos s_i e pelo eventual transporte final t_{k+1} corresponde exatamente à soma $A + B$.

Assim, o famoso “vai-um” não é um artifício arbitrário, mas a manifestação do reagrupamento que decorre do fato de que 10 unidades de uma ordem equivalem a uma unidade da ordem imediatamente superior.

Embora a descrição algébrica evidencie o mecanismo, seu significado fica ainda mais claro em um exemplo numérico. Consideremos:

$$345 + 278$$

Decompomos cada número em potências de 10:

$$345 = 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 \quad \text{e} \quad 278 = 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0.$$

Assim, $(a_2, a_1, a_0) = (3, 4, 5)$ e $(b_2, b_1, b_0) = (2, 7, 8)$. Tomamos $t_0 = 0$ e, para $i = 0, 1, 2$, definimos s_i e t_{i+1} pela relação

$$a_i + b_i + t_i = s_i + 10t_{i+1}.$$

- Para $i = 0$: $a_0 = 5$, $b_0 = 8$ e $t_0 = 0$. Logo,

$$5 + 8 + 0 = 13 = 3 + 10 \cdot 1,$$

de modo que $s_0 = 3$ e $t_1 = 1$.

- Para $i = 1$: $a_1 = 4$, $b_1 = 7$ e $t_1 = 1$. Logo,

$$4 + 7 + 1 = 12 = 2 + 10 \cdot 1,$$

de modo que $s_1 = 2$ e $t_2 = 1$.

- Para $i = 2$: $a_2 = 3$, $b_2 = 2$ e $t_2 = 1$. Logo,

$$3 + 2 + 1 = 6 = 6 + 10 \cdot 0,$$

de modo que $s_2 = 6$ e $t_3 = 0$.

Portanto, o resultado é o número cujos dígitos são $(s_2, s_1, s_0) = (6, 2, 3)$ e com transporte final $t_3 = 0$, isto é,

$$345 + 278 = 623.$$

O mesmo raciocínio pode ser visualizado de forma simplificada no algoritmo em colunas. Enquanto a decomposição em potências de 10 torna explícitos todos os reagrupamentos, o algoritmo organiza esses passos de modo compacto, registrando apenas os transportes necessários em cada ordem.

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 3 \ 4 \ 5 \\ + \ 2 \ 7 \ 8 \\ \hline 6 \ 2 \ 3 \end{array}$$

Do ponto de vista pedagógico, compreender esse reagrupamento é essencial para evitar que a adição seja reduzida a uma técnica mecânica, desvinculada do significado posicional dos algarismos. Como ressalta Van de Walle (2019), o valor educativo do algoritmo não reside apenas na obtenção correta do resultado, mas na construção do sentido do sistema de numeração decimal.

2.2.3 O algoritmo da subtração: “Empréstimos” e a lógica do sistema posicional

O algoritmo da subtração fundamenta-se no mesmo princípio do valor posicional. Enquanto a adição trabalha com transportes (agrupamento), a subtração recorre ao mecanismo do *desagrupamento* (tradicionalmente chamado de “empréstimo”), isto é, à troca de uma unidade da ordem imediatamente superior por dez unidades da ordem inferior.

Sejam

$$A = \sum_{i=0}^m a_i 10^i \quad \text{e} \quad B = \sum_{i=0}^n b_i 10^i, \quad \text{com } A \geq B.$$

Como A é o minuendo, de maior que ou igual valor a B , não é necessário completá-lo com zeros. Se B tiver menos dígitos que A , prolonga-se sua expansão com zeros à esquerda, até que ambos possuam exatamente $m + 1$ dígitos. Assim, a subtração pode ser realizada coluna a coluna de maneira uniforme, como ocorre na prática escolar.

O algoritmo constrói recursivamente os dígitos d_i do resultado e uma sequência de desagrupamentos (empréstimos) e_i , com $e_i \in \{0, 1\}$. Começa-se com $e_0 = 0$ e, para cada $i = 0, \dots, m$, determinam-se $d_i \in \{0, \dots, 9\}$ e o próximo desagrupamento $e_{i+1} \in \{0, 1\}$ pela relação

$$a_i - b_i - e_i = d_i - 10 e_{i+1}.$$

Equivalentemente,

$$d_i = a_i - b_i - e_i + 10 e_{i+1}.$$

Mais explicitamente, se $a_i - e_i \geq b_i$, então

$$d_i = (a_i - e_i) - b_i \quad \text{e} \quad e_{i+1} = 0.$$

Caso contrário, reagrupa-se da ordem superior, isto é,

$$d_i = (a_i - e_i + 10) - b_i \quad \text{e} \quad e_{i+1} = 1,$$

o que é possível, porque uma unidade da ordem 10^{i+1} pode ser desagrupada como dez unidades da ordem 10^i , pois

$$10^{i+1} = 10 \cdot 10^i.$$

Ao final do processo, obtém-se o número cujos dígitos são $d_0, \dots, d_m$; Ele é precisamente a diferença:

$$A - B = \sum_{i=0}^m d_i 10^i.$$

Para tornar esse raciocínio mais claro, vejamos um exemplo numérico que explicita o uso dos desagrupamentos (empréstimos). Tomemos a subtração a seguir:

$$824 - 379.$$

Decompomos cada número em potências de 10:

$$824 = 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0, \quad 379 = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0.$$

Assim, $(a_2, a_1, a_0) = (8, 2, 4)$ e $(b_2, b_1, b_0) = (3, 7, 9)$. Começamos com $e_0 = 0$ e, para $i = 0, 1, 2$, definimos d_i e e_{i+1} pela regra:

$$a_i - b_i - e_i = d_i - 10e_{i+1}, \quad d_i \in \{0, \dots, 9\}, \quad e_{i+1} \in \{0, 1\}.$$

- Para $i = 0$ (unidades): $a_0 = 4$, $b_0 = 9$ e $e_0 = 0$. Como $a_0 - e_0 < b_0$, desagrupa-se, isto é, $e_1 = 1$, e

$$d_0 = (a_0 - e_0 + 10) - b_0 = (4 + 10) - 9 = 5.$$

- Para $i = 1$ (dezenas): $a_1 = 2$, $b_1 = 7$ e $e_1 = 1$. Como $a_1 - e_1 < b_1$, desagrupa-se novamente, isto é, $e_2 = 1$, e

$$d_1 = (a_1 - e_1 + 10) - b_1 = (2 - 1 + 10) - 7 = 4.$$

- Para $i = 2$ (centenas): $a_2 = 8$, $b_2 = 3$ e $e_2 = 1$. Agora $a_2 - e_2 \geq b_2$, logo $e_3 = 0$ e

$$d_2 = (a_2 - e_2) - b_2 = (8 - 1) - 3 = 4.$$

Portanto, os dígitos do resultado são $(d_2, d_1, d_0) = (4, 4, 5)$ e o desagrupamento final é $e_3 = 0$, de modo que

$$824 - 379 = \sum_{i=0}^2 d_i 10^i = 4 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 = 445.$$

O mesmo raciocínio pode ser visualizado de forma sintética no algoritmo em colunas, que organiza os “empréstimos” de modo compacto. Enquanto a formulação aritmética torna explícito cada ajuste de ordem, o registro escolar simplifica a notação, indicando apenas os algarismos riscados e os valores reagrupados. É importante frisar que o número escrito no minuendo continua inalterado, pois $700 + 110 + 14 = 824 = 800 + 20 + 4$.

$$\begin{array}{r} 7 \quad 11 \quad 14 \\ \cancel{8} \quad \cancel{2} \quad \cancel{4} \\ - \quad 3 \quad 7 \quad 9 \\ \hline 4 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

No ensino, a dificuldade mais comum é o “esquecimento” de reduzir em uma unidade o algarismo da ordem superior, erro ocorrido justamente devido à ausência de compreensão da equivalência posicional. Kamii e Dominick (1998) apontam que o verdadeiro aprendizado do algoritmo decorre da internalização desse princípio de desagrupamento, e não da simples prática repetitiva.

2.2.4 O algoritmo da multiplicação: A distributividade em ação

O algoritmo da multiplicação em colunas é uma aplicação direta e organizada da propriedade distributiva da multiplicação sobre a adição. Formalmente, se escrevemos

$$A = \sum_{i=0}^m a_i 10^i \quad \text{e} \quad B = \sum_{j=0}^n b_j 10^j,$$

então

$$A \cdot B = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n (a_i b_j) 10^{i+j}.$$

Essa expansão mostra que o produto de dois números é obtido somando-se todos os *produtos parciais* $a_i b_j$, cada um devidamente deslocado de acordo com o valor posicional 10^{i+j} .

No procedimento escolar, esse cálculo é organizado em *linhas de produtos parciais*: para cada dígito b_j do segundo fator, calcula-se $A \cdot b_j$ e desloca-se o resultado j casas à esquerda (isto é, multiplica-se por 10^j). Em seguida, todos os produtos parciais são somados em colunas.

Fixado j , a multiplicação de A por b_j é feita da direita para a esquerda, tomando $t_0 = 0$ e determinando, para cada i , o dígito s_i do produto parcial e o transporte t_{i+1} pela relação

$$a_i b_j + t_i = s_i + 10t_{i+1},$$

com $s_i \in \{0, \dots, 9\}$ e $t_{i+1} \in \{0, 1, \dots, 9\}$ representando o transporte para a ordem seguinte nessa multiplicação parcial. Por fim, a soma das linhas de produtos parciais, realizada posteriormente, também envolve transportes, organizados de acordo com o algoritmo em colunas da adição.

Vale destacar que mesmo quando o multiplicador possui apenas um algarismo, o algoritmo em colunas já se organiza como uma soma de produtos parciais. Por exemplo:

$$4 \times 123 = 4 \times (100 + 20 + 3) = 400 + 80 + 12 = 492.$$

Que pode também ser escrito como

$$123 \times 4 = (100 + 20 + 3) \times 4 = 400 + 80 + 12 = 492.$$

Na formulação anterior, se usado o algoritmo usual, fica claramente exposto o comportamento distributivo:

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 123 \\ \hline 12 \\ 80 \\ + 400 \\ \hline 492 \end{array}$$

Ainda que não haja necessidade de escrever múltiplas linhas no cálculo em colunas, o procedimento preserva a mesma lógica distributiva manifestada de forma mais evidente quando o multiplicador possui dois ou mais algarismos.

Para evidenciar essa lógica, tomemos o exemplo:

$$56 \times 13$$

Nesse caso, decompomos apenas o segundo fator, a fim de simplificar a exposição:

$$56 \times 13 = 56 \times (10 + 3).$$

Aplicando a distributividade:

$$56 \times 3 = 168, \quad 56 \times 10 = 560.$$

Somando os resultados:

$$168 + 560 = 728.$$

A mesma ideia pode ser representada no algoritmo escolar em colunas. Enquanto a formulação aritmética distribui explicitamente cada produto parcial, o algoritmo em colunas organiza esses produtos de forma condensada, em linhas alinhadas segundo o valor posicional. Assim, cada passo da distributividade é mantido, mas apresentado em notação mais sintética.

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 13 \\ \hline 168 \\ + 560 \\ \hline 728 \end{array}$$

Cada linha representa um produto parcial: a primeira linha (168) é o resultado de 3×56 , e a segunda linha (560) resulta de 1×56 , com o deslocamento de uma ordem, dado o valor relativo do 1. A soma em colunas organiza a distributividade, respeitando o valor posicional.

Assim, a multiplicação em colunas nada mais é do que uma forma sintética e eficiente de aplicar a distributividade, garantindo que o cálculo seja feito ordem por ordem. O transporte garante que cada produto parcial seja corretamente reagrupado no sistema decimal.

Esse procedimento, que decompõe apenas um dos fatores, já explicita a distributividade. Na forma geral discutida acima, decompomos agora ambos os fatores em potências de 10 (isto é, escrevemos $A = \sum a_i 10^i$ e $B = \sum b_j 10^j$), obtendo, no exemplo

$$56 = 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0, \quad 13 = 1 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0.$$

O produto é obtido pela distributividade:

$$56 \times 13 = (5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0)(1 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0).$$

Desenvolvemos cada termo:

$$\begin{aligned} 56 \times 13 &= (5 \cdot 10^1)(1 \cdot 10^1) + (5 \cdot 10^1)(3 \cdot 10^0) \\ &\quad + (6 \cdot 10^0)(1 \cdot 10^1) + (6 \cdot 10^0)(3 \cdot 10^0). \end{aligned}$$

Efetutando as multiplicações:

$$(5 \cdot 10^1)(1 \cdot 10^1) = 5 \cdot 10^2 = 500,$$

$$(5 \cdot 10^1)(3 \cdot 10^0) = 15 \cdot 10^1 = 150,$$

$$(6 \cdot 10^0)(1 \cdot 10^1) = 6 \cdot 10^1 = 60,$$

$$(6 \cdot 10^0)(3 \cdot 10^0) = 18 \cdot 10^0 = 18.$$

Somando os resultados parciais:

$$56 \times 13 = 500 + 150 + 60 + 18$$

Finalmente:

$$56 \times 13 = 728.$$

O cálculo também pode ser organizado em colunas do algoritmo usual, mas procedendo as multiplicações de cada ordem do multiplicando por cada ordem do multiplicador, escrevendo os produtos parciais explicitamente, evitado, desse modo, possíveis confusões de “vai-um” acima do multiplicando remanescentes de cálculos anteriores:

$$\begin{array}{rcl} & 5 & 6 \\ \times & 1 & 3 \\ \hline & 1 & 8 & \leftarrow \underline{3 \times 6 = 18} \\ & 1 & 5 & 0 & \leftarrow \underline{3 \times 50 = 150} \\ & 6 & 0 & \leftarrow \underline{10 \times 6 = 60} \\ + & 5 & 0 & 0 & \leftarrow \underline{10 \times 50 = 500} \\ \hline & 7 & 2 & 8 & \leftarrow \underline{18 + 150 + 60 + 500} \end{array}$$

Historicamente, Boyer (1991) destaca que o algoritmo da multiplicação é um dos grandes triunfos do sistema de numeração posicional. Em sistemas não posicionais, como o romano, cálculos desse tipo eram extremamente trabalhosos ou mesmo impraticáveis, o que evidencia o avanço representado pelo algoritmo em colunas.

2.2.5 O algoritmo da divisão: A divisão euclidiana em etapas sucessivas

O algoritmo da divisão corresponde à aplicação sucessiva da divisão euclidiana a cada ordem do dividendo. Sejam A o dividendo e B o divisor, o objetivo é encontrar quociente Q e resto R tais que

$$A = B \cdot Q + R, \quad 0 \leq R < B,$$

O processo percorre os dígitos do dividendo da esquerda para a direita. Seja $A = \sum_{k=0}^m a_k 10^k$, com $a_m \neq 0$. Então os dígitos são considerados na ordem $a_m, a_{m-1}, \dots, a_0$. Inicialmente, toma-se $R_0 = 0$. Na etapa em que se processa o dígito a_j (com j decrescendo de m até 0), define-se

$$N_j = 10R_{m-j} + a_j,$$

e calcula-se o *quociente parcial*

$$q_j = \lfloor N_j / B \rfloor,$$

isto é, a *divisão inteira* de N_j por B , e o novo resto

$$R_{m-j+1} = N_j - q_j B, \quad 0 \leq R_{m-j+1} < B.$$

O dígito q_j é incorporado ao quociente, enquanto R_{m-j+1} passa a ser o resto da próxima etapa. Ao final do processo, depois de considerar todos os dígitos do dividendo, tem-se

$$A = B \cdot Q + R_{m+1}, \quad 0 \leq R_{m+1} < B,$$

pois, em cada etapa, q_j é escolhido como o maior inteiro tal que $q_j B \leq N_j$. Assim,

$$q_j B \leq N_j < (q_j + 1)B$$

e, como $R_{m-j+1} = N_j - q_j B$, segue que

$$0 \leq R_{m-j+1} < B.$$

Em particular, para a última etapa obtém-se $0 \leq R_{m+1} < B$. O quociente Q resulta da justaposição dos dígitos $q_m, q_{m-1}, \dots, q_0$ calculados sucessivamente.

Esse raciocínio garante o invariante fundamental:

$$\text{dividendo já processado} = B \cdot (\text{quociente parcial}) + \text{resto atual}.$$

Para mostrar numericamente como o processo ocorre, consideremos a divisão de 245 por 5. Escrevemos $A = a_2 a_1 a_0 = (2, 4, 5)$ e aplicamos o algoritmo:

$$\begin{aligned}
R_0 &= 0 \\
N_2 &= 10R_0 + a_2 = 2, \quad q_2 = \lfloor 2/5 \rfloor = 0, \quad R_1 = 2; \\
N_1 &= 10R_1 + a_1 = 24, \quad q_1 = \lfloor 24/5 \rfloor = 4, \quad R_2 = 24 - 4 \cdot 5 = 4; \\
N_0 &= 10R_2 + a_0 = 45, \quad q_0 = \lfloor 45/5 \rfloor = 9, \quad R_3 = 45 - 9 \cdot 5 = 0.
\end{aligned}$$

Portanto, os dígitos do quociente são $q_2q_1q_0 = 049 = 49$, e o resto final é $R_3 = 0$. Assim, confirmamos que

$$245 = 5 \cdot 49 + 0.$$

O algoritmo longo da divisão representa de forma compacta as etapas do raciocínio aritmético descrito anteriormente. Cada cálculo de quociente parcial e resto é registrado em colunas, com os dígitos do quociente sendo justapostos na parte superior direita e os restos sucessivos aparecendo abaixo das subtrações. Dessa forma, o algoritmo escolar sintetiza o procedimento da divisão euclidiana, mantendo o mesmo invariante fundamental em uma notação mais acessível para o estudante.

$$\begin{array}{r|l}
245 & 5 \\
2 & 049 \\
\hline
-0 & \\
\hline
24 & \\
-20 & \\
\hline
45 & \\
-45 & \\
\hline
0 &
\end{array}$$

O procedimento segue os passos descritos abaixo:

- 2 centenas $\div 5 = 0$ centenas (restam 2 centenas, ou 20 dezenas);
- forma-se o número 24 (dezenas) ao “abaixar” o 4 das dezenas e somá-lo ao resto obtido anteriormente;
- 24 centenas $\div 5 = 4$ dezenas (restam 4 dezenas, ou 40 unidades);
- forma-se o número 45 (unidades) ao “abaixar” o 5 das unidades e somá-lo ao resto obtido anteriormente;
- 45 unidades $\div 5 = 9$ unidades, sem resto.

Assim, o algoritmo longo da divisão confirma o resultado.

No contexto pedagógico, a divisão é o algoritmo que mais exige compreensão do sistema posicional, pois combina multiplicação (intrinsecamente adição), subtração e comparação em cada etapa. Van de Walle (2019) enfatiza que o ensino desse algoritmo deve

estar apoiado em situações concretas de partilha e medida, de modo que o estudante perceba o sentido da operação, evitando reduzi-la a um conjunto de passos mecânicos.

Embora os algoritmos sejam matematicamente consistentes e garantam a obtenção correta dos resultados, sua aprendizagem não se resume à execução mecânica de passos. É nesse ponto que se evidencia a distinção entre compreender a lógica subjacente e apenas repetir procedimentos memorizados.

2.3 PARA ALÉM DA MECANIZAÇÃO: A COMPREENSÃO COMO FERRAMENTA DE CONTROLE

Antes de discutir os limites da mecanização, é importante observar que, ao ensinar as quatro operações diretamente pelos algoritmos tradicionais, frequentemente se suprime parte essencial do processo cognitivo envolvido na construção do sentido numérico. As chamadas formas alternativas — decomposição, cálculo mental, estimativas e raciocínios baseados em propriedades — não são apenas variações didáticas, mas representam os modos naturais pelos quais o cérebro humano processa quantidades e relações (VAN DE WALLE et al., 2019).

Os algoritmos escolares, por sua vez, são estruturas altamente formalizadas e, em certo sentido, “computacionais”: seguem sequências fixas e simbólicas que diferem da forma como o pensamento espontâneo opera. Quando o ensino inicia-se por esses algoritmos, o estudante tende a reproduzir procedimentos sem compreender o que está fazendo, perdendo o vínculo entre o cálculo e o significado. Em outras palavras, as formas alternativas são formas humanas; os algoritmos escolares são procedimentos formalizados. Ensinar apenas o segundo tipo é como tentar ensinar alguém a escrever em uma língua por meio do estudo isolado de gramática. Por isso, inverter essa lógica — partindo das estratégias intuitivas e aproximativas para depois formalizá-las nos algoritmos — favorece uma aprendizagem mais profunda e consciente, conectando o raciocínio humano à estrutura lógica das operações.

Quando esse percurso é invertido, ou seja, quando o ensino inicia-se diretamente pela aplicação mecânica dos algoritmos, a aprendizagem tende a tornar-se fragmentada e superficial. A dinâmica da sala de aula de matemática frequentemente revela uma dicotomia clara: o estudante que domina a manipulação mecânica de um algoritmo tende a obter a resposta correta, enquanto aquele que não possui essa fluidez processual invariavelmente comete erros. Contudo, mesmo no primeiro caso, a obtenção da resposta correta não é garantia de uma compreensão conceitual aprofundada, sendo crucial a distinção entre o domínio instrumental e o relacional do conhecimento. A prevalência da aprendizagem por memorização, em detrimento da compreensão, é um fenômeno documentado internacionalmente. Dados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) indicam que estudantes de países com desempenho mediano ou abaixo da média em mate-

mática tendem a utilizar a memorização como principal estratégia de aprendizagem, uma abordagem que se mostra insuficiente para a resolução de problemas mais complexos e abstratos (OCDE, 2016b). Essa dependência da mecanização se reflete nos resultados de outras avaliações, como o TIMSS (IEA, 2020, 2024), e demonstra que a mera exposição a procedimentos padronizados não garante a proficiência.

Essa dependência da mecanização perpetua um ciclo em que os algoritmos são ensinados e aprendidos sem uma visão crítica sobre seu funcionamento. Quando o foco reside exclusivamente na execução de passos, no “faça assim” (OLIVEIRA, 2023), os procedimentos aritméticos transformam-se em “passes de mágica”: sequências de ações que geram uma resposta correta, mas cuja estrutura interna permanece opaca para o estudante. Essa abordagem, criticada por autores como Kamii e DeClark (1985), transforma o algoritmo em uma “caixa-preta”, e tanto estudantes quanto, por vezes, os próprios professores, deixam de questionar por que o processo funciona, limitando-se a replicar um ritual desprovido de significado.

Nesse ponto, a crítica do professor Felipe Acker (UFF), em suas aulas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica (ACKER, 2017, 1h 26min 24s), acrescenta uma metáfora elucidativa ao debate: a da “conta conjunta” e da “dívida de demonstração”. Segundo o autor, todos os professores que ensinam matemática compartilham essa conta: cada vez que um conceito é apresentado sem a devida fundamentação — isto é, como um “passe de mágica” — gera-se uma dívida. Se o docente não a quita no momento adequado, essa dívida se acumula ao longo da escolarização e, em última instância, transfere-se para o próprio estudante, que terá de “pagá-la por conta própria” em etapas futuras de sua formação. Essa metáfora evidencia a dimensão cumulativa e ética do ensino de matemática, reforçando que omitir explicações não é apenas um problema didático imediato, mas um encargo que recai sobre a trajetória inteira do estudante.

2.3.1 Compreender para verificar, justificar e tomar decisões

Diante disso, a transição de um ensino focado na mecanização para um ensino focado na compreensão se torna crucial. Para os estudantes que dependem exclusivamente da memorização, o algoritmo funciona como a “caixa-preta” descrita anteriormente: eles inserem os dados de entrada e, ao final, se o resultado estiver incorreto, não possuem recursos internos para diagnosticar a falha. Quando um estudante não domina o procedimento de forma automática, a memorização de passos não é mais suficiente; ele precisa desenvolver mecanismos de “autocorreção” e “controle” que transcendem a aplicação de uma operação inversa. Esses mecanismos são a manifestação de um senso numérico robusto e incluem habilidades como:

- **Estimativa da ordem de grandeza:** Antes de executar um cálculo, o estudante é capaz de prever uma resposta aproximada. Ao calcular 48×19 , por exemplo, ele

pode estimar um resultado próximo a $50 \times 20 = 1000$. Um resultado final como 9120 ou 480 seria imediatamente identificado como implausível, sinalizando um erro no processo, provavelmente no alinhamento posicional dos produtos parciais.

- **Decomposição estratégica:** O estudante pode verificar um resultado ou encontrar uma solução alternativa decompondo os números. Para verificar $155 \div 12 = 12$ com resto 11, ele pode raciocinar que $12 \times 10 = 120$ e que $12 \times 2 = 24$. Somando os resultados, $120 + 24 = 144$, e para chegar a 155, faltam 11. Este processo valida o resultado sem depender estritamente do algoritmo inverso.
- **Análise das propriedades das operações:** A compreensão de que a multiplicação é comutativa, ou de que, na divisão, um divisor menor que 1 produz um quociente maior que o dividendo, é um exemplo de conhecimento conceitual que funciona como baliza para o raciocínio.

A proposta de utilizar o Pensamento Computacional nesta dissertação dialoga diretamente com a necessidade de desenvolver esses mecanismos de controle. Ao construir um fluxograma ou um pseudocódigo para um algoritmo, o estudante é forçado a transformar a “caixa-preta” em um sistema transparente, com etapas lógicas e interdependentes. O fluxograma, nesse sentido, não é apenas uma representação do algoritmo, mas torna-se ele mesmo um instrumento de controle e depuração. Se o resultado de seu cálculo está incorreto, o estudante pode “executar” seu próprio fluxograma mentalmente, passo a passo, para encontrar a falha lógica em seu raciocínio. Ele deixa de ser um mero executor de um procedimento alheio e passa a ser o arquiteto e o revisor de seu próprio processo de pensamento, o que constitui o cerne da autonomia e da aprendizagem significativa que se busca.

A história recente oferece um paralelo instigante para refletir sobre o impacto da mecanização no raciocínio humano. No campo da educação matemática, a popularização das calculadoras suscitou debates sobre a possível redução do engajamento cognitivo em atividades como o cálculo mental, a estimativa e a validação de resultados — processos centrais para o desenvolvimento do senso numérico. A literatura educacional aponta que, quando introduzidas de forma isolada ou prematura, antes da consolidação das noções aritméticas básicas, as calculadoras podem limitar oportunidades de desenvolver habilidades fundamentais de raciocínio numérico (NCTM, 2000). De modo análogo, observa-se hoje um fenômeno semelhante com o uso de sistemas de inteligência artificial: ao terceirizar etapas essenciais do pensamento, corre-se o risco de enfraquecer processos metacognitivos relacionados à formulação, verificação e revisão de hipóteses. Essa analogia reforça o argumento central desta dissertação de que compreender é mais valioso do que apenas executar, pois tanto no cálculo quanto no pensamento abstrato, o processo cognitivo é insubstituível e constitui a base da aprendizagem significativa.

2.3.2 Aprendizagem a partir dos erros nos algoritmos

A análise dos erros cometidos pelos estudantes durante a execução dos algoritmos das quatro operações revela-se não apenas como diagnóstico de dificuldades, mas também como oportunidade pedagógica. Pesquisadores como Piaget (1972) já apontavam que o erro é parte constitutiva do processo de construção do conhecimento, funcionando como indicador das hipóteses cognitivas formuladas pelo estudante ao interagir com uma situação-problema.

No campo específico da educação matemática, Radatz (1979) propôs uma tipologia de erros (relacionados à linguagem, ao processo, às aplicações de algoritmos, às associações defeituosas e aos fatores de distração) que se mantém atual e produtiva para compreender como e por que os estudantes erram. Essa perspectiva foi ampliada por Borasi (1994), que defendeu o uso do erro como “catalisador” para investigações matemáticas, ou seja, como ponto de partida para gerar novas perguntas e aprendizagens, em vez de apenas ser evitado ou corrigido de forma punitiva.

Kamii e colaboradores também reforçam que os erros, especialmente em algoritmos escolares, evidenciam lacunas na compreensão do sistema posicional ou das propriedades fundamentais das operações (KAMII; JOSEPH, 2004). Portanto, em vez de serem tratados como simples falhas procedimentais, devem ser analisados como pistas para reconstrução conceitual.

No caso da adição, erros comuns incluem esquecer o transporte (“vai-um”) ou realizar somas dígito a dígito sem reagrupamento. Na subtração, destaca-se o esquecimento de reduzir o algarismo da ordem superior ao realizar o “empréstimo”, gerando resultados incoerentes ou subtrair o número menor do maior dentro da mesma coluna, independentemente da posição (ex: em $32 - 17$, faz $7 - 2$ na coluna da unidade). Na multiplicação, são recorrentes os erros de tabuada multiplicativa e de alinhamento incorreto dos produtos parciais, levando a resultados desproporcionais. Já na divisão, os erros mais frequentes são não inserir o zero no quociente quando necessário, superestimar ou subestimar o quociente parcial e interromper a conta diante de restos não divisíveis imediatamente.

Esses erros, longe de representarem apenas fracasso, revelam o grau de compreensão (ou de mecanização) dos estudantes. Um erro como “esquecer o vai-um” pode indicar que o estudante ainda não consolidou a equivalência entre dez unidades e uma dezena. Já a dificuldade em alinhar os produtos parciais na multiplicação pode refletir uma compreensão insuficiente do valor posicional. Assim, cada erro carrega informações valiosas para o professor, que pode utilizá-las como ponto de partida para discussões, comparações e reconstruções coletivas do raciocínio matemático.

Nesse horizonte, pode-se sintetizar essa perspectiva na máxima de que “mais importante é errar e aprender com os erros do que acertar e não saber por que acertou”. Essa formulação reforça que compreender a origem de um equívoco contribui mais para

a aprendizagem significativa do que a obtenção de um resultado correto desprovido de reflexão.

Portanto, a aprendizagem a partir dos erros deve ser compreendida como um componente essencial do ensino dos algoritmos. Quando os erros são analisados e discutidos, deixam de ser barreiras e se transformam em oportunidades para explicitar a lógica interna do sistema posicional e das operações. Essa abordagem também ajuda a romper com a concepção do algoritmo como uma “caixa-preta”, permitindo que os estudantes compreendam por que funciona — ou por que falha.

Nesse sentido, compreender os algoritmos das operações básicas não se limita a dominar uma sequência de passos, mas envolve a capacidade de controlar o próprio processo de resolução: estimar resultados, identificar incoerências, justificar procedimentos e revisar soluções. Essa perspectiva desloca o foco do ensino da repetição mecânica para a construção de significados, em que o novo conhecimento ancora-se em estruturas cognitivas já existentes. Assim, a análise do erro deixa de ser um instrumento de correção pontual e passa a integrar um processo mais amplo de construção de significados, no qual o estudante desenvolve critérios próprios de validação e controle do raciocínio matemático. Tal concepção dialoga diretamente com a Teoria da Aprendizagem Significativa, que oferece o suporte pedagógico necessário para compreender como esses significados são construídos e consolidados no contexto escolar.

2.4 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COMO BASE PEDAGÓGICA

A real aprendizagem matemática está intrinsecamente ligada à forma como o novo conhecimento é assimilado pelo estudante. Nesse contexto, a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1968) oferece um alicerce pedagógico fundamental para uma educação matemática que busca ir além da memorização.

Para Ausubel, a aprendizagem é considerada significativa quando o novo conhecimento se relaciona de forma não arbitrária e substantiva com a estrutura cognitiva preexistente do aprendiz, ou seja, com os conceitos, ideias e informações relevantes que o estudante já possui. Essa interação não é apenas uma soma de informações, mas uma modificação tanto do novo conhecimento quanto da estrutura cognitiva já existente, resultando em uma compreensão mais profunda e duradoura. Diferentemente da aprendizagem mecânica (memorística), na qual o novo conhecimento é armazenado de forma isolada, sem se conectar aos saberes prévios, a aprendizagem significativa envolve a “ancoragem” de novas informações em subsunçores (conceitos relevantes e inclusivos) já consolidados na mente do aprendiz.

Um dos grandes desafios na busca por aprendizagem significativa em matemática está no fato de que, muitas vezes, os conteúdos são ensinados de forma compartimentalizada, sem que o estudante perceba as conexões conceituais que os sustentam. Ensina-se,

por exemplo, o sistema de numeração decimal e o valor posicional, mas a relação entre esses conceitos e o funcionamento dos algoritmos das quatro operações raramente é explicitada. De modo semelhante, utilizam-se materiais manipulativos, como o material dourado, para ilustrar reagrupamentos, mas o vínculo entre essa experiência concreta e a técnica simbólica do algoritmo nem sempre é construído pelo professor. O resultado é que o estudante aprende procedimentos que “funcionam”, mas não compreende por que funcionam, armazenando informações de forma fragmentada em sua estrutura cognitiva. Como destaca Ausubel (1968), a aprendizagem só se torna significativa quando o novo conhecimento se ancora de modo substantivo e não arbitrário em conceitos já existentes. Quando esse processo de ancoragem é negligenciado, o ensino se aproxima da aprendizagem mecânica, em que cada tópico é “decorado” isoladamente, sem gerar uma rede integrada de significados.

No contexto das operações matemáticas, isso implica que os algoritmos não devem ser apresentados como sequências arbitrárias de passos a serem memorizados. Pelo contrário, eles devem ser compreendidos em sua lógica interna e conectados aos conhecimentos prévios dos estudantes sobre sistemas numéricos, valor posicional e as próprias ideias inerentes às operações (juntar, tirar, agrupar, repartir). Quando o estudante consegue “ancorar” o algoritmo da divisão, por exemplo, aos seus conhecimentos sobre multiplicação e subtração repetida, ou à ideia de partilha equitativa, a aprendizagem se torna significativa, facilitando a retenção e a aplicação em diferentes contextos.

O domínio das operações básicas é um alicerce fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático. A BNCC (BRASIL, 2018) preconiza, em suas competências gerais de Matemática para o Ensino Fundamental, a capacidade de resolver problemas, assim como o raciocínio lógico-matemático. O documento também valoriza a compreensão dos conceitos, procedimentos e a construção de argumentação matemática. Esses aspectos, promovidos pela aprendizagem significativa, são diretamente impactados pela qualidade da aprendizagem das operações básicas.

2.5 PENSAMENTO COMPUTACIONAL E SUA RELEVÂNCIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O Pensamento Computacional tem emergido como uma competência essencial, transcendendo o campo da informática e encontrando aplicações em diversas áreas do conhecimento, incluindo a educação matemática. Ele representa uma forma de pensar e resolver problemas de maneira estruturada e lógica, características intrínsecas ao fazer matemático.

2.5.1 Definição e pilares do Pensamento Computacional

Wing (2006), uma das pioneiras na popularização do termo, define o Pensamento Computacional como um processo de formulação de problemas e suas soluções de forma que essas soluções possam ser representadas e executadas por um agente de processamento de informação, seja ele um computador, um robô ou até mesmo um ser humano. Essa abordagem não se refere a programar um computador, mas sim a pensar como um cientista da computação, utilizando um conjunto de habilidades cognitivas para resolver problemas de forma eficiente.

Os quatro pilares fundamentais do Pensamento Computacional são:

- **Decomposição:** Consiste em dividir um problema complexo em partes menores e mais gerenciáveis. Ao fazer isso, o problema original se torna menos intimidador e cada parte pode ser resolvida individualmente, facilitando o processo geral. Na matemática, isso se manifesta ao decompor um número em suas ordens para realizar uma operação ou ao quebrar um problema de múltiplas etapas em problemas mais simples.
- **Reconhecimento de Padrões:** É a habilidade de identificar semelhanças, tendências ou regularidades dentro das partes de um problema ou em problemas diferentes. Reconhecer padrões permite generalizar soluções e aplicar conhecimentos prévios a novas situações. Em operações matemáticas, isso pode ser a percepção de como o reagrupamento repete-se em diferentes ordens ou a relação entre a adição repetida e a multiplicação.
- **Abstração:** Envolve focar nas informações mais importantes de um problema, ignorando os detalhes irrelevantes. É a capacidade de criar um modelo simplificado da realidade, permitindo compreender a essência do problema e generalizar soluções. Ao representar um algoritmo como um fluxograma, por exemplo, o estudante abstrai os detalhes de cálculo para focar na sequência lógica das etapas.
- **Construção de Algoritmos:** Trata-se de desenvolver uma sequência de passos ordenados e lógicos para resolver um problema. Um algoritmo é uma “receita” que pode ser seguida para alcançar um objetivo. Na matemática, os algoritmos das operações básicas são exemplos clássicos, e o Pensamento Computacional promove a compreensão e a criação desses algoritmos, ao invés de apenas sua memorização.

Esses pilares, quando aplicados ao ensino de matemática, favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de resolução de problemas e da criatividade.

Adicionalmente, a prática de construir os fluxogramas em papel constitui-se como uma atividade valiosa para o aprimoramento de outras competências, como a coordenação

motora fina, as noções de geometria e as habilidades de desenho. Essa abordagem transforma a criação do fluxograma em uma atividade interdisciplinar, reforçando conceitos que extrapolam o campo da computação.

2.5.2 O Pensamento Computacional para a construção do conhecimento

Do ponto de vista epistemológico, o processo de ensino está sujeito ao chamado *dilema de outras mentes*, segundo o qual o acesso direto à experiência alheia é impossível; compreendemo-nos, contudo, por meio de práticas compartilhadas e expressões públicas do pensamento (WITTGENSTEIN, 1999). O professor apenas infere o nível de compreensão do estudante a partir de suas manifestações externas — como respostas, estratégias de resolução e comportamentos observáveis. Essa limitação, inerente à prática pedagógica, impõe desafios à avaliação e à mediação do conhecimento. Nesse contexto, o Pensamento Computacional apresenta-se como uma alternativa para atenuar tal dilema, pois torna visíveis os processos mentais envolvidos na resolução de problemas. Por meio da decomposição, da abstração e da construção de algoritmos, o raciocínio do estudante se externaliza e permite ao docente compreender e acompanhar a lógica subjacente ao pensamento matemático. Dessa forma, não há apenas o apoio à aprendizagem de conceitos, mas também a criação de um espaço de diálogo cognitivo entre professor e estudante, aproximando suas formas de pensar.

A integração do Pensamento Computacional no currículo vai além de meras ferramentas tecnológicas; ela propõe uma mudança na forma como os estudantes interagem com o conhecimento. Nessa perspectiva, Papert (1980), um dos precursores dessa ideia e mentor de muitos conceitos do Pensamento Computacional, defende que os estudantes podem aprender melhor e de forma mais significativa quando envolvidos na criação ativa de artefatos computacionais ou na manipulação de ideias computacionais. Em seu livro *Mindstorms*, ele destaca o potencial das linguagens de programação (como Logo) para tornar visíveis os processos mentais dos estudantes, permitindo que eles pensem sobre o seu próprio pensamento.

De modo convergente, Valente (2016) reforça que o Pensamento Computacional oferece uma nova perspectiva para a educação matemática, pois exige do estudante a compreensão da lógica subjacente às operações realizadas e não apenas a sua execução. Esse aprofundamento na compreensão dos processos favorece a construção de um conhecimento mais duradouro e significativo, promovendo uma relação ativa e reflexiva com a matemática.

2.5.3 Experiências e aplicações no contexto brasileiro

No contexto educacional brasileiro, o Pensamento Computacional tem ganhado espaço e tem sido alvo de diversas iniciativas e pesquisas que demonstram sua aplicabi-

lidade e eficácia na educação básica. Rech e Beuter (2024) apresentam experiências práticas de uso do Pensamento Computacional na educação, destacando como a introdução de pseudocódigos e fluxogramas nas aulas de matemática pode fortalecer a compreensão de conceitos fundamentais, especialmente aqueles que envolvem algoritmos operacionais. Esses recursos visuais e lógicos ajudam a desmistificar os “mistérios” dos algoritmos matemáticos.

Além de favorecer a compreensão conceitual, o Pensamento Computacional também dialoga com dimensões afetivas da aprendizagem. Isso é especialmente relevante diante da ansiedade matemática, fenômeno recorrente no contexto escolar e que compromete tanto a confiança quanto o desempenho dos estudantes.

2.6 A ANSIEDADE MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES E ESTRATÉGIAS DE MITIGAÇÃO

A ansiedade em aprender matemática, frequentemente referida como “ansiedade matemática”, é um fenômeno psicológico complexo que afeta um número considerável de estudantes em diversas etapas da escolarização (BOALER, 2016). Caracteriza-se por sentimentos de tensão, apreensão ou medo que interferem na manipulação de números e na resolução de problemas matemáticos, tanto em situações de vida diária quanto em contextos acadêmicos. A persistência de dificuldades nas operações básicas, especialmente na divisão (SANTOS, 2025), é frequentemente associada a esse tipo de ansiedade.

Estudos pioneiros e aprofundados na área (TOBIAS, 1978; ASHCRAFT; FAUST, 1994) sugerem que essa ansiedade não é meramente uma fobia, mas um fenômeno que pode consumir recursos cognitivos essenciais. Ashcraft e Krause (2007) demonstraram que a ansiedade matemática pode sobrecarregar a memória de trabalho, um componente crítico para a resolução de problemas complexos. Essa sobrecarga prejudica o desempenho do estudante, mesmo daqueles com potencial acadêmico, criando um ciclo vicioso de evitação da matemática e de baixo desempenho.

2.6.1 Ansiedade matemática e impactos cognitivos

A ansiedade matemática tem sido amplamente discutida por Boaler (2016), que a relaciona diretamente às práticas escolares baseadas em competição, rapidez e correção imediata. Para a autora, tais elementos reforçam nos estudantes a crença de que a matemática é destinada apenas a alguns “talentosos”, enquanto outros estariam inevitavelmente fadados ao fracasso. Nesse ambiente, o erro passa a ser interpretado não como parte do processo de aprendizagem, mas como sinal de incapacidade pessoal, produzindo medo e bloqueio cognitivo.

Esse fenômeno pode ser compreendido de maneira mais ampla à luz da psicologia da ansiedade. Brewer (2021) aponta que estados ansiosos emergem de um ciclo marcado

pela percepção constante de ameaça e pela tentativa de manter rígido controle sobre situações incertas. O esforço de controle, em vez de gerar segurança, intensifica a insegurança, conduzindo o indivíduo a padrões de evitação, hipervigilância e paralisia diante de tarefas desafiadoras. No contexto escolar, esse mesmo mecanismo pode ser observado quando o estudante, diante de um problema matemático, concentra-se excessivamente em evitar o erro ou em obter uma resposta imediata, o que acaba bloqueando sua memória de trabalho e prejudicando o raciocínio.

O padrão descrito por Brewer (2021) pode ser relacionado ao funcionamento do córtex pré-frontal (CPF), região do cérebro responsável pelo planejamento, pelo controle inibitório e pela regulação das respostas emocionais. O CPF atua como centro executivo, buscando previsibilidade em meio à incerteza, ao mesmo tempo em que o cérebro humano, em sua atividade intrínseca, engaja-se continuamente na identificação de padrões. Em outras palavras, o cérebro é uma máquina de reconhecimento de regularidades, atividade que constitui a própria essência da matemática: identificar, descrever e generalizar padrões. Assim, o que em contextos de ansiedade pode manifestar-se como hipervigilância e excesso de controle, em situações de aprendizagem bem conduzidas pode ser ressignificado como curiosidade e interesse, deslocando o foco do medo do erro para o prazer de reconhecer e compreender regularidades. Contudo, quando a ansiedade predomina e o CPF não consegue exercer seu papel regulador, instala-se o bloqueio cognitivo descrito a seguir.

A pesquisa em neurociência cognitiva ajuda a compreender esse bloqueio. Estudos de Ashcraft e Krause (2007) demonstram que a ansiedade matemática compete por recursos da memória de trabalho, o “quadro branco” mental usado para manter e manipular informações durante o raciocínio. Quando ativado, o estado de ansiedade consome parte significativa dessa memória, reduzindo a capacidade do estudante de lidar com operações matemáticas mais complexas. Nesses momentos, em vez de prevalecerem as funções executivas do CPF, a resposta do chamado cérebro primitivo (sistema límbico e amígdala) tende a se sobrepor, desencadeando reações de luta, fuga ou congelamento. Como destacam Immordino e Damasio (2007), emoção e cognição não são processos separados, mas dimensões interdependentes do funcionamento cerebral; em contextos de medo, a emoção domina e limita o pensamento abstrato.

Esse quadro se articula também à Teoria da Carga Cognitiva (SWELLER, 1988), que mostra que a aprendizagem é prejudicada quando a memória de trabalho é sobrecarregada por estímulos irrelevantes ou excessivos. A ansiedade matemática, nesse sentido, não apenas adiciona uma carga emocional ao processo, mas ocupa espaço cognitivo essencial para o processamento da tarefa.

Além dessas contribuições, Willingham (2009) argumenta que, embora os seres humanos sejam naturalmente curiosos, pensar é um processo lento, trabalhoso e propenso a

falhas, razão pela qual o cérebro tende a evitá-lo sempre que possível. Para que o esforço intelectual ocorra, é necessário que os desafios propostos estejam em um nível adequado de dificuldade: nem tão fáceis que gerem tédio, nem tão complexos que provoquem frustração. Assim, para que o aprendizado seja efetivo, é fundamental que os problemas sejam apresentados com significado e propósito claros, oferecendo ao estudante condições cognitivas e emocionais favoráveis para enfrentar o desafio. Essa perspectiva dialoga diretamente com a necessidade de tornar a matemática menos intimidadora e mais acessível.

Boaler (2016) observa que muitos estudantes descrevem a matemática como um “monte de números e regras” a serem memorizados, sem conexão com a compreensão ou com o raciocínio. Essa percepção leva os estudantes a acreditarem que aprender matemática significa decorar um “zilhão de fórmulas/regras”, em vez de compreender os princípios subjacentes. Tal visão não apenas reduz a disciplina a uma prática mecânica, mas também amplia a ansiedade, pois qualquer esquecimento é interpretado como incapacidade. A prevalência dessa concepção reforça a necessidade de abordagens que valorizem o entendimento conceitual, a exploração de estratégias e a construção de significados, ao invés da simples reprodução de procedimentos.

2.6.2 Estratégias pedagógicas para um “*mindset* de crescimento”

Para mitigar a ansiedade matemática e promover um engajamento mais positivo com a disciplina, abordagens pedagógicas que fomentam um “*mindset* de crescimento” (*growth mindset*) são cruciais. Boaler (2016) defende que a inteligência e as habilidades matemáticas não são fixas, mas podem ser desenvolvidas através do esforço, da prática e de estratégias eficazes. Isso contrasta com o “*mindset* fixo”, que leva à crença de que a capacidade em matemática é inata e imutável, o que pode exacerbar a ansiedade diante de desafios. Estratégias em sala de aula que ajudam a combater esse tipo de concepção incluem:

- Foco na compreensão conceitual e no processo, em vez de apenas na resposta correta ou na velocidade.
- Incentivo à exploração e à experimentação, permitindo que os estudantes descubram diferentes caminhos para a resolução de problemas.
- Promoção de um ambiente colaborativo, onde o erro é visto como parte do aprendizado e a discussão entre pares é valorizada.
- Utilização de múltiplas representações para os conceitos matemáticos (concreta, pictórica, simbólica).
- *Feedback* construtivo que valoriza o esforço e as estratégias, e não apenas o acerto final.

Essas abordagens visam construir a autoconfiança do estudante e reduzir a pressão por um desempenho imediato e perfeito.

2.6.3 Pensamento Computacional como estratégia para reduzir a ansiedade

Se, por um lado, estudos indicam que a ansiedade compromete a memória de trabalho e ativa respostas emocionais que inibem o raciocínio lógico (ASHCRAFT; KRAUSE, 2007; IMMORDINO-YANG; DAMASIO, 2007), por outro, a abordagem computacional propõe exatamente a fragmentação do problema em etapas menores, a externalização do raciocínio em fluxogramas ou pseudocódigos e a valorização do processo sobre o resultado (WING, 2006; PAPERT, 1980; VALENTE, 2016).

Ao transformar o erro em oportunidade de depuração e aprendizagem, o Pensamento Computacional desloca o estudante do ciclo de controle rígido e ameaça descrito por Brewer (2021) para um ambiente de experimentação criativa, em consonância com a defesa de Boaler (2016) de uma matemática mais inclusiva, colaborativa e livre de estigmas. Além disso, como já apontava Pólya (1945), explicitar o processo de resolução de problemas em etapas é uma estratégia fundamental para que os estudantes desenvolvam autonomia intelectual.

Ao aproximar as perspectivas pedagógica (Boaler), clínica (Brewer), neurocientífica (Ashcraft, Sweller, Immordino-Yang) e computacional (Wing, Papert, Valente, Pólya), percebe-se que a ansiedade matemática não é um fenômeno isolado, restrito à sala de aula, mas parte de um padrão mais amplo de interação entre emoção, cognição e cultura escolar. Do ponto de vista pedagógico, tal compreensão fortalece a importância de práticas de ensino que reduzam a sensação de ameaça e de controle excessivo, criando um ambiente de acolhimento, incentivo à colaboração, valorização do erro como oportunidade e estímulo à criatividade. Essas condições não apenas reduzem os efeitos da ansiedade matemática, mas também oferecem aos estudantes a possibilidade de reconstruir sua relação com a disciplina, transformando um espaço historicamente marcado pelo medo em terreno fértil para descoberta, confiança e para o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento. Assim, a ansiedade matemática não deve ser entendida apenas como uma reação individual, mas como um fenômeno estrutural da cultura escolar. Enfrentá-la requer práticas pedagógicas que integrem compreensão conceitual, apoio emocional e estratégias inovadoras.

2.7 CONTEXTO EDUCACIONAL BRASILEIRO E EVIDÊNCIAS INTERNACIONAIS

A necessidade de abordagens pedagógicas inovadoras, como a proposta nesta dissertação, é reforçada pela análise do cenário educacional brasileiro e por evidências internacionais que apontam para uma crise na aprendizagem de competências fundamentais.

No Brasil, a BNCC estabelece diretrizes claras sobre a importância do raciocínio lógico e da resolução de problemas, competências diretamente dependentes do domínio das operações básicas (BRASIL, 2018). No entanto, os resultados de avaliações em larga escala demonstram uma lacuna significativa entre as diretrizes e a realidade. Os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) de 2023, por exemplo, embora apontem para uma estabilidade ou leve recuperação em relação ao forte impacto negativo observado no pós-pandemia imediato (2021), ainda indicam que a proficiência em matemática no Ensino Fundamental permanece em níveis preocupantes, com a maioria dos estudantes não atingindo o nível de aprendizado considerado adequado para sua etapa escolar (INEP, 2024).

Essa realidade brasileira é um reflexo de um fenômeno global. Relatórios do Banco Mundial e da UNESCO, produzidos para analisar os impactos da pandemia de COVID-19, alertam para um aprofundamento da “crise de aprendizagem” mundial. O relatório *The State of Global Learning Poverty* (2022) destaca que a porcentagem de crianças em países de baixa e média renda incapazes de ler e compreender um texto simples aumentou drasticamente, e que as perdas em matemática foram ainda mais severas, equivalendo, em alguns contextos, a quase um ano letivo completo de atraso (BANCO MUNDIAL et al., 2022). A UNESCO corrobora essa visão, apontando que as interrupções escolares impactaram de forma mais contundente a aprendizagem de habilidades fundacionais, como a aritmética básica, nos primeiros anos escolares (UNESCO, 2021).

Diante de um contexto nacional de defasagens persistentes, documentado pelo Saeb, e de uma crise internacional que afetou primariamente as competências elementares, a proposta de (re)ensino das operações básicas por meio do Pensamento Computacional se mostra não apenas relevante, mas urgente. A abordagem alinha-se às diretrizes da BNCC ao focar no desenvolvimento de competências, e responde aos desafios evidenciados pelas avaliações nacionais e internacionais, oferecendo um caminho estruturado para reconstruir a base do conhecimento matemático de forma significativa e duradoura.

2.8 O DESENVOLVIMENTO COGNITIVO E SOCIAL PELO ENSINO DA MATEMÁTICA

O ensino da matemática exerce uma função que transcende a mera transmissão de conteúdos escolares: constitui-se como um meio privilegiado de desenvolvimento cognitivo e social. Ainda que determinadas fórmulas ou procedimentos — como a resolução de equações quadráticas ou o Teorema de Pitágoras — não sejam diretamente utilizados no cotidiano de todos os cidadãos, o processo de aprendizagem desses conceitos mobiliza e fortalece habilidades fundamentais para a vida em sociedade.

Reflexões de ordem filosófica ajudam a compreender que essa valorização da compreensão matemática não é nova. Conforme discute Ordine (2016), já na Antiguidade

Euclides ironizava estudantes que perguntavam pela utilidade imediata dos teoremas, indicando que o verdadeiro valor da matemática não residia em ganhos materiais, mas na formação intelectual e na beleza das demonstrações. No mesmo registro, Plutarco relatava que Arquimedes, apesar de ter inventado máquinas famosas, considerava sua reputação maior ligada à matemática pura. Mais tarde, Poincaré sustentaria que a ciência não se dedica a estudar a natureza em busca do “útil”, mas sim pela necessidade de compreender. Em síntese, essa tradição expressa o que Ordine denomina de *utilidade imprevisível das ciências inúteis*: saberes que, por não se subordinarem a fins imediatos, revelam seu valor mais profundo na formação humana e, muitas vezes, em aplicações futuras não antecipadas.

Piaget (1972) destaca que o contato com estruturas matemáticas desde as séries iniciais favorece a passagem do pensamento concreto ao formal, consolidando operações mentais de abstração e generalização. Kamii e Joseph (2004), por sua vez, argumentam que a reconstrução ativa do conhecimento matemático, e não a mera reprodução de algoritmos, permite ao estudante desenvolver autonomia intelectual, capacidade de argumentação e senso crítico. Esses aspectos estão no cerne das chamadas funções executivas — memória de trabalho, controle inibitório e flexibilidade cognitiva —, que a literatura em psicologia e neurociência relaciona ao sucesso acadêmico e profissional em longo prazo.

Além das dimensões cognitivas, a matemática contribui também para a formação social. O trabalho coletivo na resolução de problemas, a comunicação de raciocínios e a construção de estratégias compartilhadas fomentam competências de colaboração e de negociação de significados. A OCDE (2016a), ao analisar os dados do PISA, enfatiza que estudantes com maior proficiência matemática apresentam não apenas melhor desempenho escolar, mas também maior capacidade de tomar decisões informadas em situações financeiras, científicas e sociais. Evidências internacionais, como as do TIMSS (IEA, 2020, 2024), reforçam que a consolidação da numeracia nos primeiros anos escolares está diretamente associada a melhores indicadores de empregabilidade, participação cidadã e bem-estar coletivo.

Assim, o ensino das operações básicas deve ser compreendido como um investimento formativo de longo alcance. Ainda que o uso cotidiano de certos algoritmos seja mediado por tecnologias como a calculadora, o exercício do raciocínio matemático proporciona ao estudante uma estrutura mental que se estende muito além da sala de aula. A matemática, nesse sentido, não se reduz a um componente curricular, mas constitui uma linguagem que organiza o pensamento, confere rigor ao raciocínio e amplia a capacidade de compreender e intervir no mundo.

3 METODOLOGIA

A metodologia adotada nesta pesquisa foi planejada para garantir consistência interna, transparência nos procedimentos e alinhamento rigoroso com os objetivos do estudo. Este capítulo apresenta a abordagem metodológica, o contexto e os participantes, os instrumentos de coleta, os procedimentos da intervenção, os papéis assumidos pelo professor-pesquisador — entendido aqui como o docente que assume sua realidade escolar e sua prática como objeto de pesquisa, reflexão e análise, articulando investigação e aprimoramento pedagógico a partir de registros e evidências produzidas no cotidiano da educação básica; nesse sentido, “pesquisador” não designa um título restrito à academia, mas uma postura metodológica no trabalho docente (FAGUNDES, 2016) — os métodos de análise e, por fim, os aspectos éticos.

3.1 ABORDAGEM DA PESQUISA

A investigação adota um desenho de métodos mistos do tipo sequencial explicativo (QUAN → QUAL), no qual os dados quantitativos fornecem um panorama inicial das dificuldades e evoluções dos estudantes, servindo de base para a análise qualitativa aprofundada das estratégias, erros e justificativas produzidas ao longo da sequência didática (CRESWELL, 2014). Essa abordagem é adequada ao contexto escolar real, onde turmas intactas e critérios de conveniência inviabilizam modelos experimentais clássicos, mas não comprometem o rigor metodológico quando há triangulação consistente das evidências.

No componente quantitativo, empregaram-se exclusivamente procedimentos de estatística descritiva, dada a natureza não probabilística da amostra e o delineamento de grupo único. As análises concentraram-se em frequências, variações percentuais e padrões de mudança entre as avaliações diagnósticas inicial e final.

No componente qualitativo, por sua vez, analisaram-se as produções dos estudantes, seus registros escritos, rascunhos, fluxogramas e pseudocódigos, bem como as observações registradas no diário de campo. As categorias analíticas foram fundamentadas em RADATZ (1979), BORASI (1994) e em princípios da lógica dos algoritmos (valor posicional, invariantes e distributividade), discutidos no referencial teórico.

A integração dos dois eixos — quantitativo e qualitativo — permitiu a realização de uma triangulação entre ganhos mensuráveis e mecanismos explicativos associados à mudança de estratégias, à compreensão conceitual e ao engajamento dos estudantes, em consonância com AUSUBEL (1968), POLYA (1945) e WING (2006).

3.2 PARTICIPANTES E CONTEXTO DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada em uma escola pública de um município do interior do Estado do Rio de Janeiro. Participaram duas turmas intactas de 9º ano do Ensino Fundamental, totalizando 42 estudantes. A escolha do 9º ano justifica-se pela evidência consolidada em avaliações de larga escala — como Saeb, PISA e TIMSS — de que lacunas significativas em aritmética e compreensão dos algoritmos das operações já estão estabelecidas no final dos anos iniciais, impactando fortemente o Ensino Médio. Soma-se a isso o fato de serem turmas em que o docente atuava, o que permitiu aplicar e acompanhar todo o desenvolvimento da intervenção proposta.

Trata-se de um estudo de caso focado em um contexto escolar específico. Não há, portanto, pretensão de generalização estatística dos resultados para o universo de estudantes brasileiros. O valor da pesquisa reside na sua aderência ao contexto real e na profundidade da análise qualitativa das produções desses 42 sujeitos, permitindo compreender como a intervenção altera processos cognitivos em um ambiente de sala de aula.

A participação dos estudantes integrou-se ao fluxo natural das aulas, e todos foram convidados a realizar tanto a avaliação diagnóstica inicial quanto a final, bem como a sequência didática.

3.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Foram utilizados quatro conjuntos principais de instrumentos:

- **Avaliações Diagnósticas (Inicial e Final)** — ver Apêndice A: Duas avaliações alinhadas às habilidades previstas na BNCC para as quatro operações. A Avaliação Inicial enfatizou habilidades de anos finais do Ensino Fundamental I, enquanto a Avaliação Final retomou as mesmas ideias em novas instâncias, compatíveis com o 9º ano. O tempo de realização foi de 90 minutos em ambas.
- **Diário de Campo:** Registro sistemático e contínuo, elaborado após cada aula, contendo descrições factuais de interações, dúvidas, erros recorrentes, reações dos estudantes e aspectos do clima da aula. Não possuía estrutura rígida, mas seguia eixos orientadores que asseguravam consistência e foco.
- **Produções dos Estudantes:** Incluíram registros escritos, rascunhos, resoluções, fluxogramas e pseudocódigos produzidos durante as aulas da sequência didática. Esses materiais constituíram evidências diretas da compreensão conceitual e da evolução nas estratégias adotadas.

- **Ferramenta Digital Interativa:** Utilizada apenas após a sequência didática, como recurso de consolidação. A ferramenta oferecia decomposição passo a passo dos algoritmos, *feedback* imediato e registro das tentativas.

3.4 PROCEDIMENTOS DA INTERVENÇÃO

3.4.1 Sequência Didática

A sequência didática foi aplicada em duas turmas ao longo de quatro aulas de 90 minutos, fundamentada nos pilares do Pensamento Computacional (WING, 2006) e nas heurísticas de resolução de problemas (POLYA, 1945). A abordagem priorizou a *externalização do raciocínio* por meio de fluxogramas e pseudocódigos, a *verificação de plausibilidade* (estimativa, ordem de grandeza) e a *retroalimentação formativa* por meio da análise coletiva de erros não punitiva (RADATZ, 1979; BORASI, 1994). A estrutura detalhada da sequência pode ser encontrada no Apêndice C. Abaixo uma versão sumarizada dos itens que a compõe:

- **Aula 1 – Adição:** Foco no Pensamento Algorítmico. Explora-se o valor posicional e o reagrupamento por meio de somas parciais (Decomposição), culminando na criação de um fluxograma para mapear e visualizar a lógica sequencial do algoritmo usual.
- **Aula 2 – Subtração:** Foco na Abstração e Depuração. O conceito de “empréstimo” foi ressignificado como reagrupamento posicional. A aula explora a obtenção de diferenças parciais e aprimora a checagem de resultados por meio de estimativas e operações inversas, estimulando a validação do processo.
- **Aula 3 – Multiplicação:** Foco na Decomposição e Reconhecimento de Padrões. A operação é desmembrada por meio da propriedade distributiva e da análise dos produtos parciais. O estudo detalhado do alinhamento posicional permite aos estudantes reconhecer e formalizar padrões estruturais do algoritmo.
- **Aula 4 – Divisão:** Foco no Pensamento Algorítmico e Heurísticas. Realiza-se a divisão euclidiana em um processo etapa a etapa, com identificação dos invariantes da operação. São priorizadas estratégias flexíveis baseadas em decomposição e estimativas de quocientes parciais, contrastando a eficiência das técnicas “humanas” com a complexidade do algoritmo formal.

A estrutura da intervenção privilegiou a discussão das estratégias “humanas” (estimativas, decomposições, compensação e verificações) antes da formalização dos algoritmos, reforçando sua lógica interna e contribuindo para maior compreensão conceitual e menor ansiedade matemática (BOALER, 2016).

Para a elaboração da sequência didática — materializada em quatro planos de aula — foram consultados materiais utilizados na Educação Básica — Projeto Ápis (DANTE, 2020-2021), Teláris (VIANA; DANTE, 2019) e Geração Alpha (OLIVEIRA; FUGITA, 2019) — o que assegura alinhamento com práticas escolares correntes e com a BNCC.

3.4.2 Ferramenta digital interativa

A intervenção contou ainda com o apoio de uma aplicação web desenvolvida especificamente para este estudo, com a finalidade de ampliar a externalização do raciocínio matemático e favorecer a compreensão da lógica subjacente aos algoritmos das quatro operações. A concepção da ferramenta foi orientada pelos princípios do Pensamento Computacional, em especial a decomposição de problemas, a explicitação de algoritmos, o controle sequencial de etapas e a verificação sistemática de resultados.

A aplicação foi projetada para permitir a visualização passo a passo da execução dos algoritmos usuais, possibilitando ao estudante acompanhar cada decisão envolvida no cálculo, como transportes, “empréstimo”, estimativas de quocientes e controle do resto na divisão. Esse recurso buscou reduzir a aplicação mecânica dos procedimentos, incentivando a reflexão sobre o porquê de cada etapa e favorecendo o monitoramento do próprio erro.

Além do apoio à aprendizagem, a ferramenta desempenhou papel metodológico ao registrar as respostas submetidas, as tentativas realizadas e o percurso seguido pelos estudantes durante a resolução das tarefas. Esses registros constituíram uma fonte complementar de dados, permitindo analisar padrões de erro, persistência, revisão de estratégias e evolução ao longo da intervenção. A aplicação disponibilizou ainda uma interface específica para o professor, com estatísticas agregadas e acesso às respostas individuais, apoiando o acompanhamento pedagógico e a análise posterior dos resultados.

Dessa forma, a aplicação web não foi concebida como um recurso tecnológico isolado, mas como parte integrante da sequência didática, articulando-se às atividades em sala, às listas de exercícios e às avaliações diagnósticas. Sua utilização buscou reforçar a compreensão conceitual dos algoritmos, promover autonomia intelectual e alinhar o ensino das operações básicas a práticas que valorizam processos, e não apenas resultados finais. A descrição detalhada da estrutura, das funcionalidades e das telas da aplicação encontra-se no Apêndice J.

3.4.3 Lista de exercícios

A elaboração das listas de exercícios foi orientada pela análise prévia dos erros mais recorrentes identificados na avaliação diagnóstica inicial e nas observações em sala de aula. Partiu-se do pressuposto de que muitas situações de cálculo cotidiano podem ser resolvidas por meio de estratégias de cálculo mental, estimativas e procedimentos intui-

tivos, sem a necessidade imediata do uso formal dos algoritmos escolares. Nesse sentido, as atividades foram organizadas de modo a explorar inicialmente essas estratégias, favorecendo a compreensão dos significados das operações e a plausibilidade dos resultados. A progressão das listas conduziu, de forma intencional, à introdução e ao refinamento do uso dos algoritmos convencionais, especialmente nos casos em que as estratégias intuitivas se mostravam insuficientes para garantir precisão, controle do erro e generalização do procedimento. Assim, os erros identificados no diagnóstico não foram tratados apenas como falhas, mas como elementos orientadores da sequência didática, justificando a seleção, a ordenação e o foco conceitual das atividades propostas. As listas podem ser encontradas no Apêndice K.

3.5 ANÁLISE DE DADOS

Antes da caracterização dos procedimentos analíticos, é importante explicitar o papel do professor-pesquisador: os registros qualitativos foram produzidos na condição de docente em sala, caracterizando observação participante. Para reduzir vieses, os registros foram produzidos imediatamente após cada aula, priorizando descrições factuais e triangulados com evidências objetivas (produções, avaliações diagnósticas e padrões recorrentes entre turmas).

No eixo quantitativo, as respostas das avaliações diagnósticas foram classificadas simultaneamente quanto ao tipo de estratégia mobilizada e quanto à correção do procedimento. Nos casos em que o erro decorreu de interpretação inadequada do enunciado, a resposta foi classificada como algoritmo usual incorreto. A categoria “erro de interpretação” foi utilizada exclusivamente para fins analíticos descritivos, com o objetivo de identificar a natureza da dificuldade apresentada, não constituindo uma categoria adicional no fechamento percentual das estratégias.

A análise se organizou em três eixos integrados:

- **Eixo Quantitativo:** Estatística descritiva aplicada às avaliações diagnósticas inicial e final, contemplando frequências, variações percentuais, padrões de resposta e comparação direta entre categorias pré e pós.
- **Eixo Qualitativo:** Análise de conteúdo das produções dos estudantes e das observações do diário de campo, com um *codebook* estruturado para tipos de erros (RADATZ, 1979), estratégias (algoritmo em colunas, decomposição, estimativa, abandono) e indicadores de compreensão (valor posicional, invariantes, distributividade).
- **Triangulação:** Integração interpretativa entre ganhos quantitativos, mudanças de estratégia, redução de respostas em branco, aumento da explicitação do raciocínio e padrões recorrentes de compreensão, articulados ao referencial teórico (AUSUBEL,

1968; POLYA, 1945; WING, 2006) e às discussões sobre ansiedade matemática (BOALER, 2016).

3.6 ASPECTOS ÉTICOS

A pesquisa seguiu integralmente os princípios éticos aplicáveis a estudos educacionais. A participação dos estudantes ocorreu de forma voluntária, sem qualquer tipo de exposição individual. Todos os nomes foram substituídos por pseudônimos ou códigos, e nenhum dado sensível foi coletado. A intervenção não ofereceu riscos aos participantes e buscou contribuir diretamente para seu aprendizado.

4 RESULTADOS

4.1 PRIMEIRA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

A primeira avaliação diagnóstica teve como objetivo identificar o nível de consolidação das quatro operações básicas da matemática entre os 42 estudantes participantes da pesquisa, todos matriculados no 9º ano do Ensino Fundamental. O instrumento foi composto por dez questões, sendo cinco de múltipla escolha e cinco abertas, que exigiam a resolução escrita e, em alguns casos, a explicitação do raciocínio adotado. Para o detalhamento completo dos dados, incluindo as tabelas de frequência de acertos por questão, consulte o Apêndice B.

4.1.1 Questões de múltipla escolha

Os resultados indicaram que a adição e a subtração se encontram relativamente consolidadas. Na adição (**Questão 1** [$345 + 278$]), 92,8% dos estudantes acertaram, enquanto na subtração (**Questão 2** [$824 - 379$]) o índice foi de 81,0%. Apesar dos números de correção elevados, identificaram-se erros ligados ao transporte na adição e ao “empréstimo” na subtração, o que evidencia que parte dos estudantes executa os algoritmos de forma mecânica, sem plena compreensão do sistema posicional ou é acometida por distrações durante o processo.

Na multiplicação (**Questão 3** [56×13]), o desempenho foi de 76,2% de acertos. As resoluções incorretas apontam para dificuldades de tabuada e para inconsistências na aplicação do algoritmo em colunas. Na divisão, observou-se um contraste: 76,2% de acerto na **Questão 4** ($420 \div 7$) e apenas 59,4% na **Questão 5** ($245 \div 5$). Esse último resultado, em especial, revela maior insegurança, mesmo em uma situação de múltipla escolha em que seria possível recorrer à estimativa para eliminar alternativas incorretas.

4.1.2 Questões abertas

A análise das questões abertas permitiu aprofundar a compreensão sobre as estratégias adotadas e os erros mais recorrentes.

Na **Questão 6** ($672 \div 8$), 35,7% dos estudantes conseguiram aplicar corretamente o algoritmo longo da divisão. Entre os demais, foi comum o recurso de decomposições parciais, como separar $640 \div 8$ e $32 \div 8$, ou a tentativas de aproximação, muitas vezes incompletas ou incorretas — gerando uma taxa de acerto de 40,5% na questão. Cerca de 21,4% deixaram a questão em branco, revelando um possível bloqueio diante da operação.

Na **Questão 7** (129×14), 45,2% resolveram corretamente pelo algoritmo tradicional. Estratégias de decomposição, como $4 \times 129 + 10 \times 129$, apareceram em parte das respostas, mas muitas vezes resultaram em erros de adição ou foram abandonadas no meio

da resolução. O erro mais recorrente esteve ligado à multiplicação de um dígito isolado (como 1×129), revelando fragilidade na memorização da tabuada e na soma dos produtos parciais.

Na **Questão 8** ($430 - 185$), o índice de acertos foi de 71,4%. No entanto, uma parcela dos estudantes não explicitou o raciocínio escrito, limitando-se a registrar a operação. Entre os erros, destacou-se o esquecimento de reduzir o algarismo da ordem superior ao aplicar o “empréstimo”, o que confirma lacunas na compreensão do valor posicional.

Nas **Questões 9** ($96 \div 8$) e **10** ($144 \div 12$), ambas contextualizadas em problemas de partilha, observou-se novamente a predominância de dificuldades com a divisão. O desempenho foi de 71,4% na Questão 9 e 57,1% na Questão 10. Além de erros de cálculo, muitos estudantes apresentaram falhas de interpretação dos enunciados, confundindo a quantidade de grupos com o número de elementos em cada grupo, o que comprometeu a solução. Novamente aparecem cerca de 14,3% de questões deixadas em branco, demonstrando inércia diante das questões que envolvam divisão.

4.1.3 Distribuição do desempenho dos estudantes

A análise do número total de acertos na primeira avaliação diagnóstica revela um quadro preocupante quanto ao domínio das operações básicas por parte dos estudantes. Embora alguns alunos tenham alcançado desempenho elevado, a distribuição geral expõe uma heterogeneidade marcante e um contingente expressivo de participantes com fragilidades significativas.

Os resultados mostram que 3 estudantes acertaram apenas 1 questão e 1 estudante acertou apenas 2, indicando que cerca de 10% da turma demonstrou um nível extremamente baixo de resolução de problemas envolvendo as quatro operações. Outros 2 alunos acertaram somente 3 questões, e 7 alunos acertaram apenas 4, o que amplia para 31% a parcela de estudantes abaixo de um patamar mínimo de referência para o 5º ano escolar, aqui operacionalizado como 5 acertos (50% do instrumento, composto por 10 questões). Esse recorte de 50% traduz o mínimo exigido para aprovação do aluno na escola participante do estudo, funcionando, portanto, como um critério simples e transparente para indicar domínio mínimo das habilidades avaliadas, alinhado à prática avaliativa dessa instituição. Esse ponto de corte não pretende estabelecer equivalência direta com níveis de proficiência de avaliações em larga escala, mas ajuda a sinalizar, de modo objetivo, quais estudantes não atingem o desempenho considerado suficiente no contexto escolar investigado. Essa concentração nas faixas inferiores sugere dificuldades estruturais, que, provavelmente, não se limitam a lacunas pontuais, mas a um entendimento frágil dos algoritmos e a princípios básicos.

Mesmo entre os estudantes com desempenho intermediário, o cenário não é muito animador. Apenas 2 alunos atingiram 5 acertos e 2 alcançaram 6, enquanto 3 estudantes

conseguiram acertar 7 questões. No total, quase metade da turma permaneceu abaixo do grupo de desempenho que poderia ser considerado satisfatório para essa pesquisa — estabelecido como um número de acertos igual ou superior a 8 questões.

É somente a partir de 8 acertos que se observa uma melhora na distribuição: 5 alunos chegaram a esse patamar, 8 atingiram 9 acertos, e outros 9 acertaram todas as 10 questões. Embora esse bloco superior represente um sinal positivo, ele corresponde a apenas 52% da turma, revelando que cerca de metade dos estudantes demonstrou pleno domínio ou alta proficiência nas operações avaliadas.

De modo geral, os dados evidenciam que uma parte significativa da turma apresenta dificuldades relevantes — seja na interpretação das questões, seja na execução dos procedimentos operatórios básicos. A forte dispersão do desempenho e o percentual expressivo de alunos nas faixas mais baixas sugerem que intervenções pedagógicas mais sistemáticas e aprofundadas são necessárias para garantir que todos avancem em direção a um nível mínimo de competência matemática.

4.1.4 Aspectos socioafetivos

Além do desempenho cognitivo, a avaliação também investigou aspectos afetivos e percepções dos estudantes em relação à matemática. Quando questionados sobre o nível de dificuldade da Questão 6 (divisão), 14,3% classificaram-na como muito difícil (nota 1), 2,4% atribuíram nota 2, 38,1% nota 3, 33,3% nota 4 e 11,9% nota 5. Quanto à necessidade de apoio, 40,5% dos estudantes declararam precisar de ajuda para realizar os cálculos na Questão 10 (divisão), e 59,5% afirmaram não necessitar. Por fim, 35,7% relataram sentir ansiedade, apreensão ou medo diante da resolução das questões, contra 64,3% que não manifestaram tais sentimentos. Esses dados reforçam que as barreiras à aprendizagem não são apenas conceituais, mas também emocionais, impactando a autoconfiança e o engajamento dos estudantes.

4.1.5 Tabela sintética por operação

Tabela 1 – Percentual médio de acertos por operação na primeira avaliação

Operação	Acerto médio (%)
Adição	92,8
Subtração	76,2
Multiplicação	63,1
Divisão	60,9

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

4.1.6 Síntese geral

O quadro agregado por operação mostra um padrão claro: 92,8% de acerto em adição, 76,2% em subtração, 63,1% em multiplicação e 60,9% em divisão. Considerando o conjunto das dez questões, o percentual médio geral de acertos foi de 67,6%, o que indica um domínio parcial das operações básicas por parte dos estudantes. A análise sugere que os algoritmos da adição e da subtração estão mais consolidados, enquanto a multiplicação e, sobretudo, a divisão ainda representam obstáculos significativos. Persistem erros conceituais ligados ao sistema posicional, lacunas na tabuada e dificuldades em explicitar raciocínios matemáticos de forma clara.

Cabe destacar ainda que apenas uma parcela reduzida dos estudantes conseguiu acertar a totalidade das questões: 9 estudantes (21,4%). Por outro lado, 13 estudantes (31%) acertaram quatro ou menos questões, o que revela a coexistência, em uma mesma turma, de níveis de domínio bastante distintos. Esse dado reforça a constatação de que, embora a maioria demonstre algum domínio das operações (52%), o pleno domínio dos algoritmos e conceitos subjacentes permanece restrito a uma minoria.

Por fim, vale uma observação metodológica: entre as cinco questões de divisão propostas, apenas a Questão 4 explorava diretamente erros na aplicação do algoritmo — em particular, a necessidade de inserir o zero no quociente, o que costuma gerar insegurança entre os estudantes. No entanto, essa dificuldade poderia ser contornada através da observação das alternativas propostas. Nas demais questões de divisão (Q5, Q6, Q9 e Q10), a análise concentrou-se no resultado, sem que fosse possível identificar com clareza as dificuldades procedimentais, pois eram aplicações diretas do algoritmo longo, sem as exceções que podem gerar dúvidas. Já nas duas questões de multiplicação (Q3 e Q7), os erros evidenciaram de forma mais nítida as lacunas no entendimento do sistema decimal, especialmente na organização em colunas e na soma dos produtos parciais. Esse contraste mostra como o tipo de questão influencia a visibilidade dos erros e deve ser considerado na interpretação dos resultados.

4.1.7 Análise das Produções dos Estudantes na Avaliação Diagnóstica 1

A Avaliação Diagnóstica 1 constituiu o ponto de partida para compreender o repertório prévio dos estudantes sobre as quatro operações básicas e suas estratégias de resolução. Mais do que medir acertos, o diagnóstico buscou revelar como os estudantes pensam, quais procedimentos mobilizam espontaneamente e de que modo justificam (ou não) suas escolhas. Assim, as produções analisadas foram tratadas como manifestações externas do pensamento matemático — essencial para inferir compreensões, dificuldades e concepções equivocadas que não seriam acessíveis apenas pela observação direta em sala de aula.

No conjunto das respostas, observou-se predominância do uso dos algoritmos esco-

lares tradicionais, especialmente nas operações de adição e subtração. Entretanto, esse uso nem sempre se concretizou como aplicação consciente ou conceitualmente fundamentada. Em grande parte dos casos, os estudantes recorreram aos procedimentos de forma mecânica, evidenciando fragilidade na compreensão do valor posicional e nas relações entre ordens. Esse padrão foi reforçado pelas altas taxas de erros decorrentes de “empréstimos” mal executados na subtração e de reagrupamentos ausentes ou equivocados na adição.

Na multiplicação, tornou-se visível um repertório ainda mais restrito: muitos estudantes limitaram-se ao algoritmo em colunas, enquanto estratégias por decomposição (produtos parciais, distributividade) apareceram de forma pontual e, quando presentes, frequentemente incompletas. O caráter engessado do procedimento indica que os estudantes não reconheciam a multiplicação como operação estruturada pelo sistema decimal, mas apenas como técnica procedural. Tal aspecto dialoga com descrições clássicas de erros sistemáticos (RADATZ, 1979) e revela ausência de mecanismos próprios de verificação, como estimativas ou checagem de plausibilidade.

$$\begin{array}{r}
 129 \\
 \times 14 \\
 \hline
 516 \\
 + 129 \\
 \hline
 645
 \end{array}$$

Figura 1 – Exemplo de erro comum na Avaliação Diagnóstica 1, no qual o algoritmo em colunas é aplicado de forma mecânica e sem controle de plausibilidade. A ausência de estimativas leva à aceitação de um resultado menor que $129 \times 10 = 1290$, indicando fragilidades no sentido numérico e na verificação do procedimento.

A divisão apresentou o quadro mais delicado. Além da maior taxa de respostas incorretas, registrou-se a ocorrência expressiva de itens em branco, indicando abandono da tarefa ou ausência de estratégias internalizadas para lidar com problemas envolvendo proporcionalidade ou sucessivas aproximações. Entre as produções entregues, o algoritmo longo da divisão apareceu muitas vezes truncado, interrompido ou executado com desvios que sugerem dificuldades estruturais: escolha inadequada do dígito do quociente, dificuldade em lidar com restos provisórios e desconhecimento da lógica iterativa da operação.

$$\begin{array}{r}
 6128 \\
 12 \overline{) 811} \\
 \underline{811} \\
 0
 \end{array}$$

Figura 2 – Registro de execução truncada do algoritmo da divisão na Avaliação Diagnóstica 1. O estudante registra um quociente maior que o próprio dividendo, o que viola uma propriedade fundamental da divisão em números naturais. A produção evidencia dificuldades na lógica iterativa do algoritmo, incluindo escolha inadequada do dígito do quociente e problemas no controle dos restos provisórios.

Outro aspecto relevante emergiu das justificativas escritas: a maioria dos estudantes deixou em branco os espaços para explicação, mesmo quando as questões explicitamente solicitavam comentários ou verificações. Essa ausência reforça dois elementos cruciais para a intervenção posterior: (i) a dificuldade dos estudantes em externalizar seu raciocínio e (ii) a tendência a considerar a matemática como um conjunto de respostas prontas, e não como um processo argumentativo. Tal padrão está alinhado ao que a literatura descreve como “opacidade cognitiva” (BORASI, 1994), em que o professor não tem acesso ao caminho percorrido pelo estudante — apenas ao resultado final.

A análise dos erros revelou ainda a presença consistente de categorias já identificadas por pesquisas anteriores: erros de fato, erros de procedimento e erros conceituais. No caso das operações básicas, esses erros incluíram desde simples distrações (esquecimento do “vai-um”, alinhamento incorreto, caligrafia confusa etc.) até concepções equivocadas mais profundas, como interpretar a subtração como operação sempre associada a números positivos (subtrair nas colunas sempre o maior do menor, independente da ordem em que aparecem) ou assumir que o resto da divisão deve “caber” necessariamente no divisor (a presença do zero no quociente).

Por fim, o diagnóstico evidenciou uma tendência preocupante: estudantes que erravam raramente tentavam verificar a plausibilidade dos resultados. Quase não houve registros de estimativas, cálculos aproximados ou alternativas de controle — elementos fundamentais para a autonomia matemática. Esse achado justificou diretamente o desenho da sequência didática, cujo foco passou a ser o desenvolvimento da consciência procedimental, o uso de estratégias alternativas e a externalização do pensamento por meio de fluxogramas e pseudocódigos.

Em síntese, a Avaliação Diagnóstica 1 mostrou que as lacunas não residiam apenas na memorização de algoritmos, mas em aspectos estruturais do sistema de numeração decimal e na ausência de estratégias de monitoramento e autocorreção. Ao revelar essa

arquitetura de dificuldades, o diagnóstico orientou de forma decisiva as escolhas da intervenção, garantindo que a sequência didática dialogasse com necessidades reais e não presumidas.

4.1.8 Considerações

Os resultados da primeira avaliação diagnóstica confirmam a necessidade de uma intervenção didática que vá além da prática repetitiva dos algoritmos. Os erros observados não se limitam a falhas procedimentais, mas refletem compreensões parciais ou ausentes do valor posicional e das propriedades fundamentais das operações. A recorrência de respostas em branco e a dificuldade de explicitação do raciocínio indicam também um componente afetivo: parte dos estudantes demonstra ansiedade ou falta de confiança diante da matemática.

Observou-se ainda que as respostas em branco se concentraram nas questões de divisão (em especial a Questão 6 e a Questão 10) e, em menor grau, na multiplicação (Questão 7). Esse padrão reforça a interpretação de que os estudantes tendem a evitar tarefas que exigem maior elaboração quando não se sentem seguros, preferindo deixar a questão sem resolução. Esse comportamento aponta tanto para lacunas conceituais quanto para barreiras emocionais, como insegurança e medo de errar.

4.2 PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES AO LONGO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A análise das produções realizadas durante a sequência didática permitiu observar, de forma processual, como os estudantes passaram de uma execução mecânica dos algoritmos para uma compreensão mais estruturada das operações. Esses registros — compostos por rascunhos, decomposições, fluxogramas, pseudocódigos e estratégias alternativas de cálculo — constituem material valioso, pois tornam visível o percurso cognitivo do estudante, permitindo acompanhar sua evolução ao longo das aulas.

Inspirada nos pilares do Pensamento Computacional, a sequência foi planejada para favorecer a *externalização do raciocínio*; por isso, as produções dos estudantes não apenas ilustram os resultados alcançados, mas funcionam como evidência direta dos processos de compreensão que se consolidaram ao longo do trabalho.

4.2.1 Externalização do raciocínio com rascunhos e esquemas estruturados

Nos primeiros encontros, muitos registros limitavam-se a repetições dos algoritmos formais, com pouco uso de decomposições ou verificações. Contudo, à medida que a intervenção avançava, observou-se um aumento consistente no uso de representações mais estruturadas, evidenciando maior consciência do processo lógico das operações.

P2: 48 passageiros pela manhã, 37 à tarde.

1º: Total: $48 + 37 = 40 + 18 + 30 + 7$
 $70 + 15 = 85$

2º: $48 + 37$
 $(48 + 2) + (37 - 2)$
 $50 + 35 = 85$

R: Eu preferia fazer do jeito 1, pois é mais fácil e mais difícil de errar, mas no jeito 2 se não quiser decorar por.

Figura 3 – Registro de atividade: “Um ônibus levou 48 passageiros pela manhã e 37 à tarde. Quantos levou no dia?” O estudante utiliza duas formas alternativas de cálculo em comparação ao algoritmo em colunas, justificando a escolha da estratégia adotada.

O registro acima revela que o estudante escolheu duas formas que achou mais conveniente e, em seguida, justificou qual lhe parecia mais “difícil de errar”.

4.2.2 Fluxogramas e pseudocódigos como ferramentas de organização

A introdução dos fluxogramas e pseudocódigos teve impacto significativo na clareza das produções. Os estudantes passaram a explicitar etapas, condições e verificações, organizando o pensamento de maneira mais sistemática e coerente com a lógica do algoritmo.

A produção a seguir ilustra como a representação gráfica favoreceu a identificação dos elementos essenciais da subtração sem “empréstimos” — alinhamento posicional, comparação termo a termo e cálculo direto das diferenças parciais. Mesmo na ausência do reagrupamento, o fluxograma permitiu destacar a lógica sequencial do procedimento e a importância de verificar, em cada casa, se a operação pode ser realizada tal como está. Em alguns casos, os estudantes anotaram diretamente sobre o fluxograma dúvidas e pequenas correções, evidenciando maior reflexão sobre o processo e maior consciência das condições necessárias para que o algoritmo funcione corretamente.

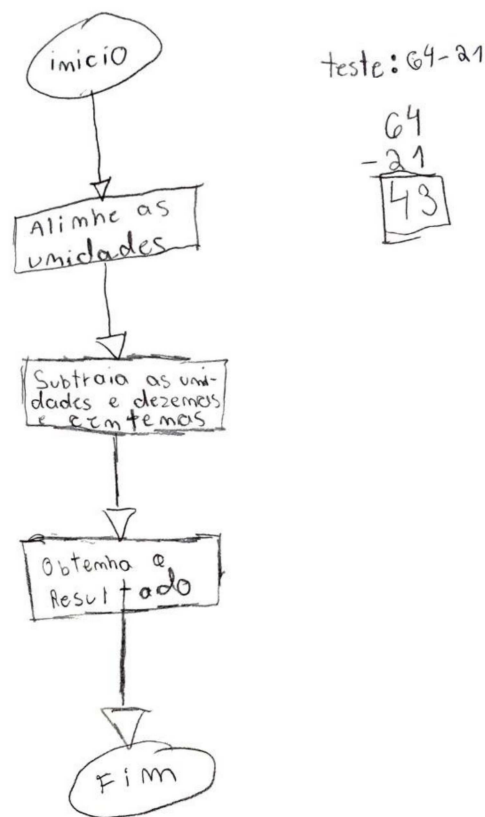


Figura 4 – Fluxograma elaborado por estudante para representar o algoritmo da subtração sem necessidade de “empréstimos”, evidenciando as etapas de alinhamento, cálculo direto das diferenças e obtenção do resultado.

4.2.3 Estratégias alternativas e flexibilização do cálculo

Outro aspecto relevante das produções diz respeito ao uso crescente de estratégias alternativas, como decomposição, cálculo por partes, estimativas e verificação por operação inversa. No diagnóstico inicial tais estratégias eram raras, mas ao final da sequência tornaram-se mais frequentes e variadas.

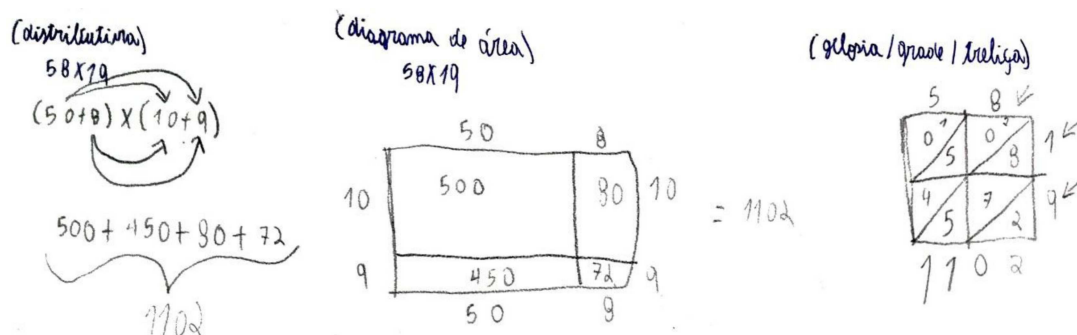


Figura 5 – Registro da multiplicação de 58 por 19 representado por três estratégias distintas: (i) aplicação da propriedade distributiva; (ii) diagrama de áreas; e (iii) método da gelosia, mostrando que diferentes representações levam ao mesmo resultado.

Essas produções mostram que os estudantes não apenas utilizaram estratégias

alternativas, mas passaram a combiná-las, indicando avanço para um raciocínio mais flexível e conceitual. Frequentemente, a estratégia alternativa funcionou como mecanismo de conferência, reforçando autonomia e reduzindo ansiedade diante do erro.

4.2.4 Justificativas e explicitação da lógica dos algoritmos

O indicador mais expressivo de avanço conceitual foi o aumento na qualidade das justificativas escritas. Os estudantes passaram a explicar não apenas o que estavam fazendo, mas *por que* faziam cada etapa:

- “Separei o número 648 em partes que são fáceis de dividir por 6.”
- “Como 600 é múltiplo de 6 ($600 \div 6 = 100$), comecei dividindo essa parte.”
- “Depois dividi o restante, $48 \div 6$, que também dá um número exato.”
- “Somando os resultados parciais ($100 + 8$), encontrei o quociente 108.”
- “Escrevi as contas separadas para conferir se cada parte tinha sido dividida corretamente.”
- “Usei a decomposição porque facilita enxergar como o número grande pode ser quebrado em partes menores.”

The image shows two handwritten division problems. On the left, a standard long division of 648 by 6 is shown. The divisor 6 is on the left, and the dividend 648 is on the right. The quotient is written as 108, with a zero in the tens place. The steps are: 6 goes into 6 one time, 6 goes into 40 ten times, and 6 goes into 8 one time. On the right, the same division is shown using decomposition. The dividend 648 is written as 600 + 48. The division is performed in two parts: 600 divided by 6 equals 100, and 48 divided by 6 equals 8. The final result is the sum of these two partial quotients, 100 + 8 = 108.

Figura 6 – À esquerda, resolução incorreta da divisão, na qual o zero no quociente foi omitido. À direita, resolução correta, com decomposição do dividendo e verificação explícita que evidencia a necessidade do zero no quociente.

Essas justificativas revelam que os estudantes passaram a compreender os invariantes das operações, especialmente na divisão, como a relação entre divisor, quociente e resto, e a importância de manter a equivalência ao decompor números.

4.2.5 Mudança de postura e autonomia crescente

O conjunto das produções evidencia uma transição gradual:

- da reprodução para a reflexão;

- do cálculo automático para o cálculo consciente;
- da dependência do algoritmo formal para o uso flexível de estratégias.

Observou-se também aumento da iniciativa em registrar dúvidas, justificar escolhas e comparar estratégias — sinais de autonomia cognitiva e maior segurança diante das operações.

No conjunto, as produções mostram que os estudantes se apropriaram das ferramentas introduzidas na sequência didática, indicando que o Pensamento Computacional contribuiu para reorganizar o raciocínio matemático e favorecer uma compreensão mais profunda das quatro operações.

4.3 SEGUNDA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

A segunda avaliação diagnóstica foi aplicada após a intervenção didática, com o objetivo de verificar em que medida os estudantes consolidaram os conceitos e procedimentos relativos às quatro operações básicas. Assim como na primeira etapa, participaram 42 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, respondendo a um conjunto de dez questões que combinaram itens de cálculo direto e problemas contextualizados, envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão. O detalhamento completo dos dados, incluindo as tabelas de frequência de acertos por questão, encontra-se no Apêndice D.

Em comparação com a primeira avaliação diagnóstica, esta segunda etapa apresenta um grau de complexidade significativamente maior, tanto em termos operatórios quanto conceituais. Os itens envolvem números de ordem superior, exigindo maior coordenação do valor posicional e o controle dos reagrupamentos; incluem também operações que demandam vários passos sucessivos — como adição com três parcelas, multiplicações com dois produtos parciais e divisões cujo quociente não é imediato — ampliando a carga cognitiva. Além disso, os problemas contextualizados possuem enunciados mais longos e exigem interpretação mais cuidadosa, assim como justificativas mais elaboradas sobre as estratégias utilizadas. Muitos distratores foram intencionalmente construídos a partir de erros típicos, o que torna as questões de múltipla escolha mais refinadas do ponto de vista diagnóstico. Dessa forma, a Avaliação 2 não apenas demanda maior precisão de cálculo, mas também uma compreensão conceitual mais profunda e a capacidade de monitorar o próprio raciocínio.

4.3.1 Desempenho por questão

De modo geral observou-se uma elevação dos índices de acerto em relação à primeira avaliação. Na **Questão 1** ($487 + 639$), todos os estudantes acertaram o resultado, alcançando 100,0% de acertos. Na **Questão 2** ($925 - 487$), o desempenho também foi

elevado, com 90,5% de respostas corretas, onde 2 estudantes obtiveram o resultado incorreto por terem efetuado uma adição (corretamente) ao invés de uma subtração e outros 2 esqueceram de reduzir uma ordem — comportamentos produto de distrações. Esses resultados sugerem que, ao final da intervenção, os algoritmos dessas duas operações se encontravam amplamente consolidados pela turma.

Nas questões de multiplicação os índices continuam mais baixos quando comparados à adição e à subtração, embora tenham apresentado melhora quando comparados ao diagnóstico inicial. Na **Questão 3** (67×24), 78,6% dos estudantes acertaram, enquanto na **Questão 7** (134×27) o percentual de acertos foi de 73,8%. As produções incorretas mantêm o padrão já identificado anteriormente: erros de tabuada, dificuldade em organizar os produtos parciais em colunas e falhas na soma final desses produtos. Ainda que a maioria consiga chegar ao resultado correto, a presença recorrente desses erros indica que parte dos estudantes continua apoiando-se fortemente em procedimentos mecânicos, com compreensão parcial do sistema decimal.

No campo da divisão, os dados continuam revelando maior vulnerabilidade, sobretudo quando a operação aparece associada a situações-problema. Nas questões de divisão direta, sem contexto, o desempenho foi satisfatório: 81,0% de acertos na **Questão 4** ($987 \div 23$) e 73,8% na **Questão 5** ($756 \div 12$). Nessas questões há uma predominância do algoritmo longo correto entre as respostas corretas, enquanto, entre as incorretas, aparecem com frequência algoritmos iniciados e não concluídos, erros na estimativa do quociente e algoritmos longos com falhas intermediárias.

As questões que articulam divisão e interpretação de enunciados foram as que apresentaram menor índice de sucesso. Na **Questão 9** ($3.075 \div 15$), 61,9% dos estudantes chegaram ao resultado correto, e na **Questão 10** ($360 \div 15$) o percentual de acertos foi de 69,0%. Em ambos os casos, além das dificuldades operatórias, verificaram-se registros de erro de interpretação: alguns estudantes confundem a quantidade de grupos com a quantidade de elementos em cada grupo, ou interpretam de forma incompleta as demandas do problema. Assim, a divisão permanece como a operação mais sensível à combinação entre cálculo e compreensão de texto.

Por fim, as questões abertas de adição e subtração mantiveram índices elevados. Na **Questão 6** (adição aberta), 95,2% dos estudantes produziram uma resposta correta, enquanto na **Questão 8** (subtração aberta) o índice foi de 90,5%. Mesmo quando os estudantes não explicitam detalhadamente o raciocínio, a comparação com a primeira avaliação indica uma redução dos erros de transporte e de “empréstimo”, sugerindo maior segurança na organização em colunas e no controle do valor posicional.

4.3.2 Tabela sintética por operação

A Tabela 2 resume o desempenho médio por operação na segunda avaliação diagnóstica. As médias foram calculadas a partir dos percentuais de acerto das questões associadas a cada operação. Também são apresentados os acertos médios da primeira avaliação.

Tabela 2 – Percentual médio de acertos por operação nas duas avaliações

Operação	1ª avaliação (%)	2ª avaliação (%)
Adição	92,8	97,6
Subtração	76,2	90,5
Multiplicação	63,1	76,2
Divisão	60,9	71,4

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Os dados evidenciam que, ao final da intervenção, adição e subtração alcançaram patamares muito elevados de acerto, ambos acima de 90%. Multiplicação e divisão, embora tenham apresentado melhora em relação ao primeiro diagnóstico, continuam com médias inferiores: 76,2% e 71,4%, respectivamente. Ainda que esses índices representem um avanço, eles confirmam que as operações que envolvem maior número de etapas e maior carga de organização continuam sendo as mais desafiadoras.

4.3.3 Distribuição do desempenho dos estudantes

A análise do número total de acertos por estudante nas dez questões permite observar a heterogeneidade interna da turma. Na segunda avaliação, a média foi de aproximadamente 8,1 questões corretas por estudante, o que corresponde a um percentual médio geral de 81,4% de acertos, enquanto na primeira avaliação esse resultado foi 67,6%.

A distribuição dos acertos mostra um deslocamento do grupo para faixas mais altas de desempenho. Apenas 4 estudantes (9,5%) acertaram 4 questões ou menos, enquanto 9 estudantes (21,4%) ficaram na faixa de 5 a 7 acertos. A maioria dos participantes concentrou-se nas faixas superiores: 3 estudantes (7,1%) acertaram 8 questões, 9 estudantes (21,4%) acertaram 9 questões e 17 estudantes (40,5%) acertaram todas as 10 questões — quase o dobro que na primeira avaliação. Assim, 29 estudantes (69,0%) obtiveram 8 ou mais acertos, o que indica um contingente significativo de estudantes com alto nível de domínio das operações trabalhadas.

Comparada ao primeiro diagnóstico, essa distribuição revela um aumento tanto da média geral quanto da proporção de estudantes nas faixas de desempenho elevado, ao mesmo tempo em que se reduz a porcentagem daqueles com acúmulo de erros ao longo da avaliação.

4.3.4 Aspectos socioafetivos

A segunda avaliação também incluiu questões sobre percepção de dificuldade, necessidade de ajuda, sentimentos de ansiedade e hábito de conferir as respostas. Em relação à percepção de dificuldade da Questão 9 (divisão), apenas 2,4% dos estudantes atribuíram nota 1 (muito difícil) e 11,9% atribuíram nota 2. A maioria concentrou-se nas categorias intermediárias: 45,2% escolheram a nota 3 e 19,0% a nota 4, enquanto 21,4% avaliaram a questão como muito fácil (nota 5). Esse padrão sugere que, embora a divisão contextualizada ainda seja percebida como desafiadora, a maior parte dos estudantes já não a encara como um obstáculo intransponível.

Quanto à necessidade de apoio, 23,8% dos estudantes declararam precisar de ajuda para realizar os cálculos, enquanto 76,2% afirmaram não necessitar de auxílio. Em relação à ansiedade, 16,7% relataram sentir ansiedade, apreensão ou medo durante a resolução da avaliação, ao passo que 83,3% indicaram não experimentar esses sentimentos. Por fim, 69,0% dos estudantes afirmaram ter conferido ao menos uma das respostas antes de entregar a avaliação, contra 31,0% que não o fizeram.

Em comparação com a primeira avaliação diagnóstica, observa-se uma redução tanto na proporção de estudantes que relatam ansiedade quanto naqueles que dizem precisar de ajuda, além de um aumento no hábito de conferir os cálculos. Esses indicadores sugerem não apenas ganho procedimental, mas também maior autoconfiança e sensação de controle sobre as tarefas matemáticas propostas.

4.3.5 Síntese geral

A segunda avaliação diagnóstica evidencia um avanço consistente no domínio das quatro operações básicas. O percentual médio geral de acertos passou a 81,4%, com destaque para os resultados em adição (97,6%) e subtração (90,5%), que se consolidam como operações já bem estabilizadas para a maior parte da turma. Multiplicação e divisão também apresentam melhora, atingindo médias de 76,2% e 71,4%, respectivamente, ainda que permaneçam como focos importantes de atenção pedagógica. Embora os índices de divisão sejam numericamente inferiores aos da adição, esse resultado deve ser interpretado à luz do cenário educacional da escola pública brasileira, onde a proficiência nessa operação costuma ser drasticamente inferior. Considerar que mais de dois terços da turma superaram a barreira histórica da divisão — inclusive em situações-problema contextualizadas — representa um salto qualitativo excepcional para o nível de ensino analisado, superando a expectativa de estagnação comum ao 9º ano.

A distribuição dos acertos por estudante mostra que o grupo se deslocou para faixas mais altas de desempenho, com 69,0% dos estudantes acertando 8 ou mais questões e 40,5% atingindo o desempenho máximo de 10 acertos. Paralelamente, a redução dos relatos de ansiedade e da necessidade de ajuda, aliada ao aumento do hábito de conferir

as respostas, indica que os ganhos não se limitaram à esfera técnica dos algoritmos, mas alcançaram também dimensões afetivas e metacognitivas.

Em conjunto, esses resultados sugerem que a intervenção didática — apoiada no uso de estratégias de decomposição, na explicitação dos algoritmos e em abordagens inspiradas no Pensamento Computacional — contribuiu para fortalecer tanto a precisão dos cálculos quanto a compreensão conceitual e a autonomia dos estudantes na resolução de problemas envolvendo as quatro operações.

4.3.6 Análise das Produções dos Estudantes na Avaliação Diagnóstica 2

As produções apresentadas pelos estudantes na Avaliação Diagnóstica 2 revelam avanços qualitativos importantes em relação à primeira avaliação. Além de maior precisão nos resultados, observa-se um aprimoramento significativo na clareza das explicações, na justificativa dos procedimentos e no uso consciente de estratégias de decomposição.

Um exemplo representativo desse progresso pode ser visto na Figura 7, em que o estudante não apenas efetua a operação corretamente, mas explicita o raciocínio ao decompor os termos em centenas, dezenas e unidades, somando-os em blocos logicamente organizados. Esse tipo de escrita demonstra que o estudante compreende as estruturas numéricas envolvidas e que consegue articular uma explicação coerente do processo, algo ausente na Avaliação Diagnóstica 1.

Decomponho os três números por partes, desta forma

$$360 + 200 + 300 + 40 + 70 + 50 + 8 + 6 + 9$$

e não somando os pontos

$$\underbrace{360 + 200 + 300}_{600} + \underbrace{40 + 70 + 50}_{360} + \underbrace{8 + 6 + 9}_{23}$$

$$\underbrace{600 + 360}_{760} + 23$$

até chegar o resultado

$$\underline{\underline{783}}$$

Figura 7 – Registro de uma explicação detalhada produzida por estudante na Avaliação Diagnóstica 2, evidenciando a decomposição dos números e a justificativa do procedimento adotado.

De maneira geral, os estudantes demonstraram maior capacidade de relacionar cada etapa do cálculo ao sistema de valor posicional, justificando reagrupamentos e reconhecendo o propósito de cada passo executado. Essa mudança sugere uma transição de uma postura predominantemente mecânica — típica da aplicação direta de algoritmos tradicionais — para uma postura conceitual, em que o estudante compreende o porquê do procedimento.

Também se nota um aumento no uso espontâneo de estratégias ensinadas ao longo da sequência didática, como visto na Figura 8, através de estimativas prévias, verificação

por operação inversa e decomposição estratégica dos números, além de formas alternativas aos algoritmos usuais de realização das operações. Tais práticas não apenas indicam compreensão, como também favorecem a redução da ansiedade, pois tornam o processo mais previsível e permitem ao estudante manter controle cognitivo sobre o que está fazendo.

The image shows handwritten mathematical work. On the left, there are two division problems: $3000 \overline{) 15} = 200$ and $75 \overline{) 15} = 5$. Arrows point from these to the equation $200 + 5 = 205$. On the right, there is a handwritten result Resultado: 205 and a grid-in response for the product 15×205 . The grid shows the digits 2, 0, 5 in the top row and 1, 5 in the rightmost column. The product 3075 is written below the grid.

Figura 8 – Registro de duas estratégias alternativas utilizadas na Avaliação Diagnóstica 2: à esquerda, a decomposição aditiva da divisão ($3000 \div 15 = 200$ e $75 \div 15 = 5$), e à direita, o uso do método das grades para confirmar o produto 15×205 .

Assim, a Avaliação Diagnóstica 2 não apenas demonstra melhor desempenho, mas revela uma mudança qualitativa no modo de pensar dos estudantes: passam a ver as quatro operações não como algoritmos a serem decorados, mas como sistemas de relações que podem ser analisados, explicados e conferidos. Essa mudança de postura está em pleno alinhamento com os objetivos da intervenção baseada em Pensamento Computacional, buscando desenvolver a compreensão estruturada, a autonomia e a capacidade de justificar decisões matemáticas.

4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA APLICAÇÃO WEB

As estatísticas de uso da aplicação web indicam engajamento significativo da turma ao longo da intervenção. No total, foram registradas 2061 tentativas de resolução, considerando todas as operações e todos os estudantes que utilizaram a plataforma, com taxa geral de acerto de 83,89%, o que evidencia um desempenho global consistente nas atividades realizadas.

No recorte por operação, a adição apresentou a maior taxa média de acerto (86,29%), seguida pela multiplicação (84,45%) e pela subtração (83,54%). A divisão, apesar de apresentar a menor taxa média (80,47%), manteve desempenho relativamente elevado, especialmente considerando sua maior complexidade procedimental. Esses resultados sugerem que a aplicação foi utilizada de forma equilibrada entre as quatro operações, sem concentração excessiva em apenas um tipo de cálculo.

No nível individual, os dados revelam heterogeneidade no volume de uso da ferramenta. Parte dos estudantes realizou o conjunto completo de exercícios propostos (55%), enquanto outros apresentaram participação parcial, com número reduzido de tentativas, havendo também registros de não utilização da aplicação. Essa variação indica que o uso da plataforma não foi uniforme entre os participantes, devendo esse dado ser considerado na interpretação dos resultados.

Quanto ao desempenho, foi estabelecida previamente a meta de 64 acertos, correspondente a um aproveitamento mínimo de 80%, percentual utilizado como parâmetro nas avaliações diagnósticas. A análise dos dados mostra que a maioria dos estudantes (77,41%) que utilizou a aplicação atingiu ou superou essa meta, sobretudo entre aqueles com maior número de tentativas registradas. Por outro lado, os casos em que a meta não foi alcançada concentram-se majoritariamente entre estudantes com participação parcial ou inexistente, o que reforça a relação entre prática sistemática e desempenho.

De modo geral, as estatísticas de uso corroboram o papel da aplicação como ferramenta de apoio pedagógico eficaz, funcionando simultaneamente como ambiente de treino estruturado e como instrumento de acompanhamento do desempenho. Os dados evidenciam que, para atingir a meta, o estudante teve que se engajar fortemente com a plataforma, aspecto coerente com os objetivos da intervenção e com os princípios do Pensamento Computacional que orientaram seu desenvolvimento.

4.5 ANÁLISE DAS RESPOSTAS AO QUESTIONÁRIO PÓS-SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As respostas ao questionário aplicado após a sequência didática revelam mudanças importantes tanto na percepção dos estudantes quanto em sua segurança na resolução das quatro operações. Embora a primeira avaliação diagnóstica tenha sido comparada a uma segunda versão mais complexa, demandando maior articulação entre procedimentos e justificativas, a maior parte dos estudantes demonstrou lidar bem com esse aumento de exigência. Apenas 2,4% consideraram a segunda avaliação muito mais fácil, e outros 2,4% a perceberam um pouco mais fácil; já 31% julgaram-na de dificuldade igual à anterior. Uma parcela expressiva, 52,4%, avaliou que ela foi apenas um pouco mais difícil, indicando que, mesmo reconhecendo o acréscimo de complexidade, conseguiram enfrentá-la com autonomia. Apenas um grupo menor, 11,9%, a classificou como muito mais difícil. Esses dados sugerem que os estudantes não apenas perceberam o aumento do nível de desafio, mas também desenvolveram maior capacidade de lidar com ele de forma eficaz.

As justificativas apresentadas para essa percepção revelam que as dificuldades deixaram de ser globais e passaram a ser localizadas: alguns mencionaram números maiores, outros destacaram armadilhas envolvendo zeros na divisão ou a necessidade de maior atenção no alinhamento da subtração. Essa mudança qualitativa indica um avanço metacognitivo: os estudantes passaram a identificar *onde* está a dificuldade, em vez de

simplesmente dizer que *não sabem* fazer.

Outro dado relevante refere-se à revisão das respostas antes de entregar a avaliação. Cerca de 69% dos estudantes afirmaram ter conferido parcial ou totalmente seus resultados, assim como as estratégias utilizadas — refazer contas, estimar mentalmente, aplicar a operação inversa, usar uma forma alternativa ou verificar o sentido numérico da resposta — mostrando, então, que a intervenção contribuiu para ampliar o repertório metacognitivo da turma. O simples fato de conferir resultados, prática pouco habitual em avaliações escolares, já indica apropriação de uma postura mais investigativa e menos mecânica.

Quanto à compreensão conceitual, cerca de 64% dos estudantes afirmam ter melhorado moderada ou significativamente sua compreensão das quatro operações. É ainda mais expressivo que aproximadamente 55% declarem agora entender totalmente não apenas *como* executar os algoritmos, mas *por que* eles funcionam e outros cerca de 40% relatam compreender parcialmente — um dos objetivos centrais da intervenção. As operações percebidas como mais aprendidas foram adição (55%) e subtração (43%), seguida da multiplicação (43%). A divisão, embora tenha recebido menor porcentagem (33%), aparece frequentemente nos relatos qualitativos como a operação cuja compreensão mais surpreendeu os estudantes, visto que um número considerável afirmava não saber realizar tal operação, em especial por envolver processos antes percebidos como arbitrários.

A adoção de novas estratégias também merece destaque. Mais da metade da turma (52%) afirma ter utilizado procedimentos diferentes dos que costumava empregar, como decomposição, compensação e checagem por operação inversa. Esses comportamentos são coerentes com o pensamento trabalhado na sequência didática. De fato, dois terços da turma afirmaram perceber alguma relação entre a lógica dos algoritmos escolares e a lógica computacional — conexão raramente discutida no ensino tradicional.

No campo emocional, os resultados são igualmente significativos. Cerca de 45% dos estudantes disseram ter se sentido mais tranquilos durante as aulas, enquanto apenas 12% relataram aumento de ansiedade. Isso é relevante, considerando que a ansiedade matemática é amplamente estudada como um fator que prejudica tanto o raciocínio quanto a memória de trabalho. Além disso, cerca de 86% afirmam ter perdido totalmente ou parcialmente o medo de errar, reforçando que a abordagem centrada na análise de erros produziu um ambiente mais seguro e acolhedor.

Em relação ao uso da aplicação web, 74% dos estudantes afirmam que ele contribuiu para sua aprendizagem, enquanto apenas 10% dizem que não ajudou. Além disso, quando perguntados se aprenderiam do mesmo modo usando apenas a aplicação, 50% responderam negativamente. Esse resultado sugere que os estudantes percebem a aplicação como um *apoio* relevante, mas não como um substituto para a mediação docente, as discussões coletivas e a construção acompanhada do raciocínio. Assim, os dados reforçam

uma compreensão importante para o uso pedagógico da ferramenta: seu potencial tende a ser maior quando integrada a estratégias de ensino intencionais, com orientação do professor e momentos de socialização e validação dos procedimentos.

A aplicação foi concebida como um suporte de treino estruturado, destinado a oferecer *feedback* imediato e visibilidade dos passos do algoritmo, compondo uma arquitetura pedagógica mais ampla. Os resultados reforçam que o ensino e a aprendizagem de algoritmos exigem discussão conceitual, escuta ativa e intervenção humana qualificada, enquanto a tecnologia atua como instrumento de consolidação e verificação — e não como substituta do trabalho docente. É relevante destacar que o uso da aplicação alternou momentos com e sem exibição do passo a passo dos algoritmos. Alguns estudantes relataram que só conseguiram compreender seus erros ao observar a sequência gerada pela ferramenta, sugerindo que, ainda que possa não ser suficiente por si só, o recurso digital é potencialmente valioso para determinados perfis, especialmente aqueles beneficiados pela visualização processual.

Quanto à dedicação às atividades, apenas parte dos estudantes se posicionou entre dedicação moderada e alta (69% somando as categorias “mais ou menos” e “bastante”), o que sugere que os ganhos obtidos não se devem a um envolvimento atípico ou excepcional, mas a mudanças efetivas nos modos de pensar e resolver problemas.

As respostas abertas revelam, ainda, que muitos estudantes descobriram que existem múltiplas formas de realizar cálculos, questionando inclusive por que tais estratégias não lhes foram ensinadas anteriormente. Outros mencionam a rapidez adquirida a partir da compreensão e a utilidade dos fluxogramas. As sugestões para melhoria das aulas convergem para a necessidade de mais tempo para discutir erros e treinar procedimentos — uma demanda coerente com a abordagem adotada.

Em síntese, os dados indicam que a intervenção produziu avanços cognitivos, metacognitivos e afetivos: os estudantes compreenderam melhor as operações, utilizaram novas estratégias, reduziram a ansiedade, reconheceram a lógica interna dos algoritmos e desenvolveram maior autonomia. Tais resultados reforçam a tese de que a aprendizagem significativa das quatro operações depende menos da repetição mecânica e mais da compreensão conceitual e do desenvolvimento de estratégias de verificação e justificativa. As tabelas completas podem ser consultadas no Apêndice F.

5 DISCUSSÃO

Este capítulo discute os resultados obtidos a partir da intervenção didática fundamentada em Pensamento Computacional, da análise de erros e da explicitação lógica dos algoritmos. A discussão articula os achados quantitativos e qualitativos às referências teóricas mobilizadas, buscando elucidar os impactos da intervenção no desenvolvimento conceitual, procedimental, metacognitivo e emocional dos estudantes, ao mesmo tempo em que reconhece os limites estruturais do processo de ensino-aprendizagem que influenciaram o alcance dos resultados.

A Tabela 3 permite observar com maior precisão a progressão das estratégias de resolução ao distinguir não apenas o tipo de procedimento mobilizado, mas também sua correção. Na primeira avaliação, parcela significativa das respostas corretas ocorre sem método identificado, o que indica acertos pontuais sem explicitação do raciocínio. Na segunda avaliação, essas respostas desaparecem, sendo substituídas por execuções corretas do algoritmo usual e por estratégias alternativas estruturadas. Esse deslocamento revela que a intervenção não promoveu apenas maior taxa de acerto, mas uma mudança qualitativa na forma de resolver os problemas, com maior externalização, organização e verificabilidade dos procedimentos. Tal progressão é coerente com os objetivos do Pensamento Computacional, ao favorecer a construção consciente de algoritmos e reduzir a dependência de respostas intuitivas ou não justificadas.

Tabela 3 – Síntese comparativa das estratégias nas Avaliações Diagnósticas 1 e 2

Operação	Avaliação Diagnóstica 1 (%)				Avaliação Diagnóstica 2 (%)			
	Alg. usual (C) ¹	Outras (C) ¹	Sem método (C) ¹	Incorretas ²	Alg. usual (C) ¹	Outras (C) ¹	Sem método (C) ¹	Incorretas ²
Adição	47,6	—	45,2	7,2	86,9	10,7	—	2,4
Subtração	60,7	1,2	14,3	23,8	85,7	4,8	—	9,5
Multiplicação	47,6	2,4	13,1	36,9	67,8	8,3	—	23,8
Divisão	40,5	10,0	10,4	39,1	66,1	5,4	—	28,5

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

A análise da progressão individual dos estudantes entre as duas avaliações diagnósticas revela um cenário globalmente positivo, conforme sintetizado na Tabela 4. A maioria dos estudantes (57,2%) apresentou aumento no número de acertos, enquanto 21,4% mantiveram o mesmo desempenho, indicando estabilidade após a intervenção. Apenas 21,4% dos estudantes registraram redução no número de acertos, e essas quedas foram de baixa magnitude, com redução máxima de dois acertos, ao passo que o maior ganho individual observado foi de sete acertos.

Ainda assim, é importante interpretar esses deltas com cautela: como as duas avaliações não foram calibradas para garantir o mesmo nível de dificuldade item a item,

¹ (C) indica respostas corretas.

² Incorretas incluem algoritmos usuais incorretos, estratégias alternativas incorretas, sem método identificado incorreto e respostas em branco.

variações absolutas no número de acertos, por si só, não permitem atribuir causalidade nem quantificar com precisão o efeito da intervenção. Mesmo que os instrumentos fossem estritamente equivalentes, seria necessário considerar uma margem de tolerância para flutuações espontâneas de desempenho e, idealmente, contar com um grupo de controle para isolar o efeito de fatores externos. Nessa perspectiva, os resultados apresentados devem ser compreendidos como *indícios* de progressão, e não como uma medida definitiva de impacto.

Tabela 4 – Progressão individual dos estudantes entre a Avaliação Diagnóstica 1 e a Avaliação Diagnóstica 2

Variação no número de acertos	Número de estudantes	Percentual (%)
Aumento de acertos ($\Delta > 0$)	24	57,2
Manutenção ($\Delta = 0$)	9	21,4
Redução de acertos ($\Delta < 0$)	9	21,4
Total	42	100,0

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Quando se analisam separadamente os estudantes que apresentaram melhora e aqueles que registraram redução no desempenho, observa-se uma assimetria clara na magnitude das variações: enquanto os ganhos individuais apresentaram média de aproximadamente três acertos, as reduções foram, em média, limitadas a pouco mais de um acerto, não ultrapassando dois acertos em nenhum caso. Esse contraste, embora deva ser lido com as ressalvas metodológicas anteriores, é consistente com a interpretação de que os avanços observados foram mais intensos e expressivos do que as perdas pontuais registradas.

Em conjunto, esses resultados sugerem que as diferenças negativas pontuais não configuram retrocesso significativo, mas podem estar associadas à maior complexidade das estratégias mobilizadas na avaliação final, à substituição de respostas intuitivas por procedimentos mais estruturados ou a flutuações individuais de desempenho. Assim, os dados apontam não apenas para avanços quantitativos, mas para um processo de reorganização do raciocínio matemático, coerente com a proposta pedagógica adotada.

Para além da variação no número de acertos, a análise das produções escritas permite compreender como essa progressão se expressou qualitativamente nos modos de pensar e justificar as operações. A comparação entre as duas avaliações diagnósticas indica uma mudança qualitativa substantiva na forma como os estudantes compreendem e justificam as quatro operações básicas. Enquanto as produções iniciais eram marcadas pela aplicação mecânica dos algoritmos escolares, na avaliação final, observa-se maior atenção ao valor posicional, à decomposição de números e à necessidade de registrar e controlar etapas críticas, como o transporte e os zeros no quociente. Esse avanço sugere que a intervenção, apoiada pelo uso de fluxogramas e pseudocódigos, conseguiu deslocar

o foco da execução para a compreensão, aproximando os estudantes da estrutura lógica dos algoritmos e fortalecendo a capacidade de relacionar ações a resultados. Assim, o desempenho superior na segunda avaliação não se restringe a acertos, mas reflete uma reorganização do raciocínio matemático com maior protagonismo conceitual.

Essa reorganização cognitiva foi sustentada por uma abordagem metodológica específica centrada na normalização do erro. Os dados evidenciam que a adoção de protocolos explícitos de análise, estimativas prévias e validação sucessiva contribuiu para reduzir a ansiedade matemática e ampliar o sentimento de controle cognitivo sobre as tarefas. Ao tratar o erro como informação sobre o pensamento e não como indicador de incapacidade, criou-se um ambiente emocionalmente seguro, permitindo aos estudantes refazer procedimentos e justificar suas decisões, o que foi confirmado pelo aumento das revisões espontâneas e pela queda nos relatos de ansiedade.

A implementação de tais práticas, entretanto, revelou a complexidade inerente ao processo. A intervenção explicitou que o ensino visando a compreensão profunda demanda um esforço docente significativo na elaboração de materiais e na condução de discussões coletivas. Ou seja, trata-se de um trabalho mais complexo do que o ensino tradicional, frequentemente limitado ao treino repetitivo do algoritmo usual. Os resultados positivos obtidos mostram que esse esforço vale a pena — mas também revelam que não há atalhos metodológicos: para ensinar com profundidade, é preciso tempo, organização e intencionalidade.

Por outro lado, os resultados também evidenciaram que, embora o esforço docente e a intencionalidade metodológica sejam condições necessárias, o sucesso da intervenção esteve igualmente condicionado à responsabilidade discente. A literatura reforça que o estudante é corresponsável por sua própria aprendizagem; como afirmam Onuchic e Allevato (2014, p. 40), cabe ao aluno assumir parte substancial do trabalho cognitivo envolvido na construção do conhecimento. O alerta de Lima (2014, p. 2) permanece válido: “matemática não se aprende passivamente” e, ainda mais enfática, a síntese feita por Muniz Neto (2013, p. IX) — “não se poder fazer Matemática sem sujar as mãos” — expressando fielmente a visão de Pólya sobre a necessidade da prática ativa no aprendizado matemático. Durante a intervenção, desafios como um absenteísmo de aproximadamente 19%, resistência inicial baseada na percepção equivocada de domínio do conteúdo, dificuldades de organização e baixa entrega de tarefas demonstraram que a construção da autonomia depende de uma cultura de estudo, ultrapassando o âmbito de uma sequência didática isolada.

No que tange às ferramentas intelectuais mobilizadas para enfrentar esses desafios, a integração do Pensamento Computacional promoveu avanços notáveis na organização do raciocínio. Mais da metade dos estudantes relatou ter incorporado estratégias novas, como a decomposição de números, a compensação, a verificação por operação inversa e o uso

de estimativas de ordem de grandeza. Tais estratégias ampliaram o repertório cognitivo da turma sem substituir os algoritmos tradicionais, mas fortalecendo o entendimento dos seus invariantes. Nesse contexto, a apresentação dos algoritmos em Python cumpriu o papel conceitual de evidenciar que os procedimentos escolares são, em essência, processos computacionais estruturados, ajudando os estudantes a perceberem as operações como sequências de decisões lógicas e não meros rituais.

A articulação entre essas estratégias e a desmistificação dos processos gerou reflexos diretos na esfera socioafetiva, com aumento da confiança e da disposição para enfrentar desafios. Nesse contexto, os recursos tecnológicos aparecem como parte do mesmo arranjo pedagógico: os estudantes avaliaram a aplicação utilizado como útil, sobretudo para apoiar a prática e a consolidação de procedimentos, mas insuficiente quando empregado de forma isolada. Essa percepção reforça o argumento de que ferramentas digitais tendem a produzir aprendizagem mais robusta quando integradas à mediação docente e a momentos de discussão coletiva e validação do raciocínio.

Com vistas a aprofundar essa complementaridade, uma possibilidade para análises futuras é comparar o desempenho dos estudantes em situações equivalentes *com* e *sem* o uso da aplicação (ou ainda em diferentes modalidades de uso), de modo a identificar em que condições o recurso favorece a aprendizagem e quais aspectos dependem mais diretamente da intervenção docente. Assim, o fato de parte dos alunos não esperar aprender apenas com a aplicação não aponta uma limitação da ferramenta, mas delimita seu papel no processo: o de potencializar práticas mediadas, e não de operar de forma independente.

Em síntese, a intervenção produziu avanços consistentes, como a melhora na compreensão conceitual, a redução de erros sistemáticos associados ao valor posicional e o aumento da autonomia e segurança na resolução de cálculos. Apesar desses ganhos, o estudo apresenta limitações, como o fato de ter sido realizado em um único contexto escolar, o impacto da frequência irregular de alguns estudantes e o intervalo temporal curto entre as avaliações, que impede medir a retenção a longo prazo. Para a prática docente e pesquisas futuras, os resultados sugerem a importância de tratar algoritmos como estruturas lógicas, integrar tecnologias como recursos de visualização processual e promover ambientes que valorizem a justificativa, indicando ser possível produzir avanços significativos no 9º ano quando o ensino é intencional e voltado para a compreensão.

6 CONCLUSÃO

A presente dissertação investigou a eficácia de uma sequência didática baseada no Pensamento Computacional, na análise de erros e na explicitação da lógica dos algoritmos das quatro operações fundamentais. Partindo de um diagnóstico inicial que evidenciou fragilidades conceituais significativas entre estudantes do 9º ano — incluindo insegurança, lacunas no entendimento do sistema posicional, memorização mecânica dos algoritmos e forte ansiedade matemática —, buscou-se promover uma intervenção que reorganizasse o modo como os estudantes pensam, executam e verificam procedimentos aritméticos.

Os resultados revelaram avanços consistentes tanto no desempenho quanto na qualidade das explicações fornecidas nas avaliações diagnósticas. A análise comparativa entre as avaliações diagnósticas inicial e final evidenciou não apenas ganhos pontuais, mas uma progressão consistente do conjunto da turma, com predomínio de avanços individuais, estabilidade para um menor grupo de estudantes e apenas reduções pontuais e de baixa magnitude em casos isolados. As resoluções passaram a apresentar justificativas mais completas, decomposições adequadas, reconhecimento explícito do valor posicional e uso sistemático de estratégias de verificação, especialmente por meio das operações inversas. Esses indicadores apontam para a transição de um raciocínio operacional para um raciocínio estrutural, em que o estudante compreende não apenas *o que* fazer, mas *por que* fazer.

Do ponto de vista metacognitivo, observou-se amadurecimento no uso estratégico de estimativas e conferências. A intervenção enfrentou, de forma intencional, o problema da ansiedade matemática, por meio da normalização do erro, de rotinas de segurança e de discussões abertas sobre equívocos. O questionário final mostrou que mais de 90% dos estudantes relataram aumento total ou parcial de confiança, bem como sensação de ter aprendido algo novo ou consolidado conhecimentos antes frágeis — reforçando a ideia de que explicitar processos reduz sobrecarga cognitiva e favorece o uso eficaz dos próprios recursos de pensamento.

A percepção dos estudantes sobre a aplicação web também se mostrou significativa. Embora apenas cerca de 10% considere que ela não contribuiu para a aprendizagem, metade da turma afirma que somente com ela teria o mesmo nível ou parte da mesma aprendizagem, e a outra metade diz que necessita das explicações e discussões feitas em aula para isso. Tal dado evidencia a centralidade da mediação docente, do diálogo, da resolução coletiva de erros e da construção compartilhada de estratégias — aspectos que se articulam com perspectivas socioconstrutivistas de aprendizagem defendidas por autores como Piaget e Kamii.

Ao mesmo tempo, o estudo revelou desafios ligados à responsabilidade discente: absenteísmo médio de 19% durante a sequência, resistência inicial a revisitar conteúdos

que julgavam dominar e dificuldades de organização comuns ao ambiente escolar, como interrupções, falta de entrega de tarefas e dependência de estímulos extrínsecos para o engajamento. Esses fatores mostram que a melhoria da aprendizagem não depende apenas da ação docente: exige participação ativa dos estudantes e maior responsabilização pelo próprio percurso formativo. Ainda assim, observou-se que, quando a abordagem fazia sentido para eles e quando compreendiam a lógica dos procedimentos, o engajamento aumentava de maneira espontânea.

Como desdobramento natural deste trabalho, aponta-se a possibilidade de aplicação da proposta didático-metodológica em outras redes de ensino, com perfis socioeducacionais distintos, utilizando a aplicação web desenvolvida como recurso de apoio. Tal ampliação permitiria a identificação de convergências e divergências no desempenho dos estudantes e a coleta de *feedbacks* que subsidiem ajustes pedagógicos e técnicos. Essas análises comparativas podem fortalecer a compreensão sobre o alcance e as limitações dessa proposta.

No conjunto, os resultados sugerem que o ensino das quatro operações pode ser profundamente enriquecido quando se desloca o foco da aplicação mecânica para a compreensão das estruturas lógicas subjacentes. Estratégias como decomposição, compensação, fluxogramas, pseudocódigo e análise de erros aproximam o estudante da lógica dos algoritmos e estabelecem pontes naturais com o Pensamento Computacional. Ao reconhecer que algoritmos escolares são, eles próprios, programas que podem ser descritos, testados e depurados, o estudante desenvolve uma visão mais integrada da matemática como linguagem, ferramenta e forma de pensamento.

Esses achados dialogam com o debate contemporâneo sobre metodologias que recuperem o sentido da aritmética para além da memorização, promovendo autonomia, raciocínio estruturado e autorregulação. Também apontam para a necessidade de repensar a ordem tradicional de ensino dos algoritmos, privilegiando primeiro as “formas humanas” de calcular — espontâneas, intuitivas e próximas do cálculo mental — antes das “formas computacionais” institucionalizadas.

Em síntese, esta dissertação mostra que compreender os algoritmos e suas lógicas transforma a relação dos estudantes com a matemática: reduz o medo, amplia a autonomia, fortalece o raciocínio e cria as condições para aprendizagens futuras mais complexas. À semelhança de *Fernão Capelo Gaivota* (BACH, 2005), que desafiou os limites do voo para compreender a essência de sua jornada, o estudante também é convidado a ultrapassar as fronteiras do simples executar. Em cada tentativa, erro e descoberta, revela-se o movimento contínuo de quem busca não apenas dominar técnicas, mas compreender profundamente o próprio raciocínio. Esse processo, contudo, exige iniciativa: é preciso que o estudante decida alçar voo, assumir a autoria de seu percurso e engajar-se ativamente na construção de sentido. Assim como o voo de Fernão simboliza a liberdade conquistada

pelo conhecimento, aprender torna-se, aqui, um ato de emancipação intelectual. Quando o estudante compreende que o saber nasce da curiosidade, da persistência e da reflexão — e que nenhuma transformação ocorre sem seu próprio movimento — a educação cumpre seu papel mais elevado: transformar o aprender em um voo de autodescoberta.

REFERÊNCIAS

- ACKER, Felipe. *CVGA 4K o plano 4 Produto Escalar, Números Complexos*. [S. l.]: YouTube, 26 out. 2017. 1 vídeo (1h 44min 51s). Publicado pelo canal Felipe Acker. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=phsMnvox5WQ>. Acesso em: 11 ago. 2025.
- ASHCRAFT, Mark H.; FAUST, Michael W. Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: an exploratory investigation. *Cognition & Emotion*, v. 8, n. 2, p. 97–125, 1994. DOI: 10.1080/02699939408408931.
- ASHCRAFT, Mark H.; KRAUSE, J. A. Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, v. 14, n. 2, p. 243–248, 2007.
- AUSUBEL, David Paul. *Educational Psychology: A Cognitive View*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968.
- BACH, Richard. *Fernão Capelo Gaivota*. Tradução de Paulo Mendes Campos. Rio de Janeiro: Record, 2005.
- BANCO MUNDIAL; UNESCO; UNICEF. *The State of Global Learning Poverty: 2022 Update*. Washington, D.C.: World Bank, 2022. Disponível em: <https://www.worldbank.org/en/topic/education/publication/state-of-global-learning-poverty>. Acesso em: 9 ago. 2025.
- BOALER, Jo. *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential Through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. San Francisco: Jossey-Bass, 2016.
- BORASI, Raffaella. Capitalizing on errors as “springboards for inquiry”: A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 25, n. 2, p. 166–208, 1994.
- BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta C. *A History of Mathematics*. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1991.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.
- BREWER, Judson. *Unwinding Anxiety: New Science Shows How to Break the Cycles of Worry and Fear to Heal Your Mind*. New York: Avery, 2021.
- CRESWELL, John W. *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. 4. ed. Thousand Oaks: SAGE Publications, 2014.
- DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Ápis – Matemática*. 4. ed. São Paulo: Ática Didáticos, 2020-2021. Coleção em 5 volumes (1º ao 5º ano).
- FAGUNDES, Tatiana Bezerra. *Os conceitos de professor pesquisador e professor reflexivo: perspectivas do trabalho docente*. Revista Brasileira de Educação, v. 21, n. 65, p. 281–298, abr.-jun. 2016. DOI: 10.1590/S1413-24782016216516.
- FUSON, Karen C. Conceptual structures for multiunit numbers: implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction, and place value. *Cognition and Instruction*, v. 7, n. 4, p. 343–403, 1990. DOI: 10.1207/s1532690xci0704_4. Disponível

em: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s1532690xc0704_4. Acesso em: 18 jan. 2026.

IEA. *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. 2020. Disponível em: <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/>. Acesso em: 24 jul. 2025.

IEA. *TIMSS 2023 International Results in Mathematics and Science*. 2024. Disponível em: <https://timssandpirls.bc.edu/timss2023/>. Acesso em: 24 jul. 2025.

IFRAH, Georges. *A História Universal dos Algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000. 2 v.

IMMORDINO-YANG, Mary Helen; DAMASIO, Antonio. We feel, therefore we learn: The relevance of affective and social neuroscience to education. *Mind, Brain, and Education*, v. 1, n. 1, p. 3–10, 2007.

INEP. *Resultados 2023: Ideb e Saeb*. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2024. Disponível em: https://download.inep.gov.br/ideb/apresentacao_ideb_2023.pdf. Acesso em: 11 ago. 2025.

KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. *Young Children Reinvent Arithmetic: Implications of Piaget's Theory*. New York: Teachers College Press, 1985.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda Leslie. *Young Children Continue to Reinvent Arithmetic—2nd Grade: Implications of Piaget's Theory*. 2nd ed. New York: Teachers College Press, 2004.

KAMII, Constance; DOMINICK, Ann. The harmful effects of algorithms in grades 1–4. In: MORROW, Lorna J.; KENNEY, Margaret J. (Eds.). *The Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics: 1998 Yearbook*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1998. p. 130–140.

LIMA, Elon Lages. *Curso de Análise: Volume 1*. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2014.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. *Tópicos de Matemática Elementar: Introdução à Análise*. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

NCTM. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM, 2000.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; BARROS, Rossana; SYLVA, Kathy. The relative importance of two different mathematical abilities to mathematical achievement. *British Journal of Educational Psychology*, v. 82, n. 1, p. 136–156, 2012. DOI: 10.1111/j.2044-8279.2011.02033.x.

OCDE. *PISA 2015 Results: Excellence and Equity in Education*. Paris: OECD Publishing, 2016a. v. I. Disponível em: <https://doi.org/10.1787/9789264266490-en>. Acesso em: 6 set. 2025.

OCDE. *Is memorisation a good strategy for learning mathematics?* OECD Education Today, 18 mar. 2016b. Disponível em: <https://oecdeditoday.com/is-memorisation-a-good-strategy-for-learning-mathematics/>. Acesso em: 9 ago. 2025.

OLIVEIRA, Carlos N. C.; FUGITA, Felipe. *Geração Alpha – Matemática – 6º ano*. 3. ed. São Paulo: SM – Grupo Editorial, 2019. 376 p.

OLIVEIRA, Ruam. Para superar dificuldades em matemática, é preciso mudar formação de professores. *Porvir*, 14 ago. 2023. Disponível em: <https://porvir.org/matematica-mudar-formacao-superar-dificuldades/>. Acesso em: 11 jul. 2025.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fernanda Cristina Hernandes; JUSTULIN, Ana Maria (Orgs.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ORDINE, Nuccio. *A utilidade do inútil: um manifesto*. Tradução de Luiz Carlos Bombassaro. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2016.

PAPERT, Seymour. *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. New York: Basic Books, 1980.

PIAGET, Jean. *Play, Dreams and Imitation in Childhood*. Translated by C. Gattegno and F. M. Hodgson. New York: W. W. Norton, 1962.

PIAGET, Jean. *Psychology and Epistemology: Towards a Theory of Knowledge*. New York: Viking Press, 1972.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Currículos de Matemática: da organização linear à ideia de rede*. São Paulo: FTD, 2000.

POLYA, George. *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton: Princeton University Press, 1945.

RADATZ, Hendrik. Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 10, n. 3, p. 163–172, 1979.

RECH, Nicole Cristine; BEUTER, Viviane Maria. *Pensamento Computacional com Matemática: introduzindo conceitos básicos da programação com atividades desplugadas*. Joinville: Universidade do Estado de Santa Catarina, 2024. Produto educacional. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/917278>. Acesso em: 9 ago. 2025.

SANTOS, Joselia Maria Pereira dos. Dificuldades na aprendizagem das quatro operações matemáticas dos alunos do 6º ano de uma escola pública estadual da zona leste da cidade de Manaus-AM e o uso de jogos como recurso pedagógico. *Revista FT*, v. 29, n. 147, jun. 2025. DOI: 10.69849/revistaft/cl10202506171145. Disponível em: <https://revistaft.com.br/dificuldades-na-aprendizagem-das-quatro-operacoes-matematicas-dos-alunos-do-6o-ano-de-uma-escola-publica-estadual-da-zona-leste-da-cidade-de-manaus-am-e-o-uso-de-jogos-como-recurso-pedagogico/>. Acesso em: 24 jul. 2025.

SWELLER, John. Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, v. 12, n. 2, p. 257–285, 1988.

TIME MAGAZINE. Education: Least Popular Subject. *TIME*, 18 jun. 1956. Disponível em: <https://time.com/archive/6799710/education-least-popular-subject/>. Acesso em: 27 jul. 2025.

TOBIAS, Sheila. *Overcoming Math Anxiety*. New York: W. W. Norton & Company, 1978.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. *Anuário Brasileiro da Educação Básica 2024*. São Paulo: Moderna, 2024. Disponível em: <https://anuario.todospelaeducacao.org.br/>. Acesso em: 16 ago. 2025.

UNESCO. *Pandemic-related disruptions to schooling and impacts on learning proficiency indicators: A focus on the early grades*. Montreal: UNESCO Institute for Statistics, 2021. Disponível em: https://uis.unesco.org/sites/default/files/documents/covid-19_interruptions_to_learning_-_final_0.pdf. Acesso em: 9 ago. 2025.

VALENTE, José Armando. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. *Revista e-Curriculum*, v. 14, n. 3, p. 864–897, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/29051>. Acesso em: 9 ago. 2025.

VAN DE WALLE, John A.; KARP, Karen S.; BAY-WILLIAMS, Jennifer M. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. 10th ed. New York: Pearson, 2019.

VIANA, Fernando; DANTE, Luiz Roberto. *Teláris – Matemática – 6º ano*. 3. ed. São Paulo: Ática Didáticos, 2019.

WILLINGHAM, Daniel T. *Why Don't Students Like School? A Cognitive Scientist Answers Questions About How the Mind Works and What It Means for the Classroom*. San Francisco: Jossey-Bass, 2009.

WING, Jeannette M. Computational Thinking. *Communications of the ACM*, v. 49, n. 3, p. 33–35, 2006.

WITTGENSTEIN, Ludwig. *Investigações Filosóficas*. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999. (Coleção Os Pensadores). Publicado originalmente em 1953.

XUNZI. *Xunzi: A Translation and Study of the Complete Works*, Volume 2: Books 7 to 16. Translated by John Knoblock. Stanford, CA: Stanford University Press, 1990. p. 289. Original work from the 3rd century BCE.

APÊNDICE A – Avaliações Diagnósticas

**PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA:
O (RE)ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL 2**



Pesquisador: Sebastião Luiz da Silva Guerra
Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista



AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA - MATEMÁTICA (INICIAL)

Data: ____ de agosto de 2025

Código do Aluno:

Objetivo: Identificar as principais dificuldades dos alunos nas operações básicas, especialmente na divisão, e compreender o raciocínio utilizado na resolução de problemas.

Orientações

Olá!

Esta é uma **avaliação diagnóstica**, não uma prova para dar nota. Pense nela como um “mapa” para o nosso aprendizado.

Nosso objetivo é simples: **entender o que você já sabe e identificar onde podemos ajudar a crescer ainda mais em matemática**. Cada questão é uma chance de descobrirmos juntos o melhor caminho para o seu aprendizado.

Errar faz parte! O importante é a **dedicação e a honestidade** em suas respostas. Não precisa saber tudo, o importante é mostrar o que você realmente compreende.

Ao explicar seu raciocínio ou procedimento em questões abertas, pense em como você explicaria para uma outra pessoa os passos de forma clara e organizada.

Sua participação nos ajudará a criar aulas ainda mais eficazes e adequadas às suas necessidades.

Contamos com você!

Boa avaliação!

1. Qual o resultado de $345 + 278$?
 - a) 613
 - b) 643
 - c) 623
 - d) 633
2. Qual o resultado de $824 - 379$?
 - a) 455
 - b) 435
 - c) 465
 - d) 445
3. Quanto é 56×13 ?
 - a) 728
 - b) 748
 - c) 738
 - d) 758
4. Quanto é $420 \div 7$?
 - a) 62
 - b) 66
 - c) 60
 - d) 64
5. Se você divide 245 por 5, qual é o quociente?
 - a) 45
 - b) 49
 - c) 50
 - d) 48

6. Explique como você resolveria a seguinte operação: $672 \div 8$. Detalhe os passos ou o raciocínio que você utiliza nesse processo.

Em uma escala de 1 a 5 (em que 1 é muito difícil e 5 é muito fácil), qual o seu nível de confiança/dificuldade nessa questão? ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

7. Calcule e mostre o passo a passo de 129×14 .

8. Observe a operação: $430 - 185$. Explique o procedimento usado para encontrar o resultado.

9. Um grupo de 96 alunos será dividido em equipes de 8. Quantas equipes serão formadas? Mostre seu cálculo e justifique sua resposta.
10. João tinha 144 figurinhas. Ele deu a seus 12 amigos a mesma quantidade de figurinhas. Quantas figurinhas cada amigo recebeu? Mostre como chegou a esse resultado.

Você precisa de ajuda para resolver esse problema? ☐ Sim ☐ Não

Se **Sim**, marque qual opção melhor descreve porque você precisa de ajuda:

☐ Não entendi o que está sendo pedido.

☐ Não sei fazer esse cálculo.

☐ Números muito grandes.

☐ Sei fazer o cálculo, mas não sei explicar.

☐ Outro motivo. Descreva: _____

Você sentiu angústia, apreensão ou medo ao realizar essa avaliação? ☐ Sim ☐ Não

**PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA:
O (RE)ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL 2**



Pesquisador: Sebastião Luiz da Silva Guerra
Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista



AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA - MATEMÁTICA (FINAL)

Data: ____ de novembro de 2025

Código do Aluno:

Objetivo: Verificar a evolução dos alunos após a aplicação da sequência didática, focando na compreensão conceitual e na habilidade de resolver problemas envolvendo as operações básicas.

Orientações

Olá!

Chegamos à nossa **avaliação diagnóstica final!** Lembre-se, não é uma prova para dar nota. Pensem nela como um registro do seu próprio **progresso**.

Nosso objetivo é celebrar o quanto **evoluímos juntos em matemática e identificar nossos pontos fortes**. Cada questão é uma oportunidade para mostrar o que você construiu.

O importante é **a dedicação e a honestidade** em suas respostas. Mostre o que realmente compreendeu do nosso trabalho.

Ao explicar seu raciocínio ou procedimento em questões abertas, pense em como você explicaria para uma outra pessoa os passos de forma clara e organizada.

Sua participação é fundamental para o sucesso do projeto e também para o seu próprio crescimento.

Contamos com você!

Boa avaliação!

1. Quanto é $487 + 639$?
 - a) 1026
 - b) 1126
 - c) 1035
 - d) 1116
 - e) 1136
 - f) 1016
2. Qual o resultado de $925 - 487$?
 - a) 432
 - b) 1412
 - c) 562
 - d) 448
 - e) 438
 - f) 538
3. Qual o produto de 67 por 24?
 - a) 1228
 - b) 1340
 - c) 1588
 - d) 1608
 - e) 402
 - f) 1508
4. Divida 987 por 23. Qual é o quociente?
 - a) 44
 - b) 41
 - c) 42
 - d) 21
 - e) 43
 - f) 4

5. Uma caixa contém 756 lápis. Se forem divididos igualmente entre 12 escolas, quantos lápis cada escola receberá? Mostre seu cálculo e justifique sua resposta, explicando como você “dividiria” os lápis.

Você precisa de ajuda para resolver esse problema? ☐ Sim ☐ Não

Se **Sim**, marque qual opção melhor descreve porque você precisa de ajuda:

- ☐ Não entendi o que está sendo pedido.
- ☐ Não sei fazer esse cálculo.
- ☐ Números muito grandes.
- ☐ Sei fazer o cálculo, mas não sei explicar.
- ☐ Outro motivo. Descreva: _____

6. Explique, com suas palavras, como você calcula $348 + 276 + 159$. Mostre cada etapa do cálculo e, se desejar, utilize diagramas ou esquemas para representar o processo.

7. Mostre o cálculo passo a passo de 134×27 .

8. Resolva $1.250 - 739$ e explique o procedimento.

9. Uma fábrica produziu 3.075 brinquedos para serem embalados em caixas com 15 brinquedos cada. Quantas caixas serão necessárias? Justifique sua resposta, apresentando o cálculo utilizado.

Em uma escala de 1 a 5 (em que 1 é muito difícil e 5 é muito fácil), qual o seu nível de confiança/dificuldade nessa questão? ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

10. Luiza comprou 360 balas para distribuir igualmente entre seus 15 colegas de classe. Quantas balas cada colega receberá? Se sobrar alguma bala, quantas serão?

Em algum dos cálculos dessa avaliação você tentou conferir se o resultado estava correto usando um jeito diferente de realiza-lo? ☐ Sim ☐ Não

Você sentiu angústia, apreensão ou medo ao realizar essa avaliação? ☐ Sim ☐ Não

APÊNDICE B – Resultados da 1ª Avaliação Diagnóstica

As tabelas deste apêndice apresentam a distribuição das respostas por questão, classificadas de acordo com dois critérios complementares: (i) a estratégia ou método utilizado pelo estudante (algoritmo em colunas, algoritmo longo, decomposição, estimativa, entre outros) e (ii) a correção ou incorreção do procedimento adotado. Quando a questão foi deixada sem resposta, a categoria foi registrada separadamente como “Em branco”. Essa combinação permite não apenas identificar o percentual de acertos, mas também mapear quais estratégias foram privilegiadas pelos estudantes e quais resultaram em erros mais recorrentes.

Nas questões de múltipla escolha (Q1 a Q5), a categorização das estratégias é mais restrita, pois o estudante apenas assinala a alternativa considerada correta. Nesses casos, utilizou-se principalmente a distinção entre respostas corretas ou incorretas sem método identificado e, quando presentes, eventuais anotações de cálculo realizadas à margem da prova. Já nas questões abertas (Q6 a Q10), foi possível identificar com maior precisão o procedimento adotado — algoritmo em colunas, algoritmo longo, decomposição ou estimativa — e classificar cada ocorrência como correta (C) ou incorreta (I). Essa diferença explica a maior presença da categoria “sem método identificado” nas questões objetivas.

Cabe ainda destacar, de forma agregada, o surgimento de uma categoria adicional: o erro de interpretação (I). Esse tipo de ocorrência foi pouco frequente, restrito a algumas questões de divisão (Q5, Q9 e Q10), mas merece atenção por revelar que uma parcela dos estudantes não apresentou dificuldade apenas na execução do algoritmo, mas sim na compreensão do enunciado e da situação-problema. Embora numericamente reduzido (2,9% das respostas em divisão), esse dado reforça a necessidade de considerar, além das habilidades procedimentais, a leitura e interpretação matemática como dimensões fundamentais para o sucesso nas operações básicas.

Tabela 5 – Desempenho na Questão 1 (Adição $345 + 278$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	47,6
Algoritmo em colunas (I)	7,2
Sem método identificado (C)	45,2

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 6 – Desempenho na Questão 2 (Subtração $824 - 379$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	52,4
Algoritmo em colunas (I)	7,1
Sem método identificado (C)	28,6
Sem método identificado (I)	11,9

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 7 – Desempenho na Questão 3 (Multiplicação 56×13)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	50,0
Algoritmo em colunas (I)	9,5
Sem método identificado (C)	26,2
Sem método identificado (I)	11,9
Em branco	2,4

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 8 – Desempenho na Questão 4 (Divisão $420 \div 7$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	38,1
Algoritmo longo (I)	4,8
Outras estratégias (C)	4,8
Outras estratégias (I)	2,4
Sem método identificado (C)	33,3
Sem método identificado (I)	11,8
Em branco	4,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 9 – Desempenho na Questão 5 (Divisão $245 \div 5$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	33,3
Algoritmo longo (I)	9,6
Outras estratégias (C)	7,1
Outras estratégias (I)	7,1
Sem método identificado (C)	19,0
Sem método identificado (I)	23,9

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 10 – Desempenho na Questão 6 (Divisão aberta $672 \div 8$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	35,7
Algoritmo longo (I)	31,0
Outras estratégias (C)	4,8
Outras estratégias (I)	7,1
Em branco	21,4

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 11 – Desempenho na Questão 7 (Multiplicação aberta 129×14)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	45,2
Algoritmo em colunas (I)	40,5
Outras estratégias (C)	4,8
Em branco	9,5

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 12 – Desempenho na Questão 8 (Subtração aberta $430 - 185$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	69,0
Algoritmo em colunas (I)	26,2
Outras estratégias (C)	2,4
Sem método identificado (I)	2,4

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 13 – Desempenho na Questão 9 (Problema de divisão: 96 alunos em grupos de 8)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	50,0
Algoritmo longo (I)	11,9
Outras estratégias (C)	21,4
Outras estratégias (I)	4,8
Em branco	11,9

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 14 – Desempenho na Questão 10 (Problema de divisão: 144 figurinhas para 12 amigos)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	45,2
Algoritmo longo (I)	23,8
Outras estratégias (C)	11,9
Outras estratégias (I)	2,4
Em branco	16,7

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 15 – Síntese das estratégias por operação (distribuição percentual agregada)

<i>Operação/Estratégia</i>	Algoritmo em colunas (C)	Algoritmo em colunas (I)	Algoritmo longo (C)	Algoritmo longo (I)	Outras (C)	Outras (I)	Sem método identificado (C)	Sem método identificado (I)	Erro de interpretação (I) ¹	Em branco
Adição	47,6	7,2	—	—	—	—	45,2	—	—	—
Subtração	60,7	16,7	—	—	1,2	—	14,3	7,1	—	—
Multiplicação	47,6	25,0	—	—	2,4	—	13,1	5,9	—	6,0
Divisão	—	—	40,5	16,2	10,0	4,8	10,4	7,1	2,9	11,0

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

¹ Os casos classificados como “erro de interpretação” correspondem a tentativas de aplicação do algoritmo usual em que a resolução foi comprometida pela leitura ou compreensão inadequada do enunciado. Esses casos estão contabilizados dentro da categoria de algoritmo usual incorreto e não constituem uma categoria adicional no fechamento percentual.

APÊNDICE C – Sequência Didática (Planos de Aula)

PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA: O (RE)ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL 2



Pesquisador: Sebastião Luiz da Silva Guerra
Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista



PLANO DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA

Esta sequência didática reúne quatro planos de aula aplicados a duas turmas de **9º ano do Ensino Fundamental**, estruturados para utilizar o Pensamento Computacional como estratégia para o (re)ensino das operações fundamentais — adição, subtração, multiplicação e divisão.

A proposta busca aprofundar a compreensão dos algoritmos tradicionais e de suas versões alternativas, permitindo que o estudante compreenda por que funcionam, como se relacionam ao sistema de numeração decimal e de que forma podem ser aplicados de maneira eficiente, crítica e verificável.

Cada plano de aula corresponde a um bloco de dois tempos de 45 minutos e integra momentos de resolução de problemas, exploração de estratégias, discussão coletiva de erros e atividades de explicitação de raciocínio por meio de fluxogramas e pseudocódigos.

Ao final do estudo de cada operação, o professor apresenta um código em Python como demonstração. O objetivo dessa etapa não é ensinar programação, mas materializar a ideia de algoritmo: mostrar aos estudantes que a sequência de passos construída e discutida em sala pode ser executada por um computador, validando a lógica de suas decisões e evidenciando a conexão natural entre matemática e computação.

PLANO DE AULA 1: ADIÇÃO

Título da Aula: Desvendando a Adição: Do Sistema Decimal ao Algoritmo Computacional

Duração: 90 minutos (2 tempos de 45 minutos)

Objetivos de aprendizagem

- Revisitar o sistema de numeração decimal (classes/ordens) e relacioná-lo ao **reagrupamento** na adição.
- Compreender o algoritmo em colunas e sua **lógica de transporte** (“vai-um”).
- Representar o algoritmo com **fluxograma completo** (com e sem transporte) e **pseudocódigo**.
- Praticar **estratégias alternativas**: decomposição, compensação e reta numérica.
- Identificar **erros recorrentes** (ex.: transporte omitido, desalinhamento) e transformá-los em **oportunidades de aprendizagem**.
- Adotar **práticas de redução de ansiedade**: estimativa prévia, validação coletiva e normalização do erro.
- Visualizar a adição **executada por um computador** (demonstração em Python) para reforçar a noção de **algoritmo**.

Habilidades da BNCC trabalhadas

(EF05MA07), (EF06MA03) e retomadas de (EF02MA05, EF03MA03, EF04MA01, EF06MA14).

Materiais e recursos

- Quadro/lousa;
- Projetor;
- Folhas A4;
- Lápis/canetas coloridas;
- Material dourado/ábaco (opcional).

Práticas para reduzir ansiedade e favorecer a participação

Rotinas de segurança:

- *Estimar antes*: sempre fazer uma estimativa de ordem de grandeza. Reduz a incerteza e serve de baliza.
- *Pare e cheque*: após cada coluna, comparar com a estimativa; normalizar tentativas e correções.
- *Linguagem acolhedora*: “vamos testar”, “ótimo erro — ele nos mostra o que ajustar”.

Desenvolvimento da aula

Acolhimento e clima de confiança

Levantamento rápido: quando usamos adição? Combinar que erros serão analisados como dados de aprendizagem.

Exploração inicial

Propor: “Como vocês fariam para somar $47 + 58$ sem usar o algoritmo da escola?” Registrar no quadro as estratégias espontâneas dos alunos: decomposição ($40+50+7+8$), compensação ($47 + 3 + 58 - 3$), ou uso da reta numérica. Valorizar a diversidade das respostas e mostrar que todas envolvem compor e decompor dezenas e unidades.

Exploração conceitual

Revisar *valor posicional* com composições/decomposições; conectar “10 unidades = 1 dezena” ao *transporte*.

Comparação e abstração

Comparar as estratégias e destacar a regularidade: sempre que 10 unidades se formam, surge 1 dezena (reagrupamento). Explicitar que o “vai-um” não é um artifício, mas a representação simbólica desse reagrupamento. Relacionar ao valor posicional: cada 10^i unidades equivalem a 1 unidade da ordem seguinte, 10^{i+1} .

Formalização do algoritmo tradicional

Apresentar o algoritmo em colunas como a sistematização do raciocínio construído nas etapas anteriores. Mostrar o funcionamento com o fluxograma e o pseudocódigo, explicitando a sequência de instruções que o computador também executaria.

Análise de erros: protocolo formativo

Protocolo (exemplo com transporte omitido):

1. Localizar a coluna problemática (ex.: unidades com soma ≥ 10).
2. Explicar por que surgiu um segundo dígito (ex.: 13 unidades $\Rightarrow$ 1 dezena + 3 unidades).
3. Registrar a dezena na coluna seguinte (transporte) e refazer a soma; comparar com estimativa.

Fluxograma — roteiro textual completo

1. Entrada: dois números naturais alinhados por ordens.
2. Para cada ordem, da direita para a esquerda:
 - Somar dígitos + transporte.
 - Se ≥ 10 , registrar dígito da unidade no resultado e *transportar* 1 para a próxima ordem.
 - Caso contrário, registrar a soma e *não* transportar.
3. Ao final, se houver transporte, acrescentar à esquerda.
4. Saída: soma final.

Pseudocódigo — esqueleto didático

- Inicializar `resultado` vazio e `transporte` = 0.
- Para cada coluna (unidades $\rightarrow$ maiores ordens):
 - `soma = dA + dB + transporte`
 - Se `soma >= 10`: `resultado` recebe `soma mod 10`; `transporte` = 1.
 - Senão: `resultado` recebe `soma`; `transporte` = 0.
- Se `transporte` = 1, no final, anexar ao início.

Atividades guiadas e em duplas/grupos

Guiadas (quadro):

- Dois exemplos com e sem transporte; registrar transportes visíveis.
- “Explicar ao colega” onde está o reagrupamento.

Em duplas:

- Conjunto de 4 somas com controle de transporte; anotar estimativa e conferência.

Estratégias alternativas e quando usá-las

Alternativas e usos:

- *Decomposição*: torna visível o valor posicional.
- *Compensação*: útil quando um termo está “próximo” de dezena/centena cheia.
- *Reta numérica*: favorece controle em números menores.

Demonstração em Python (apresentação guiada pelo professor)

Roteiro de apresentação (sem ensinar código):

- Mostrar função que percorre dígitos da direita para a esquerda, imprime *soma* e *transporte*.
- Confrontar saída com fluxograma humano. *Observação*: fluxogramas completos podem ser apresentados como lâmina/imagem; se preferir, remeter ao Apêndice H.

Fechamento

Checklist:

- Fiz estimativa?
- Registrei transportes?
- Conferi por decomposição?
- O que mais reduziu minha ansiedade hoje?

Rubrica de observação formativa (checklist do professor)

Professor observa se o estudante:

- Alinha por ordens e registra transportes.
- Corrige erro de transporte usando o protocolo.
- Usa pelo menos *duas* estratégias e justifica a escolha.
- Realiza estimativa e confere ao final.

Tarefa/Extensão

Para casa (curta): resolver 3 somas (1 sem, 2 com transporte), registrar estimativa e uma checagem por decomposição.

PLANO DE AULA 2: SUBTRAÇÃO

Título da Aula: Subtração: Entendendo as “Trocas” com o Pensamento Computacional

Duração: 90 minutos (2 tempos de 45 minutos)

Objetivos de aprendizagem

- Compreender a **lógica do reagrupamento** (“empréstimo”) no sistema posicional.
- Representar o algoritmo com **fluxograma completo** (com e sem reagrupamento) e **pseudocódigo**.
- Explorar **estratégias alternativas**: compensação, adição complementar, reta numérica.
- Analisar **erros típicos** (esquecer de reduzir ordem superior, reagrupamento em cascata, desalinhamento) e corrigi-los.
- Reduzir ansiedade via **estimativa**, verificação por adição e **rotinas de conferência**.
- Ver a subtração **rodar em Python** (apresentação do professor), enfatizando o subalgoritmo de reagrupamento.

Habilidades da BNCC trabalhadas

(EF05MA07), (EF06MA03), (EF06MA14) e retomadas de (EF02MA05, EF03MA03).

Materiais e recursos

- Quadro/lousa;
- Projetor;
- Folhas A4;
- Canetas coloridas;
- Material dourado/fichas (opcional).

Práticas para reduzir ansiedade e favorecer a participação

Rotinas de segurança:

- *Inversão para conferir*: somar resultado ao subtraendo; se voltar ao minuendo, sinal verde.
- *Anotar trocas*: riscar explicitamente a ordem que emprestou (evita esquecimento).
- *Respirar e tentar de novo*: reescrever a conta limpa quando confundir trocas múltiplas.

Desenvolvimento da aula

Acolhimento

Subtração como inversa da adição. Combinar linguagem de teste/ajuste.

Exploração inicial

Propor problema contextual: “Você tem 82 figurinhas e dá 37 a um amigo. Quantas sobram?” Pedir para que resolvam livremente, registrando as estratégias no quadro: retirada por partes (80–30, 2–7), completamento (“quanto falta para 82?”), uso da reta numérica etc. Discutir o raciocínio de cada um, destacando que todos envolvem decomposição e trocas.

Exploração conceitual

Trocas: 1 centena $\rightarrow$ 10 dezenas; 1 dezena $\rightarrow$ 10 unidades. Mostrar com material dourado (se disponível).

Comparação e abstração

Comparar as estratégias e identificar a ideia comum: quando não há unidades suficientes, é necessário *trocar* uma dezena por 10 unidades. Mostrar essa equivalência com material dourado, fichas ou representações gráficas. Relacionar a noção de reagrupamento à estrutura do sistema decimal.

Formalização do algoritmo tradicional

Apresentar o algoritmo escolar passo a passo, explicando que “emprestar” significa exatamente a troca observada antes. Mostrar o fluxo lógico: para cada coluna, se $a_i < b_i$, reagrupar uma unidade da ordem superior. Relacionar a operação com o pseudocódigo e o fluxograma que explicitam essa decisão condicional.

Análise de erros: protocolo formativo

Protocolo (reagrupamento):

1. Identificar ordem onde *minuendo* < *subtraendo*.
2. Reagrupar da ordem superior; *riscar* a ordem superior (reduzida em 1) e *somar 10* à ordem atual.
3. Subtrair; repetir se necessário (cascata).
4. Conferir por adição.

Fluxograma — roteiro textual completo

Fluxograma (roteiro textual):

1. Entrada: minuendo e subtraendo alinhados.
2. Para cada ordem, da direita para a esquerda:
 - Se $a_i \geq b_i$: *subtrair* e registrar.
 - Se $a_i < b_i$: *reagrupar* a partir da próxima ordem à esquerda, então subtrair.
3. Saída: diferença final.

Pseudocódigo — esqueleto didático

Pseudocódigo (esqueleto didático):

- Para cada coluna:
 - Se $a_i \geq b_i$: $d_i = a_i - b_i$.
 - Senão: REAGRUPAR() na ordem superior; então $d_i = (a_i + 10) - b_i$.
- REAGRUPAR(): reduzir a_{i+1} em 1; aumentar a_i em 10; se $a_{i+1} < 0$, propagar para esquerda.

Atividades guiadas e em duplas/grupos

Guiadas (quadro):

- Um exemplo sem reagrupamento; dois com reagrupamento (incluindo cascata).

Em duplas:

- 4 contas com diferentes padrões de troca; registrar conferência por adição.

Estratégias alternativas e quando usá-las

Alternativas e usos:

- *Compensação*: arredondar o subtraendo e compensar depois; útil quando próximos de “cheios”.
- *Adição complementar*: “quanto falta?” — reduz ansiedade em alguns perfis.
- *Reta numérica*: boa para distâncias (esse é um dos significados da subtração) e controle de erros.

Demonstração em Python (apresentação guiada pelo professor)

Roteiro de apresentação:

- Exibir versão que registra cada *reagrupamento* antes da subtração da coluna.
- Mostrar log “antes/depois”: a_i , b_i , troca, d_i ; conferir ao final por adição.

Fechamento

Checklist:

- Identifiquei ordens com troca?
- Registre as trocas?
- Conferi por adição?
- Qual abordagem me deu mais segurança?

Rubrica de observação formativa (checklist do professor)

Professor observa se o estudante:

- Aplica trocas corretamente e *explica* por que são legítimas (valor posicional).
- Evita atalhos que apagam a compreensão (ex.: “emprestar sem anotar”).
- Usa conferência por adição com autonomia.

Tarefa/Extensão

Para casa (curta): 3 subtrações (1 sem e 2 com reagrupamento), com conferência por adição e nota de onde houve trocas.

PLANO DE AULA 3: MULTIPLICAÇÃO

Título da Aula: Multiplicação: Construindo Blocos Lógicos e Algoritmos Eficientes

Duração: 90 minutos (2 tempos de 45 minutos)

Objetivos de aprendizagem

- Consolidar a multiplicação como **somas sucessivas** e como aplicação da **distributividade**.
- Mostrar que mesmo **multiplicador de um dígito** já induz a estrutura de *produtos parciais* (ex.: 4×123).
- Representar o algoritmo em colunas com **fluxograma completo** (transporte e deslocamento posicional) e **pseudocódigo**.
- Explorar **métodos alternativos**: decomposição bilateral, gelosia/treliça, diagrama de área.
- Analisar **erros frequentes** (tabuada de multiplicação, somas de parciais, zeros de lugar) e corrigi-los.
- Reduzir ansiedade com **estimativas** (ordem de grandeza) e validações intermediárias.
- Ver o algoritmo **executado em Python** (apresentação do professor) com registro dos parciais.

Habilidades da BNCC trabalhadas

(EF03MA03), (EF04MA07), (EF06MA03), (EF07MA11) e conexões com medidas (EF06MA24) em diagramas de área.

Materiais e recursos

- Quadro/lousa;
- Projetor;
- Folhas A4;
- Canetas coloridas;
- Tampinhas/blocos (opcional) para representar grupos/áreas.

Práticas para reduzir ansiedade e favorecer a participação

Rotinas de segurança:

- *Estimativa de ordem de grandeza*: previne erros de zeros e somas de parciais.
- *Linha de checagem*: ao final de cada produto parcial, comparar com a estimativa local.
- *Parciais visíveis*: nunca somar “de cabeça”; registrar todos os parciais.

Desenvolvimento da aula

Acolhimento

Quando multiplicar é mais vantajoso que somar? Pactuar que *parciais visíveis* não são “lerdeza”, mas *segurança*.

Exploração inicial

Iniciar com situações de contagem de grupos: “4 caixas com 6 maçãs cada — quantas maçãs há no total?”. Permitir que os alunos expressem as soluções como somas sucessivas ($6 + 6 + 6 + 6$) ou agrupamentos (4×6). Explorar representações visuais (retângulos, áreas, blocos) para mostrar o crescimento proporcional.

Exploração conceitual

Do somatório à multiplicação; distributividade. Caso fundamental: $4 \times 123 = (4 \times 100) + (4 \times 20) + (4 \times 3)$; discutir deslocamento posicional.

Comparação e abstração

Comparar as representações e destacar o padrão distributivo: $4 \times (100 + 20 + 3) = (4 \times 100) + (4 \times 20) + (4 \times 3)$. Evidenciar que a multiplicação combina reagrupamentos e somas, e que o “deslocamento posicional” dos resultados parciais decorre do valor de cada ordem decimal. Mostrar a regularidade: multiplicar por 10^j apenas desloca o resultado j casas à esquerda.

Formalização do algoritmo tradicional

Apresentar o algoritmo escolar em colunas como a codificação do raciocínio distributivo. Explicar o papel do transporte (reagrupamentos internos) e do deslocamento (zeros de lugar). Relatar que o computador segue a mesma lógica iterativa, multiplicando cada dígito e somando os parciais. *Enfatizar: as formas humanas (somas, áreas, decomposições) antecedem as formas formais (algoritmos).*

Análise de erros: protocolo formativo

Protocolo (produtos parciais e zeros):

- Destacar zeros de lugar (ex.: $\times 10$; $\times 100$).
- Conferir *cada* parcial com estimativa local (ex.: 56×3 está entre 150 e 180).
- Somar parciais com *transparência*: alinhar por ordens.

Fluxograma — roteiro textual completo

Fluxograma (roteiro textual):

1. Entrada: fatores A e B .
2. Para cada dígito b_j de B (da direita para a esquerda):
 - Calcular $A \times b_j$ com *transporte*.
 - Aplicar *deslocamento* por 10^j (zeros de lugar).
 - Guardar *produto parcial*.
3. Somar todos os parciais (em colunas).
4. Saída: produto final.

Pseudocódigo — esqueleto didático

Pseudocódigo (esqueleto didático):

- `parciais = []`
- Para cada dígito b_j :
 - `parcial = MULTIPLICA_UM_DÍGITO(A, b_j)` (com transporte)
 - `parcial = parcial * 10j`
 - `parciais.append(parcial)`
- `resultado = SOMA_PARCIAIS(parciais)`

Atividades guiadas e em duplas/grupos

Guiadas (quadro):

- 1 caso com multiplicador de 1 dígito; 1 caso com 2 dígitos.

Em duplas:

- Conjunto com 4 multiplicações, exigindo zeros de lugar e somas em colunas.

Estratégias alternativas e quando usá-las

Alternativas e usos:

- *Decomposição bilateral*: evidencia distributividade completa.
- *Gelosia/treliça*: organiza parciais visualmente.
- *Diagrama de área*: aproxima de medidas e visual geométrico.

Demonstração em Python (apresentação guiada pelo professor)

Roteiro de apresentação:

- Mostrar função que imprime: dígito do multiplicador, parciais, transportes, deslocamentos e soma final.
- Confrontar com fluxograma humano; validar com estimativa de grandeza.

Fechamento

Checklist:

- Registrei *todos* parciais?
- Tratei zeros de lugar?
- Minha ordem de grandeza confere?
- Que estratégia me deu controle?

Rubrica de observação formativa (checklist do professor)

Professor observa se o estudante:

- Identifica e aplica zeros de lugar corretamente.
- Evita omitir parciais e transportes.
- Justifica a escolha entre métodos (tradicional, gelosia, área).

Tarefa/Extensão

Para casa (curta): 2 multiplicações (1 com 1 dígito; 1 com 2 dígitos no multiplicador), com estimativa e conferência.

PLANO DE AULA 4: DIVISÃO

Título da Aula: Divisão: Decifrando o Algoritmo Longo e a Decomposição

Duração: 90 minutos (2 tempos de 45 minutos)

Objetivos de aprendizagem

- Entender a divisão longa como **aplicação sucessiva da divisão euclidiana** por ordens (decomposição).
- Construir **fluxograma completo** (ciclo “divide–multiplica–subtrai–baixa”) e **pseudocódigo** com laços e decisões.
- Explorar **estratégias alternativas**: estimativas sucessivas, subtrações parciais, modelos visuais de partilha.
- Diagnosticar e corrigir **erros típicos**: estimativa acima/abaixo, baixar dígito no momento errado, confusão quociente/resto.
- Reduzir ansiedade com **balizas de controle**: estimativa inicial do quociente, verificação por multiplicação e leitura de ordem de grandeza.
- Ver o algoritmo **executado em Python** (apresentação do professor), imprimindo cada iteração.

Habilidades da BNCC trabalhadas

(EF04MA07), (EF06MA03), (EF06MA06), (EF07MA01), (EF07MA11), (EF07MA12), (EF09MA08).

Materiais e recursos

- Quadro/lousa;
- Projetor;
- Folhas A4;
- Canetas coloridas;
- Tampinhas/blocos para partilhas (opcional).

Práticas para reduzir ansiedade e favorecer a participação

Rotinas de segurança:

- *Estimativa do quociente*: prever um intervalo plausível antes de iniciar.
- *Conferência contínua*: a cada iteração, checar se o produto ultrapassou o dividendo parcial.
- *Verificação final*: $(\text{quociente}) \times (\text{divisor}) + \text{resto} = \text{dividendo}$.

Desenvolvimento da aula

Acolhimento

Por que a divisão parece a mais difícil? Transformar a dificuldade em sequência previsível de passos.

Exploração inicial

Propor problemas contextualizados de partilha e medida: “Temos 252 balas para dividir igualmente entre 7 alunos — quantas balas cada um receberá?” Pedir para que os estudantes proponham estratégias: subtrações sucessivas de 7, agrupamentos em dezenas e unidades, ou estimativas de múltiplos ($7 \times 30 = 210$, faltam 42, etc.). Registrar as ideias no quadro e discutir como o raciocínio se repete por etapas.

Exploração conceitual

Relembrar *dividendo*, *divisor*, *quociente*, *resto* e a relação com *multiplicação* e *subtração*. Dividendo é processado da esquerda para a direita, formando *parciais*.

Comparação e abstração

Mostrar que todas as estratégias seguem o mesmo padrão: dividir, multiplicar, subtrair e “abaixar” o próximo dígito. Explicitar que essa repetição é o núcleo do algoritmo longo, apenas formalizado com notação compacta. Representar graficamente o processo com blocos ou fichas, ilustrando a ideia de “resto” e “quociente parcial”.

Formalização do algoritmo tradicional

Apresentar o algoritmo longo da divisão como automatização do raciocínio iterativo anterior. Explicar a sequência “divide–multiplica–subtrai–baixa” e destacar o invariante: $\text{dividendo parcial} = (\text{divisor}) \times (\text{quociente parcial}) + (\text{resto})$. Relacionar com o pseudocódigo e o fluxograma da aula, enfatizando que cada ciclo do algoritmo repete a lógica cognitiva construída nas etapas humanas. *Enfatizar: as estratégias de tentativa, subtração e estimativa são formas humanas de divisão — o algoritmo apenas as sistematiza.*

Análise de erros: protocolo formativo

Protocolo (erros típicos):

- **Estimativa acima/abaixo:** ajustar tentativa (diminuir/aumentar 1) e repetir produto.
- **“Baixar” antes da hora:** só baixar *após* subtrair e quando o restante for menor que o divisor.
- **Confundir grupos e itens por grupo:** explicitar a pergunta: “quantos grupos?” *vs.* “quantos em cada grupo?”.

Fluxograma — roteiro textual completo

Fluxograma (roteiro textual):

1. Entrada: dividendo A , divisor $B \neq 0$.
2. Inicializar `quociente = 0`; `parcial = 0`.
3. Para cada dígito de A (da esquerda para a direita):
 - Atualizar `parcial = 10*parcial + dígito`.
 - Estimar `q_local = floor(parcial / B)` (ajustar se necessário).
 - Calcular `produto = q_local * B`; `parcial = parcial - produto`.
 - Anexar `q_local` ao `quociente`.
4. Saída: `quociente` e `resto = parcial`.

Pseudocódigo — esqueleto didático

Pseudocódigo (esqueleto didático):

- `quociente = 0`, `parcial = 0`
- Para dígito em A :
 - `parcial = 10*parcial + dígito`
 - `q_local = floor(parcial / B)` (ajustar se `q_local * B > parcial`)
 - `parcial = parcial - q_local * B`
 - `quociente = quociente + q_local`
- `resto = parcial`

Atividades guiadas e em duplas/grupos

Guiadas (quadro):

- 1 caso exato e 1 com resto; explicitar cada iteração do ciclo.

Em duplas:

- 3 divisões mistas (incluindo contexto de partilha), exigindo estimativa inicial e verificação final.

Estratégias alternativas e quando usá-las

Alternativas e usos:

- *Estimativas sucessivas*: construir quociente por blocos (200, 50, 5...).
- *Subtrações parciais*: repetir subtrações de múltiplos do divisor.
- *Modelos visuais*: partilha em grupos (reduz ambiguidade “grupos” vs. “itens por grupo”).

Demonstração em Python (apresentação guiada pelo professor)

Roteiro de apresentação:

- Mostrar execução iterativa: `parcial` formado, `q_local` tentado, `produto`, `parcial` pós-subtração.
- Validar com a identidade: $B \times \text{quociente} + \text{resto} = A$.
- *Observação*: os **fluxogramas completos** podem ser apresentados como lâmina ou remetidos ao Apêndice H.

Fechamento

Checklist:

- Estimativa inicial?
- Cada ciclo foi coerente?
- “Baixei” no momento certo?
- Verificação final satisfeita?

Rubrica de observação formativa (checklist do professor)

Professor observa se o estudante:

- Usa estimativas para quociente local e ajusta quando excede.
- Mantém registro claro de parciais e subtrações.
- Distingue “quantos grupos” de “quantos em cada grupo” em problemas.

Tarefa/Extensão

Para casa (curta): 2 divisões (1 exata, 1 com resto), com estimativa e checagem; escrever, em 3 linhas, qual passo do ciclo mais ajuda a evitar erros.

APÊNDICE D – Resultados da 2ª Avaliação Diagnóstica

Este apêndice apresenta, de forma detalhada, a classificação das respostas dos estudantes na segunda avaliação diagnóstica, organizada por questão e de acordo com o sistema de categorias estabelecido para a análise das estratégias de resolução e dos tipos de erro. Assim como na primeira avaliação, cada resposta foi codificada segundo dois eixos principais: (i) a estratégia utilizada — algoritmo em colunas, algoritmo longo, decomposição, estimativa, entre outros — e (ii) a correção ou incorreção dessa estratégia.

As tabelas a seguir reúnem a distribuição das estratégias e erros por questão, permitindo observar padrões de desempenho, preferências metodológicas dos estudantes e recorrência de determinados tipos de dificuldades. A comparação com os resultados da primeira avaliação, apresentada no corpo do capítulo, evidencia avanços e dificuldades persistentes. O conjunto das tabelas aqui disponibilizadas possibilita transparência na análise e reprodutibilidade dos resultados.

Tabela 16 – Desempenho na Questão 1 (Adição $487 + 639$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	95,2
Outras estratégias (C)	4,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 17 – Desempenho na Questão 2 (Subtração $925 - 487$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	85,7
Algoritmo em colunas (I)	9,5
Outras estratégias (C)	4,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 18 – Desempenho na Questão 3 (Multiplicação 67×24)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	71,4
Algoritmo em colunas (I)	21,4
Outras estratégias (C)	7,2

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 19 – Desempenho na Questão 4 (Divisão $987 \div 23$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	78,6
Algoritmo longo (I)	11,9
Outras estratégias (C)	2,4
Outras estratégias (I)	7,1

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 20 – Desempenho na Questão 5 (Problema de divisão: 756 lápis para 12 escolas)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	71,4
Algoritmo longo (I)	16,7
Outras estratégias (C)	2,4
Outras estratégias (I)	9,5

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 21 – Desempenho na Questão 6 (Adição aberta $348 + 276 + 159$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	78,6
Outras estratégias (C)	16,6
Outras estratégias (I)	4,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 22 – Desempenho na Questão 7 (Multiplicação aberta 134×27)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	64,3
Algoritmo em colunas (I)	26,2
Outras estratégias (C)	9,5

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 23 – Desempenho na Questão 8 (Subtração aberta $1.250 - 739$)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo em colunas (C)	85,7
Algoritmo em colunas (I)	9,5
Outras estratégias (C)	4,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 24 – Desempenho na Questão 9 (Problema de divisão: 3.075 brinquedos em caixas com 15)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	52,4
Algoritmo longo (I)	33,3
Outras estratégias (C)	9,5
Outras estratégias (I)	4,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 25 – Desempenho na Questão 10 (Problema de divisão: 360 balas para 15 colegas)

Categoria de resposta	Percentual (%)
Algoritmo longo (C)	61,9
Algoritmo longo (I)	26,2
Outras estratégias (C)	7,1
Outras estratégias (I)	2,4
Em branco	2,4

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 26 – Síntese das estratégias por operação na segunda avaliação (distribuição percentual agregada)

Operação/Estratégia	Algoritmo em colunas (C)	Algoritmo em colunas (I)	Algoritmo longo (C)	Algoritmo longo (I)	Outras (C)	Outras (I)	Erro de interpretação (I) ¹	Em branco
Adição	86,9	—	—	—	10,7	2,4	—	—
Subtração	85,7	9,5	—	—	4,8	—	0,2	—
Multiplicação	67,8	23,8	—	—	8,3	—	—	—
Divisão	—	—	66,1	22,0	5,4	5,9	0,3	0,6

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

¹ Os casos classificados como “erro de interpretação” correspondem a tentativas de aplicação do algoritmo usual em que a resolução foi comprometida pela leitura ou compreensão inadequada do enunciado. Esses casos estão contabilizados dentro da categoria de algoritmo usual incorreto e não constituem uma categoria adicional no fechamento percentual.

APÊNDICE E – Questionário pós-intervenção

**PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA:
O (RE)ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL 2**



Pesquisador: Sebastião Luiz da Silva Guerra
Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista



QUESTIONÁRIO PÓS-INTERVENÇÃO

Este questionário tem como objetivo compreender as percepções dos estudantes após a aplicação da sequência didática e da realização da segunda avaliação diagnóstica. As respostas são anônimas e servirão apenas para fins de pesquisa educacional.

Parte 1 — Percepção sobre a Avaliação

1. A **avaliação 2**, quando comparada com a **avaliação 1**, continha questões:

- ☐ Muito mais difíceis
- ☐ Um pouco mais difíceis
- ☐ Iguais
- ☐ Um pouco mais fáceis
- ☐ Muito mais fáceis

2. Se respondeu “mais difíceis” ou “mais fáceis”, explique brevemente o que mudou:

3. Você verificou os valores encontrados em **todas** as questões antes de entregar a avaliação?

- ☐ Não
- ☐ Em algumas questões apenas
- ☐ Sim

4. Se você conferiu seus resultados, como fez essa verificação? (é possível marcar mais de uma opção)

- ☐ Refiz as contas
- ☐ Usei estimativas mentais
- ☐ Fiz a operação inversa
- ☐ Comparei com o sentido da pergunta
- ☐ Outro: _____

Parte 2 — Compreensão Conceitual

5. Com relação às **quatro operações** básicas, você acredita que sua **compreensão** está:
- ☐ Nada melhor
 - ☐ Um pouco melhor
 - ☐ Moderadamente melhor
 - ☐ Muito melhor
 - ☐ MUITÍSSIMO melhor
6. Você sente que agora **entende por que os algoritmos funcionam**, e não apenas como usá-los?
- ☐ Não entendo
 - ☐ Entendo parcialmente
 - ☐ Sim
7. Qual(is) das quatro operações você acha que **aprendeu ou consolidou**? (é possível marcar mais de uma opção)
- ☐ Adição
 - ☐ Subtração
 - ☐ Multiplicação
 - ☐ Divisão
8. Explique por que escolheu essa(s) operação(ões):

Parte 3 — Estratégias e Pensamento Computacional

9. Durante as aulas, você usou **estratégias diferentes** das que costumava usar (como decompor, estimar, checar por outra operação etc.)?
- ☐ Não
 - ☐ Não lembro
 - ☐ Sim
10. Se **sim**, qual dessas estratégias mais te ajudou a entender o que estava fazendo?

11. Se **não**, justifique essa escolha:

12. Você percebeu alguma **relação entre o modo de pensar os algoritmos e a forma como o computador “pensa”**?

- ☐ Não
- ☐ Em parte
- ☐ Sim

Parte 4 — Aspectos Emocionais e de Ansiedade

13. Nas aulas da sequência didática, como você se sentiu em relação à matemática?

- ☐ Mais ansioso
- ☐ Igual
- ☐ Mais tranquilo

14. A forma como os erros foram discutidos em sala te ajudou a **sentir menos medo de errar**?

- ☐ Não
- ☐ Em parte
- ☐ Sim

15. Você acha que o **modo de aprender usado nessa sequência** te deixou mais confiante para resolver problemas?

- ☐ Não
- ☐ Em parte
- ☐ Sim

Parte 5 — Uso do Aplicativo

16. Sobre o **aplicativo utilizado nas aulas**, você acha que ele contribuiu para a sua aprendizagem?

- ☐ Não
- ☐ Em parte
- ☐ Sim

17. Você acredita que o uso do aplicativo, **sem as explicações e discussões em sala**, teria resultado no mesmo aprendizado?

- ☐ Não
- ☐ Em parte
- ☐ Sim

Parte 6 — Avaliação Global e Sugestões

18. Você acha que **aprendeu algo novo** com essa sequência de aulas?

- ☐ Não
- ☐ Em parte
- ☐ Sim

19. Se sim, descreva o que aprendeu ou o que mais chamou sua atenção:

20. Você tem alguma **sugestão** para deixar essas aulas ainda melhores?

21. Durante essa sequência de aulas, o quanto você se **dedicou às atividades propostas**?

- ☐ Muito pouco
- ☐ Pouco
- ☐ Mais ou menos
- ☐ Bastante
- ☐ Totalmente

Agradecemos sua participação! Suas respostas contribuirão para aprimorar o ensino e a aprendizagem da matemática de forma mais significativa e menos ansiosa.

APÊNDICE F – Respostas ao questionário pós-intervenção

As tabelas a seguir apresentam, de forma sistematizada, as respostas fornecidas pelos estudantes após a aplicação da sequência didática e da segunda avaliação diagnóstica. Os percentuais foram calculados considerando um total de 42 respondentes. A questão sobre a contribuição do aplicativo durante a intervenção foi respondida apenas pelos 31 estudantes que o utilizaram.

Tabela 27 – Percepção sobre a dificuldade da Avaliação 2 em relação à Avaliação 1

Categoria de resposta	Percentual (%)
Muito mais fácil	2,4
Um pouco mais fácil	2,4
Igual	31,0
Um pouco mais difícil	52,4
Muito mais difícil	11,9

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 28 – Frequência de verificação das respostas antes da entrega da avaliação

Categoria de resposta	Percentual (%)
Não conferiu	31,0
Conferiu em algumas	50,0
Conferiu em todas	19,0

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 29 – Estratégias utilizadas para verificar suas respostas

Estratégia	Percentual (%)
Refiz as contas	28,6
Usei estimativas mentais	16,7
Fiz a operação inversa	21,4
Comparei com o sentido da pergunta	14,3
Outras formas	4,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 30 – Autopercepção sobre a compreensão das quatro operações

Nível de compreensão	Percentual (%)
Nada melhor	4,8
Pouco melhor	31,0
Moderadamente melhor	26,2
Muito melhor	31,0
Muitíssimo melhor	7,1

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 31 – Compreensão declarada sobre o porquê dos algoritmos funcionarem

Categoria de resposta	Percentual (%)
Não compreende	4,8
Compreende parcialmente	40,5
Compreende totalmente	54,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 32 – Operação em que percebeu maior aprendizagem ou consolidação

Operação	Percentual (%)
Adição	54,8
Subtração	42,9
Multiplicação	42,9
Divisão	33,3

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 33 – Uso de estratégias diferentes durante a sequência didática

Resposta	Percentual (%)
Não	23,8
Não lembro	23,8
Sim	52,4

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 34 – Percepção da relação entre os algoritmos e computadores

Sentimento	Percentual (%)
Não percebi	28,6
Percebi em parte	50,0
Percebi	21,4

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 35 – Sentimentos manifestados durante a sequência didática

Sentimento	Percentual (%)
Mais ansioso	11,9
Igual	42,9
Mais tranquilo	45,2

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 36 – Percepção sobre mudança no medo de errar

Categoria de resposta	Percentual (%)
Não reduziu	14,3
Reduziu em parte	38,1
Reduziu totalmente	47,6

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 37 – Autopercepção de confiança após a sequência didática

Categoria de resposta	Percentual (%)
Não aumentou	7,1
Aumentou em parte	33,3
Aumentou totalmente	59,5

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 38 – Percepção sobre o uso do aplicativo durante a intervenção

Categoria de resposta	Percentual (%)
Não contribuiu	9,7
Contribuiu em parte	16,1
Contribuiu	74,2

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 39 – Percepção sobre o uso do aplicativo sem as explicações da intervenção

Categoria de resposta	Percentual (%)
Não teria o mesmo resultado	50,0
Em parte teria o mesmo resultado	35,7
Teria o mesmo resultado	14,3

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 40 – Percepção se aprenderam algo novo durante a sequência

Categoria de resposta	Percentual (%)
Não aprendi	4,8
Aprendi em parte	19,0
Aprendi	76,2

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

Tabela 41 – Nível de dedicação declarado pelos estudantes

Nível de dedicação	Percentual (%)
Muito pouco	9,5
Pouco	16,7
Mais ou menos	35,7
Bastante	33,3
Totalmente	4,8

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados da pesquisa (2025).

APÊNDICE G – Pseudocódigos

Pseudocódigo 1 – Adição

```
ALGORITMO ADICAO_COM_TRANSPORTE
INICIO
    LEIA parcela1, parcela2
    vai_um = 0
    resultado_final = ""

    PARA cada coluna (da direita para a esquerda)
        soma_coluna = digito da parcela1 + digito da parcela2 +
            vai_um

        SE soma_coluna >= 10 ENTAO
            escreva o digito da unidade da soma_coluna no
                resultado_final
            vai_um = 1
        SENAO
            escreva a soma_coluna no resultado_final
            vai_um = 0
        FIM_SE
    FIM_PARA

    SE ainda existir um "vai_um" ENTAO
        escreva o "vai_um" no inicio do resultado_final
    FIM_SE

    ESCREVA resultado_final
FIM
```

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Pseudocódigo 2 – Subtração

```
ALGORITMO SUBTRACAO_COM_REAGRUPAMENTO
INICIO
    LEIA minuendo, subtraendo

    PARA CADA ORDEM (da direita para a esquerda: unidades,
        dezenas, centenas...)
        SE digito_minuendo[ordem] < digito_subtraendo[ordem] ENTAO
            // Precisamos reagrupar
            digito_minuendo[ordem] = digito_minuendo[ordem] + 10
            digito_minuendo[proxima_ordem_esquerda] = digito_minuendo
                [proxima_ordem_esquerda] - 1
        FIM_SE
        RESULTADO_DA_ORDEM = digito_minuendo[ordem] -
            digito_subtraendo[ordem]
        ARMAZENAR RESULTADO_DA_ORDEM
    FIM_PARA

    ESCREVA RESULTADO_FINAL
FIM
```

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Pseudocódigo 3 – Multiplicação

```
ALGORITMO MULTIPLICACAO
INICIO
    LEIA multiplicando, multiplicador
    soma_total_dos_produtos = 0
    fator_posicional = 1 // Começa com 1 para as unidades

    PARA cada digito_multiplicador (da direita para a esquerda)
        produto_parcial = multiplicando * digito_multiplicador
        produto_parcial_ajustado = produto_parcial *
            fator_posicional

        soma_total_dos_produtos = soma_total_dos_produtos +
            produto_parcial_ajustado

        fator_posicional = fator_posicional * 10 // Prepara para a
            próxima ordem (dezenas...)

    FIM_PARA

    ESCREVA soma_total_dos_produtos
FIM
```

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Pseudocódigo 4 – Divisão Longa

```
ALGORITMO DIVISAO_LONGA
INICIO
    LEIA dividendo, divisor
    parte_do_dividendo = 0
    quociente_final = 0

    PARA cada digito_do_dividendo (da esquerda para a direita)
        // "Baixar" o próximo dígito
        parte_do_dividendo = parte_do_dividendo * 10 +
            digito_do_dividendo

        SE parte_do_dividendo >= divisor ENTAO
            // Estimar quantas vezes o divisor cabe na parte atual
            quociente_parcial = 0
            ENQUANTO (quociente_parcial + 1) * divisor <=
                parte_do_dividendo
                quociente_parcial = quociente_parcial + 1
            FIM_ENQUANTO

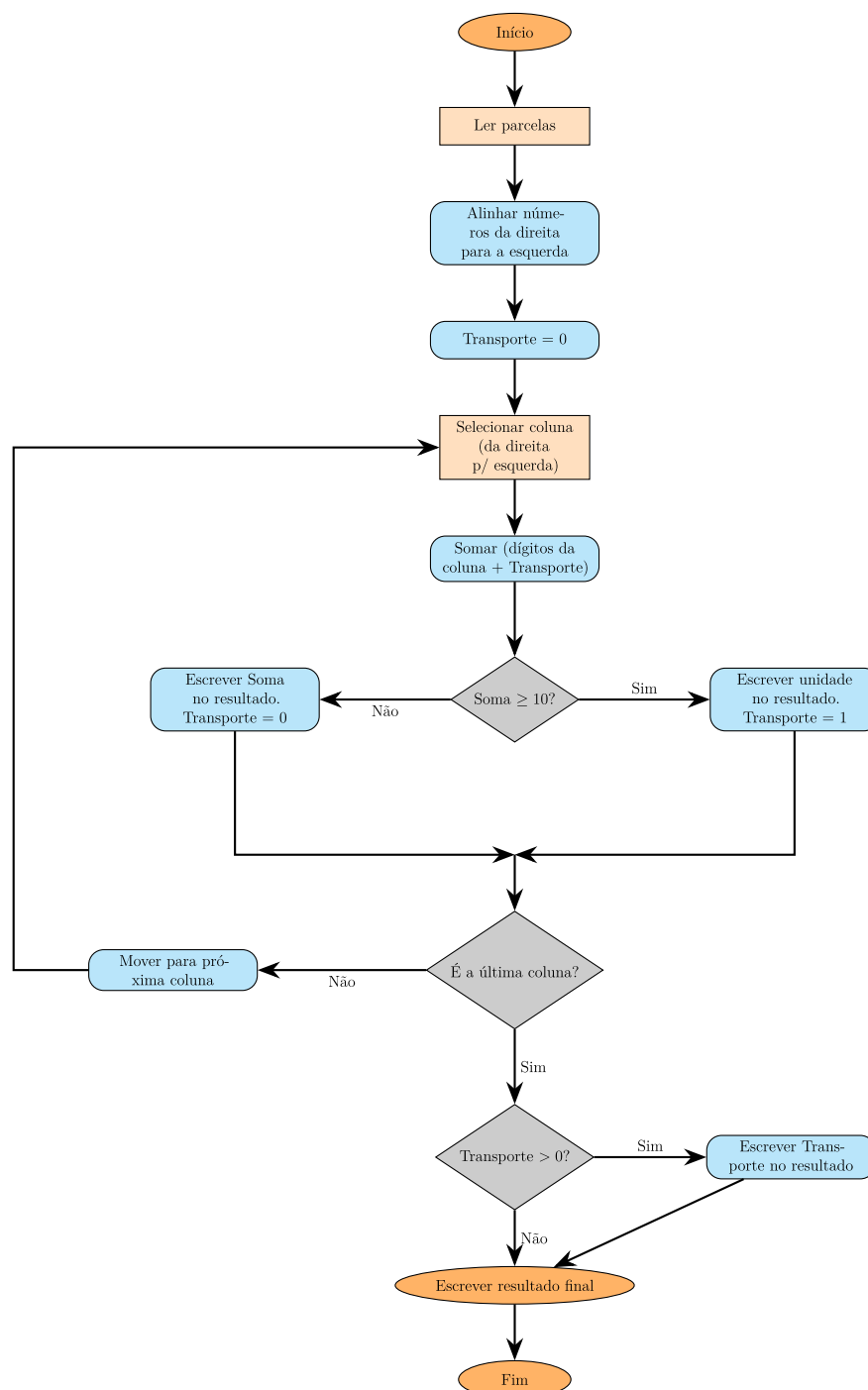
            acrescente o quociente_parcial ao quociente_final

            // Calcular o resto para a próxima iteração
            resto_parcial = parte_do_dividendo - (quociente_parcial *
                divisor)
            parte_do_dividendo = resto_parcial
        SENAO
            // Se não coube nenhuma vez, o dígito do quociente é 0
            acrescente 0 ao quociente_final
        FIM_SE
    FIM_PARA

    ESCREVA quociente_final
    ESCREVA parte_do_dividendo // resto
FIM
```

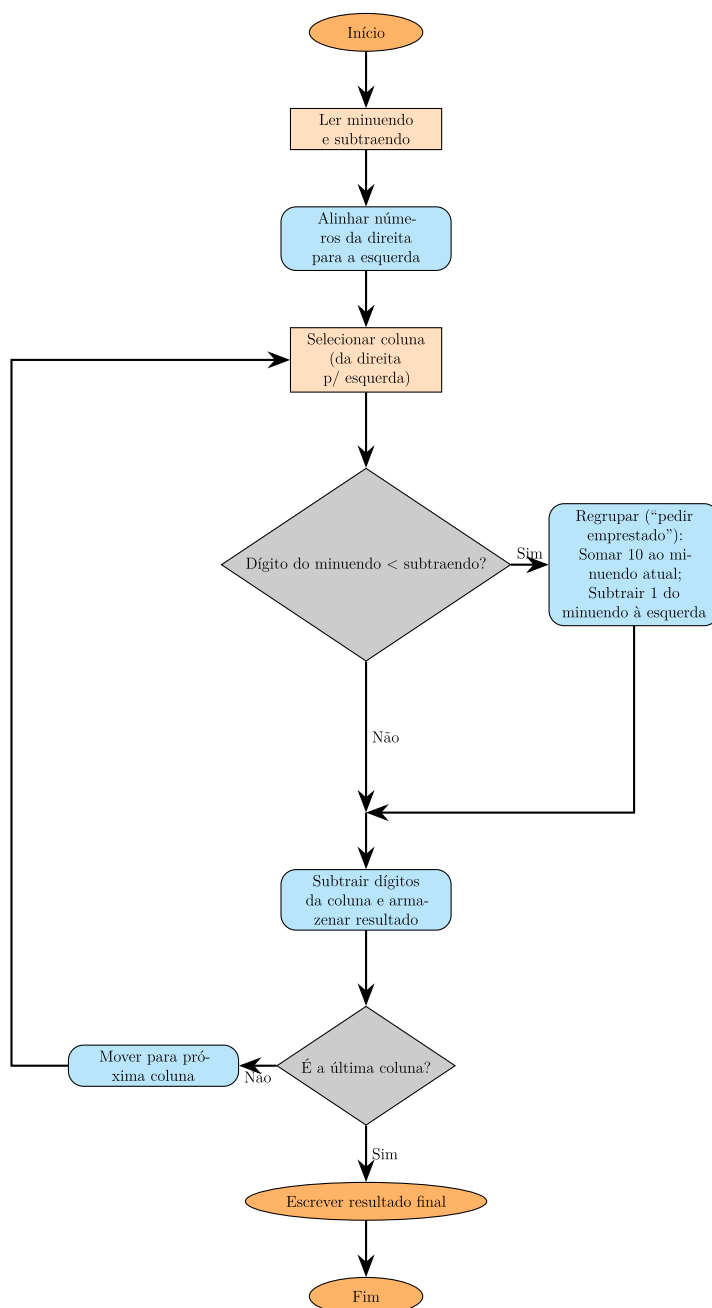
APÊNDICE H – Fluxogramas

Figura 9 – Fluxograma para a Adição - Algoritmo usual



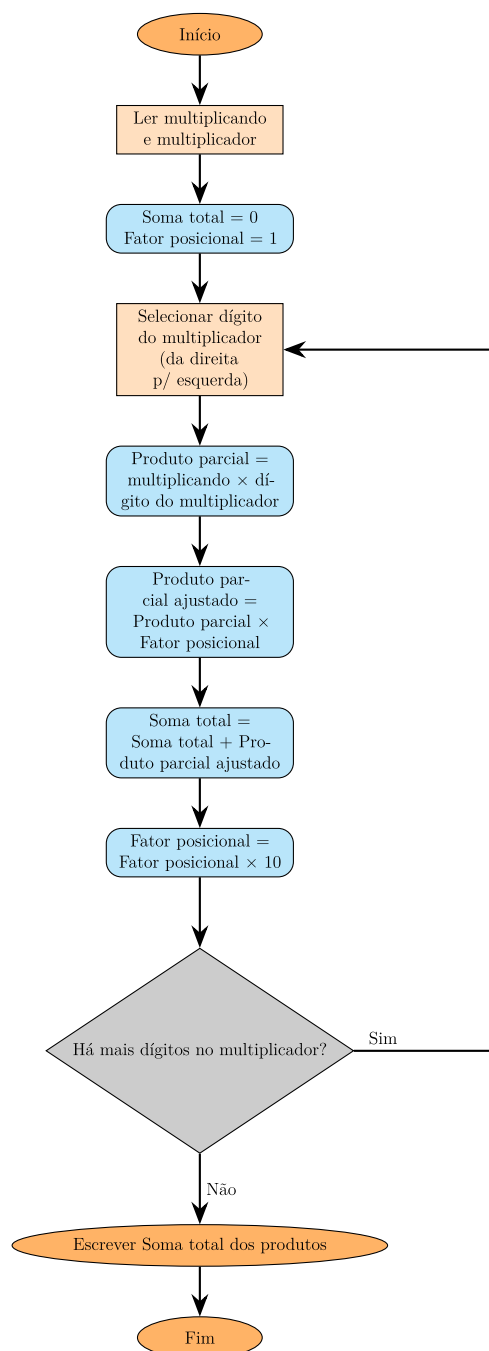
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 10 – Fluxograma para a Subtração - Algoritmo usual



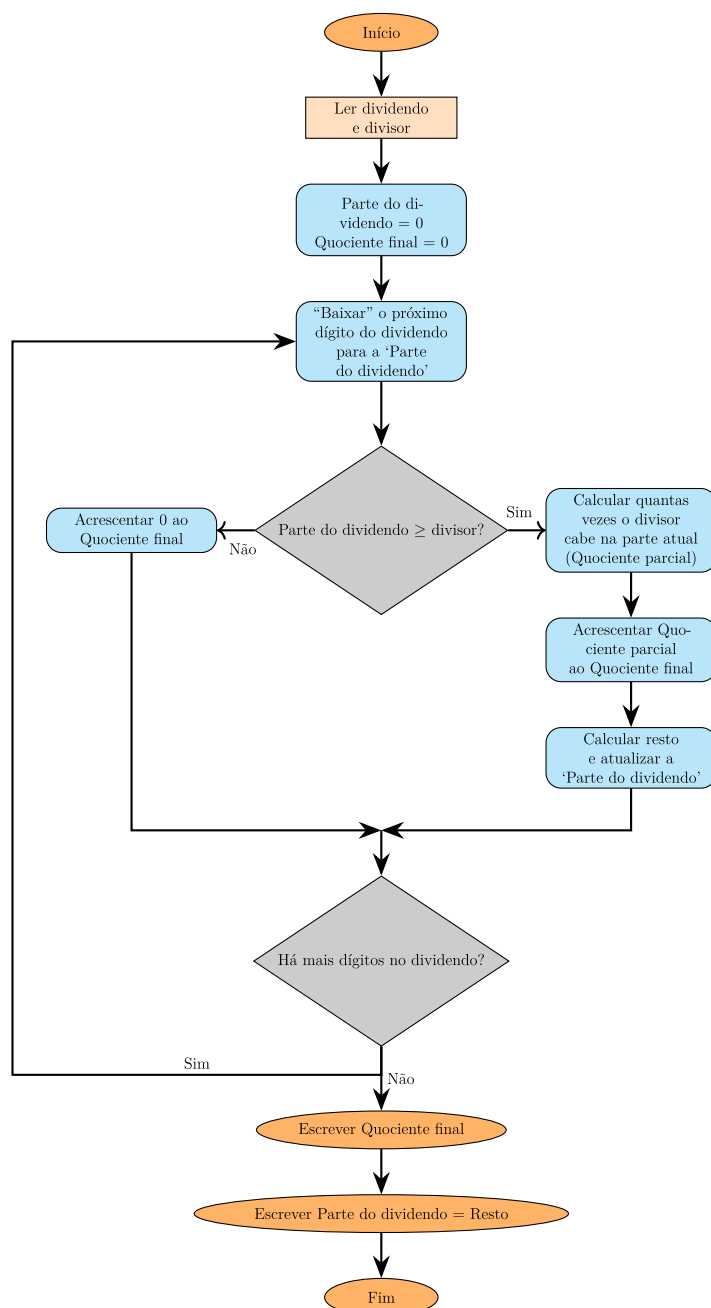
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 11 – Fluxograma para a Multiplicação - Algoritmo usual



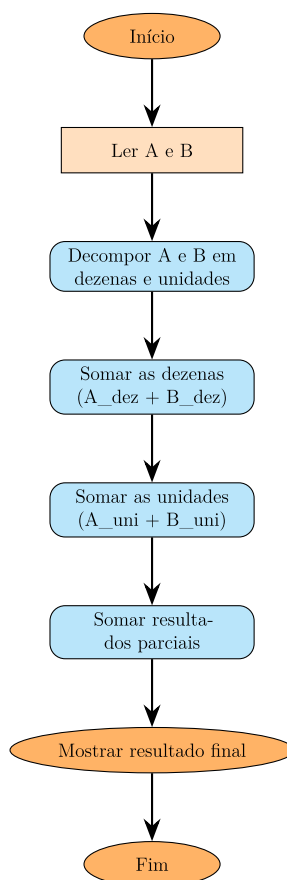
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 12 – Fluxograma para a Divisão - Algoritmo usual



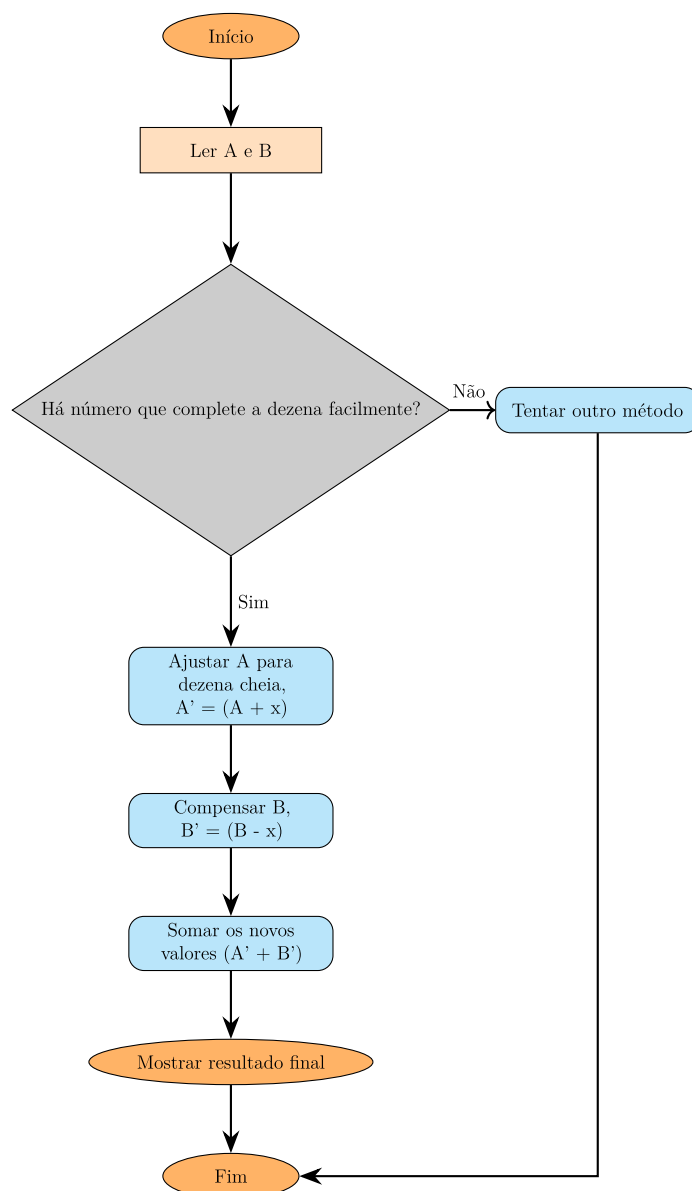
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 13 – Fluxograma para a Adição - Decomposição Aditiva



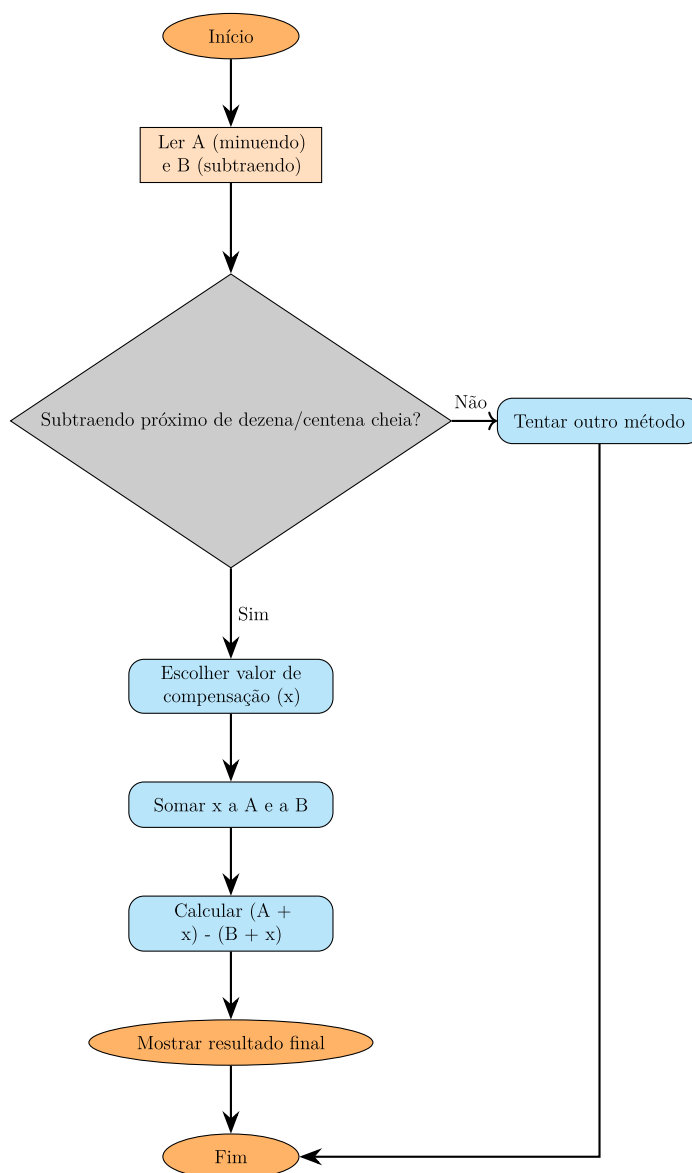
Fonte: Elaborado pelo autor com base na produção de um estudante (2025).

Figura 14 – Fluxograma para a Adição - Compensação



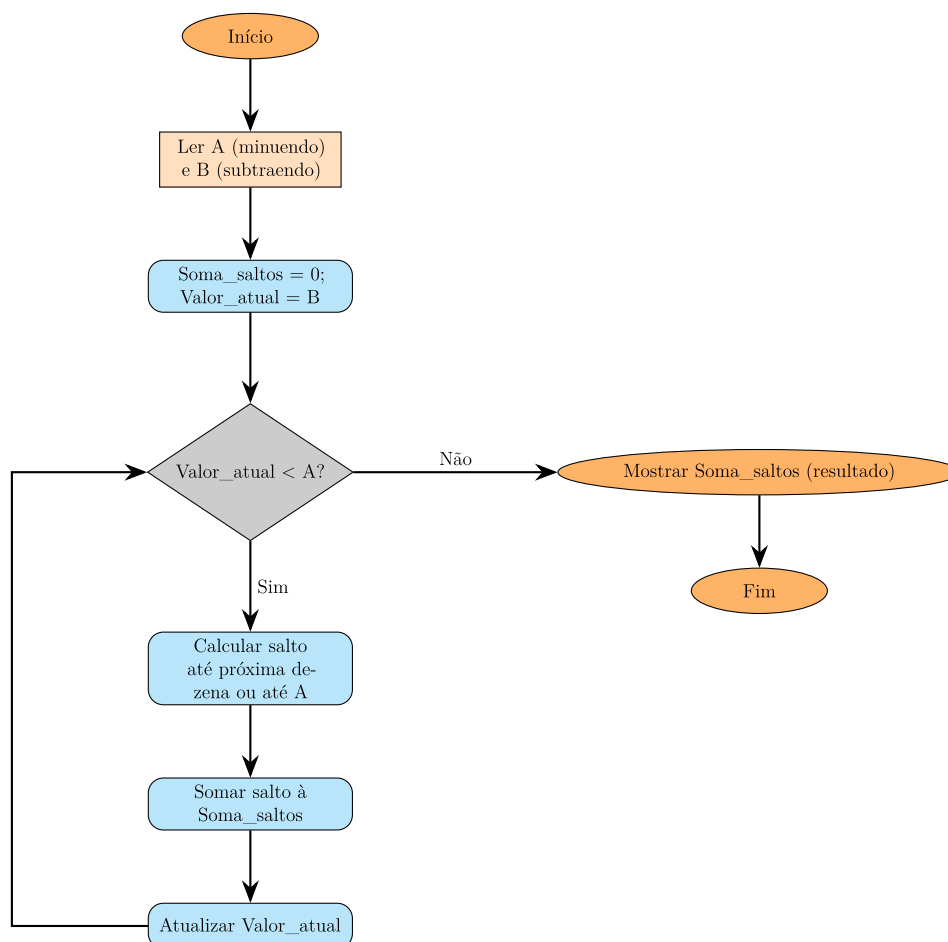
Fonte: Elaborado pelo autor com base na produção de um estudante (2025).

Figura 15 – Fluxograma para a Subtração - Compensação



Fonte: Elaborado pelo autor com base na produção de um estudante (2025).

Figura 16 – Fluxograma para a Subtração - Aditiva Complementar



Fonte: Elaborado pelo autor com base na produção de um estudante (2025).

APÊNDICE I – Códigos Python

Código Python 1 – Adição

```
import os

def limpar_tela():
    os.system("clear" if os.name != "nt" else "cls")

def ler_parcelas() -> tuple[str, str]:
    while True:
        try:
            parcela1 = input("Digite a primeira parcela: ").strip()
            parcela2 = input("Digite a segunda parcela: ").strip()
            int(parcela1)
            int(parcela2)
            return parcela1, parcela2
        except ValueError:
            print("Erro: digite apenas números inteiros.\n")

def preparar_parcelas(
    parcela1_str: str,
    parcela2_str: str,
) -> tuple[str, str, str]:
    tamanho = max(len(parcela1_str), len(parcela2_str))
    parcela1 = parcela1_str.zfill(tamanho)
    parcela2 = parcela2_str.zfill(tamanho)

    vai_um = 0
    resultado = []

    for i in range(tamanho - 1, -1, -1):
        soma = int(parcela1[i]) + int(parcela2[i]) + vai_um
        resultado.insert(0, str(soma % 10))
        vai_um = soma // 10

    if vai_um > 0:
        resultado.insert(0, str(vai_um))
```

```

    resultado_str = "".join(resultado)
    return parcela1, parcela2, resultado_str

def montar_linha_vai_um(coluna_vai_um: int | None, largura: int
) -> str:
    if coluna_vai_um is None:
        return " " * largura

    indice = largura - coluna_vai_um
    if indice < 0 or indice >= largura:
        return " " * largura

    caracteres = [" "] * largura
    caracteres[indice] = "1"
    return "".join(caracteres)

def exibir_layout(
    parcela1: str,
    parcela2: str,
    resultado_parcial: str,
    coluna_vai_um: int | None,
    largura: int,
) -> None:
    linha_vai_um = montar_linha_vai_um(coluna_vai_um, largura)
    linha_parcela1 = parcela1.rjust(largura)
    linha_parcela2 = ("+" + parcela2).rjust(largura)
    linha_traco = " " * largura
    linha_resultado = (
        resultado_parcial.rjust(largura) if resultado_parcial
        else " " * largura
    )

    print(linha_vai_um)
    print(linha_parcela1)
    print(linha_parcela2)
    print(linha_traco)
    print(linha_resultado)

def adicao_passo_a_passo() -> None:

```

```

limpar_tela()
print("--- Algoritmo da Adição Passo a Passo ---\n")

parcela1_str, parcela2_str = ler_parcelas()
parcela1, parcela2, resultado_final = preparar_parcelas(
    parcela1_str,
    parcela2_str,
)

tamanho = len(parcela1)
largura = max(tamanho + 2, len(resultado_final) + 2)

digitos_resultado = [" "] * len(resultado_final)
indice_resultado = len(digitos_resultado) - 1
vai_um = 0

for i in range(tamanho - 1, -1, -1):
    limpar_tela()

    coluna = tamanho - i
    digito1 = int(parcela1[i])
    digito2 = int(parcela2[i])

    print(f"PASSO {coluna}: Somando a {coluna}ª coluna\n")
    print(f"Na coluna atual temos {digito1} (em cima) e {
        digito2} (embaixo).")

    soma_coluna = digito1 + digito2 + vai_um
    digito_resultado = soma_coluna % 10
    novo_vai_um = soma_coluna // 10

    if vai_um:
        print(f"\nJá tínhamos um vai-um de {vai_um}.")
        print(f"Então fazemos: {digito1} + {digito2} + {
            vai_um} = {soma_coluna}.")
    else:
        print(f"\nFazemos: {digito1} + {digito2} = {
            soma_coluna}.")

```

```

if novo_vai_um:
    print(
        f"\nFica o {digito_resultado} na coluna atual e
        vai "
        f"{novo_vai_um} para a próxima coluna à
        esquerda."
    )
else:
    print(
        f"\nFica o {digito_resultado} na coluna atual e
        não há vai-um "
        f"para a próxima coluna."
    )

digitos_resultado[indice_resultado] = str(
    digito_resultado)
indice_resultado -= 1
resultado_parcial = "".join(digitos_resultado)

coluna_vai_um = None
if novo_vai_um:
    coluna_vai_um = coluna + 1

print("\nSituação da conta até agora:\n")
exibir_layout(parcela1, parcela2, resultado_parcial,
    coluna_vai_um, largura)

vai_um = novo_vai_um

if i > 0:
    input("\nPressione Enter para continuar...")
else:
    input("\nPressione Enter para ver o resultado final
    ...")

limpar_tela()
print("Processo finalizado!\n")

exibir_layout(parcela1, parcela2, resultado_final, None,

```

```
        largura)
    print(f"\n0 resultado da adição é {resultado_final}.\n")

if __name__ == "__main__":
    adicao_passo_a_passo()
```

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Código Python 2 – Subtração

```
import os

def limpar_tela():
    os.system("clear" if os.name != "nt" else "cls")

def esperar(mensagem):
    input(mensagem)

def ler_inteiro(mensagem):
    while True:
        texto = input(mensagem).strip()
        try:
            return int(texto), texto
        except ValueError:
            print("Erro: digite apenas números inteiros.\n")

def montar_linha_colunas(colunas, largura_coluna=2, separador=""):
    return separador.join((c if c else "").rjust(largura_coluna)
        for c in colunas)

def subtracao_passo_a_passo():
    limpar_tela()
    print("--- Algoritmo da Subtração Passo a Passo ---\n")

    minuendo_int, minuendo_str = ler_inteiro("Digite o minuendo: ")
    subtraendo_int, subtraendo_str = ler_inteiro("Digite o subtraendo: ")

    while minuendo_int < subtraendo_int:
        print("\nErro: o minuendo deve ser maior ou igual ao subtraendo.\n")
        minuendo_int, minuendo_str = ler_inteiro("Digite o minuendo: ")
        subtraendo_int, subtraendo_str = ler_inteiro("Digite o subtraendo: ")
```

```

tamanho = max(len(minuendo_str), len(subtraendo_str))
minuendo_base = [int(d) for d in minuendo_str.zfill(tamanho)
]
subtraendo = [int(d) for d in subtraendo_str.zfill(tamanho)
]

minuendo_trabalho = minuendo_base[:]
anotacoes = [""] * tamanho
resultado = [""] * tamanho

largura_coluna = 2
separador = " "
largura_linha = len(montar_linha_colunas(["0"] * tamanho,
    largura_coluna, separador))
linha_traco = " " * (largura_linha + 2)

for idx in range(tamanho - 1, -1, -1):
    limpar_tela()

    coluna = tamanho - idx
    cima_atual = minuendo_trabalho[idx]
    baixo_atual = subtraendo[idx]

    print(f"PASSO {coluna}: Analisando a {coluna}ª coluna\n")
    print(f"Na coluna atual temos {cima_atual} (em cima) e {baixo_atual} (embaixo).\n")

    houve_emprestimo = False
    origem_emprestimo = None

    if cima_atual < baixo_atual:
        houve_emprestimo = True
        j = idx - 1
        while j >= 0 and minuendo_trabalho[j] == 0:
            j -= 1

        origem_emprestimo = j

```

```

    if origem_emprestimo is not None and
        origem_emprestimo >= 0:
        minuendo_trabalho[origem_emprestimo] -= 1
        anotacoes[origem_emprestimo] = str(
            minuendo_trabalho[origem_emprestimo])

        for k in range(origem_emprestimo + 1, idx):
            minuendo_trabalho[k] = 9
            anotacoes[k] = "9"

        minuendo_trabalho[idx] += 10
        anotacoes[idx] = str(minuendo_trabalho[idx])

        cima_atual = minuendo_trabalho[idx]

if houve_emprestimo:
    if origem_emprestimo is None or origem_emprestimo <
        0:
        print("Não foi possível realizar o empréstimo.\n"
            n")
    else:
        print("Como o dígito de cima é menor,
            precisamos pegar emprestado da coluna à
            esquerda.")
        print(f"Após o empréstimo, o dígito da coluna
            atual passa a ser {cima_atual}.\n")
else:
    print("Como o dígito de cima é maior ou igual, a
        subtração é direta.\n")

conta = cima_atual - baixo_atual
resultado[idx] = str(conta)

print(f"Fazemos: {cima_atual} - {baixo_atual} = {conta
    }.\n")
print("Situação da conta até agora:\n")

colunas_anotacoes = [a for a in anotacoes]

```

```

colunas_minuendo_base = [str(d) for d in minuendo_base]
colunas_subtraendo = [str(d) for d in subtraendo]
colunas_resultado = [r for r in resultado]

linha_annotacoes = montar_linha_colunas(
    colunas_annotacoes, largura_coluna, separador)
linha_minuendo = montar_linha_colunas(
    colunas_minuendo_base, largura_coluna, separador)
linha_subtraendo = montar_linha_colunas(
    colunas_subtraendo, largura_coluna, separador)
linha_resultado = montar_linha_colunas(
    colunas_resultado, largura_coluna, separador)

if linha_annotacoes.strip():
    print(" " + linha_annotacoes)
print(" " + linha_minuendo)
print("- " + linha_subtraendo)
print(" " + linha_traco)
print(" " + linha_resultado)

if idx > 0:
    esperar("\nPressione Enter para continuar...")
else:
    esperar("\nPressione Enter para ver o resultado
            final...")

limpar_tela()

resultado_final = int("".join(r if r else "0" for r in
    resultado))
print("Processo finalizado!\n")

colunas_minuendo_final = [str(d) for d in minuendo_base]
colunas_subtraendo_final = [str(d) for d in subtraendo]
colunas_resultado_final = [str(d) for d in str(
    resultado_final).zfill(tamanho)]

linha_minuendo_final = montar_linha_colunas(
    colunas_minuendo_final, largura_coluna, separador)

```

```
linha_subtraendo_final = montar_linha_colunas(
    colunas_subtraendo_final, largura_coluna, separador)
linha_resultado_final = montar_linha_colunas(
    colunas_resultado_final, largura_coluna, separador)

if linha_anotacoes.strip():
    print("  " + linha_anotacoes)
print("  " + linha_minuendo_final)
print("- " + linha_subtraendo_final)
print("  " + linha_traco)
print("  " + linha_resultado_final)
print(f"\n0 resultado da subtração é {resultado_final}.\n")

if __name__ == "__main__":
    subtracao_passo_a_passo()
```

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Código Python 3 – Multiplicação

```
import os

def limpar_tela():
    os.system("clear" if os.name != "nt" else "cls")

def pausar(mensagem="Pressione Enter para continuar..."):
    input(f"\n{mensagem}")

def desenhar_conta(multiplicando, multiplicador, vai_uns,
produtos_parciais):
    largura = max(len(multiplicando), len(multiplicador), max((
        len(p) for p in produtos_parciais), default=0)) + 2

    linhas = []

    if any(vai_uns):
        linha_vai = "".join(str(v) if v > 0 else " " for v in
            vai_uns)
        linhas.append(linha_vai.rjust(largura))

    linhas.append(multiplicando.rjust(largura))
    linhas.append(("x " + multiplicador).rjust(largura))
    linhas.append("-" * largura)

    for p in produtos_parciais:
        linhas.append(p.rjust(largura))

    return "\n".join(linhas)

def multiplicacao_passo_a_passo():
    limpar_tela()
    print("--- Algoritmo da Multiplicação Passo a Passo ---\n")

    multiplicando = input("Digite o multiplicando: ").strip()
    multiplicador = input("Digite o multiplicador: ").strip()

    a = multiplicando[::-1]
```

```

b = multiplicador[::-1]

produtos_parciais = []
passo = 1

for idx_b, dig_b in enumerate(b):
    transporte = 0
    resultado_coluna = []
    vai_uns = [0] * (len(a) + 1)

    for idx_a, dig_a in enumerate(a):
        limpar_tela()

        valor = int(dig_a) * int(dig_b) + transporte
        digito_resultado = valor % 10
        novo_transporte = valor // 10

        vai_uns[idx_a + 1] = novo_transporte

        print(f"PASSO {passo}: Multiplicando {dig_a} por {
            dig_b}")
        print()
        print(f"Calculamos: {dig_a} × {dig_b} + transporte
            {transporte} = {valor}.")
        print(f"Fica {digito_resultado} nesta coluna e vai
            {novo_transporte} para a próxima.")
        print()
        resultado_coluna.append(str(digito_resultado))

    parcial_atual = (
        "".join(resultado_coluna[::-1]) +
        "0" * idx_b
    )

    conta = desenhar_conta(
        multiplicando,
        multiplicador,
        vai_uns,
        produtos_parciais + [parcial_atual]

```

```

    )

    print("Situação da conta até agora:\n")
    print(conta)

    transporte = novo_transporte
    passo += 1
    pausar()

    if transporte > 0:
        resultado_coluna.append(str(transporte))

    produto_final = (
        "".join(resultado_coluna[::-1]) +
        "0" * idx_b
    )

    produtos_parciais.append(produto_final)

limpar_tela()
print("PASSO FINAL: Somando os produtos parciais\n")

largura = max(len(p) for p in produtos_parciais) + 2
soma = sum(int(p) for p in produtos_parciais)

for p in produtos_parciais:
    print(p.rjust(largura))
print("-" * largura)
print(str(soma).rjust(largura))

print(f"\n0 resultado da multiplicação é {soma}.")

if __name__ == "__main__":
    multiplicacao_passo_a_passo()

```

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Código Python 4 – Divisão

```
import os

def limpar_tela():
    os.system("clear" if os.name != "nt" else "cls")

def ler_divisao():
    while True:
        try:
            dividendo = input("Digite o dividendo: ").strip()
            divisor = input("Digite o divisor: ").strip()
            dividendo_int = int(dividendo)
            divisor_int = int(divisor)
            if divisor_int == 0:
                print("Erro: o divisor não pode ser zero.\n")
                continue
            return dividendo, divisor
        except ValueError:
            print("Erro: digite apenas números inteiros.\n")

def place_from(start_col_idx: int, text: str, left_width: int,
               with_minus: bool = False) -> str:
    txt = str(text)
    if with_minus:
        prefix_spaces = max(0, start_col_idx - 2)
        line = (" " * prefix_spaces) + "-" + txt
    else:
        prefix_spaces = max(0, start_col_idx - 1)
        line = (" " * prefix_spaces) + txt

    if len(line) < left_width:
        line = line + " " * (left_width - len(line))
    elif len(line) > left_width:
        line = line[-left_width:]
    return line

def exibir_scaffold(dividendo_str, divisor_str, left_width,
                    largura_fixa_barra,
```

```

        linhas_trabalho, parte_atual_int, produto,
        resto, start_col, quociente_str):
    parte_str = str(parte_atual_int)
    produto_str = str(produto)

    lado_esquerdo = [dividendo_str.rjust(left_width)] +
        linhas_trabalho

    if linhas_trabalho:
        largura_traco = max(len(parte_str), len(produto_str))
        resto_alinhado = str(resto).rjust(largura_traco)
        lado_esquerdo.append(place_from(start_col,
            resto_alinhado, left_width))

    quociente_display = quociente_str if quociente_str else "0"

    lado_direito = [
        f" {divisor_str}",
        f" {'' * largura_fixa_barra}",
        f" {quociente_display}",
    ]

    num_linhas = max(len(lado_esquerdo), len(lado_direito))

    print()
    for i in range(num_linhas):
        esq = lado_esquerdo[i] if i < len(lado_esquerdo) else "
            " * left_width
        dir_ = lado_direito[i] if i < len(lado_direito) else ""
        print(f"{esq} {dir_}")
    print()

def divisao_passo_a_passo():
    limpar_tela()
    print("--- Divisão Passo a Passo (Layout Web) ---\n")

    dividendo_str, divisor_str = ler_divisao()

    dividendo_str = dividendo_str.lstrip("0") or "0"

```

```

divisor_str = divisor_str.lstrip("0") or "0"

dividendo_int = int(dividendo_str)
divisor_int = int(divisor_str)

quociente_estimado = str(dividendo_int // divisor_int)

largura_fixa_barra = max(len(divisor_str), len(
    quociente_estimado)) + 4
left_width = len(dividendo_str) + 1

linhas_trabalho = []
quociente_str = ""
parte_dividendo_str = ""
idx = 0
passo = 1

while idx < len(dividendo_str):
    limpar_tela()

    parte_dividendo_str += dividendo_str[idx]
    digito_baixado = dividendo_str[idx]
    idx += 1

    parte_int = int(parte_dividendo_str)
    dig_quociente = parte_int // divisor_int
    produto = dig_quociente * divisor_int
    resto = parte_int - produto
    quociente_str += str(dig_quociente)

    print(f"PASSO {passo}: Baixando '{digito_baixado}',
          formando {parte_dividendo_str}\n")

    if parte_int < divisor_int:
        print(f"-> Como {parte_int} é menor que {
              divisor_str}, o algoritmo do quociente é 0.\n")
    else:
        print(f"-> {divisor_str} cabe {dig_quociente} vez(
              es) em {parte_int}, pois {dig_quociente}×{

```

```

        divisor_str} = {produto}.\n")

print(f"=> Subtraímos: {parte_int} - {produto} = {resto
      }.\n")

tamanho_parte = len(str(parte_int))
start_col = (idx + 1) - (tamanho_parte - 1)

if not (parte_int < divisor_int and dig_quociente == 0)
:
    largura_traco = max(len(str(parte_int)), len(str(
        produto)))
    linhas_trabalho.append(place_from(start_col,
        parte_int, left_width))
    linhas_trabalho.append(place_from(start_col, str(
        produto).rjust(len(str(parte_int))), left_width,
        with_minus=True))
    linhas_trabalho.append(place_from(start_col, " " *
        largura_traco, left_width))

parte_dividendo_str = str(resto)

exibir_scaffold(dividendo_str, divisor_str, left_width,
    largura_fixa_barra,
                linhas_trabalho, parte_int, produto,
                resto, start_col, quociente_str)

if idx < len(dividendo_str):
    input("Pressione Enter para continuar...")
else:
    input("Pressione Enter para ver o resultado final
        ...")
passo += 1

limpar_tela()
print("PASSO FINAL: Verificação do resto.\n")
print(f"-> Último resto: {parte_dividendo_str}")
print(f"-> Resto < divisor ({divisor_str}), logo a divisão
terminou.\n")

```

```
print("Resultado final:")
print(f"Quociente: {quociente_str}")
print(f"Resto: {parte_dividendo_str}\n")
print(f"{dividendo_str} ÷ {divisor_str} = {quociente_str} (
    resto {parte_dividendo_str})\n")

if __name__ == "__main__":
    divisao_passo_a_passo()
```

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

APÊNDICE J – Aplicação Web (Hisab)

Visão Geral

A aplicação web *Hisab* foi desenvolvida como ferramenta de apoio pedagógico no contexto desta pesquisa de mestrado, com o objetivo de auxiliar o ensino e a prática das quatro operações fundamentais da aritmética. Trata-se de uma plataforma interativa que busca transformar o estudo dos algoritmos tradicionais em uma atividade visual, estruturada e acessível, oferecendo recursos tanto para estudantes quanto para professores.

A lógica da aplicação está alinhada aos princípios do Pensamento Computacional, apresentando resoluções passo a passo, detalhamento das etapas dos algoritmos e mecanismos de análise de desempenho que reforçam processos de verificação e autocorreção.

Funcionalidades Destinadas aos Estudantes

A plataforma disponibiliza um conjunto de recursos projetados para favorecer a compreensão dos procedimentos matemáticos, a autonomia e o engajamento:

- **Calculadoras Interativas Passo a Passo:** Para cada uma das quatro operações, a aplicação exibe visualmente cada etapa do algoritmo tradicional, permitindo que o estudante acompanhe a lógica da resolução.
- **Sistema de Gamificação:** Inclui mais de quinze conquistas desbloqueáveis conforme o desempenho, incentivando a prática contínua. Um ranking anônimo organiza os estudantes por taxa de acertos e eficiência.
- **Painel de Desempenho Pessoal:** Exibe estatísticas individuais, como número total de tentativas, taxa geral de acertos, desempenho por operação e histórico de envios, incluindo eventuais *feedbacks* do professor.
- **Tarefas e Exercícios:** Os estudantes podem acessar listas de exercícios atribuídas pelo professor. Nesses casos, os valores numéricos são pré-preenchidos e bloqueados, garantindo o foco no processo de resolução.
- **Envio de Resoluções:** O aluno pode anexar uma fotografia de sua resolução manual. A imagem é automaticamente comprimida e redimensionada no navegador antes do envio.
- **Modo de Treino:** Usuários não autenticados podem praticar livremente utilizando as calculadoras.

Funcionalidades Destinadas aos Professores

O painel administrativo integrado oferece ferramentas de acompanhamento detalhado e gestão pedagógica:

- **Configurações Locais:** Permite habilitar ou desabilitar o envio de respostas de seus alunos, exigir ou não o envio de foto com a resolução para seus alunos e ocultar o passo a passo para estudantes com que possui vínculo.
- **Gerenciamento de Estudantes:** Possibilita criar, editar, remover e redefinir senhas de alunos.
- **Central de Submissões:** Lista todas as tentativas dos estudantes com paginação e filtros. O professor pode acessar detalhes de cada envio, visualizar imagens anexadas e registrar *feedback* textual.
- **Dashboard de Estatísticas:** Exibe métricas de desempenho por estudante e por operação, oferecendo uma visão abrangente da evolução da turma.

Funcionalidades Destinadas aos Administradores

Além das opções disponíveis aos professores, contempla:

- **Configurações Globais:** Permite habilitar ou desabilitar o envio de respostas, exigir ou não o envio de foto com a resolução, controlar o modo de treino para visitantes e ocultar o passo a passo para estudantes, transformando a plataforma em ambiente de avaliação.
- **Gerenciamento de Tarefas e Exercícios:** Interface completa para criação, edição e remoção de listas de atividades.
- **Gerenciamento de Usuários:** Possibilita criar, editar, remover e redefinir senhas de usuários (alunos/professores).

Abaixo seguem algumas imagens ilustrando as funcionalidades descritas acima. A aplicação encontra-se disponível para acesso no endereço: <https://hisab.guerra.mat.br>

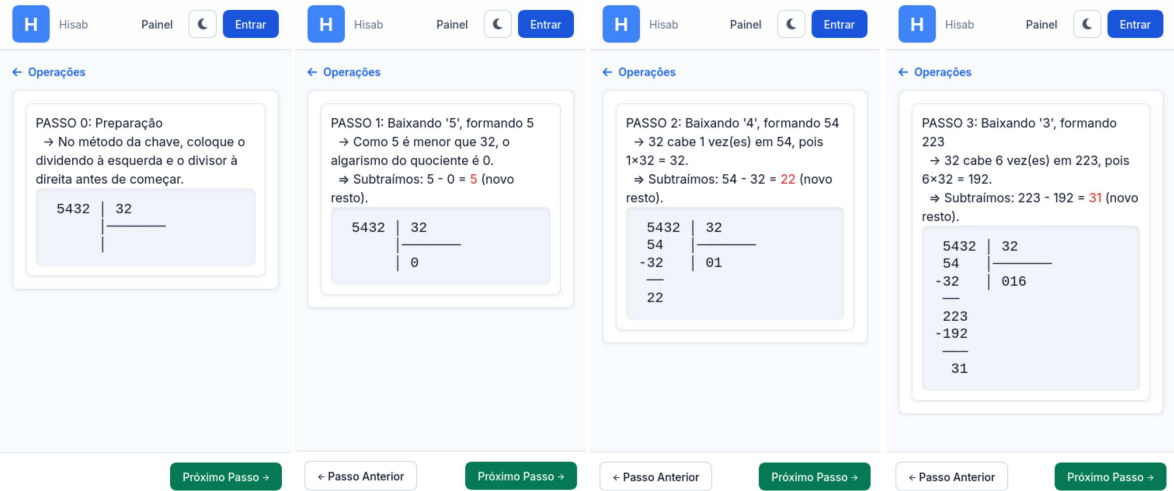


Figura 17 – Visão pública: Exemplo da visualização passo a passo do algoritmo da divisão.



Figura 18 – Visão pública: Estatísticas gerais da plataforma.



Figura 19 – Visão do estudante: tela de exercícios de uma tarefa.

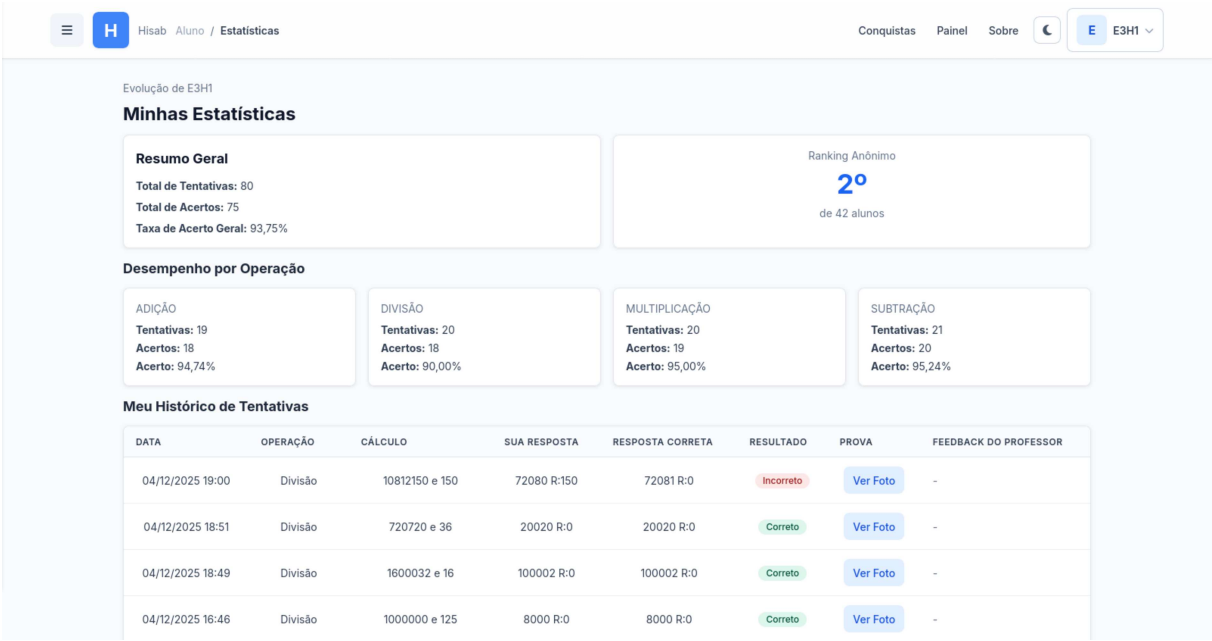


Figura 20 – Visão do estudante: tela com a evolução.

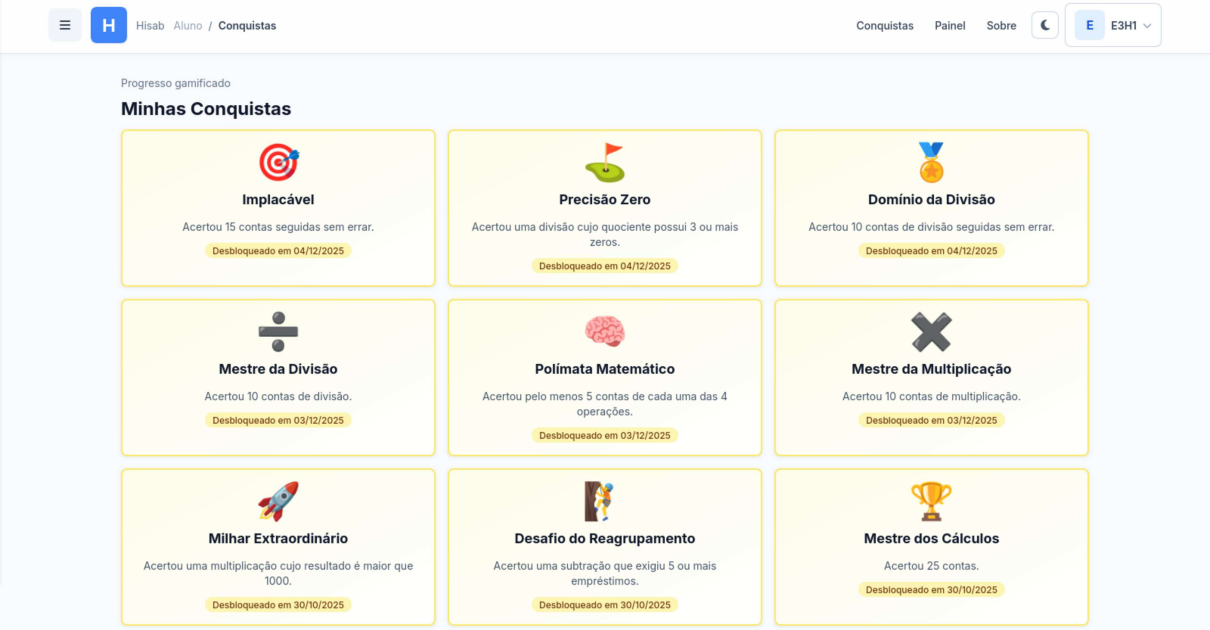


Figura 21 – Visão do estudante: tela com as conquistas.

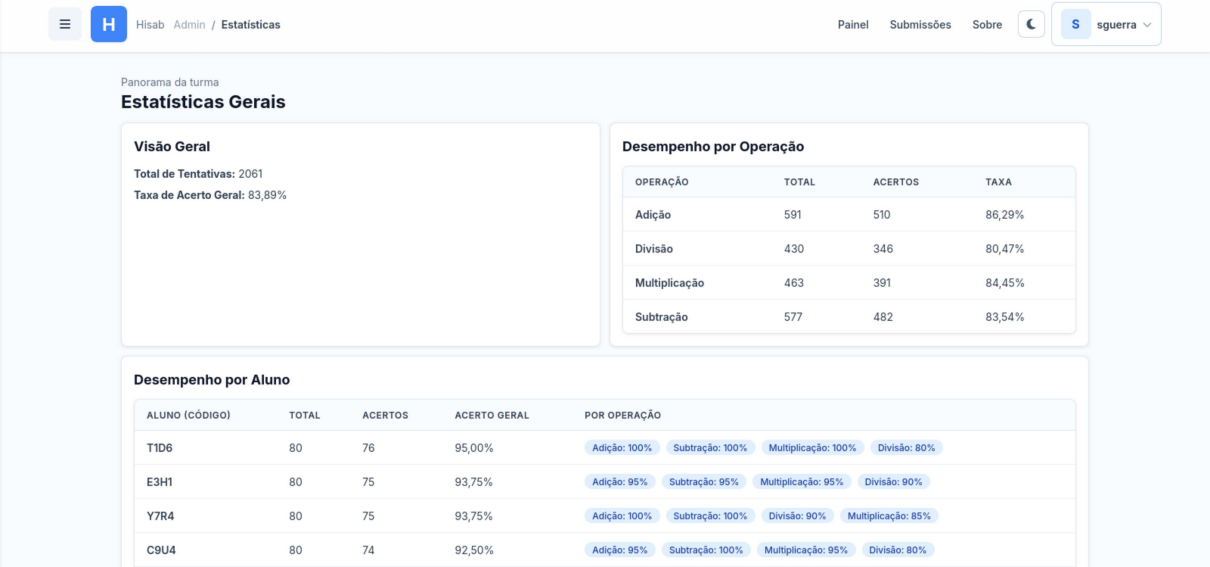


Figura 22 – Visão do professor: tela com as estatísticas.

H

Hisab Admin / Submissões

Painel Submissões Sobre

S sguerra

Feedbacks e provas

Histórico de Submissões

Filtrar por aluno

Filtrar por exercício

-- Todos os Alunos --

-- Todos os Exercícios --

☐ Apenas incorretos

☐ Apenas alunos ativos

Filtrar

Limpar

ALUNO	DATA	OPERAÇÃO	RESULTADO	PROVA / FEEDBACK	AÇÕES
T1D6	06/12/25 14:48	Divisão	Correto	Adicionar Feedback	Remover
T1D6	06/12/25 14:47	Divisão	Incorreto	Ver / Editar Feedback	Remover
T1D6	06/12/25 14:46	Divisão	Incorreto	Ver / Editar Feedback	Remover
E3H1	04/12/25 19:00	Divisão	Incorreto	Adicionar Feedback	Remover
E3H1	04/12/25 18:51	Divisão	Correto	Adicionar Feedback	Remover
E3H1	04/12/25 18:49	Divisão	Correto	Adicionar Feedback	Remover
P2G5	04/12/25 16:46	Divisão	Correto	Adicionar Feedback	Remover

Figura 23 – Visão do professor: tela com as respostas submetidas.

H

Hisab Admin / Adicionar Feedback

Painel Submissões Sobre

S slsguerra

Feedback para B1V5

Submissão do Aluno

Detalhes da Submissão

Operação: Divisão

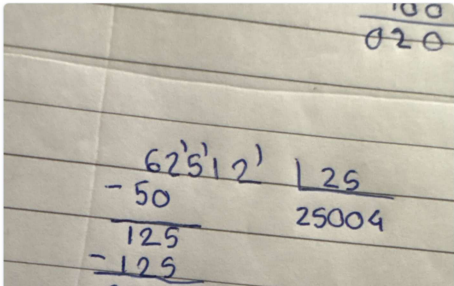
Cálculo: 62512 e 25

Resposta do Aluno: 25004 (Resto: 020)

Resposta Correta: 2500 (Resto: 12)

Resultado: Incorreto

Resolução do Aluno (Foto):



Adicionar ou Editar Feedback

Seu Feedback para o Aluno:

No passo final fica $12 \div 25 = 0$ e o resto é 12.

Feedback do professor sobre a resolução do aluno.

Editar Submissão

Salvar Feedback

Voltar

Figura 24 – Visão do professor: análise da resposta enviada e registro de feedback.

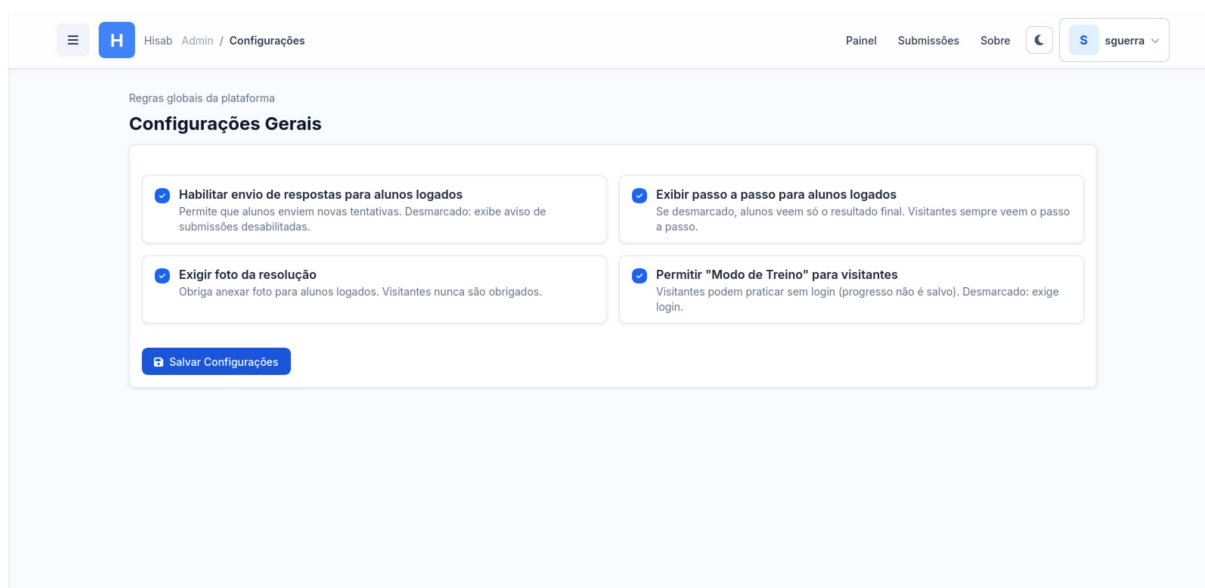


Figura 25 – Visão do administrador: tela com configurações da aplicação.

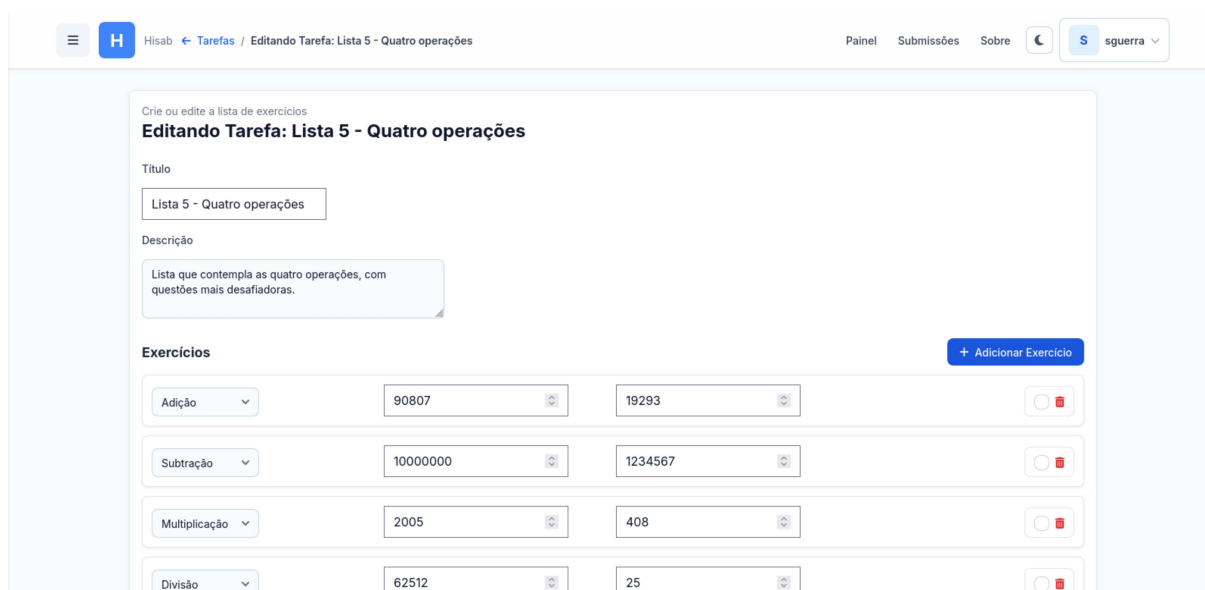


Figura 26 – Visão do administrador: tela para gestão das tarefas.

APÊNDICE K – Lista de atividades

**PENSAMENTO COMPUTACIONAL COMO ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA:
O (RE)ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL 2**



Pesquisador: Sebastião Luiz da Silva Guerra
Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista



**Lista de Exercícios: As Quatro Operações Básicas
Focada nos Erros Comuns**

Introdução

A presente lista de exercícios fundamenta-se na premissa de que grande parte dos cálculos cotidianos pode ser resolvida por meio de estratégias de cálculo mental e métodos intuitivos, dispensando inicialmente a rigidez dos algoritmos formais. A sequência foi estruturada para progredir gradativamente, conduzindo o estudante a situações onde o uso dos algoritmos convencionais (contas armadas) se torna necessário e mais eficiente para garantir a precisão.

Análise dos Erros Comuns

Antes de apresentar a lista, é importante entender quais são os erros mais frequentes dos alunos em cada uma das quatro operações básicas da matemática, quando utilizados os algoritmos usuais.

Adição

- **“Vai um” esquecido:** O aluno esquece de somar o valor que “foi” para a casa decimal seguinte.
- **Alinhamento incorreto:** Unidades não são alinhadas com unidades, dezenas com dezenas, e assim por diante, especialmente em contas com números de diferentes ordens de grandeza ou com vírgulas.
- **Erro na soma de colunas:** Simplesmente erra a soma de uma das colunas.

Subtração

- **“Empréstimo” incorreto:** O aluno não realiza o empréstimo da casa decimal vizinha ou o faz de forma equivocada.
- **Ordem da subtração:** Subtrai o número menor do maior dentro da mesma coluna, independentemente da posição (ex: em $32 - 17$, faz $7 - 2$ na coluna da unidade).
- **Zero como elemento nulo:** Dificuldade em subtrair de um número terminado em zero.

Multiplicação

- **“Vai um” da multiplicação:** Confunde o “vai um” da soma interna da multiplicação com o da adição final.
- **Multiplicação por zero:** Esquece que qualquer número multiplicado por zero é zero.

- **Alinhamento das parcelas:** Erra o posicionamento das parcelas ao multiplicar por números com mais de um algarismo.
- **Tabuada:** Desconhecimento ou erro na tabuada básica.

Divisão

- **“Descer” o número errado:** Baixa mais de um número do dividendo de uma vez sem colocar o zero no quociente.
- **Subtrações sucessivas:** Erra a subtração dentro do processo da divisão.
- **Estimativa do quociente:** Dificuldade em estimar quantas vezes o divisor “cabe” em parte do dividendo.
- **Resto maior que o divisor:** Deixa um resto que ainda poderia ser dividido.
- **Divisão com zero:** Confusão ao lidar com zeros no dividendo ou no quociente.

Lista de Exercícios (Versão do Aluno)

Instrução: Resolva as operações abaixo, prestando muita atenção em cada passo do cálculo.

Parte 1: Adição

1. $89 + 15 =$
2. $278 + 96 =$
3. $1.245 + 78 =$
4. $506 + 394 =$
5. $3.497 + 2.813 =$
6. $457 + 382 =$
7. $999 + 2 =$
8. $9.876 + 8.765 =$
9. $40.809 + 7.989 =$
10. $189.087 + 98.563 =$
11. $99.999 + 1.001 =$
12. $80.909 + 79.091 =$
13. $87.654 + 12.346 =$
14. $456.789 + 987.654 =$
15. $49.879 + 50.121 =$

Parte 2: Subtração

1. $72 - 38 =$
2. $145 - 67 =$
3. $503 - 128 =$
4. $1.000 - 452 =$
5. $3.214 - 1.809 =$
6. $991 - 949 =$
7. $200 - 76 =$
8. $10.000 - 9.958 =$
9. $20.101 - 9.099 =$
10. $54.321 - 12.345 =$
11. $30.007 - 12.898 =$
12. $80.000 - 45.731 =$

13. $70.102 - 8.995 =$

14. $50.000 - 19.999 =$

15. $100.000 - 10.001 =$

Parte 3: Multiplicação

1. $58 \times 7 =$

2. $149 \times 8 =$

3. $207 \times 4 =$

4. $65 \times 23 =$

5. $380 \times 15 =$

6. $74 \times 25 =$

7. $451 \times 102 =$

8. $987 \times 123 =$

9. $708 \times 306 =$

10. $5.400 \times 25 =$

11. $3.009 \times 50 =$

12. $890 \times 760 =$

13. $1.234 \times 321 =$

14. $4.050 \times 108 =$

15. $999 \times 99 =$

Parte 4: Divisão

1. $84 \div 6 =$

2. $135 \div 5 =$

3. $412 \div 4 =$

4. $887 \div 21 =$

5. $1.236 \div 12 =$

6. $5.409 \div 9 =$

7. $8.016 \div 8 =$

8. $725 \div 17 =$

9. $4.824 \div 24 =$

10. $10.000 \div 50 =$

11. $45.045 \div 15 =$

12. $16.835 \div 82 =$

13. $25.612 \div 12 =$

14. $154.500 \div 15 =$

15. $36.018 \div 18 =$

Parte 5: Desafio

1. $90.807 + 19.293 =$

2. $10.000.000 - 1.234.567 =$

3. $2.005 \times 408 =$

4. $62.512 \div 25 =$

5. $80.001 - 79.992 =$

6. $10.010.010 - 9.090.909 =$

7. $10.812.150 \div 150 =$

8. $1.989 \times 99 =$

9. $400.000 - 10.078 =$

10. $9.876.543 + 123.457 =$

11. $720.720 \div 36 =$

12. $90.090 \times 11 =$

13. $10.101.010 - 101.011 =$

14. $88.888.888 + 11.111.112 =$

15. $1.600.032 \div 16 =$

16. $5.000 \times 200 =$

17. $50.040 - 1.999 =$

18. $8.765.432 + 2.345.678 =$

19. $98.765 \times 10.001 =$

20. $1.000.000 \div 125 =$

Lista de Exercícios (Versão Com Comentários)

Instrução: Resolva as operações abaixo, prestando muita atenção em cada passo do cálculo.

Parte 1: Adição

Objetivo: Praticar o “vai um” e o alinhamento correto.

1. $89 + 15 =$ (Atenção ao “vai um” da soma das unidades)
2. $278 + 96 =$ (Cuidado com o “vai um” duas vezes)
3. $1.245 + 78 =$ (Atenção ao alinhamento)
4. $506 + 394 =$ (O “vai um” resultando em zero na coluna)
5. $3.497 + 2.813 =$ (Observe o alinhamento das ordens e os múltiplos “vai um” ao longo da soma)
6. $457 + 382 =$ (Cuidado para não esquecer o “vai um” na passagem das dezenas)
7. $999 + 2 =$ (O cálculo mental é mais eficaz que o algoritmo em colunas)
8. $9.876 + 8.765 =$ (“Vai um” em todas as colunas)
9. $40.809 + 7.989 =$ (Alinhamento e “vai um” com zero intercalado)
10. $189.087 + 98.563 =$ (Soma de números grandes exigindo alinhamento e múltiplos “vai um”)
11. $99.999 + 1.001 =$ (Múltiplos “vai um” em cascata)
12. $80.909 + 79.091 =$ (Soma com zeros e “vai um” em cascata)
13. $87.654 + 12.346 =$ (Soma resultando em número “redondo”)
14. $456.789 + 987.654 =$ (Adição de números grandes com “vai um” em todas as colunas)
15. $49.879 + 50.121 =$ (Soma estratégica para um resultado exato)

Parte 2: Subtração

Objetivo: Praticar o “empréstimo” e a subtração com zero.

1. $72 - 38 =$ (Não inverta a ordem da subtração nas unidades; o empréstimo é necessário)
2. $145 - 67 =$ (Empréstimo em duas colunas)
3. $503 - 128 =$ (Praticar o empréstimo de uma casa com zero)
4. $1.000 - 452 =$ (Empréstimos sucessivos a partir do milhar)
5. $3.214 - 1.809 =$ (Exige empréstimos sucessivos; atenção especial às colunas com zero após o empréstimo)
6. $991 - 949 =$ (Cuidado com o empréstimo)
7. $200 - 76 =$ (Subtração com zero: será necessário emprestar das centenas)
8. $10.000 - 9.958 =$ (Atenção aos empréstimos em cascata envolvendo vários zeros)
9. $20.101 - 9.099 =$ (Múltiplos empréstimos e atenção ao alinhamento)
10. $54.321 - 12.345 =$ (Atenção ao alinhamento das ordens e aos empréstimos sucessivos nas casas intermediárias)

11. $30.007 - 12.898 =$ (*Teste de empréstimo em zeros sucessivos*)
12. $80.000 - 45.731 =$ (*Subtração de um número grande com múltiplos empréstimos*)
13. $70.102 - 8.995 =$ (*Empréstimo e alinhamento com minuendo grande*)
14. $50.000 - 19.999 =$ (*O cálculo mental é mais simples do que o uso do algoritmo usual*)
15. $100.000 - 10.001 =$ (*Cuidado com a quantidade de zeros e o alinhamento*)

Parte 3: Multiplicação

Objetivo: Focar no alinhamento das parcelas, na multiplicação por zero e no “vai um”.

1. $58 \times 7 =$ (*Controle corretamente o “vai um” da multiplicação*)
2. $149 \times 8 =$ (*Cuidado com o “vai um”*)
3. $207 \times 4 =$ (*Multiplicação por zero no meio do número*)
4. $65 \times 23 =$ (*Alinhamento da segunda parcela*)
5. $380 \times 15 =$ (*Zero no final do número e alinhamento*)
6. $74 \times 25 =$ (*Atenção ao alinhamento da segunda parcela ao multiplicar por dezenas*)
7. $451 \times 102 =$ (*Zero intercalado no multiplicador*)
8. $987 \times 123 =$ (*Multiplicação longa: alinhe corretamente cada linha parcial*)
9. $708 \times 306 =$ (*Zeros intercalados nos dois fatores*)
10. $5.400 \times 25 =$ (*Gerenciamento dos zeros finais*)
11. $3.009 \times 50 =$ (*Zero no meio e no final*)
12. $890 \times 760 =$ (*Conte corretamente os zeros finais antes de realizar o cálculo*)
13. $1.234 \times 321 =$ (*Evite erros de alinhamento e revise cada multiplicação parcial*)
14. $4.050 \times 108 =$ (*Zeros em ambos os fatores em posições diferentes*)
15. $999 \times 99 =$ (*Teste de múltiplos “vai um”*)

Parte 4: Divisão

Objetivo: Treinar a estrutura da divisão, o uso do zero no quociente e a correta manipulação do resto.

1. $84 \div 6 =$ (*Divisão direta: revise a tabuada para evitar erros simples*)
2. $135 \div 5 =$ (*Atenção ao “descer” os algarismos corretamente*)
3. $412 \div 4 =$ (*Zero no quociente ao “baixar” o 1*)
4. $887 \div 21 =$ (*Estime corretamente quantas vezes o divisor cabe no dividendo parcial*)
5. $1.236 \div 12 =$ (*Divisor com dois algarismos*)
6. $5.409 \div 9 =$ (*Zero intercalado no dividendo*)
7. $8.016 \div 8 =$ (*Zero no quociente em duas posições*)

8. $725 \div 17 =$ (*Cuidado com a estimativa inicial do quociente*)
9. $4.824 \div 24 =$ (*Necessidade de colocar zero no quociente*)
10. $10.000 \div 50 =$ (*Divisão com zeros no dividendo e divisor*)
11. $45.045 \div 15 =$ (*Zero no quociente é crucial aqui*)
12. $16.835 \div 82 =$ (*Estimativa do quociente com divisor grande*)
13. $25.612 \div 12 =$ (*Divisão longa com resto*)
14. $154.500 \div 15 =$ (*Atenção ao posicionamento dos zeros no quociente*)
15. $36.018 \div 18 =$ (*Zero no quociente após baixar o 1*)

Parte 5: Desafio

Objetivo: Resolva as 20 operações mistas a seguir. Elas foram criadas para testar os erros mais comuns em cálculos com números naturais.

1. $90.807 + 19.293 =$ (*Adição: Múltiplos “vai um” que resultam em zeros*)
2. $10.000.000 - 1.234.567 =$ (*Subtração: Empréstimo em cascata com muitos zeros*)
3. $2.005 \times 408 =$ (*Multiplicação: Zeros intercalados em ambos os fatores*)
4. $62.512 \div 25 =$ (*Divisão: Teste de estimativa e subtração com resto*)
5. $80.001 - 79.992 =$ (*Subtração: Empréstimo em cascata com resultado pequeno*)
6. $10.010.010 - 9.090.909 =$ (*Subtração: Empréstimos sucessivos em números com padrão*)
7. $10.812.150 \div 150 =$ (*Divisão: Gerenciamento de zeros no divisor e dividendo*)
8. $1.989 \times 99 =$ (*Multiplicação: Teste de múltiplos “vai um”*)
9. $400.000 - 10.078 =$ (*Subtração: Empréstimo em zeros intermediários*)
10. $9.876.543 + 123.457 =$ (*Adição: Alinhamento crítico e “vai um”*)
11. $720.720 \div 36 =$ (*Divisão: Necessidade de zero no quociente*)
12. $90.090 \times 11 =$ (*Multiplicação: Padrão com zeros intercalados*)
13. $10.101.010 - 101.011 =$ (*Subtração: Atenção ao alinhamento e empréstimo em zeros*)
14. $88.888.888 + 11.111.112 =$ (*Adição: Soma resultando em 100 milhões*)
15. $1.600.032 \div 16 =$ (*Divisão: Dois zeros seguidos no quociente são necessários*)
16. $5.000 \times 200 =$ (*Multiplicação: Contagem e posicionamento correto dos zeros*)
17. $50.040 - 1.999 =$ (*Subtração: Empréstimo sobre o zero e o quatro*)
18. $8.765.432 + 2.345.678 =$ (*Adição: Soma com “vai um” em quase todas as colunas*)
19. $98.765 \times 10.001 =$ (*Multiplicação: Padrão que pode induzir a erro de alinhamento*)
20. $1.000.000 \div 125 =$ (*Divisão: Estimativa com dividendo grande*)