

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
FACULDADE DE ENGENHARIA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

YANA VIEIRA MARQUES OLIVEIRA

**ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM
ARMADURA DE CISALHAMENTO**

Juiz de Fora

2026

YANA VIEIRA MARQUES OLIVEIRA

**ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM
ARMADURA DE CISALHAMENTO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia da Universidade Federal
de Juiz de Fora, como requisito parcial à obtenção
do grau de bacharel em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas.
Orientador: Prof. Dr. Rodolfo de Azevedo
Palhares.

Juiz de Fora

2026

ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA
DE CISALHAMENTO

YANA VIEIRA MARQUES OLIVEIRA

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à banca examinadora constituída de acordo com a Resolução Nº 01/2018 do Colegiado do Curso de Engenharia Civil, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em:

Por:

Documento assinado digitalmente
 **RODOLFO DE AZEVEDO PALHARES**
Data: 24/07/2026 08:25:52-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Rodolfo de Azevedo Palhares (Orientador)
Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Estruturas

Documento assinado digitalmente
 **PAULA DE OLIVEIRA RIBEIRO**
Data: 24/07/2026 11:59:47-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dra. Paula De Oliveira Ribeiro (Examinadora 01)
Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Estruturas

Documento assinado digitalmente
 **GUSTAVO HENRIQUE NALON**
Data: 24/07/2026 11:23:32-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gustavo Henrique Nalon (Examinador 02)
Universidade Federal de Juiz de Fora/Departamento de Estruturas

RESUMO

As lajes lisas de concreto armado são amplamente empregadas na construção civil devido às suas vantagens arquitetônicas, executivas e econômicas. Entretanto, a ligação laje-pilar é suscetível à ruptura por punção, um modo de falha frágil e relevante para a segurança estrutural. Este trabalho teve como objetivo desenvolver e calibrar, por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF) e do software Abaqus, um modelo numérico tridimensional capaz de simular o comportamento à punção de uma laje lisa de concreto armado com armadura de cisalhamento e, a partir dessa calibração, realizar uma análise paramétrica de variáveis que influenciam a resistência à punção. Adotou-se como referência a laje experimental FS-08, com 2500 mm × 2500 mm em planta, 180 mm de espessura, pilar interno quadrado de 300 mm e estribos fechados como armadura de punção. O concreto foi representado pelo modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) e as armaduras por elementos de treliça. A calibração baseou-se em análises de sensibilidade quanto ao tipo de elemento finito, ao tamanho da malha, ao ângulo de dilatância, à viscosidade, à energia de fratura e aos modelos constitutivos do concreto e do aço, resultando em um modelo com elementos C3D8R, malha otimizada e ângulo de dilatância de 35°. A primeira redução de carga ocorreu em aproximadamente 590 kN, valor próximo à carga experimental de 607,8 kN, com mecanismo de ruptura compatível com a punção. A principal limitação foi a não reprodução da queda brusca de carga no trecho pós-pico, uma vez que o modelo manteve capacidade resistente residual. Em seguida, análises paramétricas avaliaram a influência da resistência à compressão do concreto (20 a 50 MPa), da altura da laje (160 a 270 mm), da taxa de armadura de flexão (diâmetros de 10 a 20 mm) e da geometria do pilar (quadrado e circular). Conclui-se que o modelo representou adequadamente o comportamento global da ligação laje-pilar até a região da ruptura, podendo ser utilizado como ferramenta complementar à investigação experimental de lajes lisas com armadura de punção.

Palavras-chave: Punção. Modelagem numérica. Lajes lisas. Armadura de punção. Abaqus. MEF.

ABSTRACT

Reinforced concrete flat slabs are widely used in civil construction due to their architectural, constructive and economic advantages. However, the slab-column connection is susceptible to punching shear failure, a brittle failure mode relevant to structural safety. This work aimed to develop and calibrate, using the Finite Element Method (FEM) and the Abaqus software, a three-dimensional numerical model capable of simulating the punching behavior of a reinforced concrete flat slab with shear reinforcement and, based on this calibration, to carry out a parametric analysis of variables that influence punching resistance. The experimental slab FS-08 was adopted as reference, measuring 2500 mm $\times$ 2500 mm in plan, 180 mm thick, with an internal 300 mm square column and closed stirrups as punching reinforcement. Concrete was represented by the Concrete Damaged Plasticity (CDP) model and the reinforcement by truss elements. Calibration was based on sensitivity analyses of the finite element type, mesh size, dilation angle, viscosity, fracture energy and the constitutive models of concrete and steel, resulting in a model with C3D8R elements, optimized mesh and a 35° dilation angle. The first load reduction occurred at approximately 590 kN, close to the experimental load of 607.8 kN, with a failure mechanism consistent with punching. The main limitation was the inability to reproduce the abrupt post-peak load drop, since the model retained residual load capacity. Parametric analyses then assessed the influence of concrete compressive strength (20 to 50 MPa), slab depth (160 to 270 mm), flexural reinforcement ratio (bar diameters from 10 to 20 mm) and column geometry (square and circular). It is concluded that the model adequately represented the global behavior of the slab-column connection up to the failure region and can be used as a complementary tool to the experimental investigation of flat slabs with punching reinforcement.

Keywords: Punching shear; numerical modeling; flat slabs; shear reinforcement; Abaqus. MEF.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tipo de lajes empregadas em edificações.	14
Figura 2 – Casos reais de colapso associados à ruptura por punção	16
Figura 3 – Esquema de ruptura por punção em laje lisa.....	24
Figura 4 – Esquema de fissuras associadas à ruptura por punção.	25
Figura 5 – Laje armada à punção com estribos fechados e ancorados nas armaduras de flexão. .	32
Figura 6 – Disposição de conectores tipo pino com cabeça dupla (<i>headed studs</i>) em laje lisa na região do pilar.	33
Figura 7 – Armaduras de cisalhamento alternativas utilizadas na literatura.	34
Figura 8 – Detalhamento dos arranjos de estribos testados por Shatarat e Salman (2022) (dimensões em milímetros).	37
Figura 9 – Ilustração da armadura de cisalhamento soldada	38
Figura 10 – Disposição da armadura de punção em corte conforme a ABNT NBR 6118:2026. .	40
Figura 11 – Modos de ruptura por punção: a) por esmagamento da biela comprimida; b) na região com armadura de cisalhamento; c) fora da região da armadura de cisalhamento.	41
Figura 12 – Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C” conforme a ABNT NBR 6118:2026.....	43
Figura 13 – Modelos constitutivos para o aço.....	45
Figura 14 – Modelo do aço adaptado da curva experimental.....	45
Figura 15 – Resposta do concreto ao carregamento uniaxial de compressão e tração.....	47
Figura 16 – Superfície de plastificação no estado plano de tensões.....	49
Figura 17 – O desvio de um elemento e o ângulo de dilatação criado.	50
Figura 18 – Ângulo de dilatação e excentricidade do plano meridiano.	51
Figura 19 – Superfícies de escoamento no plano desviador.....	52
Figura 20 – Detalhes da geometria da laje avaliada (dimensões em milímetros).	54
Figura 21 – Detalhes da geometria da laje experimental (dimensões em milímetros).....	56
Figura 22 – Detalhes da laje numérica (dimensões em milímetros).....	57
Figura 23 – Detalhes da laje analisada numericamente (dimensões em milímetros).	58
Figura 24 – Gráfico carga-deslocamento dos modelos com dano e sem dano.....	59
Figura 25 – Geometria da laje FS-08 (dimensões em milímetros).....	61
Figura 26 – Planta das armaduras de flexão superior e inferior (dimensões em milímetros)	62
Figura 27 – Disposição das armaduras de cisalhamento da laje FS-08 (dimensões em milímetros).	63
Figura 28 – Esquema do ensaio experimental (dimensões em milímetros).	64
Figura 29 – Sistema de ensaio.	65
Figura 30 – Dimensões da laje numérica (dimensões em milímetros).....	66
Figura 31 – Condições de contorno da laje numérica.	67
Figura 32 – Disposição das armaduras no modelo.	68
Figura 33 – Disposição dos LVDTs da laje numérica (dimensões em milímetros).	69
Figura 34 – Disposição dos extensômetros das armaduras de flexão superiores da laje numérica.	70

Figura 35 – Disposição dos extensômetros das armaduras de punção da laje numérica.....	70
Figura 36 – Disposição dos extensômetros da laje numérica (dimensões em milímetros).	71
Figura 37 – Comportamento uniaxial do aço.	73
Figura 38 – Comparação esquemática das curvas tensão–deformação do agregado, da pasta de cimento e do concreto sob compressão.	74
Figura 39 – Comportamento à tração uniaxial do concreto.....	77
Figura 40 – Comportamento à compressão uniaxial do concreto.	79
Figura 41 – Fluxograma de calibração e análise de sensibilidade do modelo numérico.....	81
Figura 42 – Elementos hexaédricos contínuos de 8 nós (C3D8/C3D8R) e 20 nós (C3D20/C3D20R).....	83
Figura 43 – Gráfico carga–deslocamento para os diferentes elementos empregados.	85
Figura 44 – Campos de deformação plástica principal máxima em cortes laterais e vistas superiores das lajes para cada tipo de elemento.	87
Figura 45 – Curvas carga–deslocamento do elemento C3D8R para diferentes tamanhos de malha.	89
Figura 46 – Otimização de malha.....	90
Figura 47 – Curvas carga–deslocamento para a malha original e a malha otimizada do elemento C3D8R.....	91
Figura 48 – Curva carga–deslocamento para diferentes valores de viscosidade.....	94
Figura 49 – Curvas carga–deslocamento para diferentes ângulos de dilatância.	96
Figura 50 – Influência da energia de fratura (G_f) na resposta carga–deslocamento.	97
Figura 51 – Curvas carga–deslocamento para os modelos com e sem dano.....	98
Figura 52 – Curva carga–deslocamento para diferentes modelos constitutivos do aço.	100
Figura 53 – Curva carga–deslocamento para diferentes valores do módulo de elasticidade das barras de 10,0 mm.	102
Figura 54 – Distribuição das tensões principais máximas nas armaduras no início do trecho pós-pico.	104
Figura 55 – Curva carga–deslocamento: comparação entre os modelos com e sem estribos de punção.....	105
Figura 56 – Gráficos carga-deformação do aço das armaduras de flexão, extensômetros experimentais e numéricos	108
Figura 57 – Gráficos carga-deformação do aço das armaduras de punção, extensômetros experimentais e numéricos	110
Figura 58 – Deformações radiais e tangenciais.	113
Figura 59 – Deformações radiais e tangenciais médias.....	113
Figura 60 – Deslocamentos verticais da laje FS-08 na direção Oeste-Leste.....	115
Figura 61 – Deslocamentos verticais da laje FS-08 na direção Sul-Norte	116
Figura 62 – Mapa de fissuração da laje numérica.	117
Figura 63- Campos de deformação plástica principal máxima em cortes transversais no instante da ruptura numérica.	118
Figura 64 – Mapa de fissuração experimental da laje FS-08.	119

Figura 65 – Influência da resistência à compressão do concreto na resposta carga–deslocamento da ligação laje-pilar.	122
Figura 66 – Influência da altura útil da laje (d) na resposta carga–deslocamento da ligação laje-pilar.	124
Figura 67 – Influência da taxa de armadura de flexão.	126
Figura 68 – Deformação na armadura de flexão tracionada em função da carga aplicada.	127
Figura 69 – Influência da geometria do pilar.	130
Figura 70 – Tensão nas lajes numéricas para diferentes geometrias de pilar.	131

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades mecânicas das armaduras da laje FS-08. 72

Tabela 2 – Indicação dos elementos e suas respectivas malhas. 84

Tabela 3 – Valores de viscosidade adotados ou avaliados em estudos numéricos com CDP..... 93

Tabela 4 – Valores de ângulo de dilatação (ψ) adotados ou avaliados em estudos numéricos com CDP. 95

Tabela 5 – Síntese dos parâmetros adotados na calibração do modelo numérico..... 106

Tabela 6 – Taxa de armadura de flexão para cada diâmetro simulado..... 125

Tabela 7 – Características geométricas dos pilares analisados. 129

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
CA-50; CA-60	Categorias de aço para concreto armado (ABNT NBR 7480)
CDP	Concrete Damaged Plasticity
CFRP	Polímero reforçado com fibra de carbono (Carbon Fiber Reinforced Polymer)
C3D8; C3D8R	Elemento sólido hexaédrico de 8 nós, integração completa e reduzida
C3D20; C3D20R	Elemento sólido hexaédrico de 20 nós, integração completa e reduzida
fib	Fédération Internationale du Béton
LVDT	Transdutor de deslocamento variável linear (Linear Variable Differential Transformer)
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
T3D2	Elemento de treliça tridimensional de 2 nós
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UnB	Universidade de Brasília

LISTA DE SÍMBOLOS

D (variável de dano)	Variável escalar de dano ($0 \leq D \leq 1$)
d	Altura útil da laje
E	Módulo de elasticidade do aço
E_0	Módulo de elasticidade inicial não degradado do concreto
f_c	Resistência à compressão do concreto
f_{b0}/f_{c0}	Relação entre as resistências à compressão biaxial e uniaxial
f_y	Tensão de escoamento do aço
F	Função da superfície de plastificação do CDP
G	Potencial plástico do CDP
G_f	Energia de fratura do concreto
K_c	Fator de forma da superfície de escoamento no plano desviatório
L_{eq}	Comprimento característico do elemento finito
$\bar{p}$	Pressão hidrostática efetiva média
$\bar{q}$	Tensão efetiva equivalente de von Mises
S_0	Espaçamento entre a face do pilar e a primeira camada de armadura de cisalhamento
S_r	Espaçamento entre camadas de armadura de cisalhamento
u_0	Perímetro de face do pilar
u_1	Perímetro crítico de controle
V_u	Carga última de ruptura à punção
α, β, γ	Coefficientes adimensionais da superfície de plastificação do CDP
ε^{pl}	Deformação plástica
ε_u	Deformação última do aço
$\varepsilon_y; \varepsilon_{ys}$	Deformação de escoamento do aço
ε	Excentricidade do potencial plástico
μ	Parâmetro de viscosidade
ρ	Taxa de armadura de flexão
$\bar{\sigma}_{max}$	Maior tensão efetiva principal
$\sigma_{t0}; \sigma_t$	Resistência/tensão à tração uniaxial do concreto
ψ	Ângulo de dilatância

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	14
1.1.	MOTIVAÇÃO	18
1.2.	OBJETIVOS	19
1.2.1.	OBJETIVO GERAL.....	19
1.2.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
1.3.	METODOLOGIA.....	20
1.4.	ESTRUTURA DO TRABALHO	20
2.	ASPECTOS GERAIS DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS	23
2.1.	SUPERFÍCIE DE RUPTURA	23
2.2.	FATORES QUE INFLUENCIAM A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO.....	26
2.2.1.	RESISTÊNCIA DO CONCRETO	27
2.2.2.	TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO	27
2.2.3.	GEOMETRIA E POSIÇÃO DO PILAR.....	28
2.2.4.	ALTURA ÚTIL DA LAJE.....	29
2.2.5.	ARMADURA DE PUNÇÃO	30
2.3.	TIPOS E ARRANJOS DE ARMADURA DE PUNÇÃO.....	31
2.3.1.	ESTRIBOS FECHADOS	31
2.3.2.	CONECTORES TIPO PINO COM CABEÇA (HEADED STUDS).....	33
2.3.3.	OUTROS TIPOS DE ARMADURA DE PUNÇÃO.....	34
2.3.4.	ARRANJOS EM PLANTA E ESPAÇAMENTO ENTRE CAMADAS.....	39
2.4.	MODOS DE RUPTURA EM LAJES COM ARMADURA DE PUNÇÃO	40
2.4.1.	ESMAGAMENTO DA BIELA COMPRIMIDA	41
2.4.2.	PUNÇÃO NA REGIÃO DE ARMADURA DE CISALHAMENTO	41
2.4.3.	PUNÇÃO FORA DA REGIÃO DE ARMADURA DE CISALHAMENTO.....	42
3.	MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS	44
3.1.	MODELO CONSTITUTIVO DO AÇO.....	44
3.2.	MODELO CONSTITUTIVO DO CONCRETO	46
3.3.	CONCRETE DAMAGED PLASTICITY (CDP).....	48
3.4.	PARÂMETROS PLÁSTICOS DO CDP	50
4.	PESQUISAS RELACIONADAS	53
4.1.	RAMADAN, MABROUK E YOUNIS (2026).....	54
4.2.	HAMODA E HOSSAIN (2019).....	55
4.3.	GENIKOMSOU E POLAK (2015).....	58
5.	MODELAGEM NUMÉRICA DA LAJE EXPERIMENTAL.....	61
5.1.	CARACTERÍSTICAS DA LAJE EXPERIMENTAL DE REFERÊNCIA.....	61
5.2.	GEOMETRIA, CONDIÇÕES DE CONTORNO E INTERAÇÕES	65
5.3.	SISTEMA DE CARREGAMENTO E MONITORAMENTO	68
5.4.	MÉTODO DE ANÁLISE.....	71

5.5.	COMPORTAMENTO UNIAXIAL DOS MATERIAIS	72
5.5.1.	COMPORTAMENTO DO AÇO SOB TENSÃO UNIAXIAL	72
5.5.2.	COMPORTAMENTO DO CONCRETO SOB TENSÃO UNIAXIAL	73
5.5.3.	COMPORTAMENTO DO CONCRETO SOB TRAÇÃO	75
5.5.4.	COMPORTAMENTO DO CONCRETO SOB COMPRESSÃO	77
6.	CALIBRAÇÃO E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO NUMÉRICO. 80	
6.1.	CRITÉRIOS ADOTADOS PARA A CALIBRAÇÃO.....	80
6.2.	CARACTERIZAÇÃO DA MALHA.....	82
6.2.1.	TIPO DE ELEMENTO	82
6.2.2.	TAMANHO DA MALHA E COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO (L_{eq})	88
6.2.3.	MALHA DAS ARMADURAS DE AÇO	91
6.3.	PARÂMETROS CONSTITUTIVOS DO CONCRETO.....	92
6.3.1.	FATOR DE FORMA, RELAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO BIAxIAL E UNIAxIAL E EXcENTRICIDADE	92
6.3.2.	VISCOSIDADE	92
6.3.3.	ÂNGULO DE DILATÂNCIA	94
6.3.4.	ENERGIA DE FRATURA (G_f).....	96
6.4.	MODELOS PARA O CONCRETO: CARREIRA E CHU VERSUS ALFARAH COM DANO E SEM DANO.....	97
6.5.	MODELO CONSTITUTIVO DO AÇO.....	99
6.6.	CONSIDERAÇÕES SOBRE O COMPORTAMENTO PÓS-PICO	102
6.7.	SÍNTESE DOS PARÂMETROS ADOTADOS.....	106
7.	RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS.....	107
7.1.	DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS DE FLEXÃO	107
7.2.	DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS DE PUNÇÃO.....	109
7.3.	DEFORMAÇÕES NO CONCRETO	111
7.4.	DESLOCAMENTOS VERTICAIS	114
7.5.	MAPA DE FISSURAÇÃO E INDÍCIOS DO MECANISMO DE RUPTURA	116
7.6.	MODO DE RUPTURA.....	119
7.7.	DISCUSSÃO GERAL DOS RESULTADOS	120
8.	INFLUÊNCIA DE VARIÁVEIS NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	122
8.1.	RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO (F_c).....	122
8.2.	ALTURA DA LAJE.....	123
8.3.	TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO.....	124
8.4.	GEOMETRIA DO PILAR.....	128
9.	CONCLUSÃO.....	133
9.1.	ÕES GERAIS	133
9.2.	LIMITAÇÕES DO ESTUDO	134
9.3.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	134

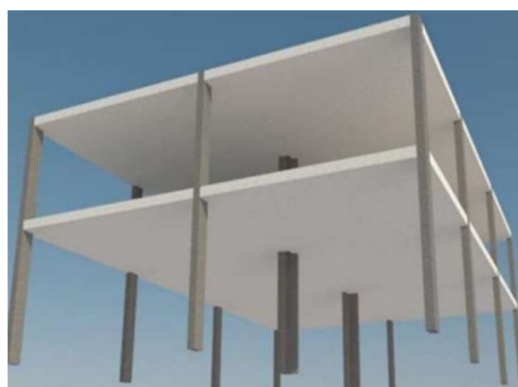
REFERÊNCIAS 136

1. INTRODUÇÃO

As lajes-cogumelo são sistemas estruturais constituídos por lajes apoiadas diretamente sobre pilares, podendo ser maciças ou nervuradas e apresentar, ou não, engrossamento na região dos apoios, denominado capitel. Conforme a ABNT NBR 6118:2026, a laje lisa corresponde a um caso particular de laje-cogumelo, sendo definida como uma laje maciça apoiada diretamente sobre pilares e sem capitéis. Esse sistema tem sido cada vez mais empregado em edificações devido a vantagens arquitetônicas, executivas e econômicas, como a maior flexibilidade na distribuição dos ambientes, a simplificação da execução das fôrmas, a redução da altura entre pavimentos e a maior facilidade para a passagem de instalações prediais. Além disso, a eliminação das vigas pode favorecer melhores condições de ventilação e iluminação, bem como resultar em estruturas mais leves, com redução das solicitações transmitidas às fundações (SANABRIA DIAZ, 2023; PALHARES, 2018).

Entretanto, a ausência de vigas modifica a transferência de esforços entre a laje e os pilares, concentrando tensões cisalhantes na região da ligação laje-pilar e tornando a verificação à punção particularmente importante (SANTOS JUNIOR, 2019; SANABRIA DIAZ, 2023). Uma representação do sistema construtivo tradicional e com lajes lisas pode ser verificada na Figura 1.

Figura 1 – Tipo de lajes empregadas em edificações.



- a) Sistema convencional com lajes, vigas e pilares. b) Sistema construtivo com lajes lisas e pilares.

Fonte: Pinto (2015)

A punção corresponde a um modo de ruptura localizado, por cisalhamento, que ocorre na região da ligação laje-pilar e está associado à formação de uma superfície de ruptura inclinada ao longo

da espessura da laje. Trata-se de um fenômeno de elevada relevância para a segurança estrutural, pois, embora se manifeste inicialmente de forma localizada, pode provocar a redistribuição de esforços para outras regiões da estrutura, originalmente não dimensionadas, para resistir a essas novas solicitações, podendo desencadear, em situações extremas, a ruína parcial ou total da edificação (PALHARES, 2018).

Um exemplo clássico de colapso associado à ruptura por punção ocorreu no edifício 2000 Commonwealth Avenue, em Boston, Estados Unidos, em 1971 (Figura 2a). A edificação residencial, composta por 16 pavimentos e ainda em fase de construção, sofreu o colapso de aproximadamente dois terços de sua estrutura, resultando na morte de quatro trabalhadores e deixando outros 30 feridos. Segundo King e Delatte (2004), a investigação do caso concluiu que o colapso ocorreu em três fases: ruptura por punção na laje principal da cobertura junto ao pilar E5, colapso da laje de cobertura e posterior colapso progressivo da maior parte da edificação. Entre os fatores associados à falha, destacaram-se a deficiência de escoramento sob a laje, a baixa resistência do concreto em decorrência da proteção inadequada em clima frio, falhas de execução e posicionamento inadequado das armaduras. O caso evidencia que a punção, embora se manifeste inicialmente como uma ruptura localizada na ligação laje-pilar, pode gerar redistribuições de esforços não previstas e desencadear o colapso progressivo da estrutura.

Um caso recente de colapso associado à ruptura por punção ocorreu na garagem do empreendimento residencial Nueva Montaña, em Santander, Espanha, em 2020 (Figura 2b). Pérez-Díaz et al. (2025) analisaram o colapso progressivo da estrutura e identificaram a punção como o principal mecanismo de falha. Segundo os autores, a região onde o colapso teve início estava submetida a carregamentos gravitacionais de aproximadamente 34 kN/m^2 , embora o projeto previsse uma carga de 15 kN/m^2 . Além disso, foram detectadas cavidades e desintegração do concreto na região da armadura de punção e da armadura superior da laje, o que reduziu a altura útil efetiva e aumentou as tensões nas bielas comprimidas. O estudo concluiu que a combinação entre sobrecarga, defeitos executivos e fissuração progressiva reduziu a segurança à punção e contribuiu para o colapso progressivo da estrutura.

No Brasil, um caso recente ocorreu em julho de 2016, no Grand Parc Residencial Resort, em Vitória (ES), onde três lajes do pavimento de uso comum desabaram durante a madrugada, causando uma morte e deixando quatro pessoas feridas (Figura 2c). Segundo Sá (2017), a análise técnica da consultoria Projest concluiu que o desabamento foi causado por punção, uma

vez que o concreto, em determinado ponto da ligação laje-pilar, foi submetido a uma tensão concentrada superior ao dobro da carga admissível. As perícias também apontaram deficiências de projeto e execução, como a insuficiência das armaduras passivas e o posicionamento inadequado das cordoalhas de protensão, que reduziram a capacidade resistente da laje e contribuíram para o colapso progressivo da estrutura.

Figura 2 – Casos reais de colapso associados à ruptura por punção



a) 2000 Commonwealth Avenue, Boston, Estados Unidos, 1971



b) Residencial Nueva Montaña, Santander, Espanha, 2020



c) Grand Parc Residencial Resort, Vitória, Brasil, 2016

Fonte: King e Delatte (2004), Pérez-Díaz et al. (2025) e Folha Vitória (2016).

O estudo da punção em elementos de concreto armado teve início no começo do século XX, inicialmente associado a ensaios em sapatas submetidas a cargas concentradas. Um dos primeiros estudos relacionados ao tema é atribuído a Talbot (1913), que observou a ocorrência de ruptura por punção em parte dos ensaios realizados com sapatas de concreto simples e armado. Posteriormente, Moe (1961) contribuiu de forma significativa para a sistematização do

problema em lajes lisas, estabelecendo uma base experimental importante para o desenvolvimento de formulações de cálculo voltadas às ligações laje-pilar.

A partir da década de 1960, o estudo da punção passou a incorporar modelos mecânicos mais elaborados, buscando representar não apenas a carga de ruptura, mas também o mecanismo resistente desenvolvido na ligação laje-pilar. Nesse contexto, destaca-se o trabalho de Kinnunen e Nylander (1960), que, a partir de ensaios em lajes circulares apoiadas em pilar central, propuseram um modelo mecânico baseado no equilíbrio entre esforços internos e carregamentos externos. Esse modelo representou um avanço importante em relação às abordagens predominantemente empíricas, pois buscou descrever o comportamento da laje por meio da rotação de segmentos rígidos em torno da região do pilar e da formação de uma superfície de ruptura inclinada, influenciando diretamente formulações contemporâneas baseadas na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.

Do ponto de vista normativo, a verificação à punção em lajes lisas é usualmente realizada em perímetros de controle definidos ao redor do pilar ou da região carregada, nos quais as tensões de cisalhamento solicitantes são comparadas às respectivas resistências de cálculo. As disposições da ABNT NBR 6118:2026 e do ACI 318 (2019) apresentam caráter predominantemente empírico ou semiempírico, tendo suas formulações sido calibradas a partir de resultados experimentais. Em contrapartida, o fib Model Code 2010 e a segunda geração do Eurocode 2, representada pela EN 1992-1-1:2023, adotam abordagens de base mecânica associadas à Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento. Essa evolução evidencia que, embora os modelos normativos tenham incorporado fundamentos mecânicos mais consistentes, a punção permanece um fenômeno complexo, cujo comportamento depende da interação entre parâmetros geométricos, mecânicos e construtivos.

Paralelamente ao desenvolvimento experimental e normativo, a modelagem numérica não linear pelo Método dos Elementos Finitos tem sido crescentemente empregada como ferramenta complementar aos estudos experimentais. Embora os ensaios laboratoriais sejam indispensáveis para a observação direta do comportamento estrutural, eles demandam elevado custo, tempo, infraestrutura e instrumentação específica. Quando devidamente calibrados e validados com resultados experimentais, os modelos numéricos permitem avaliar o campo de tensões, a distribuição de deformações, a evolução do dano, o padrão de fissuração, os deslocamentos e o comportamento pós-pico com um nível de detalhamento dificilmente obtido apenas por via experimental. Estudos como os de Genikomsou e Polak (2015), Rossignoli

(2021), Palhares et al. (2022), Jia e Chiang (2022), Sanabria Diaz (2023) e Jiang e Shi (2024) demonstram a relevância dessas simulações para a análise da punção em ligações laje-pilar, sobretudo na investigação da influência de parâmetros de material, malha, modelo constitutivo, armadura de cisalhamento e condições de carregamento.

Entre os modelos constitutivos empregados para representar o concreto em análises numéricas, destaca-se o *Concrete Damaged Plasticity*, disponível no Abaqus, que combina conceitos de plasticidade e dano para representar a resposta não linear do concreto sob tração e compressão. Sua aplicação, entretanto, exige definição criteriosa de parâmetros como resistência à tração, energia de fratura, comportamento pós-pico, viscosidade, ângulo de dilatação e demais propriedades relacionadas à degradação de rigidez. Por isso, a calibração numérica é etapa essencial para que o modelo seja capaz de reproduzir, com coerência, a curva carga–deslocamento, o modo de ruptura, o padrão de fissuração e as deformações medidas experimentalmente (Genikomsou; Polak, 2015; Rossignoli, 2021; Palhares et al., 2022).

O presente trabalho insere-se nesse panorama ao estudar numericamente o comportamento à punção de uma laje lisa de concreto armado com armadura de punção, tomando como referência uma laje experimental. A pesquisa busca contribuir para a compreensão do fenômeno por meio da calibração de um modelo numérico tridimensional, da avaliação de parâmetros que influenciam sua resposta e da comparação entre resultados numéricos e experimentais. Dessa forma, o estudo se situa na interseção entre análise experimental, modelagem constitutiva dos materiais e simulação numérica não linear, com foco na representação do comportamento global e local de ligações laje-pilar submetidas à punção.

1.1. MOTIVAÇÃO

Diante da complexidade dos estados de tensões mobilizados durante o fenômeno da punção e da dificuldade de representar adequadamente esse mecanismo por meio de modelos simplificados, torna-se relevante o desenvolvimento de modelos numéricos capazes de simular o comportamento de lajes lisas de concreto armado com armadura de cisalhamento. A modelagem numérica permite avaliar a resposta estrutural com custo significativamente inferior ao de ensaios experimentais, os quais demandam infraestrutura laboratorial, instrumentação, montagem de sistemas de ensaio e maior tempo de execução. Além disso, quando devidamente calibrados com resultados experimentais, os modelos numéricos permitem a realização de análises paramétricas e a investigação da influência de variáveis específicas no comportamento à punção.

No caso de lajes lisas com armadura de cisalhamento, a resposta da ligação laje-pilar passa a depender não apenas das propriedades dos materiais, mas também da configuração, da posição e da forma da armadura de punção. Estudos numéricos indicam que essas características podem alterar a carga de fissuração, a rigidez inicial, a capacidade resistente, os deslocamentos últimos e o padrão de fissuração da ligação. Dessa forma, a avaliação da capacidade preditiva de modelos numéricos para esse tipo de ligação deve ser fundamentada na comparação com resultados experimentais (HAMODA; HOSSAIN, 2019).

Nesse sentido, a motivação deste trabalho está associada à necessidade de desenvolver, calibrar e avaliar um modelo numérico tridimensional para reproduzir, com aproximação satisfatória, a resposta experimental de uma laje lisa de concreto armado com armadura de punção, especialmente até a região de carga máxima. A partir dessa calibração, busca-se investigar a influência de parâmetros de modelagem e de variáveis que afetam a resistência à punção, como a resistência à compressão do concreto, a altura útil da laje, a taxa de armadura de flexão e a geometria do pilar, contribuindo para uma melhor compreensão do fenômeno e para o uso mais confiável da análise numérica não linear em estudos de ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e calibrar um modelo numérico tridimensional, por meio do Método dos Elementos Finitos no software Abaqus, capaz de simular o comportamento à punção de uma laje lisa de concreto armado com armadura de cisalhamento, e empregá-lo para investigar o fenômeno. Para isso, os resultados numéricos são comparados aos resultados experimentais da laje de referência e, a partir do modelo calibrado, avalia-se a influência de variáveis que afetam a resistência à punção, contribuindo para a produção de conhecimento na área.

1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos desse trabalho são:

- Calibrar um modelo numérico tridimensional da ligação laje-pilar capaz de reproduzir a resposta experimental da laje de referência;

- Avaliar a influência dos principais parâmetros constitutivos do concreto, representado pelo modelo *Concrete Damaged Plasticity*, na resposta numérica;
- Realizar análises de sensibilidade quanto ao tipo de elemento finito, ao tamanho da malha, aos parâmetros do concreto e ao comportamento constitutivo do aço;
- Comparar os resultados numéricos com os resultados experimentais em termos de curva carga–deslocamento, carga última, deformações nas armaduras, deformações no concreto, padrão de fissuração e modo de ruptura;
- Avaliar, por meio de análise paramétrica, a influência de variáveis associadas à resistência à punção, como a resistência à compressão do concreto, a altura da laje, a taxa de armadura de flexão e a geometria do pilar;
- Identificar as limitações do modelo numérico desenvolvido e discutir sua capacidade de representar o comportamento à punção da laje analisada.

1.3. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho consistiu no desenvolvimento de um modelo numérico tridimensional, em elementos finitos, de uma ligação laje-pilar de concreto armado com armadura de cisalhamento, no software Abaqus. O modelo foi elaborado com base na laje experimental FS-08, ensaiada por Palhares (2018), em sua pesquisa sobre punção em lajes lisas de concreto armado com variação da ancoragem da armadura de cisalhamento. A partir dos dados experimentais da laje de referência, foi realizada a calibração do modelo, comparando os resultados obtidos computacionalmente com os experimentais em termos de curva carga–deslocamento, carga última, deformações no aço e no concreto, padrão de fissuração e modo de ruptura. Por fim, com o modelo calibrado, realizou-se uma análise paramétrica para avaliar a influência de variáveis associadas à resistência à punção, como a resistência à compressão do concreto, a altura da laje, a taxa de armadura de flexão e a geometria do pilar.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em nove capítulos, de modo a apresentar, inicialmente, a fundamentação teórica necessária ao entendimento do fenômeno da punção e, posteriormente, o desenvolvimento, a calibração e a avaliação do modelo numérico proposto.

O Capítulo 1 apresenta a introdução do trabalho, contemplando a motivação da pesquisa, os objetivos geral e específicos, a metodologia adotada e a estrutura do trabalho.

O Capítulo 2 aborda os aspectos gerais da punção em lajes lisas de concreto armado. Nesse capítulo são apresentados o mecanismo resistente da punção, a formação da superfície de ruptura e os principais fatores que influenciam a resistência à punção, como a resistência do concreto, a taxa de armadura de flexão, a geometria e a posição do pilar, a altura útil da laje e a presença de armadura de punção. Também são discutidos os tipos e arranjos de armaduras de punção, bem como os modos de ruptura observados em lajes com esse tipo de armadura.

O Capítulo 3 apresenta os modelos constitutivos dos materiais utilizados na modelagem numérica. São descritos o comportamento constitutivo do aço e do concreto, com destaque para o modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), adotado para representar o comportamento não linear do concreto no Abaqus. Também são apresentados os principais parâmetros plásticos associados a esse modelo.

O Capítulo 4 reúne a revisão de pesquisas relacionadas à modelagem numérica da punção em lajes lisas. Nesse capítulo são discutidos trabalhos experimentais e numéricos relevantes para o desenvolvimento da pesquisa, especialmente aqueles que abordam a simulação de ligações laje-pilar por meio do Método dos Elementos Finitos.

O Capítulo 5 descreve a modelagem numérica da laje experimental de referência. São apresentadas as características da laje experimental, sua geometria, condições de contorno, interações, detalhamento das armaduras, sistema de carregamento e monitoramento, método de análise, comportamento uniaxial dos materiais e a estratégia geral adotada para a avaliação dos resultados.

O Capítulo 6 apresenta a calibração e a análise de sensibilidade do modelo numérico. Nessa etapa são avaliados os principais parâmetros que podem influenciar a resposta da simulação, como caracterização da malha, tipo de elemento finito, tamanho da malha, comprimento característico, ângulo de dilatação, viscosidade, energia de fratura, modelos constitutivos do concreto e modelos constitutivos do aço.

O Capítulo 7 apresenta a comparação entre os resultados numéricos e experimentais. São analisadas a curva carga-deslocamento, as deformações nas armaduras de flexão, as deformações nas armaduras de punção, as deformações no concreto, os deslocamentos

verticais, o mapa de fissuração, a superfície de ruptura e o modo de ruptura. Ao final, é realizada uma discussão geral dos resultados obtidos.

O Capítulo 8 apresenta a análise paramétrica da influência de variáveis associadas à resistência à punção. São avaliados parâmetros como a resistência à compressão do concreto, a altura da laje, a taxa de armadura de flexão e a geometria do pilar, buscando compreender seus efeitos sobre a resposta numérica da ligação laje-pilar.

Por fim, o Capítulo 9 apresenta as do trabalho, destacando as principais observações obtidas a partir da modelagem numérica, as limitações do estudo e as sugestões para trabalhos futuros.

2. ASPECTOS GERAIS DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS

A punção é um modo de ruptura associado à atuação de esforços cisalhantes concentrados na região próxima aos pilares ou a áreas carregadas. Segundo Santos (2018), as características mais destacadas desse tipo de ruptura são a formação de fissuras inclinadas ao redor dos apoios ou das cargas concentradas e a ausência de grandes deslocamentos na estrutura antes da ruptura. Por essa razão, a punção é usualmente classificada como uma ruptura frágil e repentina, diferenciando-se dos mecanismos de flexão, nos quais a estrutura tende a apresentar maiores deformações antes da perda de capacidade resistente.

Embora se manifeste de forma localizada, a punção envolve a interação entre diferentes mecanismos resistentes, incluindo a contribuição do concreto íntegro, o engrenamento dos agregados, o efeito de pino das armaduras de flexão e, quando presente, a contribuição da armadura de cisalhamento. A participação desses mecanismos e, conseqüentemente, a resistência à punção são influenciadas por características da ligação laje-pilar, tais como a resistência do concreto, a taxa de armadura de flexão, as dimensões e a geometria do pilar, a altura útil da laje e as condições de carregamento e de contorno (PALHARES, 2018).

De acordo com Sanabria Diaz (2023), a fissuração constitui o fenômeno não linear mais relevante no mecanismo de ruptura por punção. Contudo, o acompanhamento experimental de sua evolução é dificultado, pois grande parte das fissuras se desenvolve no interior da laje. Assim, são usualmente realizados cortes após os ensaios para identificar a superfície de ruptura e formular hipóteses sobre o mecanismo interno de falha.

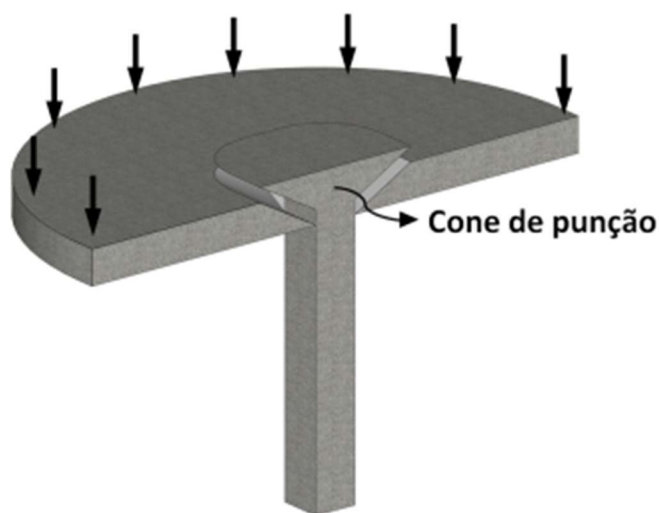
Neste capítulo, inicialmente, discute-se a superfície de ruptura por punção, com ênfase na formação do cone ou tronco de pirâmide de ruptura e na inclinação das fissuras. Em seguida, são apresentados os principais fatores que influenciam a resistência à punção, como resistência do concreto, taxa de armadura de flexão, geometria e posição do pilar, altura útil da laje e presença de armadura de cisalhamento. Por fim, são discutidos os modos de ruptura em lajes com armadura de punção, considerando as diferentes regiões em que a falha pode ocorrer.

2.1. SUPERFÍCIE DE RUPTURA

A superfície de ruptura por punção corresponde à região inclinada que se forma ao redor do pilar ou da área carregada e separa a porção da laje diretamente vinculada ao apoio do restante do elemento estrutural. Em pilares internos submetidos a carregamento aproximadamente simétrico, essa superfície é frequentemente representada de forma simplificada como um tronco

de cone, no caso de pilares circulares, ou como um tronco de pirâmide, no caso de pilares quadrados ou retangulares. Essa representação, entretanto, deve ser entendida como uma idealização, uma vez que a superfície real depende da evolução das fissuras e das características geométricas, mecânicas e construtivas da ligação.

Figura 3 – Esquema de ruptura por punção em laje lisa.

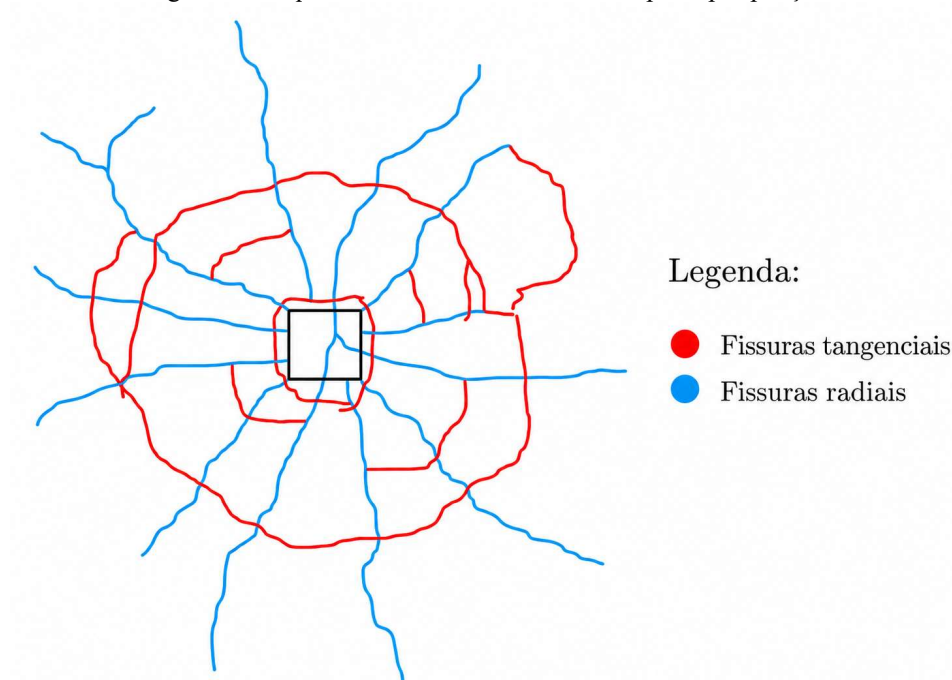


Fonte: Santos Junior (2019)

O processo de formação dessa superfície ocorre de maneira gradual. Segundo Sanabria Diaz (2023), com base na descrição de Menétrey (1994), o mecanismo de ruptura por punção pode ser dividido em quatro fases principais: fase linear elástica, fase de resposta à flexão, fase de resposta ao cisalhamento e fase pós-punção. Na fase linear elástica, o concreto e as armaduras apresentam comportamento predominantemente elástico, sem fissuração significativa. Com o aumento da sollicitação, inicia-se a fase de resposta à flexão, caracterizada pelo surgimento de fissuras associadas aos momentos fletores atuantes na região do pilar.

Na sequência, a fase de resposta ao cisalhamento é marcada pelo desenvolvimento de fissuras inclinadas em direção ao pilar, provocadas pela concentração de tensões cisalhantes na ligação laje-pilar. Essa etapa se completa quando uma fissura inclinada de ruptura se propaga de forma suficiente para provocar a falha por punção. Após a ruptura, a laje pode se separar em duas partes, sendo que a resistência residual passa a depender da presença de armadura de integridade e do tipo de armadura de cisalhamento utilizada (SANABRIA DIAZ, 2023).

Figura 4 – Esquema de fissuras associadas à ruptura por punção.



Fonte: Santos Junior (2019)

A superfície de ruptura por punção tende a se desenvolver a partir da região próxima ao pilar, propagando-se em direção à face tracionada da laje. Hassan et al. (2015) apontam que a inclinação dessa superfície de ruptura varia, aproximadamente, entre 20° e 45° , dependendo da quantidade de armadura de cisalhamento.

A extensão dessa superfície tampouco é constante. Com base em Cordovil (1997), pode-se estimar que, em lajes lisas sem armadura de cisalhamento, a região delimitada pela ruptura se projeta a partir da face do pilar por uma distância da ordem de duas a três vezes a altura útil. Trata-se de uma referência aproximada para representar a zona crítica, visto que, na prática, a forma e o alcance da superfície variam conforme a taxa de armadura de flexão, a resistência do concreto, a geometria do pilar e as condições de carregamento.

A análise da superfície de ruptura também está relacionada aos mecanismos de transferência de esforços após a fissuração. Antes da ruptura, parte dos esforços é transmitida pela zona comprimida do concreto, pelo engrenamento dos agregados ao longo das fissuras, pela ação de pino das armaduras de flexão e, quando existente, pela armadura de cisalhamento. Com a propagação da fissura crítica, esses mecanismos vão sendo reduzidos ou redistribuídos. Muttoni (2008), descreve que a propagação das fissuras inclinadas provoca uma redistribuição interna de forças, modificando a trajetória da biela comprimida originalmente inclinada.

Em lajes com armadura de cisalhamento, a superfície de ruptura pode ser modificada pela presença dos elementos transversais. Quando a armadura intercepta adequadamente as fissuras inclinadas, a ruptura pode ocorrer no interior da região armada ou, alternativamente, desenvolver-se em uma região externa à última camada de armadura de cisalhamento. Também pode ocorrer ruptura por esmagamento da biela comprimida na região situada entre a face do pilar e a primeira camada de armadura transversal (PALHARES, 2018).

Dessa forma, a superfície de ruptura por punção não deve ser compreendida apenas como uma geometria simplificada em forma de cone ou pirâmide. Ela representa o resultado de um processo progressivo de fissuração, redistribuição de tensões e perda dos mecanismos resistentes da ligação laje-pilar. Por isso, sua identificação é fundamental tanto em estudos experimentais quanto em modelos numéricos, pois permite avaliar se o modo de ruptura obtido é coerente com o comportamento esperado para a punção.

2.2. FATORES QUE INFLUENCIAM A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

A resistência à punção em lajes lisas de concreto armado é influenciada por parâmetros geométricos, mecânicos e construtivos. Embora a ruptura ocorra de forma localizada na região da ligação laje-pilar, sua resistência resulta da interação entre as propriedades do concreto, a taxa de armadura de flexão, a altura útil da laje, a geometria e a posição do pilar, as condições de carregamento e a presença de armadura de cisalhamento. Assim, a punção não deve ser compreendida como um fenômeno controlado por uma única variável, mas como resultado da atuação conjunta de diferentes fatores e mecanismos de transferência de esforços.

De acordo com Sanabria Diaz (2023), fatores como as condições geométricas e de contorno, as propriedades dos materiais, a taxa de armadura de flexão, a armadura de cisalhamento, a protensão, a transferência de momentos, a continuidade estrutural e a ação de compressão de membrana podem modificar a resistência à punção. Essa multiplicidade de variáveis dificulta a formulação de modelos capazes de representar, de forma abrangente, todos os mecanismos envolvidos na ruptura. No caso mais simples de ligação laje-pilar, caracterizado por concreto armado convencional, pilar interno, carregamento simétrico e ausência de armadura de cisalhamento, protensão, aberturas e espessamentos locais, destacam-se como parâmetros predominantes as propriedades do concreto, a taxa de armadura de flexão, a altura útil da laje e as dimensões do pilar. Em modelos numéricos previamente validados, esses parâmetros podem ser avaliados individualmente por meio de análises paramétricas. Dessa forma, os subitens

seguintes discutem os fatores considerados neste trabalho: resistência do concreto, taxa de armadura de flexão, geometria e posição do pilar, altura útil da laje e armadura de punção.

2.2.1. RESISTÊNCIA DO CONCRETO

A resistência à tração do concreto (f_t) constitui uma propriedade relevante para o mecanismo de ruptura por punção, pois está associada ao surgimento e à propagação de fissuras inclinadas. Como essa resistência é usualmente obtida por correlação com a resistência à compressão (f_c), muitas formulações normativas e estudos experimentais expressam a resistência à punção em função de f_c . Santos (2018) destaca que pesquisas como as de Graf (1933) e Moe (1961) avaliaram a influência do aumento da resistência à compressão do concreto, concluindo que esse parâmetro provoca acréscimo na capacidade resistente da ligação laje-pilar. Uma contribuição mais conclusiva sobre essa influência foi proposta por Marzouk e Hussein (1991), que defendem que a resistência à punção da laje varia com a raiz cúbica da resistência à compressão do concreto. Essa tendência é corroborada por outros autores e está incorporada às principais normas de projeto, como o Eurocode 2 (2004), que expressa a resistência à punção como função de $f_c^{1/3}$, enquanto o ACI 318 (2019) adota uma relação com $f_c^{1/2}$.

2.2.2. TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO

A taxa de armadura de flexão influencia a resistência à punção principalmente por modificar a rigidez da laje, o nível de rotação na região próxima ao pilar e a abertura das fissuras de flexão. Em lajes com maior taxa de armadura tracionada, a estrutura tende a apresentar menor deformabilidade, o que contribui para reduzir a abertura das fissuras e retardar a formação da fissura crítica de cisalhamento. Nesse sentido, a taxa de armadura de flexão não deve ser interpretada apenas como um parâmetro associado à resistência à flexão da laje, pois também modifica a resposta da ligação laje-pilar à punção. Como a abertura da fissura crítica está diretamente relacionada à redução de mecanismos resistentes do concreto, como o engrenamento dos agregados e a transferência de esforços na zona comprimida, maiores taxas de armadura tendem a retardar o desenvolvimento da superfície de ruptura por punção. Assim, a armadura longitudinal atua indiretamente sobre a resistência à punção ao limitar a deformabilidade da laje e a evolução da fissuração.

Santos (2018) destaca que Regan e Bræstrup (1985) e Sherif e Dilger (2000) defendem que a resistência à punção é função da raiz cúbica da taxa de armadura de flexão tracionada da laje. Essa influência ocorre porque, na zona comprimida, o concreto permanece menos fissurado e

contribui para a resistência ao cisalhamento, enquanto a armadura de flexão atua no controle da fissuração e na limitação das rotações da laje.

Além disso, as barras de flexão podem contribuir para a transferência de esforços por meio do chamado efeito de pino. Esse mecanismo ocorre quando as barras longitudinais atravessam fissuras e passam a resistir parcialmente aos deslocamentos relativos entre as faces fissuradas do concreto. Embora esse efeito não seja o principal mecanismo resistente da punção, ele pode contribuir para a capacidade resistente da ligação, especialmente após o início da fissuração.

Por outro lado, taxas elevadas de armadura de flexão não eliminam o risco de ruptura por punção. Em alguns casos, o aumento da armadura longitudinal pode tornar a ruptura mais governada pelo concreto, reduzindo a ductilidade associada a mecanismos de flexão. Dessa forma, a taxa de armadura de flexão deve ser compreendida como um parâmetro que interfere na rigidez, na fissuração e na rotação da laje, mas não como uma solução isolada para o problema da punção.

2.2.3. GEOMETRIA E POSIÇÃO DO PILAR

A geometria e a posição do pilar influenciam diretamente a distribuição das tensões cisalhantes na ligação laje-pilar. Em pilares internos submetidos a carregamento aproximadamente simétrico, a transferência de esforços tende a ocorrer de forma mais uniforme ao redor do pilar. Nesses casos, a superfície de ruptura se desenvolve de maneira mais regular, aproximando-se de uma forma tronco-cônica ou tronco-piramidal.

Em pilares de borda e de canto, entretanto, a distribuição de esforços é menos uniforme devido à descontinuidade da laje e à presença de momentos desbalanceados. Nessas situações, parte do perímetro crítico pode ser mais solicitada, favorecendo concentrações de tensão e reduzindo a capacidade resistente da ligação. Santos (2018) aborda a punção em ligações internas, de borda e de canto, observando que, para os casos de borda e de canto, os textos normativos são bastante omissos, gerando dificuldades no traçado dos perímetros críticos e no cálculo dos parâmetros de resistência.

As dimensões e o formato do pilar também interferem no comportamento à punção. Pilares maiores aumentam o perímetro de transferência de esforços, mas também alteram a distribuição de tensões e a posição da superfície crítica. Já pilares retangulares ou alongados podem gerar concentrações de tensões nas extremidades, modificando a geometria da superfície de ruptura.

Por isso, a relação entre os lados do pilar e sua posição na laje são parâmetros relevantes tanto em verificações normativas quanto em análises experimentais e numéricas.

A transferência de momentos da laje para o pilar também deve ser considerada nesse contexto. Segundo Sanabria Diaz (2023), a combinação entre força cortante e momento desbalanceado gera distribuição não uniforme de tensões ao redor do pilar, podendo reduzir a capacidade resistente e alterar o padrão de fissuração. Esse efeito é especialmente importante em ligações de borda e de canto, nas quais a assimetria estrutural é inerente ao sistema.

2.2.4. ALTURA ÚTIL DA LAJE

A altura útil da laje é outro parâmetro fundamental na resistência à punção. Seu aumento amplia a área de concreto resistente ao cisalhamento e modifica a geometria da superfície de ruptura, o que tende a elevar a capacidade resistente da ligação. Por esse motivo, uma das formas tradicionais de reduzir o risco de punção consiste no aumento da espessura da laje ou na adoção de engrossamentos localizados na região do pilar, como ábacos e capitéis.

Apesar disso, o ganho de resistência não ocorre de forma proporcional ao aumento da altura útil. Em elementos de concreto armado submetidos ao cisalhamento, é comum a ocorrência do chamado efeito de escala ou *size effect*, pelo qual elementos de maior dimensão podem apresentar menor resistência nominal. Santos (2018) trata a altura útil da laje e a consideração do *size effect* como um dos parâmetros específicos que influenciam a resistência à punção.

Para o estudo da punção, Bažant e Cao (1987) contribuíram para a compreensão do efeito de tamanho ao aplicar conceitos da mecânica da fratura à ruptura de lajes de concreto armado. Os autores observaram que, em lajes geometricamente semelhantes, a tensão nominal resistente ao cisalhamento tende a diminuir com o aumento das dimensões do elemento. Posteriormente, Muttoni (2008), por meio da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, relacionou a resistência à punção à abertura da fissura crítica, considerada proporcional ao produto entre a rotação da laje e a altura útil. Nessa abordagem, para uma mesma rotação, lajes com maior altura útil tendem a apresentar maior abertura da fissura crítica, reduzindo a eficiência de mecanismos como o engrenamento dos agregados e, conseqüentemente, a tensão resistente ao cisalhamento.

Esse efeito está associado ao processo de fissuração e à energia dissipada durante a formação da superfície de ruptura. Em lajes mais espessas, a fissura crítica pode envolver uma região maior da estrutura, alterando a forma como os esforços são transferidos pelo concreto após a fissuração. Assim, embora o aumento da altura útil contribua para elevar a carga última, em

razão do acréscimo da área resistente, a resistência nominal não cresce necessariamente na mesma proporção, devido à influência do efeito de tamanho.

2.2.5. ARMADURA DE PUNÇÃO

A armadura de cisalhamento é uma das estratégias mais empregadas para elevar a resistência à punção, pois não altera a geometria final da estrutura nem impacta significativamente seu peso total. Além disso, não exige materiais especiais de difícil obtenção e, dependendo do tipo adotado, pode ser executada de forma simples e economicamente viável. O princípio é direto: um material mais resistente, como o aço, é posicionado de modo a atravessar a superfície potencial de ruptura por punção, interceptando as fissuras de cisalhamento que tendem a se formar nessa região. Dessa forma, a laje mantém capacidade de carga significativa mesmo após o concreto fissurar, o que geralmente resulta no aumento da capacidade de carga e da ductilidade da estrutura (SCHIMANOWSKI et al., 2025).

A armadura de punção é utilizada quando a resistência fornecida apenas pelo concreto não é suficiente para garantir a segurança da ligação laje-pilar. Sua principal função é interceptar as fissuras inclinadas, restringir sua abertura e contribuir para a transferência de esforços após a fissuração do concreto. Dessa forma, além de aumentar a carga de ruptura, a armadura de cisalhamento pode melhorar a capacidade de deformação da ligação.

A eficiência da armadura de punção depende de diversos aspectos, como o tipo de sistema utilizado, a área de aço, o espaçamento entre camadas, a distância da primeira camada em relação à face do pilar, a disposição em planta e as condições de ancoragem. Rossignoli (2021), com base em Palhares (2018), observa que a magnitude do aumento da resistência à punção devido à armadura de cisalhamento depende principalmente do tipo de armadura, de sua disposição e da taxa adotada.

Palhares (2018) avaliou experimentalmente lajes lisas com estribos fechados como armadura de cisalhamento, variando as condições de ancoragem. Em seus modelos, a armadura de cisalhamento apresentou taxa aproximada de 0,13% e foi distribuída simetricamente em cinco camadas na região do pilar, em forma de cruz. Os resultados indicaram acréscimos de carga entre 26% e 38%, mostrando que os estribos fechados podem atuar como alternativa eficiente no combate à punção, mesmo quando não envolvem diretamente as barras da armadura de flexão, desde que apresentem detalhamento adequado.

Além disso, as armaduras transversais contra a punção aumentam a ductilidade das lajes e reduzem o ângulo de inclinação da fissura principal para até 15°, permitindo a ativação de uma área maior de concreto na resistência ao cisalhamento (BARTOLAC; DAMJANOVIĆ; DUVNJAK, 2015).

2.3. TIPOS E ARRANJOS DE ARMADURA DE PUNÇÃO

Diversas soluções técnicas têm sido desenvolvidas para aumentar a resistência à punção em lajes lisas de concreto armado por meio da introdução de elementos de reforço transversal. Conforme Palhares (2018), os tipos de armadura de cisalhamento utilizados contra a punção diferem entre si quanto à geometria, ao mecanismo de ancoragem, à facilidade de instalação e à eficiência no incremento da resistência. Entre os sistemas mais estudados e empregados em projetos estruturais, destacam-se os estribos fechados, os pinos com cabeça dupla (conectores tipo stud), as barras dobradas em forma de "U", as vigas treliçadas (*lattice girders*) e as unidades especiais soldadas. A escolha do sistema a ser utilizado depende de aspectos como a resistência requerida, a espessura da laje, as condições construtivas e as exigências normativas aplicáveis.

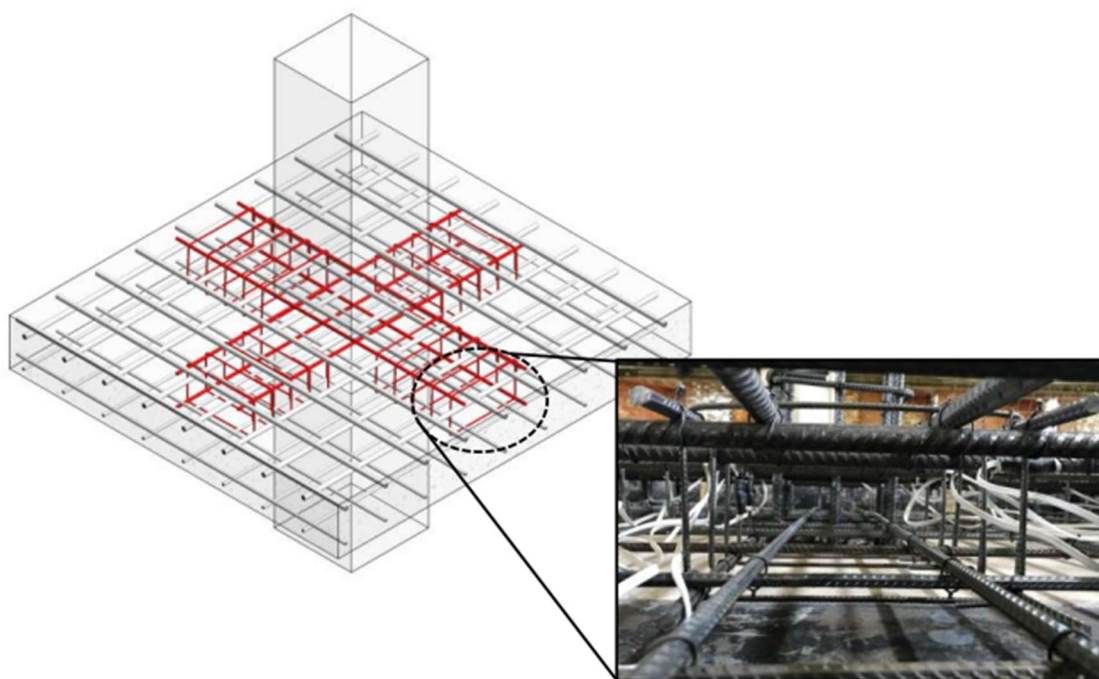
2.3.1. ESTRIBOS FECHADOS

Os estribos fechados constituem um dos sistemas de armadura de punção mais utilizados na prática construtiva brasileira, em parte por sua praticidade de fabricação e pela disponibilidade de materiais convencionais. Segundo Palhares (2018), esse tipo de armadura é composto por barras de aço dobradas que podem envolver as barras da armadura de flexão, formando, nesses casos, um sistema de ancoragem mecânica por envolvimento. A ABNT NBR 6118:2026 admite a utilização de estribos como armadura de cisalhamento em lajes lisas, desde que sejam atendidas as condições de ancoragem, espaçamento e disposição geométrica definidas pela norma.

Do ponto de vista do mecanismo de ação, os estribos interceptam as fissuras inclinadas associadas à ruptura por punção e passam a resistir esforços de tração após sua ativação. A eficiência do sistema depende da disposição adequada da armadura, de modo que as fissuras potenciais sejam interceptadas, e das condições de ancoragem nas extremidades dos estribos. Quando os estribos envolvem as armaduras longitudinais de flexão tracionada e comprimida, a ancoragem é compatível com o detalhamento usualmente prescrito pelas normas, por mobilizar dois planos de armadura longitudinal.

Palhares (2018) avaliou experimentalmente lajes com estribos fechados submetidos a diferentes condições de ancoragem. A laje FS-08, adotada como referência no presente trabalho, possuía estribos ancorados nas armaduras de flexão tracionada e comprimida. Os resultados indicaram que essa laje apresentou boa mobilização da armadura de cisalhamento, sugerindo condições favoráveis de ancoragem. Contudo, para a taxa de armadura investigada, a variação da ancoragem não prejudicou de forma significativa a carga última à punção dos modelos ensaiados, inclusive quando os estribos não envolviam as armaduras de flexão. A Figura 5 apresenta uma laje armada à punção com estribos fechados e ancorados nas armaduras de flexão.

Figura 5 – Laje armada à punção com estribos fechados e ancorados nas armaduras de flexão.



Fonte: Palhares (2018).

Em termos de ancoragem, a ABNT NBR 6118:2026 exige contato mecânico entre as barras longitudinais e os cantos dos estribos empregados como armadura de punção, além do atendimento aos limites de diâmetro, espaçamento e disposição geométrica estabelecidos pela norma. O Eurocode 2 (2004) admite maior flexibilidade, permitindo que a armadura de cisalhamento não envolva necessariamente as barras da armadura de flexão, desde que garantida ancoragem adequada por outros meios — como ganchos semicirculares ou em ângulo reto ancorados no concreto.

Estudos experimentais demonstraram que mesmo estribos não ancorados diretamente nas barras da armadura longitudinal são capazes de proporcionar acréscimos relevantes na resistência à punção. Caldentey et al. (2013) ensaiaram lajes com estribos não envolvendo a armadura de flexão tracionada e obtiveram resistências à punção comparáveis às das lajes com ancoragem convencional, concluindo que esses estribos podem atuar como alternativa de armadura de cisalhamento admissível. Palhares (2018) corrobora essa conclusão, observando que o modo de ancoragem dos estribos não influenciou de forma significativa a resistência à punção, embora a laje FS-08 tenha apresentado comportamento mais dúctil após a carga de ruptura, sugerindo maior eficiência de sua ancoragem. Esse resultado é relevante para a prática construtiva, pois amplia as possibilidades de detalhamento em situações nas quais o envolvimento das barras longitudinais seja construtivamente difícil.

2.3.2. CONECTORES TIPO PINO COM CABEÇA (HEADED STUDS)

Os conectores tipo pino com cabeça (*headed studs*) consistem em barras de aço dotadas de uma placa de ancoragem circular forjada em cada extremidade. Esse sistema é considerado um dos de maior eficiência entre os tipos usualmente empregados, em razão da qualidade da ancoragem proporcionada pelas chapas em ambas as extremidades, o que garante a plena ativação do aço em toda a altura da laje. Hegger et al. (2017) constataram, em estudo comparativo com 39 ensaios, que os *headed studs* proporcionaram incremento médio de 141% na resistência à punção, desempenho significativamente superior ao dos estribos convencionais, cujo incremento médio foi de 69%. A comparação completa entre sistemas é apresentada na seção 2.3.3. A Figura 6 apresenta uma laje armada com conectores tipo pino com cabeça dupla.

Figura 6 – Disposição de conectores tipo pino com cabeça dupla (*headed studs*) em laje lisa na região do pilar.



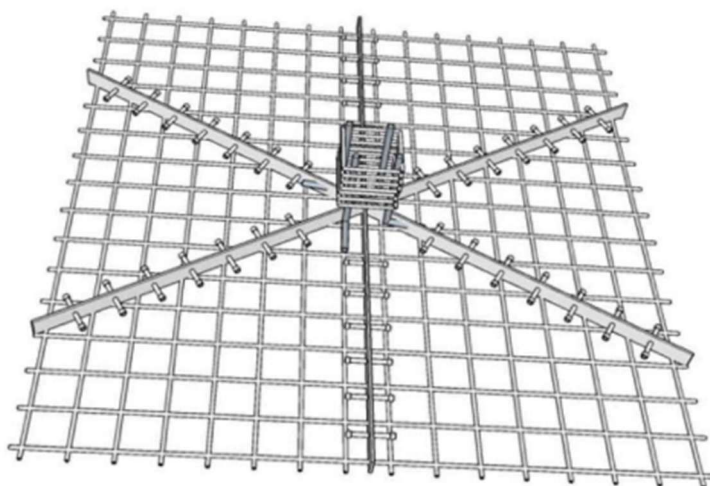
Fonte: Leviat (2024).

A superioridade dos *headed studs* está associada à qualidade da ancoragem mecânica nas duas faces da laje, que impede o deslizamento relativo entre o concreto e o elemento de cisalhamento mesmo após o desenvolvimento de fissuras. Em razão dessas características, a ABNT NBR 6118:2026 e o ACI 318 (2019) preveem requisitos específicos para esse tipo de armadura, com ênfase nos detalhes de ancoragem mecânica nas faces da laje.

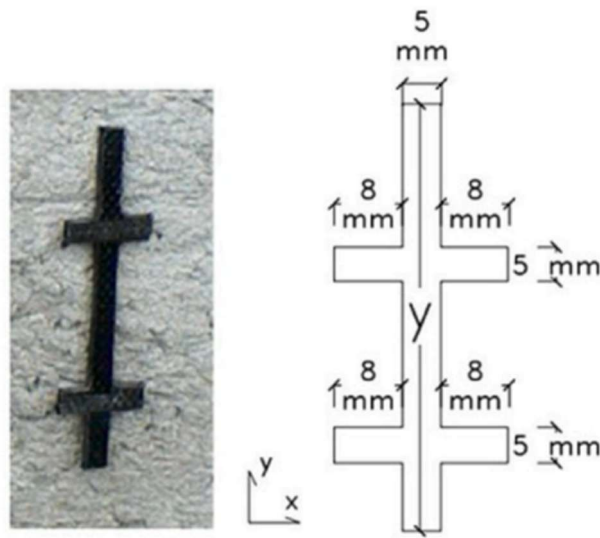
2.3.3. OUTROS TIPOS DE ARMADURA DE PUNÇÃO

A busca por alternativas às armaduras de punção convencionais (como *studs* e estribos) tem motivado diversas pesquisas experimentais e numéricas nas últimas décadas. Schimanowski et al. (2025), em revisão abrangente sobre simulações numéricas de punção, destacam o crescimento de estudos sobre formas alternativas de armadura de cisalhamento, incluindo placas de aço estreladas, armaduras soldadas (Figura 9), estribos espirais (Figura 8), grades de polímero reforçado com fibras (FRP), chapas de aço e armaduras com ganchos. Entre os sistemas investigados na literatura destacam-se: armaduras em forma de chapéu (*hat-shaped*) e de duplo gancho (*double-hooked*), pinos internos (*studs*), vigas treliçadas (*lattice girders*), estribos espirais, grades de FRP, chapas de aço e placas de aço estreladas. A configuração de algumas dessas armaduras é ilustrada na Figura 7.

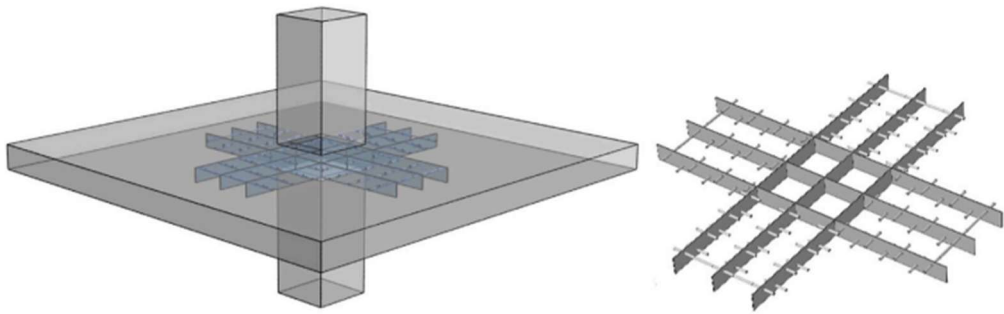
Figura 7 – Armaduras de cisalhamento alternativas utilizadas na literatura.



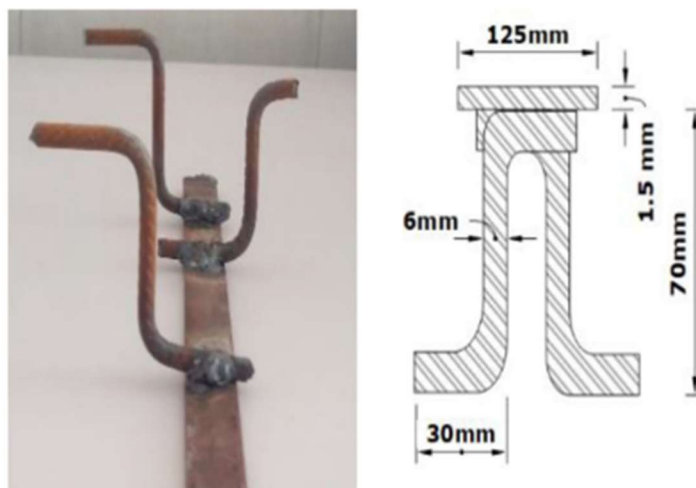
a) Placas de aço estreladas (*star-shaped steel plates*)



b) Grades de polímero reforçado com fibras (FRP)



c) Placas de aço (*Steel sheets*)



d) Armadura de gancho (*Hook reinforcement*)

Fonte: Liu et al. (2023), Jafarian et al. (2020), Xia et al. (2024) e Habeeb et al. (2021).

Yamada, Nanni e Endo (1992) investigaram experimentalmente dois tipos alternativos de armadura de punção: a armadura *hat-shaped*, soldada a duas barras retas horizontais, e a armadura de duplo gancho *double-hooked*, com ganchos de 180° em cada extremidade, dobrados em planos ortogonais entre si. Os resultados demonstraram que a armadura *hat-shaped* mostrou-se ineficaz para o incremento da resistência à punção, enquanto a de duplo gancho apresentou desempenho satisfatório, evidenciando a influência determinante da geometria e das condições de ancoragem no comportamento dos elementos de cisalhamento.

Trautwein (2006) desenvolveu pesquisa experimental com 11 lajes lisas utilizando pinos internos (*studs*) posicionados internamente à armadura de flexão, sem envolvê-la, com diferentes arranjos de distribuição ao redor do pilar — paralelo à face do pilar, misto e radial. Em parte dos corpos de prova, ganchos em U foram utilizados como elementos complementares para prevenção da delaminação da laje. Os incrementos de resistência, em comparação com lajes semelhantes sem armadura de cisalhamento, variaram entre 48% e 118%, demonstrando a eficiência do sistema de cisalhamento mesmo sem ancoragem na armadura de flexão.

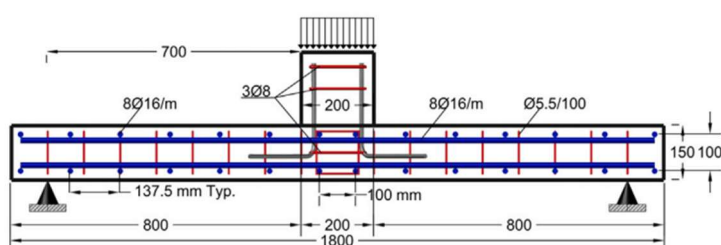
Hegger et al. (2017) conduziram um estudo de maior escala, com 39 ensaios experimentais, comparando o desempenho de estribos, *studs* e vigas treliçadas como armaduras de cisalhamento. Os resultados foram avaliados em relação à capacidade prevista pela ACI 318 (2014) para lajes similares sem armadura de cisalhamento, registrando-se incrementos médios de 69% para estribos, 141% para *studs* e 132% para vigas treliçadas. Os autores concluíram que armaduras de cisalhamento com ancoragem superior conduzem a maiores resistências à punção.

No âmbito das pesquisas sobre ancoragem, Oliveira et al. (2022) investigaram especificamente a influência do tipo de ancoragem dos estribos sobre a resistência à punção, ensaiando quatro configurações: totalmente ancorada (FA), ancorada apenas na zona comprimida (CA), ancorada apenas na zona tracionada (TA) e não ancorada (NA). Os resultados revelaram que a variação no tipo de ancoragem dos estribos não influenciou de forma significativa a resistência à punção das lajes, com variação máxima de 8% entre os valores de carga última. Foram observadas, no entanto, diferenças nos padrões de fissuração e na ativação dos estribos entre os diferentes tipos de ancoragem.

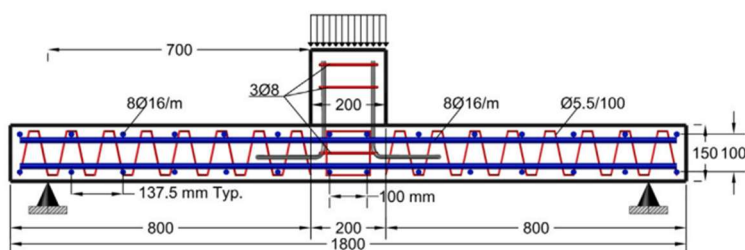
Quanto à geometria dos estribos, a disposição em espiral tem sido investigada como alternativa aos estribos fechados retangulares. Shatarat e Salman (2022) realizaram estudo experimental e

numérico com 13 lajes planas, comparando quatro configurações: estribos fechados retangulares convencionais (ST), espiral retangular (RSP), espiral retangular avançada (ARSP) e espiral circular (SP). Em relação à laje de referência, os incrementos de resistência variaram de 9% a 13% para estribos convencionais, de 15% a 23% para a espiral retangular, de 16% a 25% para a espiral retangular avançada, e de 23% a 31% para a espiral circular — que apresentou o melhor desempenho entre as configurações avaliadas. Os autores observaram ainda que as previsões da ACI 318 (2019) e do Eurocode 2 (2004) são conservadoras para todos os tipos, com o Eurocode 2 (2004) fornecendo estimativas mais próximas dos valores experimentais. A Figura 8 apresenta os diferentes arranjos utilizados para os estribos.

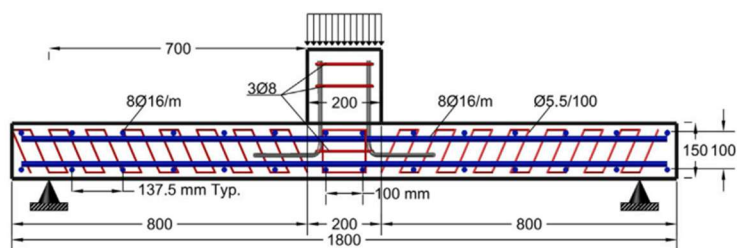
Figura 8 – Detalhamento dos arranjos de estribos testados por Shatarat e Salman (2022) (dimensões em milímetros).



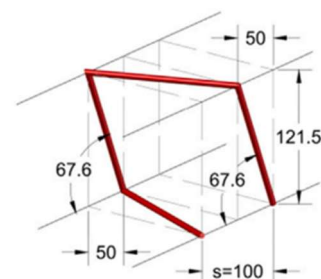
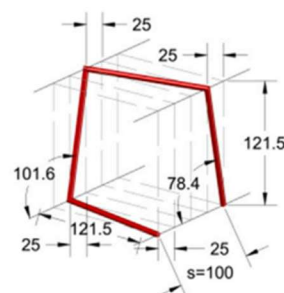
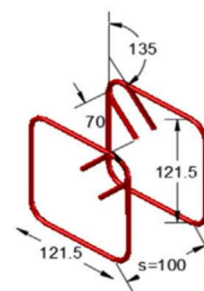
a) estribos fechados retangulares convencionais (ST)

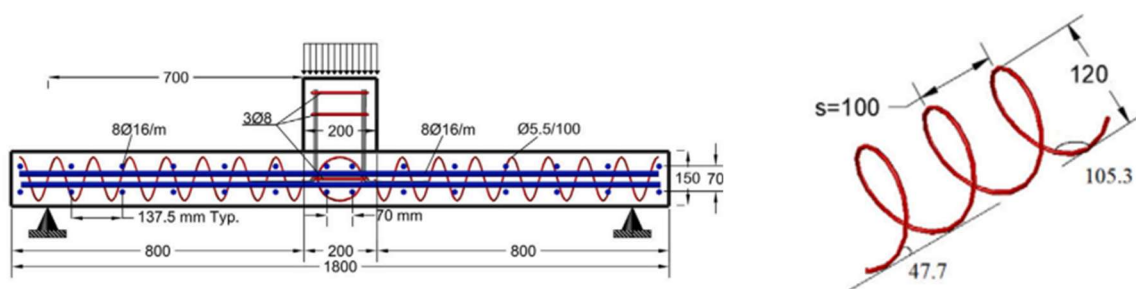


b) espiral retangular (RSP)



c) espiral retangular avançada (ARSP)



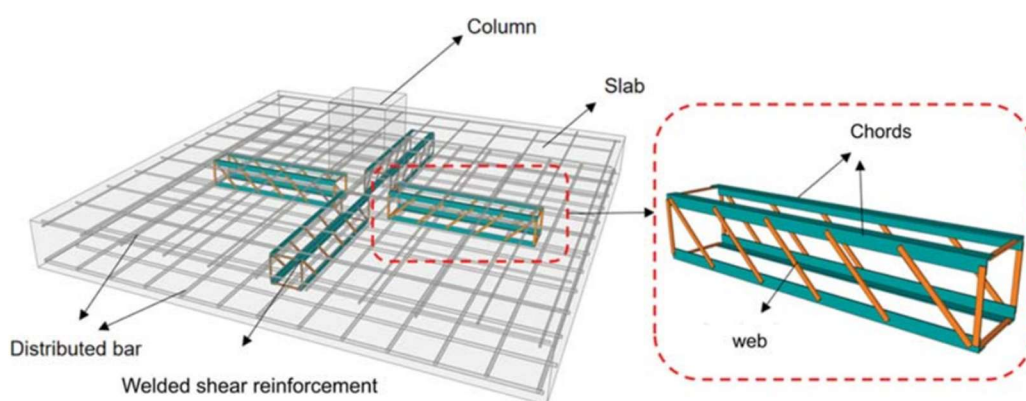


d) espiral circular (SP)

Fonte: Adaptado de Shatarat e Salman (2022).

Armaduras de cisalhamento soldadas, compostas por elementos treliçados pré-fabricados, representam outra alternativa de interesse construtivo. Jiang e Shi (2024) realizaram estudo paramétrico por elementos finitos de lajes planas com esse sistema, propondo o conceito de taxa de armadura das almas (*web shear reinforcement ratio*, ρ_v). Para valores de ρ_v entre 0% e 0,7%, a carga de pico pode ser incrementada em até 43,1%; acima de 0,7%, não há ganho adicional expressivo. Os parâmetros geométricos das almas — tamanho, inclinação e espaçamento — tiveram impacto significativo na resistência, enquanto a influência dos banzos foi relativamente pequena. Os autores destacaram o potencial do sistema também como solução de reforço de estruturas existentes. A Figura 9 ilustra a configuração da armadura de cisalhamento soldada.

Figura 9 – Ilustração da armadura de cisalhamento soldada



Fonte: Jiang e Shi (2024).

No campo das geometrias inovadoras, Liu et al. (2023) propuseram e investigaram experimentalmente um sistema baseado em placas de aço estreladas (*star-shaped steel plates*—SSPs), fabricadas pela soldagem de chapas de aço finas e posicionadas no núcleo da ligação laje-pilar. Cinco corpos de prova em escala 1/2 foram ensaiados sob carregamento monotônico,

com variações na configuração das SSPs e no material do núcleo — incluindo o uso de compósito cimentício de alta ductilidade (*Engineering Cementitious Composite* — ECC). Os resultados confirmaram que as SSPs melhoram significativamente a resistência à punção, a capacidade de carga pós-punção e a capacidade de deformação da ligação, com impacto mínimo na rigidez inicial.

No campo dos materiais alternativos ao aço, Jafarian et al. (2020) investigaram numericamente o uso de grades de polímero reforçado com fibras (FRP) como reforço externo ao cisalhamento por punção, avaliando grades de GFRP (polímero reforçado com fibra de vidro) e CFRP (polímero reforçado com fibra de carbono) em arranjos ortogonais e radiais com espaçamentos de 30, 40 e 50 mm. Em comparação com lajes sem armadura de cisalhamento, os incrementos de resistência variaram de 16% a 52%, e a dissipação de energia de 35% a 310%. O arranjo radial de grades de CFRP apresentou o melhor desempenho, com 52% de incremento de resistência e 310% de aumento na dissipação de energia, sendo o arranjo radial consistentemente superior ao ortogonal tanto em capacidade quanto em ductilidade.

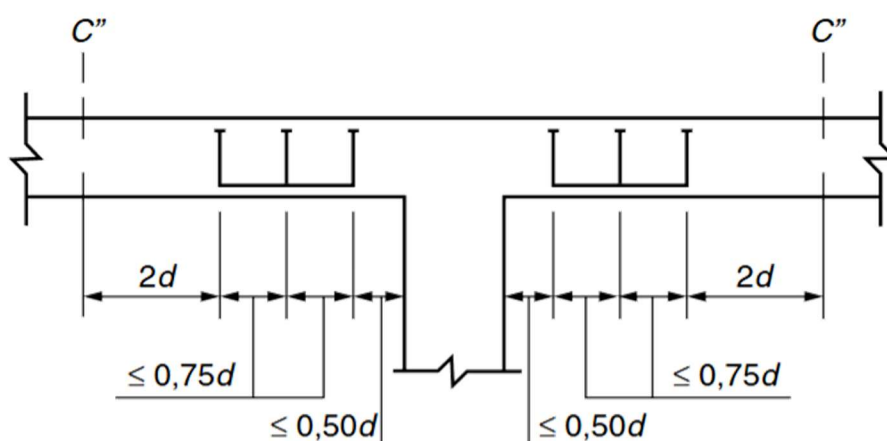
Por fim, chapas de aço posicionadas na ligação laje-pilar foram estudadas como alternativa para situações com carregamento cíclico de natureza sísmica. Xia et al. (2024) verificaram que o aumento da espessura das chapas resultou em incrementos de 24% a 48% no momento desequilibrado e de 20% a 40% na capacidade de deriva da ligação, com alteração do modo de falha de ruptura por tensão para ruptura por deriva. Esse sistema é especialmente relevante em regiões sujeitas a ações sísmicas, onde a resistência ao momento desequilibrado na ligação laje-pilar é determinante para o comportamento global da estrutura.

2.3.4. ARRANJOS EM PLANTA E ESPAÇAMENTO ENTRE CAMADAS

A disposição da armadura de cisalhamento em planta ao redor do pilar constitui outro aspecto relevante para a eficiência do sistema. Os arranjos de armadura de cisalhamento mais comuns, presentes nas prescrições normativas como a ABNT NBR 6118:2026 são o radial, no qual as linhas de armadura são dispostas em sentido radial a partir do pilar, com distribuição uniforme ao redor do mesmo; e em forma de "cruz" (ou arranjo ortogonal), no qual as linhas de armadura são dispostas em duas direções ortogonais, simetricamente em relação ao pilar. O arranjo radial tende a distribuir de forma mais uniforme a armadura em torno do pilar, enquanto o arranjo em cruz é mais compatível com a disposição ortogonal das armaduras de flexão e de mais fácil execução.

As camadas de armadura de cisalhamento devem ser estendidas em número suficiente para garantir a resistência na região armada e para que, no contorno crítico externo C'' , situado a $2d$ além da última camada, não seja mais necessária armadura de punção. Conforme a ABNT NBR 6118:2026, a primeira camada de armadura transversal deve ser posicionada a uma distância não superior a $0,5d$ da face do pilar, e o espaçamento entre camadas consecutivas não deve exceder $0,75d$.

Figura 10 – Disposição da armadura de punção em corte conforme a ABNT NBR 6118:2026.

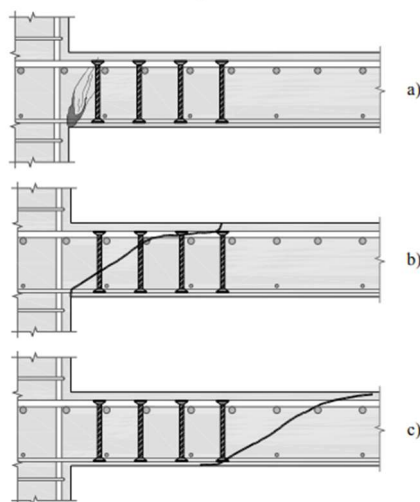


Fonte: ABNT NBR 6118:2026.

2.4. MODOS DE RUPTURA EM LAJES COM ARMADURA DE PUNÇÃO

A presença de armadura de cisalhamento altera os possíveis modos de ruptura da ligação laje-pilar em relação aos observados em lajes sem esse tipo de reforço. Em geral, estudos experimentais indicam três modos principais de ruptura: o esmagamento das bielas comprimidas próximo ao pilar, a punção no interior da região armada e a punção em uma região externa à armadura de cisalhamento. Esses modos distinguem-se pela localização da superfície de ruptura e pelo mecanismo resistente que governa a capacidade da ligação (SANABRIA DÍAZ, 2023). A Figura 11 representa os modos de ruptura por punção discutidos nas subseções a seguir.

Figura 11 – Modos de ruptura por punção: a) por esmagamento da biela comprimida; b) na região com armadura de cisalhamento; c) fora da região da armadura de cisalhamento.



Fonte: Ferreira (2010)

2.4.1. ESMAGAMENTO DA BIELA COMPRIMIDA

O primeiro modo de ruptura corresponde ao esmagamento das bielas comprimidas na região próxima ao pilar. Segundo Sanabria Díaz (2023), esse mecanismo tende a governar quando são empregadas elevadas quantidades de armadura transversal, condição em que se desenvolvem elevadas tensões de compressão no concreto adjacente à ligação laje-pilar. Nesse caso, o mecanismo resistente governante está associado ao esgotamento da resistência do concreto comprimido nessa região (SANABRIA DÍAZ, 2023).

Em consonância com esse mecanismo, a ABNT NBR 6118:2026 estabelece que, na primeira superfície crítica, denominada contorno C e localizada na face do pilar ou da carga concentrada, deve ser realizada a verificação indireta da tensão de compressão diagonal do concreto por meio da tensão de cisalhamento. Essa verificação permanece necessária quando há armadura de punção, pois a norma exige a avaliação da resistência à compressão do concreto junto ao pilar como uma das verificações aplicáveis à ligação (ABNT, 2026).

2.4.2. PUNÇÃO NA REGIÃO DE ARMADURA DE CISALHAMENTO

O segundo modo de ruptura ocorre quando a superfície de punção se desenvolve no interior da região provida de armadura de cisalhamento. De acordo com Sanabria Díaz (2023), esse mecanismo pode ocorrer em lajes com quantidades moderadas ou baixas de armadura transversal, quando uma fissura de cisalhamento concentra as deformações na região armada. Nessa condição, a resistência à punção é governada pela contribuição conjunta do concreto e da armadura transversal, sendo esse o mecanismo considerado para definir a quantidade

necessária de armadura de cisalhamento no dimensionamento da ligação (SANABRIA DÍAZ, 2023).

Na ABNT NBR 6118:2026, a verificação correspondente é realizada na segunda superfície crítica, denominada contorno C', afastada de 2d da face do pilar ou da carga concentrada. Nesse contorno, verifica-se a capacidade da ligação à punção associada à resistência à tração diagonal, considerando a contribuição da armadura transversal quando esta for necessária (ABNT, 2026).

Entre os três modos de ruptura, considera-se desejável que a punção ocorra na região com armadura de cisalhamento acompanhada do escoamento da armadura transversal. Nessa condição, a ligação tende a apresentar comportamento mais dúctil em comparação com os demais modos de ruptura, nos quais a falha ocorre predominantemente no concreto e apresenta caráter mais frágil (ROSSIGNOLI, 2021).

2.4.3. PUNÇÃO FORA DA REGIÃO DE ARMADURA DE CISALHAMENTO

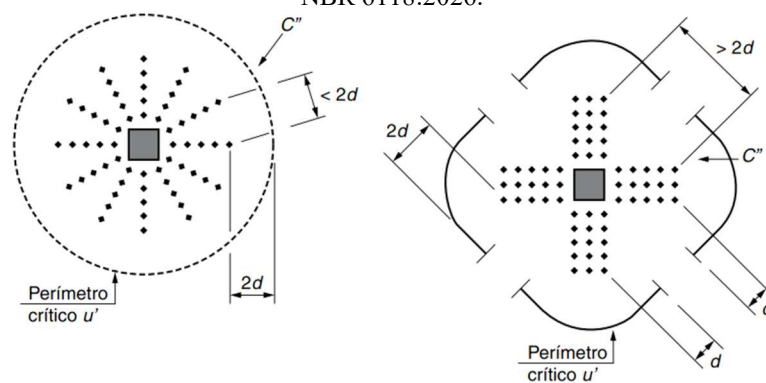
O terceiro modo de ruptura ocorre quando a superfície de punção se desenvolve externamente à região provida de armadura de cisalhamento. Segundo Sanabria Díaz (2023), esse mecanismo pode ocorrer quando os elementos resistentes ao cisalhamento são distribuídos em uma região muito limitada ao redor do pilar, permitindo que a superfície de ruptura se desenvolva além da zona armada (SANABRIA DÍAZ, 2023).

Nesse caso, a superfície de ruptura se forma em uma região não interceptada pela armadura transversal. Esse modo apresenta comportamento semelhante ao da punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento (ROSSIGNOLI, 2021).

Sanabria Díaz (2023) destaca que a verificação desse modo exige o controle da extensão da região armada e a limitação do espaçamento entre os elementos de armadura transversal, de forma a evitar que a superfície de ruptura se desenvolva externamente à zona reforçada (SANABRIA DÍAZ, 2023).

De modo compatível, a ABNT NBR 6118:2026 estabelece que, quando for necessária armadura transversal, ela deve ser estendida em contornos paralelos até que, em um contorno crítico externo C'', afastado de 2d do último contorno de armadura (Figura 12), a armadura de punção deixe de ser necessária. Nesse contorno, deve ser atendida a condição $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$, correspondente à resistência à punção sem a contribuição da armadura transversal (ABNT, 2026).

Figura 12 – Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C'' conforme a ABNT NBR 6118:2026.



Fonte: ABNT NBR 6118:2026.

3. MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

Em estruturas de concreto armado, a precisão dos resultados obtidos em simulações numéricas depende diretamente da adequação dos modelos constitutivos adotados para representar o comportamento mecânico dos materiais envolvidos. O colapso desse tipo de estrutura está frequentemente associado à degradação do concreto e ao escoamento das armaduras de aço. Portanto, uma modelagem que capture os principais fenômenos físicos de cada material é condição necessária para que o modelo numérico reproduza de forma confiável o comportamento experimental observado.

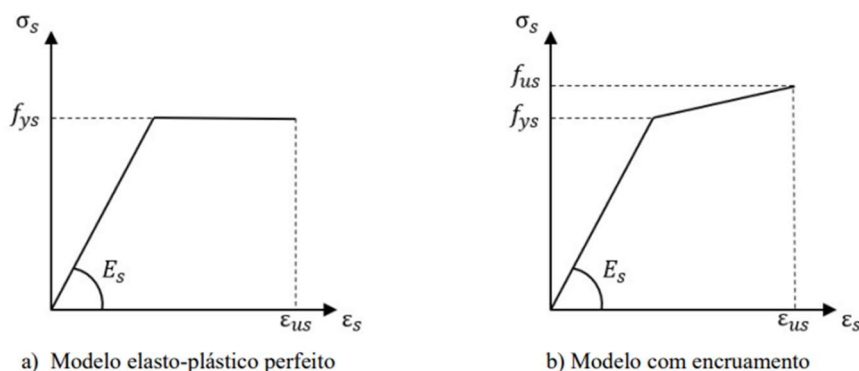
Neste capítulo, são apresentadas as hipóteses e os modelos constitutivos adotados para o aço e para o concreto nas análises numéricas realizadas neste trabalho.

3.1. MODELO CONSTITUTIVO DO AÇO

O comportamento mecânico do aço é característico de materiais dúcteis e pode ser representado por modelos elastoplásticos. Diferentemente do concreto, o aço não está sujeito a fenômenos como fissuração e esmagamento. De forma geral, a resposta do material apresenta, inicialmente, um regime elástico-linear, seguido de um estágio de plasticidade em que ocorrem deformações irreversíveis.

Dentre as diversas formas de representar o estágio plástico, as mais comuns são: o modelo elastoplástico perfeito, no qual, após atingida a tensão de escoamento f_y , o material mantém tensão constante e se deforma sem incremento de resistência até a deformação última ε_u (Figura 13a) — uma idealização simplificada, de menor custo computacional, amplamente adotada em problemas nos quais a falha está predominantemente associada ao concreto e não à armadura; e o modelo com encruamento, que representa o ganho de resistência no estágio plástico, no qual a tensão cresce desde f_y até a tensão última f_u , reproduzindo de forma mais fiel o comportamento real do aço obtido em ensaios de tração uniaxial (Figura 13b).

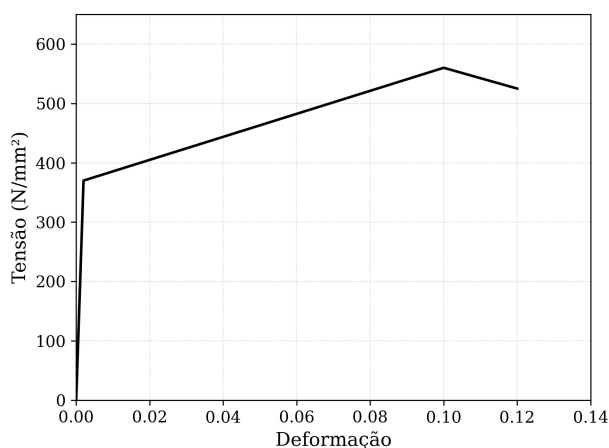
Figura 13 – Modelos constitutivos para o aço.



Fonte: Rossignoli (2021).

Na literatura, diferentes estratégias têm sido adotadas para representar a curva tensão-deformação do aço em modelos de elementos finitos. Hamoda e Hossain (2019), na simulação numérica de ligações laje-pilar com armaduras adicionais de punção, idealizaram a curva tensão-deformação real do aço, obtida experimentalmente, em trechos lineares definidos com relação aos estágios de escoamento, resistência última e ruptura, resultando em uma zona elástica seguida de encruamento e, por fim, de um trecho de amolecimento (*softening*) até a ruptura do material, conforme ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Modelo do aço adaptado da curva experimental.



Fonte: Adaptado de Hamoda e Hossain (2019).

Nos modelos elastoplásticos de aço, o critério de escoamento adotado pelo software Abaqus é o de Von Mises, com fluxo plástico associativo, o que é consistente com o comportamento do aço em ensaios experimentais uniaxiais.

3.2. MODELO CONSTITUTIVO DO CONCRETO

Ao contrário do aço, o concreto não apresenta um regime plástico homogêneo e bem definido. Seu comportamento mecânico é governado principalmente por dois mecanismos distintos: a fissuração progressiva sob tração e o esmagamento sob compressão. Ambos introduzem não linearidades que dificultam consideravelmente a representação numérica do material, tornando necessária a adoção de modelos constitutivos mais elaborados.

Uma dificuldade adicional reside no fato de que o concreto, quando inserido em um elemento estrutural, está submetido a um estado multiaxial de tensões. Como aponta Bolina (2025), a análise do material não pode se restringir à perspectiva do diagrama tensão-deformação uniaxial, pois esse estado raramente ocorre na estrutura real. Entretanto, são justamente os ensaios uniaxiais que fornecem os dados experimentais disponíveis para calibração do modelo — o que exige uma formulação capaz de estabelecer a correspondência entre o comportamento medido em laboratório e o estado multiaxial efetivo da estrutura.

No Abaqus, essa correspondência é estabelecida por meio de funções matemáticas que extrapolam as curvas tensão-deformação uniaxiais ao estado tridimensional de tensões. Os diagramas uniaxiais constituem, portanto, os dados de entrada do modelo: a partir deles são identificados os limiares de tensão e deformação que caracterizam o início da fissuração e do esmagamento, e tais informações são incorporadas ao modelo tridimensional por meio das formulações constitutivas adotadas (BOLINA, 2025).

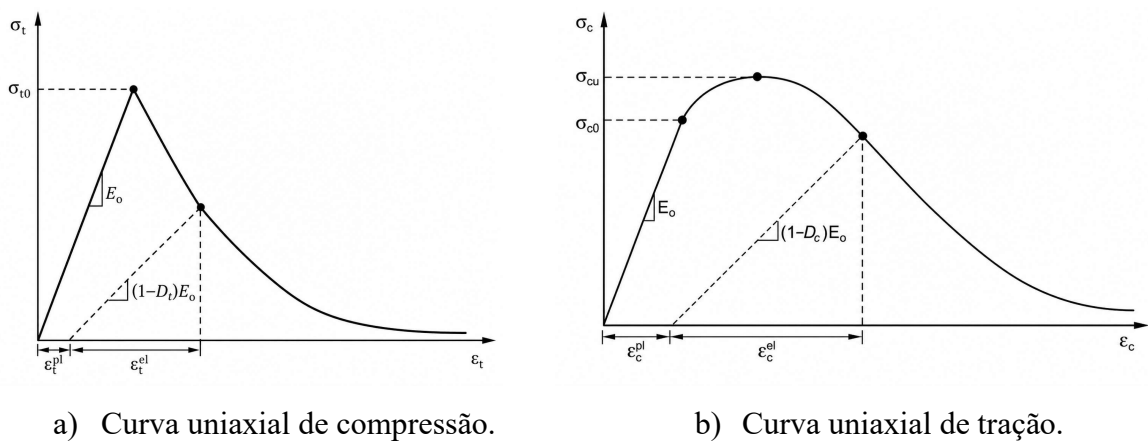
Sob o ponto de vista constitutivo, o concreto exhibe simultaneamente dois efeitos que nenhum modelo simples é capaz de capturar isoladamente: deformações irreversíveis, associadas à plasticidade, e perda progressiva de rigidez, associada ao dano. Modelos puramente plásticos não representam a degradação do módulo de elasticidade, enquanto modelos puramente de dano não admitem deformações residuais após descarregamento. A combinação das duas teorias em um modelo de dano plástico constitui, portanto, uma abordagem adequada para reproduzir o comportamento observado experimentalmente (ALFARAH; LÓPEZ-ALMANSA; OLLER, 2017).

Nesse tipo de modelo, a tensão em qualquer ponto é calculada considerando tanto o dano acumulado quanto as deformações plásticas desenvolvidas. Para um estado uniaxial, essa relação é expressa pela Equação 3.1:

$$\sigma = (1 - D) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (3.1)$$

em que D é a variável escalar de dano ($0 \leq D \leq 1$), E_0 é o módulo de elasticidade inicial não degradado e ε^{pl} é a deformação plástica acumulada. O dano $D = 0$ indica material íntegro; $D = 1$ representa degradação total. As curvas uniaxiais de entrada do modelo, em compressão e em tração, descrevem o comportamento do concreto em cada um desses regimes. Sob compressão uniaxial, o concreto apresenta resposta elástico-linear até cerca de 40% de f_c , seguida de um trecho não linear até o pico e, posteriormente, amolecimento. No modelo de tração adotado, o comportamento é linear até a resistência à tração f_t e o trecho pós-pico é governado pela energia de fratura G_f . Os diagramas da Figura 15 evidenciam que, além das deformações plásticas, o concreto sofre degradação progressiva de rigidez, incorporada ao CDP por meio de duas variáveis escalares de dano — D_t , para a tração, e D_c , para a compressão —, ambas variando de 0 (material íntegro) a 1 (degradação total). Essas variáveis reduzem a rigidez de descarregamento do material, que deixa de corresponder ao módulo inicial E_0 e passa a $(1 - D_t) \cdot E_0$ sob tração e $(1 - D_c) \cdot E_0$ sob compressão, como indicado na figura. Uma forma usual de quantificar sua evolução é a metodologia de Alfarah, López-Almansa e Oller (2017), que calcula o dano a partir da energia normalizada dissipada durante a fissuração e o esmagamento. Cabe observar que o dano é mais determinante em carregamentos cíclicos ou dinâmicos, nos quais é preciso representar a recuperação de rigidez. Para a punção sob carregamento monotônico e estático, sua influência é avaliada no item 6.6 deste trabalho.

Figura 15 – Resposta do concreto ao carregamento uniaxial de compressão e tração.



Fonte: Adaptado de Abaqus (2016).

3.3. CONCRETE DAMAGED PLASTICITY (CDP)

O *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) é a implementação, na biblioteca do Abaqus, de um modelo que acopla plasticidade e dano para descrever a resposta não linear do concreto. Sua base teórica tem origem no modelo de dano plástico de Lubliner et al. (1989), formulado a partir de um único critério de plastificação; sobre essa base, Lee e Fenves (1998) introduziram variáveis de degradação independentes para a tração e a compressão, viabilizando inclusive a representação de carregamentos cíclicos. Conforme Bolina (2025), o comportamento plástico do concreto nesse modelo é controlado por dois modos de falha distintos: a fissuração sob tração e o esmagamento sob compressão.

Todo modelo elastoplástico fica definido por três elementos (GENIKOMSOU; POLAK, 2015): uma função de plastificação F , que separa o domínio elástico do plástico e marca o início das deformações permanentes; uma regra de fluxo G , que estabelece a direção em que as deformações plásticas se desenvolvem; e uma lei de endurecimento, que descreve como a superfície de escoamento se expande ou se contrai com o avanço da plastificação. No CDP, esses três elementos correspondem, respectivamente, à função F , ao potencial plástico G e às variáveis de deformação plástica equivalente em tração e em compressão, detalhadas a seguir.

A superfície de plastificação, ou critério de escoamento, é definida pela função F , cuja formulação é baseada nas teorias de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager. No regime elastoplástico convencional, valores de $F < 0$ representam estados de tensão internos à superfície de escoamento, associados ao comportamento elástico, enquanto $F = 0$ define o limite a partir do qual ocorre plastificação. Em análises com regularização viscoplástica, entretanto, o Abaqus pode admitir desvios temporários em relação à superfície de escoamento para favorecer a convergência numérica. A formulação da função F é apresentada na Equação 3.2:

$$F = 1/(1-\alpha) \cdot [\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta \cdot \langle \bar{\sigma}_{max} \rangle - \gamma \cdot \langle -\bar{\sigma}_{max} \rangle] - \bar{\sigma}_c = 0 \quad (3.2)$$

Na expressão, $\bar{p}$ é a pressão hidrostática efetiva média e $\bar{q}$ é a tensão efetiva equivalente de von Mises. O termo $\bar{\sigma}_{max}$ denota a maior tensão efetiva principal, com $\langle \cdot \rangle$ representando o operador de Macaulay. Os coeficientes adimensionais α , β e γ são determinados pelos parâmetros do material conforme as Equações 3.3 a 3.5:

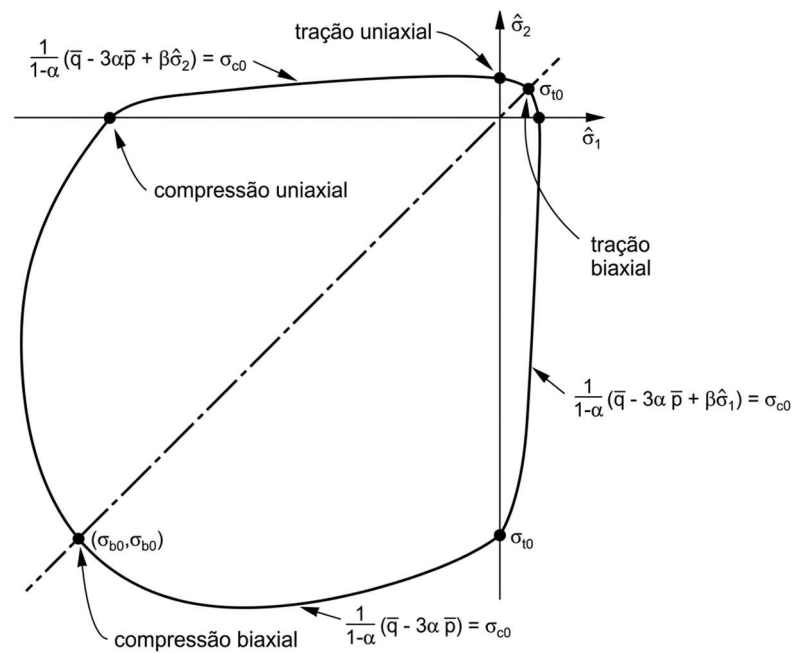
$$\alpha = (f_{b0}/f_{c0} - 1) / (2 \cdot f_{b0}/f_{c0} - 1) \quad (3.3)$$

$$\beta = (\bar{\sigma}_c / \bar{\sigma}_t) \cdot (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (3.4)$$

$$\gamma = 3 \cdot (1 - K_c) / (2 \cdot K_c - 1) \quad (3.5)$$

em que f_{b0}/f_{c0} é a razão entre as resistências à compressão biaxial e uniaxial, $\bar{\sigma}_t$ e $\bar{\sigma}_c$ são, respectivamente, as tensões efetivas máximas de tração e compressão e K_c é o fator de forma da superfície de escoamento no plano desviatório cujo papel é detalhado na seção 3.4. A Figura 16 ilustra a superfície de plastificação resultante para o estado plano de tensões.

Figura 16 – Superfície de plastificação no estado plano de tensões.



Fonte: Adaptado de Abaqus (2016).

A regra de fluxo do CDP deriva de um potencial plástico G distinto da função de plastificação F . Esse potencial assume a forma hiperbólica de Drucker-Prager (Equação 3.6); como G e F não coincidem, o fluxo plástico é classificado como não-associativo. De acordo com o manual do Abaqus (2016), essa escolha é apropriada para o concreto, pois um fluxo associativo ($G = F$) tenderia a superestimar a expansão volumétrica do material durante a deformação plástica:

$$G = \sqrt{(\varepsilon \cdot \sigma_{t0} \cdot \tan \psi)^2 + \bar{q}^2 - \bar{p} \cdot \tan \psi} \quad (3.6)$$

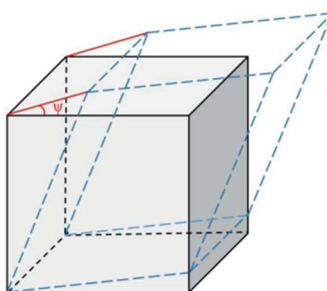
em que ψ é o ângulo de dilatância, ε é a excentricidade e σ_{t0} é a resistência à tração uniaxial do concreto. Esses parâmetros, juntamente com f_{b0}/f_{c0} , K_c e a viscosidade μ , são os dados de entrada plásticos do CDP e são discutidos na seção seguinte.

3.4. PARÂMETROS PLÁSTICOS DO CDP

A utilização do CDP no Abaqus requer, além das curvas tensão-deformação uniaxiais em compressão e em tração, a definição de cinco parâmetros plásticos: o ângulo de dilatância ψ , a excentricidade ε , a relação de resistência biaxial-uniaxial f_{b0}/f_{c0} , o fator de forma K_c e o parâmetro de viscosidade μ . Esses parâmetros fundamentam a representação multiaxial do material e são discutidos individualmente a seguir.

O ângulo de dilatância (ψ) quantifica a expansão volumétrica que o concreto experimenta durante a deformação plástica sob cisalhamento — fenômeno denominado dilatância. Esse fenômeno tem origem no atrito entre os agregados durante o processo de fissuração: a superfície irregular de fratura impõe um desvio angular às deformações plásticas, induzindo expansão volumétrica mesmo sob estados de compressão. O parâmetro ψ exerce influência direta sobre a ductilidade do modelo numérico: valores baixos produzem resposta mais frágil, valores altos resultam em maior ductilidade (ABAQUS, 2016). A literatura apresenta ampla variação: Vermeer e de Borst (1984) recomendam $\psi = 13^\circ$ como valor de referência, estabelecendo como limite superior $\psi \leq 20^\circ$; Voyiadjis e Taqieddin (2009) propõem uma amplitude entre 31° e 42° , ao encontro do valor padrão do Abaqus de 36° . Pesquisas recentes voltadas à punção em lajes lisas têm adotado valores entre 30° e 40° , a exemplo de Jiang e Shi (2024), Genikomsou e Polak (2015), Hamoda e Hossain (2019), Shatarat e Salman (2022). Esse parâmetro no Abaqus representa o desvio do elemento quando ele sofre a tensão induzida, conforme ilustra a Figura 17.

Figura 17 – O desvio de um elemento e o ângulo de dilatação criado.

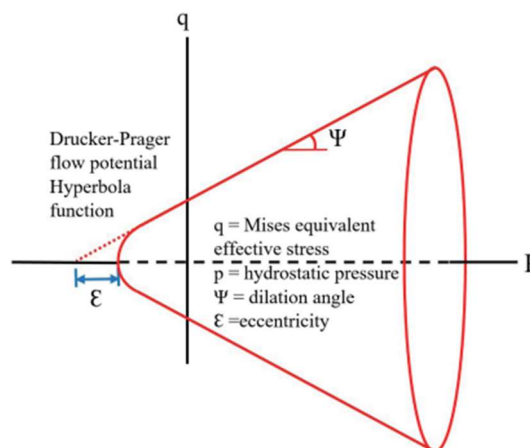


Fonte: Jabbar (2023).

A excentricidade (ε) é um parâmetro positivo que controla a taxa com que o potencial plástico hiperbólico se aproxima de sua assíntota. Valores menores de ε aproximam o potencial plástico de um cone reto. O Abaqus adota $\varepsilon = 0,1$ como valor padrão, e há baixa sensibilidade dos

resultados a variações desse parâmetro na maioria das aplicações (ABAQUS, 2016). A Figura 18 ilustra esse parâmetro.

Figura 18 – Ângulo de dilatação e excentricidade do plano meridiano.



Fonte: Jabbar (2023).

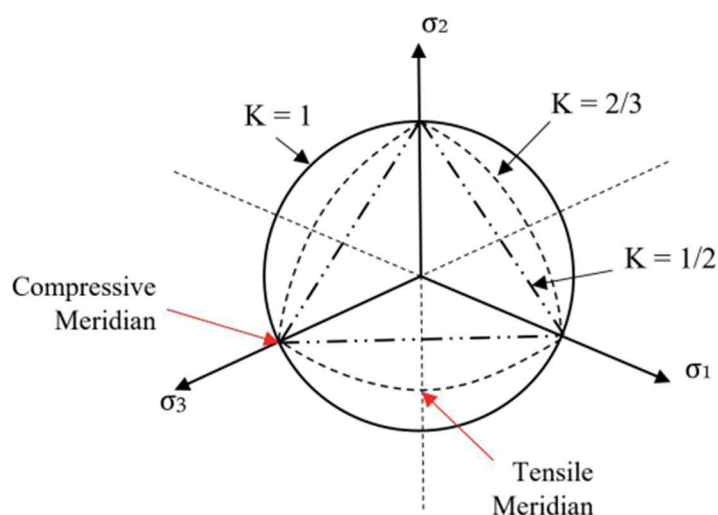
A relação de resistência biaxial-uniaxial (f_{b0}/f_{c0}) caracteriza o comportamento do concreto sob compressão biaxial. Ensaios de Kupfer (1969) sobre placas de concreto submetidas a esse estado de tensão mostraram que a resistência supera a uniaxial em aproximadamente 16%, estabelecendo o valor de referência $f_{b0}/f_{c0} = 1,16$ para concreto de resistência normal (Figura 16).

O parâmetro (K_c) define a geometria da superfície de escoamento no plano desviatório, isto é, em uma seção transversal perpendicular ao eixo hidrostático. Para valores de (K_c) tendentes a 0,5, a seção desviatória torna-se mais angular e aproxima-se de uma forma triangular. À medida que (K_c) aumenta, a superfície assume geometria progressivamente mais arredondada; para ($K_c = 1,0$), a seção é circular, correspondendo à hipótese clássica de Drucker-Prager. O valor padrão adotado pelo Abaqus é $K_c = 2/3$, calibrado por William e Warnke (1975) a partir de ensaios triaxiais em corpos de prova de concreto, representando uma condição intermediária entre as duas geometrias extremas (ABAQUS, 2014). A Figura 19 ilustra as superfícies de escoamento no plano desviatório para $K_c = 1/2$, $2/3$ e $1,0$, evidenciando a transição entre os formatos angular e circular.

Jabbar (2023) avaliou a influência de (K_c) em vigas de concreto de ultra-alto desempenho submetidas à flexão. Para o modelo analisado, a variação do parâmetro não alterou a carga nem a flecha correspondente ao início da fissuração. No estado de pico, a capacidade resistente permaneceu praticamente inalterada, enquanto a flecha apresentou redução discreta com o

aumento de (K_c). O autor também observou fissuras mais extensas e aumento significativo do tempo de processamento para valores elevados de (K_c), sendo que a análise com $K_c = 1,0$ demandou aproximadamente seis vezes o tempo obtido para $K_c = 0,5$.

Figura 19 – Superfícies de escoamento no plano desviador.



Fonte: Jabbar (2023).

O parâmetro de viscosidade (μ) introduz uma regularização viscoplástica nas equações constitutivas do modelo. Modelos que incluem amolecimento por deformação e degradação de rigidez — como o CDP — frequentemente geram dificuldades de convergência em análises implícitas, pois a rigidez tangente torna-se negativa no trecho pós-pico. O parâmetro μ contorna esse problema ao manter a rigidez tangente positiva por incrementos de tempo suficientemente pequenos (ABAQUS, 2014). Contudo, valores elevados de μ permitem desvios mais pronunciados em relação à superfície de escoamento, retardando artificialmente o amolecimento e resultando em capacidades de carga superestimadas. O valor padrão do Abaqus é $\mu = 0$; valores entre 10^{-4} e 10^{-5} são comumente adotados na literatura, como em Genikomsou e Polak (2015) e Hamoda e Hossain (2019).

4. PESQUISAS RELACIONADAS

A modelagem numérica não linear da punção em lajes lisas de concreto armado apoia-se em um conjunto de trabalhos que combinam ensaios experimentais e simulações por elementos finitos. A punção é um modo de ruptura frágil, governado por tensões cisalhantes elevadas na região da ligação laje-pilar, cuja reprodução numérica exige modelos constitutivos capazes de representar a fissuração do concreto à tração, o esmagamento à compressão e a contribuição das armaduras. Entre os modelos disponíveis no Abaqus, o modelo de plasticidade com dano do concreto (Concrete Damaged Plasticity – CDP) é amplamente empregado em análises não lineares de punção, especialmente quando associado a leis constitutivas de amolecimento regularizadas pela energia de fratura.

Este capítulo examina três estudos relacionados ao tema, apresentados em ordem que progride da referência mais próxima ao objeto de estudo até a base metodológica de calibração do modelo. Ramadan, Mabrouk e Younis (2026) tratam da interação entre a espessura da laje e a armadura de punção, incluindo a configuração de estribos fechados em modelos no Abaqus. Hamoda e Hossain (2019) desenvolvem um modelo tridimensional não linear para ligações laje-pilar com diferentes geometrias de armadura adicional, inclusive estribos retangulares fechados. Genikomsou e Polak (2015) consolidam a base metodológica para a calibração do CDP em problemas de punção sem armadura de cisalhamento. A seleção desses trabalhos considerou sua proximidade temática com o objeto desta pesquisa, a modelagem numérica da punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento no Abaqus, e sua relevância metodológica, reunindo, de forma complementar, dados experimentais, estratégias de modelagem e critérios de calibração do modelo CDP. Não se buscou esgotar a literatura, mas destacar estudos representativos que fundamentam as escolhas adotadas neste trabalho.

Embora cada um desses estudos contribua com um aspecto específico para o entendimento da punção, o presente trabalho diferencia-se ao calibrar um modelo tridimensional para uma laje lisa armada especificamente com estribos fechados como armadura de punção, tomando como referência a laje experimental FS-08, e ao empregá-lo em uma análise paramétrica ampla da influência de variáveis associadas à resistência à punção, como a resistência à compressão do concreto, a altura da laje, a taxa de armadura de flexão e a geometria do pilar. Além disso, dedica-se atenção específica à discussão do comportamento pós-pico do modelo numérico, incluindo as limitações da simulação na reprodução da queda brusca de carga observada experimentalmente. Dessa forma, busca-se contribuir para a compreensão do fenômeno e para

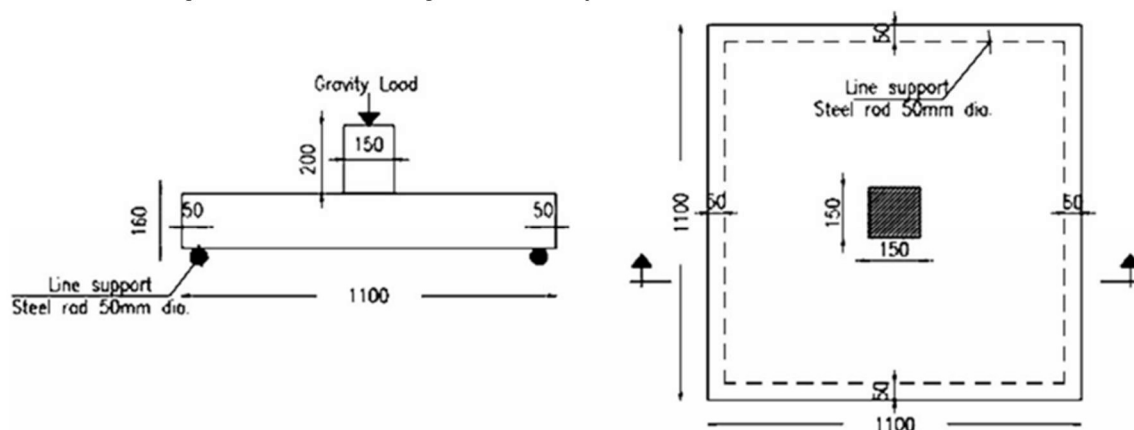
o uso da modelagem numérica não linear como ferramenta complementar aos ensaios experimentais.

4.1. RAMADAN, MABROUK E YOUNIS (2026)

Ramadan, Mabrouk e Younis (2026) investigaram a interação entre a espessura da laje e a taxa de armadura de punção sobre a resistência à punção de ligações laje-pilar internas, com ênfase nas contribuições individuais do concreto e da armadura. O problema central é que a eficácia da armadura de cisalhamento não é independente da geometria: a mesma taxa de estribos pode ser plenamente mobilizada em lajes espessas e permanecer subutilizada em lajes delgadas. O estudo compara estribos de um ramo, do tipo "hat", de múltiplos ramos (quatro ramos) e fechados, em arranjos abertos e fechados. Entre os estudos analisados, é o que apresenta maior aderência ao objeto desta pesquisa, por combinar estribos fechados, análise paramétrica ampla e avaliação da influência da espessura da laje.

Ramadan, Mabrouk e Younis (2026) validaram o modelo com resultados experimentais previamente obtidos por Mabrouk et al. (2022), referentes a dezesseis corpos de prova de ligação laje-pilar interna ensaiados em meia escala na Universidade do Cairo. Esses corpos de prova mediam $1100 \times 1100 \times 160$ mm, com carregamento central aplicado em área de 150×150 mm e altura útil de 140 mm. As armaduras de flexão foram mantidas idênticas em todos os corpos de prova (taxa de tração de 1,54% e de compressão de 0,33%), justamente para evitar rupturas prematuras por flexão e isolar o efeito da armadura de cisalhamento. O concreto apresentava resistência cúbica média $f_{cu} \approx 33,5$ MPa ($f'_c \approx 26,8$ MPa), e o aço, tensões de escoamento de 240 MPa para os estribos e 360 MPa para a armadura longitudinal. A Figura 20 apresenta a geometria e o detalhamento das armaduras dos corpos de prova ensaiados.

Figura 20 – Detalhes da geometria da laje avaliada (dimensões em milímetros).



Fonte: Ramadan, Mabrouk e Younis (2026)

Os modelos tridimensionais foram desenvolvidos no Abaqus (versão 2017). O concreto foi representado por elementos sólidos hexaédricos de oito nós com integração reduzida (C3D8R) e as armaduras por elementos de treliça T3D2, com a interação aço-concreto simulada pela restrição de região embutida (*embedded region*), adotando aderência perfeita; a carga concentrada foi aplicada como pressão uniforme sobre a área correspondente ao pilar. Por simetria, modelou-se um quarto de cada laje. A malha adotou tamanho máximo de elemento de 25 mm, escolha fundamentada na análise de sensibilidade de Genikomsou e Polak (2015, 2016). Sobre essa base validada, os autores conduziram um estudo paramétrico, de natureza exclusivamente numérica, com sessenta e cinco modelos em escala real (cinco sem e sessenta com armadura de cisalhamento), com lajes de 2200×2200 mm, espessuras variando de 160 a 320 mm, espaçamento de estribos mantido em 125 mm e taxas de armadura de punção ρ_w entre 0,22% e 0,55%.

A comparação com os dezesseis ensaios mostrou que as cargas últimas numéricas foram, em média, 12% superiores às experimentais (coeficiente de variação de 8%), com deslocamentos numéricos em geral inferiores aos medidos. Quanto às configurações de armadura, os autores constataram que os estribos de um ramo apresentam a menor resistência, atribuída ao detalhamento deficiente e ao menor comprimento de ancoragem, ao passo que estribos de múltiplos ramos e fechados favorecem maior resistência e ductilidade. No caso dos estribos fechados de dois ramos, a armadura atingiu a deformação de escoamento em quase todos os casos para taxas de 0,22% e 0,31%, mas, para a taxa mais elevada de 0,55%, o escoamento só ocorreu na laje de 320 mm, com a razão de utilização crescendo de 63% para 100% conforme a espessura aumentava. Verificou-se, ainda, que as deformações nos estribos crescem com a espessura — tornando-os mais efetivos em lajes espessas — e que, a partir de cerca de 250 mm, atingem o escoamento sem ganho adicional. Em lajes delgadas (160 mm), a contribuição do concreto à resistência decresce com o aumento da taxa de armadura após a fissuração. Cabe ressaltar que esses comportamentos, observados no intervalo de 160 a 320 mm, são do domínio paramétrico investigado, e não uma regra universal aplicável a qualquer laje; além disso, a base experimental de estribos fechados restringe-se a dois corpos de prova.

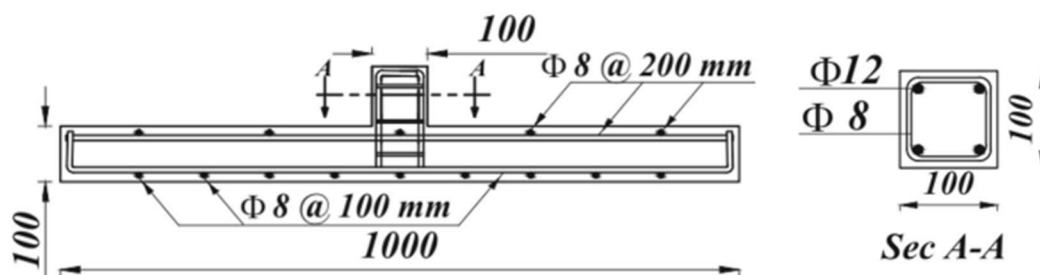
4.2. HAMODA E HOSSAIN (2019)

Hamoda e Hossain (2019) desenvolveram um modelo tridimensional não linear no Abaqus para avaliar ligações laje-pilar reforçadas adicionalmente com barras de aço ou de polímero reforçado com fibra de carbono (CFRP) atuando como armadura de punção. O problema

investigado é a transição do modo de ruptura frágil por punção para um comportamento mais dúctil, mediante a inserção de armaduras que interceptem as fissuras inclinadas que se desenvolvem na região da ligação. O principal valor do estudo para o presente trabalho está em comparar a configuração, a posição e a inclinação de barras adicionais e em descrever, com detalhe, a calibração dos parâmetros do CDP, abordando explicitamente os estribos retangulares fechados.

A base experimental consistiu em três corpos de prova: um de controle sem armadura adicional (EXP0) e dois reforçados com barras verticais de aço (SFS5) ou de CFRP (CFS5). As lajes mediam 1000×1000 mm com espessura de 100 mm, ensaiadas sob carregamento monotônico estático aplicado por um pilar quadrado de 100×100 mm, conforme Figura 21. As armaduras de flexão eram barras de 8 mm de diâmetro (escoamento de 365 MPa e resistência última de 545 MPa), e o concreto apresentava resistência média à compressão de cerca de 32,0 MPa. Os demais grupos de corpos de prova do estudo são exclusivamente numéricos.

Figura 21 – Detalhes da geometria da laje experimental (dimensões em milímetros).

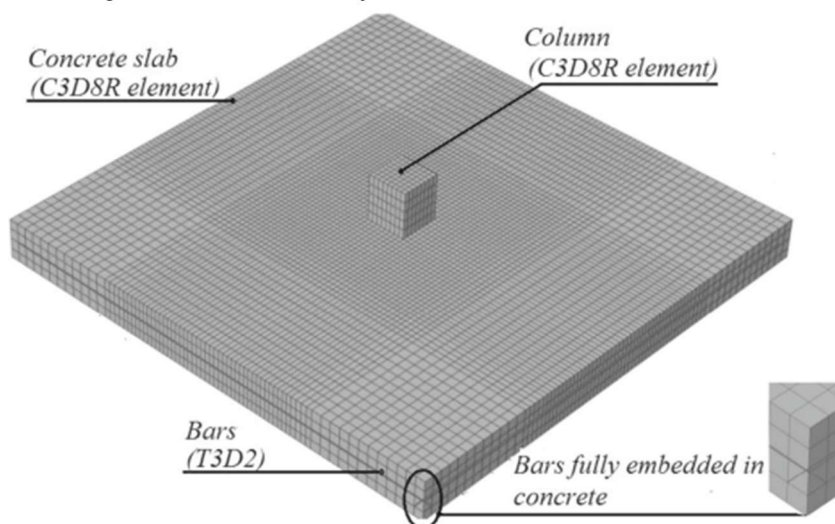


Fonte: Hamoda e Hossain (2019)

O concreto foi modelado por elementos sólidos C3D8R e as barras por elementos de treliça T3D2, com aderência perfeita imposta pela técnica de região embutida (*embedded region*). O comportamento do concreto foi descrito pelo CDP, com a resposta à compressão seguindo a formulação de Carreira e Chu (1985) e a tração tratada como elástica linear até a resistência, seguida de amolecimento com a opção de *tension stiffening*. Os autores conduziram análise de sensibilidade de três parâmetros — tamanho de malha (10, 20 e 25 mm), ângulo de dilatância (10° a 50°) e parâmetro de viscosidade (0 a 1,0) —, obtendo a melhor concordância com os ensaios para malha de 20 mm, ângulo de dilatância de 38° e viscosidade de 0,0009; os demais parâmetros do CDP foram mantidos nos valores padrão e os parâmetros de dano foram desprezados, por não introduzirem diferenças significativas sob carregamento monotônico. O estudo paramétrico organizou-se em três grupos: o G1, com barras retas em diferentes posições e barras dobradas; o G2, com barras verticais e inclinadas; e o G3, com estribos retangulares

fechados, dispostos junto à face do pilar ou a uma distância igual à espessura da laje. A taxa de armadura adicional foi mantida aproximadamente constante (cerca de 0,314%); cabe esclarecer que se trata da relação entre o volume das barras adicionais e o volume de concreto da laje, e não de uma taxa convencional de armadura de cisalhamento como ρ_w . A Figura 22 apresenta o modelo tridimensional de elementos finitos desenvolvido.

Figura 22 – Detalhes da laje numérica (dimensões em milímetros).



Fonte: Hamoda e Hossain (2019)

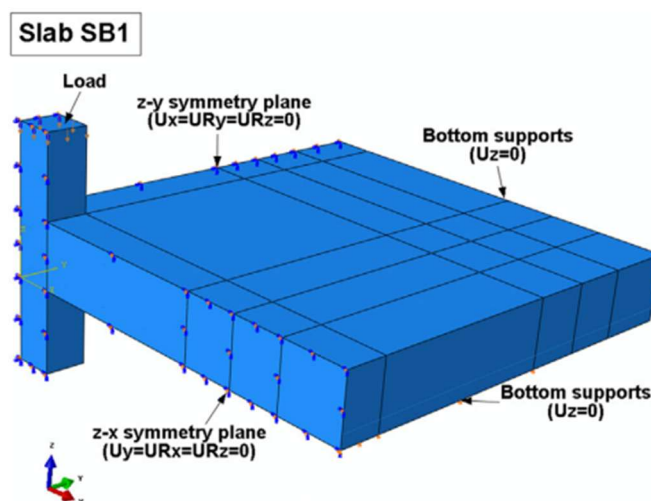
A validação contra os três ensaios mostrou boa concordância em termos de resposta carga-deslocamento, padrão de fissuração e modo de ruptura, com diferenças entre os resultados numéricos e experimentais aproximadamente entre 3% e 7%, reproduzindo-se a ruptura frágil por punção. No grupo de barras verticais e inclinadas, as barras inclinadas posicionadas junto à face do pilar mostraram maior eficiência na resistência às fissuras de punção, em comparação às barras verticais e às barras inclinadas afastadas da face do pilar. O resultado de maior interesse para o presente trabalho, contudo, refere-se aos estribos retangulares fechados (G3), por serem a configuração mais próxima da armadura adotada nesta pesquisa: apesar de a taxa de armadura ser igual ou superior à dos demais grupos, o ganho de capacidade última foi limitado, da ordem de apenas 4%, e não se registrou escoamento nessas armaduras, desempenho atribuído ao fato de a trajetória das fissuras inclinadas de punção não ter sido eficazmente interceptada. Deve-se enfatizar que esse grupo de estribos fechados foi avaliado predominantemente por simulação numérica, uma vez que os únicos corpos de prova ensaiados experimentalmente foram o de controle e os de barras verticais; portanto, o resultado de ganho reduzido não foi confirmado por ensaio direto.

4.3. GENIKOMSOU E POLAK (2015)

Genikomsou e Polak (2015) realizaram análises não lineares por elementos finitos de ligações laje-pilar de concreto armado sem armadura de cisalhamento, investigando os modos de ruptura por punção em termos de carga última e padrão de fissuração. Sua relevância é eminentemente metodológica: o trabalho oferece um procedimento de calibração do CDP no Abaqus que é frequentemente empregado na literatura subsequente, inclusive nos demais estudos discutidos neste capítulo.

O corpo de prova central do estudo é a ligação laje-pilar interna SB1, submetida a carregamento estático monotônico até a ruptura por punção. No ensaio de Genikomsou e Polak (2015), a carga foi aplicada através do pilar. A laje SB1 tinha 120 mm de altura, com altura útil de 90 mm, dimensões em planta de 1800×1800 mm, apoios simples em 1500×1500 mm e cantos restringidos ao levantamento; o concreto apresentava resistência à compressão de 44 MPa e à tração de 2,2 MPa, e a armadura de flexão, tensão de escoamento de 455 MPa. A partir do SB1 os autores calibraram o modelo e, em seguida, aplicaram-no a outras quatro ligações sem armadura de cisalhamento — duas internas sob carregamento cíclico (SW1 e SW5) e duas de borda com momento desbalanceado —, reproduzidas com boa concordância, o que demonstra a capacidade preditiva do modelo; por estarem fora do escopo deste trabalho, essas configurações não são aqui detalhadas. A Figura 23 apresenta a geometria e as condições de contorno do corpo de prova SB1.

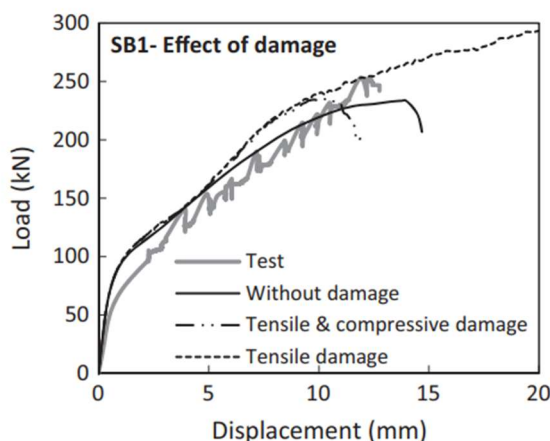
Figura 23 – Detalhes da laje analisada numericamente (dimensões em milímetros).



Fonte: Genikomsou e Polak (2015).

As simulações empregaram elementos sólidos C3D8R para o concreto, escolhidos para evitar o travamento por cisalhamento (*shear locking*), e elementos de treliça T3D2 para as armaduras, com aderência perfeita pelo método embutido; por simetria, modelou-se um quarto do SB1. O CDP foi acoplado ao modelo de fissura fictícia de Hillerborg (1985), com a tração descrita por amolecimento bilinear em termos de tensão e abertura de fissura, energia de fratura calculada segundo o CEB-FIP Model Code 90 ($G_f = 0,082 \text{ N/mm}$ para SB1) e compressão pela parábola de Hognestad. Na análise estática conduzida no Abaqus/Standard, os autores empregaram regularização viscoplástica com viscosidade de 0,00001; entretanto, para as análises subsequentes, adotaram uma estratégia quase-estática no Abaqus/Explicit. A investigação paramétrica abrangeu o tamanho de malha, o ângulo de dilatância, a forma da superfície de escoamento e os parâmetros de dano. Três tamanhos de malha (15, 20 e 24 mm, correspondendo a 8, 6 e 5 elementos na espessura) forneceram cargas de ruptura semelhantes, mas a malha de 20 mm apresentou melhor concordância com os ensaios, enquanto a de 24 mm mostrou-se excessivamente grosseira e a de 15 mm próxima ao tamanho do agregado. O ângulo de dilatância foi variado entre 20° e 42° , tendo sido adotado o valor de 40° como resultado específico daquela calibração — e não como recomendação direta para outros modelos, uma vez que a dilatância depende do tipo de elemento, da malha, da lei constitutiva e do objetivo de reprodução da ruptura. Mantiveram-se K_c em 0,667, a razão de tensões biaxial/uniaxial em 1,16 e a excentricidade em 0,1. Quanto aos parâmetros de dano, os autores avaliaram seu efeito e verificaram que, considerando dano apenas à tração, a capacidade última era superestimada, ao passo que, com dano à tração e à compressão simultaneamente, era subestimada (conforme Figura 24) — sendo o dano à compressão o de efeito mais significativo. Concluíram, assim, que, para a punção sob carregamento monotônico, os parâmetros de dano não devem ser considerados, reservando-se sua relevância a carregamentos cíclicos ou dinâmicos.

Figura 24 – Gráfico carga-deslocamento dos modelos com dano e sem dano.



Fonte: Genikomsou e Polak (2015).

Os critérios de validação adotados foram a capacidade resistente, o deslocamento vertical e o padrão de fissuração. Para o corpo de prova SB1, a simulação forneceu carga última de 234 kN contra 253 kN do ensaio, e deslocamento de ruptura de 13,9 mm contra 11,9 mm, com resposta numérica ligeiramente mais rígida, atribuída à possível microfissuração inicial do corpo de prova. Os padrões de fissuração foram visualizados por meio das deformações plásticas principais máximas: a fissuração inicia-se tangencialmente junto ao pilar e propaga-se radialmente, culminando na formação do cone de punção, e o escoamento da armadura de flexão sob o pilar foi observado tanto nos ensaios quanto nas análises. Por se tratar de corpos de prova sem armadura de cisalhamento, o estudo não aborda a contribuição da armadura de punção; sua principal contribuição é demonstrar que o modelo CDP calibrado prevê adequadamente a resposta de punção.

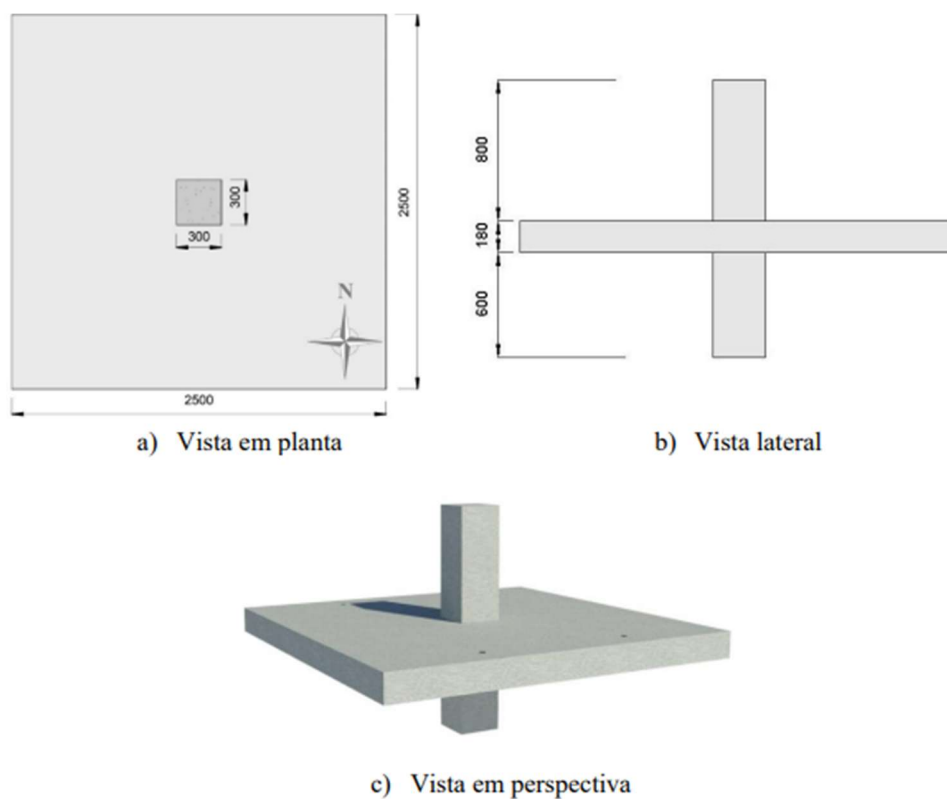
5. MODELAGEM NUMÉRICA DA LAJE EXPERIMENTAL

5.1. CARACTERÍSTICAS DA LAJE EXPERIMENTAL DE REFERÊNCIA

A laje experimental adotada como referência para o presente estudo foi a FS-08, ensaiada por Palhares (2018) no contexto de uma investigação experimental sobre punção em lajes lisas de concreto armado com variação da ancoragem da armadura de cisalhamento. Trata-se de uma laje lisa de concreto armado apoiada em pilar interno e submetida a carregamento simétrico, cuja principal característica, para os fins desta pesquisa, é a presença de armadura de punção constituída por estribos fechados ancorados simultaneamente nas armaduras de flexão superior e inferior.

Os modelos experimentais estudados por Palhares (2018) possuíam dimensões em planta de 2500 mm × 2500 mm e altura nominal de 180 mm, apoiando-se em pilares contínuos de seção transversal quadrada com 300 mm de lado. A Figura 25 apresenta as características geométricas da laje em estudo.

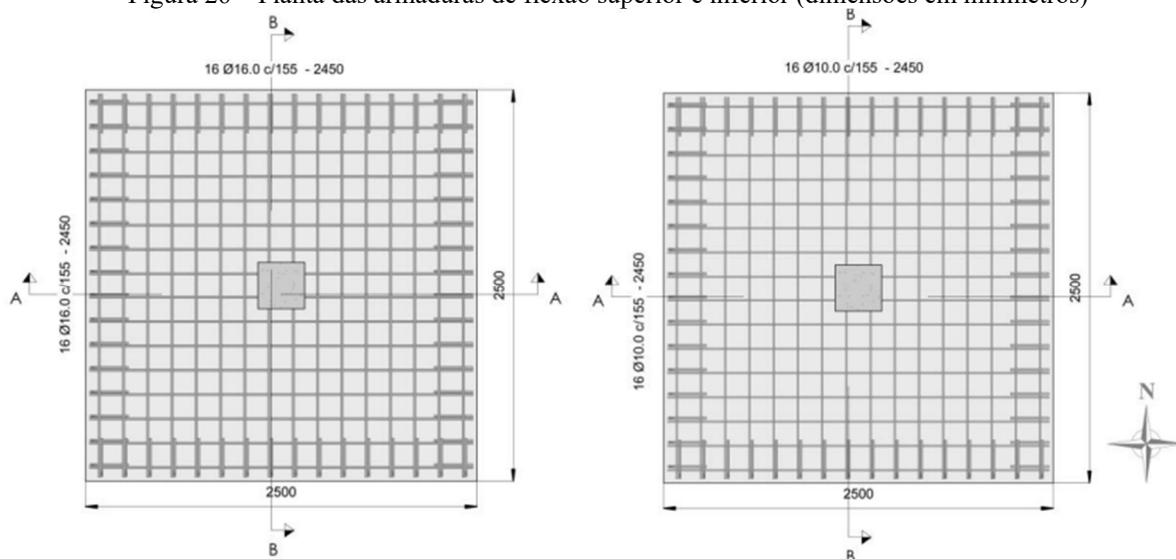
Figura 25 – Geometria da laje FS-08 (dimensões em milímetros)



Fonte: Palhares (2018).

As armaduras de flexão da laje foram constituídas por malhas ortogonais posicionadas nas faces superior e inferior, com cobrimento nominal de 20 mm em ambas as faces. As armaduras de flexão tracionadas foram compostas por barras de aço CA-50 com diâmetro de 16,0 mm, espaçadas de 155 mm nas duas direções ortogonais, de modo a proporcionar a mesma resistência à flexão em ambas as direções. Já as armaduras de flexão comprimidas foram compostas por barras de aço CA-50 com diâmetro de 10,0 mm, também espaçadas de 155 mm. O arranjo resultante corresponde a uma altura efetiva $d = 145,8$ mm e taxa de armadura de flexão $\rho = 0,9\%$. Além disso, foram utilizados ganchos confeccionados com barras de 16,0 mm em forma de “U” nas extremidades, com o objetivo de garantir a ancoragem das armaduras de flexão. A configuração das armaduras de flexão é apresentada na Figura 26.

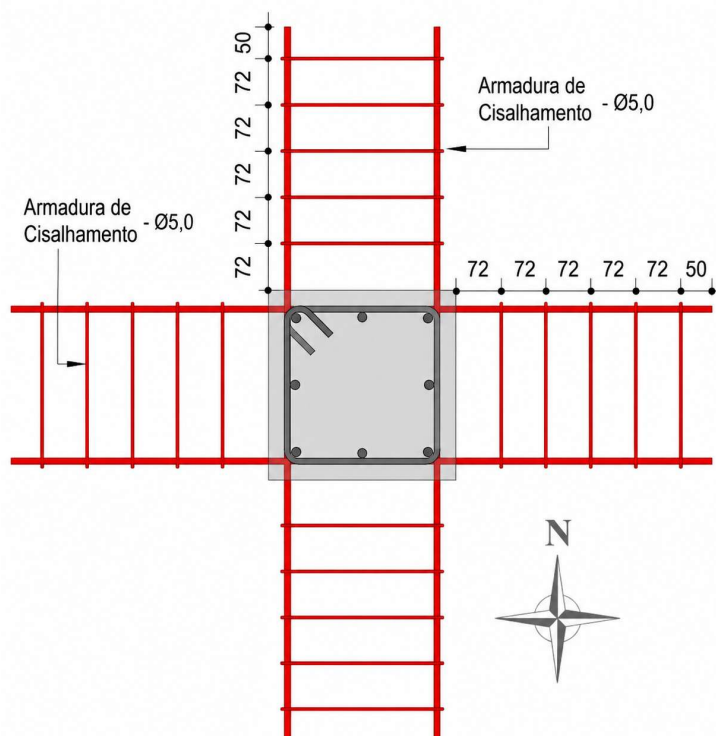
Figura 26 – Planta das armaduras de flexão superior e inferior (dimensões em milímetros)



Fonte: Palhares (2018)

A armadura de cisalhamento da laje FS-08 foi composta por estribos fechados com diâmetro de 5,0 mm, distribuídos em cinco camadas ao redor do pilar, em arranjo em forma de “cruz”, com espaçamento $S_0 = 72$ mm entre a face do pilar e a primeira camada, e espaçamento $S_r = 72$ mm entre camadas consecutivas. A área de armadura de cisalhamento por camada foi de $1,57 \text{ cm}^2$, correspondente a uma taxa de armadura transversal de aproximadamente $0,131\%$. A configuração e espaçamento utilizados nas armaduras de cisalhamento podem ser verificados na Figura 27.

Figura 27 – Disposição das armaduras de cisalhamento da laje FS-08 (dimensões em milímetros).



Fonte: Palhares (2018).

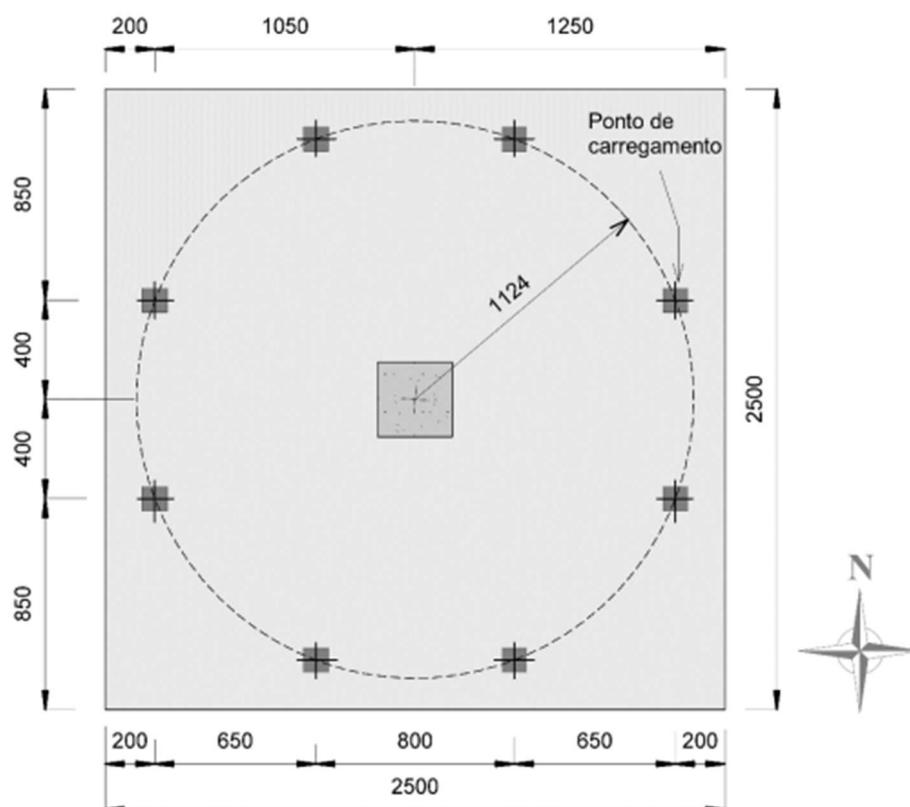
No que se refere às propriedades mecânicas do aço, a armadura de flexão da série FS-08 foi constituída por barras CA-50 de 16,0 mm, com tensão de escoamento de 615,2 MPa e módulo de elasticidade de 179,4 GPa. Já os estribos de armadura de punção, em aço CA-60, apresentaram diâmetro de 5,0 mm, tensão de escoamento de 698,1 MPa e módulo de elasticidade de 193,2 GPa. As armaduras de flexão comprimidas (Ø10,0 mm) apresentaram tensão de escoamento de 515,0 MPa e módulo de elasticidade de 126,6 GPa.

O concreto utilizado na laje FS-08 apresentou resistência média à compressão de 30,5 MPa, determinada a partir de ensaios em corpos de prova cilíndricos realizados na data do ensaio. O agregado graúdo empregado foi brita 0, com diâmetro máximo característico de 9,5 mm (PALHARES, 2018).

Quanto ao sistema de ensaio experimental, as lajes foram submetidas a carregamento simétrico, totalizando oito pontos de aplicação de carga concêntricos com o pilar, sendo os modelos levados à ruptura por meio de estágios progressivos de carregamento. Os ensaios foram realizados no pórtico de reação do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília, utilizando quatro cilindros hidráulicos com capacidade de 500 kN, quatro conjuntos de células de carga, quatro rótulas de aço, duas bombas hidráulicas, seis vigas metálicas rígidas e quatro tirantes de aço de 32,0 mm de diâmetro. Para homogeneizar a distribuição das cargas, foram

posicionadas chapas de aço sobre mantas de neoprene nos oito pontos de carregamento, sobre as quais se apoiavam as vigas de distribuição. Após a montagem do sistema, foi executado um pré-carregamento para acomodação dos equipamentos, e a aquisição de dados foi realizada com módulos Spider 8 conectados aos extensômetros, LVDTs e células de carga. No caso das lajes com armadura de cisalhamento, como a FS-08, o carregamento foi aplicado de forma contínua, buscando-se uma taxa de variação de 5 kN por minuto em cada cilindro hidráulico conforme ilustrado na Figura 28 e Figura 29.

Figura 28 – Esquema do ensaio experimental (dimensões em milímetros).



Fonte: Palhares (2018).

Figura 29 – Sistema de ensaio.

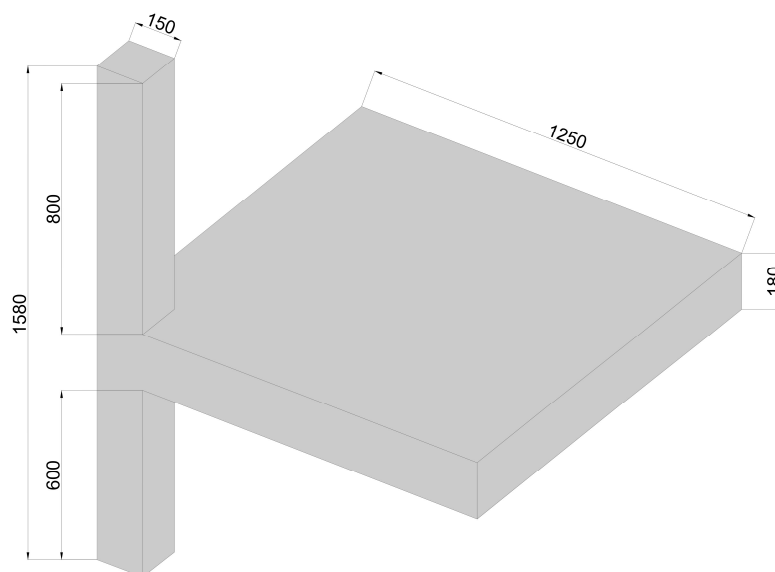


Fonte: Palhares (2018).

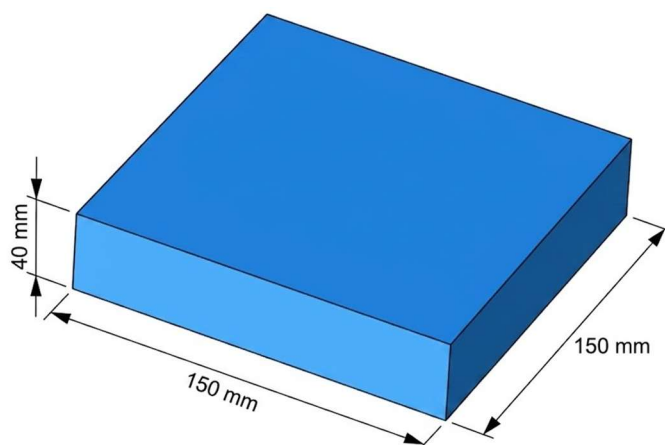
5.2. GEOMETRIA, CONDIÇÕES DE CONTORNO E INTERAÇÕES

A geometria da laje FS-08 e o carregamento aplicado apresentam dupla simetria em relação a dois planos ortogonais que passam pelo centroide do pilar. Essa característica permite reduzir o domínio de análise a um quarto da estrutura, com dimensões em planta de $1250 \text{ mm} \times 1250 \text{ mm}$ e altura de 180 mm , sem comprometer a representatividade dos resultados. O pilar foi modelado com seção de $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$, correspondente a um quarto da seção quadrada de 300 mm de lado, conforme Figura 30.

Figura 30 – Dimensões da laje numérica (dimensões em milímetros).



a) Dimensões da ligação laje-pilar.



b) Dimensões da Chapa metálica de carregamento.

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

O concreto da laje e do pilar foi discretizado com elementos hexaédricos sólidos de oito nós com integração reduzida (C3D8R) disponíveis na biblioteca de elementos do Abaqus. A integração reduzida reduz o custo computacional e atenua o travamento por cisalhamento (*shear locking*), comum em elementos de primeira ordem submetidos predominantemente à flexão. Os modos espúrios de energia zero (*hourglass modes*), inerentes à integração reduzida, foram controlados pelo esquema padrão de controle de *hourglass* do Abaqus. A malha foi refinada na região próxima à interface pilar-laje, onde se concentram os gradientes de tensão característicos do mecanismo de punção.

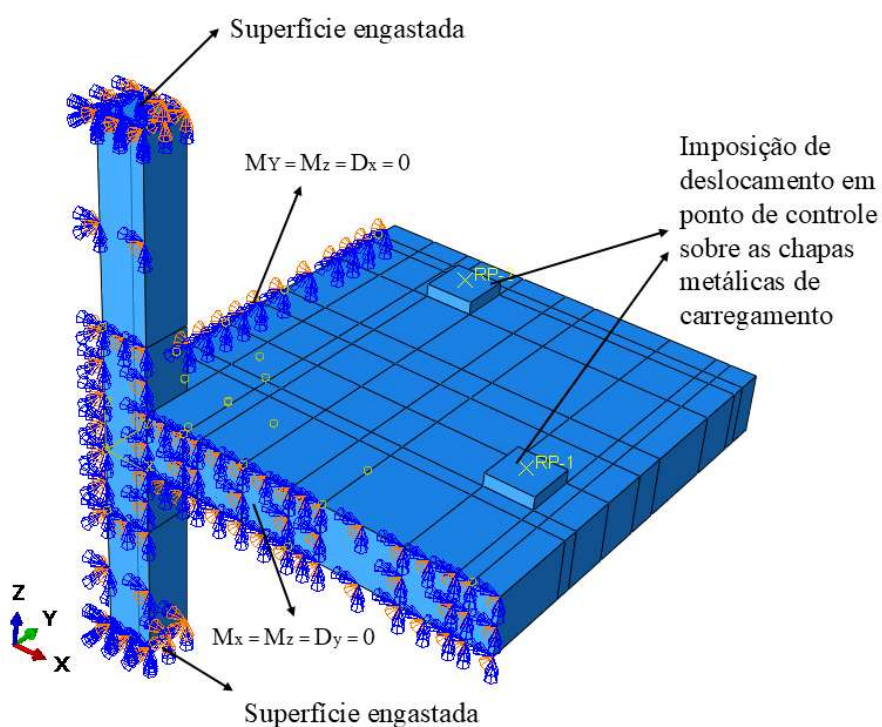
A chapa metálica de carregamento, modelada com elementos C3D8R, foi conectada à face superior da laje por meio de restrição do tipo *tie*, que impõe compatibilidade de deslocamentos entre as superfícies sem exigir coincidência de malhas. Essa condição reproduz o contato rígido entre a chapa metálica e o concreto verificado experimentalmente.

As armaduras de flexão ($\varnothing 16$ mm e $\varnothing 10$ mm) e de cisalhamento ($\varnothing 5$ mm) foram modeladas com elementos de treliça de dois nós com formulação linear (T3D2). Essa escolha é adequada para a representação de barras de armadura em modelos de escala real, nos quais a rigidez à flexão das barras é desprezível frente à rigidez global do conjunto.

Nas faces de corte do modelo, correspondentes aos planos de simetria, foram aplicadas condições de contorno de simetria: restrição de translação na direção normal ao respectivo plano. Na face paralela ao plano XZ foi restringida a translação na direção Y; na face paralela ao plano YZ, a translação na direção X. Na extremidade inferior e superior do pilar foram impostas restrições de deslocamento e rotação nas três direções, simulando o engastamento do pilar (

Figura 31).

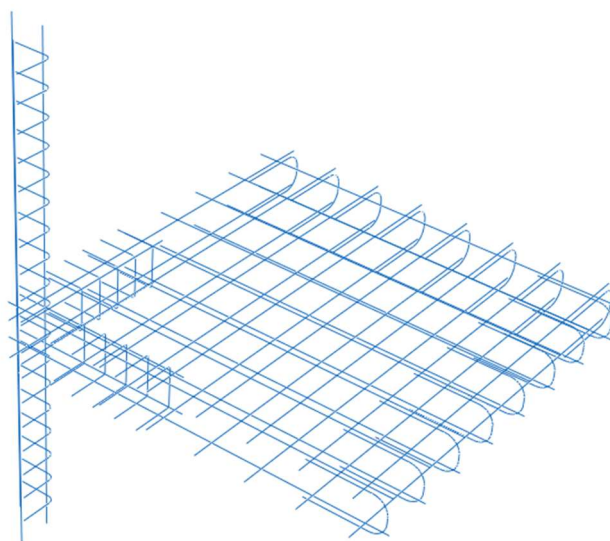
Figura 31 – Condições de contorno da laje numérica.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

A interação entre as armaduras e o concreto foi modelada pela restrição *embedded element*, na qual os graus de liberdade translacionais dos nós das armaduras são interpolados a partir dos nós dos elementos de concreto hospedeiros, impondo compatibilidade de deslocamentos entre os dois materiais. Essa abordagem corresponde à hipótese de aderência perfeita, sem deslizamento relativo entre barra e concreto e é comumente empregada na literatura em estudos envolvendo a modelagem do concreto armado no Abaqus. A disposição das armaduras no modelo é mostrada na Figura 32.

Figura 32 – Disposição das armaduras no modelo.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

5.3. SISTEMA DE CARREGAMENTO E MONITORAMENTO

O carregamento foi reproduzido numericamente por meio de duas chapas de carga posicionadas na face superior da laje, nas localizações correspondentes a dois dos oito pontos de aplicação de força do ensaio experimental, em conformidade com o esquema apresentado na

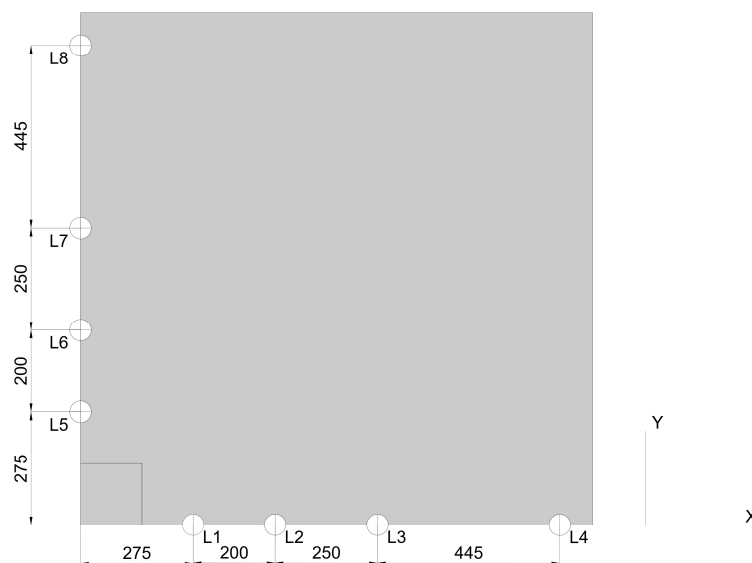
Figura 31. As chapas foram modeladas com elementos sólidos C3D8R e conectadas à superfície da laje pela restrição *tie* descrita na seção anterior.

Em cada chapa foi definido um ponto de referência — RP-1 e RP-2 — posicionado sobre o centro geométrico da respectiva superfície de contato. A esses pontos foi aplicada a restrição de acoplamento cinemático (*kinematic coupling*), que restringe todos os seis graus de liberdade — translações U1, U2, U3 e rotações UR1, UR2, UR3 — dos nós da superfície da chapa ao ponto de referência correspondente, fazendo com que essa superfície se comporte como um corpo rígido solidário ao RP.

O carregamento foi imposto por meio de deslocamento vertical de 100 mm aplicado em RP-1 e RP-2, em substituição ao controle de força utilizado no ensaio experimental. Essa estratégia foi adotada visando obter o acompanhamento do modelo no pós-pico, que não seria possível através da imposição de carga pelo método de Newton-Raphson (conforme será discutido na seção seguinte).

Os deslocamentos verticais foram monitorados em oito nós da laje numérica — denominados L1 a L8 — posicionados em correspondência com os LVDTs do ensaio experimental, conforme a Figura 33. A curva carga-deslocamento utilizada na comparação com o resultado experimental foi obtida a partir da média dos deslocamentos registrados nos pontos L4 e L8, os mais afastados da face do pilar em cada direção de simetria, adotados como representativos do deslocamento global da laje. Adicionalmente, os deslocamentos em todos os pontos de monitoramento foram avaliados comparativamente, com o objetivo de verificar o perfil de deformação da laje e analisar sua ductibilidade.

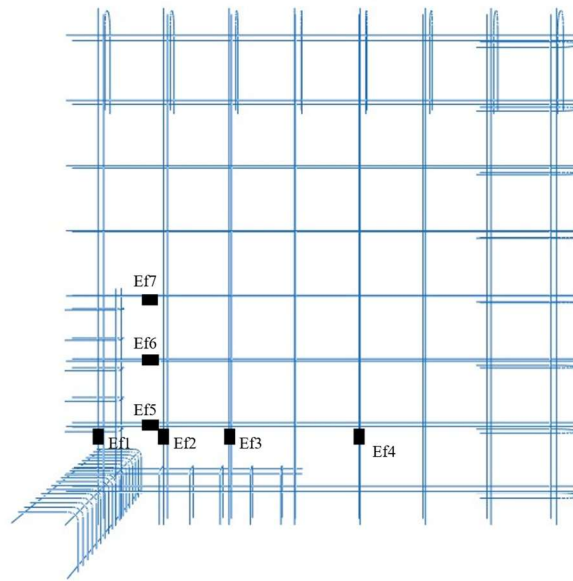
Figura 33 – Disposição dos LVDTs da laje numérica (dimensões em milímetros).



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

As deformações nas armaduras de flexão superiores foram monitoradas por meio de extensômetros posicionados em nós das barras em localizações correspondentes às do ensaio experimental, conforme disposição apresentada na Figura 34.

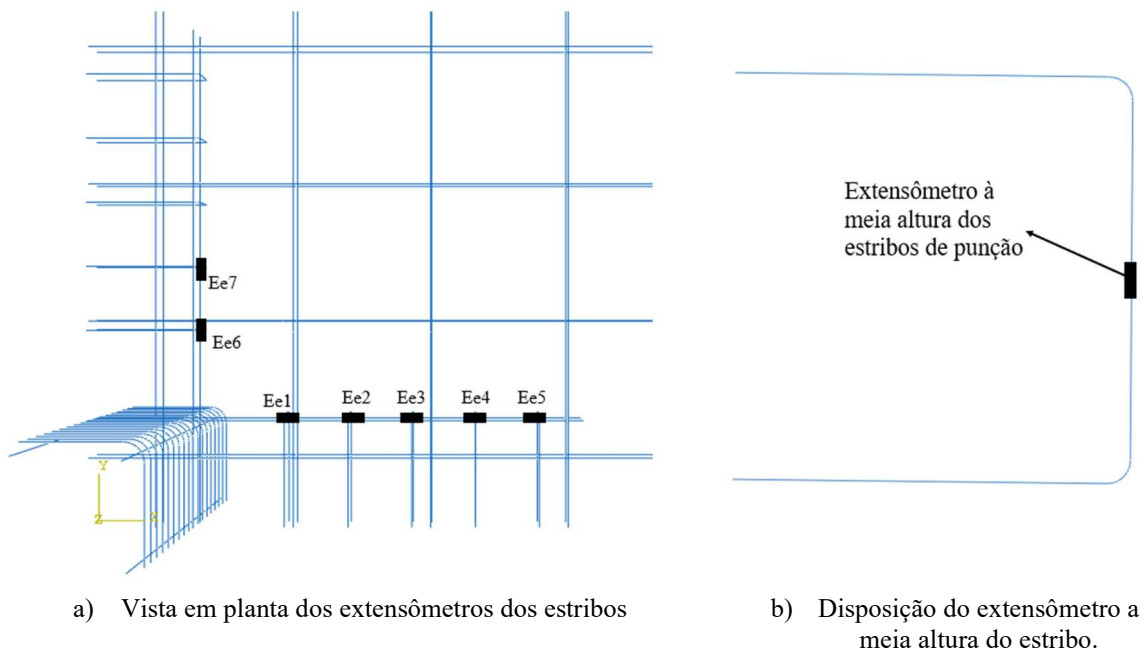
Figura 34 – Disposição dos extensômetros das armaduras de flexão superiores da laje numérica.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Os estribos de armadura de punção foram instrumentados com extensômetros posicionados a meia altura de cada estribo, em correspondência com a instrumentação experimental. A disposição dos pontos de monitoramento nas armaduras de cisalhamento pode ser verificada na Figura 35.

Figura 35 – Disposição dos extensômetros das armaduras de punção da laje numérica.

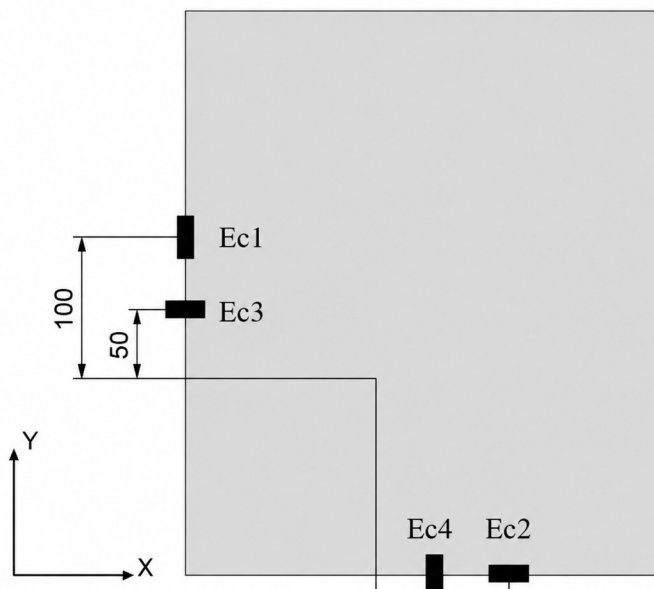


Fonte: Elaborado pela autora (2026).

As deformações na superfície da laje foram monitoradas em nós próximos à face do pilar, em posições correspondentes aos extensômetros de superfície utilizados no ensaio experimental.

Os pontos de monitoramento tangenciais foram posicionados a 50 mm da face do pilar e os radiais a 100 mm, conforme ilustrado na Figura 36.

Figura 36 – Disposição dos extensômetros da laje numérica (dimensões em milímetros).



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

5.4. MÉTODO DE ANÁLISE

A análise foi conduzida por meio de análise estática geral (*Static, General*) do Abaqus/Standard, com resolução iterativa pelo método de Newton-Raphson. Essa abordagem é adequada ao problema de punção, de natureza estática e caracterizado por não linearidades materiais associadas à fissuração, ao amolecimento e à degradação de rigidez do concreto.

No método de Newton-Raphson, a resposta estrutural é obtida incrementalmente. Em cada incremento, o desequilíbrio entre as forças internas e externas é reduzido por meio de iterações sucessivas, baseadas na matriz de rigidez tangente do sistema, até que sejam satisfeitos os critérios de convergência relacionados ao resíduo de forças e às correções de deslocamento (ABAQUS, 2016).

Conforme Santos Júnior (2019), em análises estáticas gerais realizadas sob controle de força, o método de Newton-Raphson não permite obter valores decrescentes da força de controle nem acompanhar trechos da resposta associados a tangentes negativas após a carga máxima. Por esse motivo, o carregamento foi aplicado por meio de deslocamento prescrito sobre as placas de carregamento, de modo que as forças de reação pudessem ser obtidas em função do deslocamento imposto. Essa estratégia também foi adotada por Rossignoli (2021) na determinação da carga última de resistência à punção.

5.5. COMPORTAMENTO UNIAXIAL DOS MATERIAIS

5.5.1. COMPORTAMENTO DO AÇO SOB TENSÃO UNIAXIAL

Para as armaduras, foram avaliados dois modelos constitutivos: o elastoplástico perfeito e o elastoplástico com encruamento linear positivo.

No modelo elastoplástico perfeito, o material responde de forma linear elástica até a tensão de escoamento f_y , a partir da qual a deformação evolui sem variação de tensão. O mesmo comportamento foi adotado para tração e compressão. Os valores de módulo de elasticidade E_s e de f_y foram obtidos do programa experimental de Palhares (2018) e estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas das armaduras da laje FS-08.

Diâmetro (mm)	Uso	f_y (MPa)	E_s (GPa)
16,0	Flexão – tração	615,2	179,4
10,0	Flexão – compressão	515,0	126,6
5,0	Armadura de punção	698,1	193,2

Fonte: Palhares (2018).

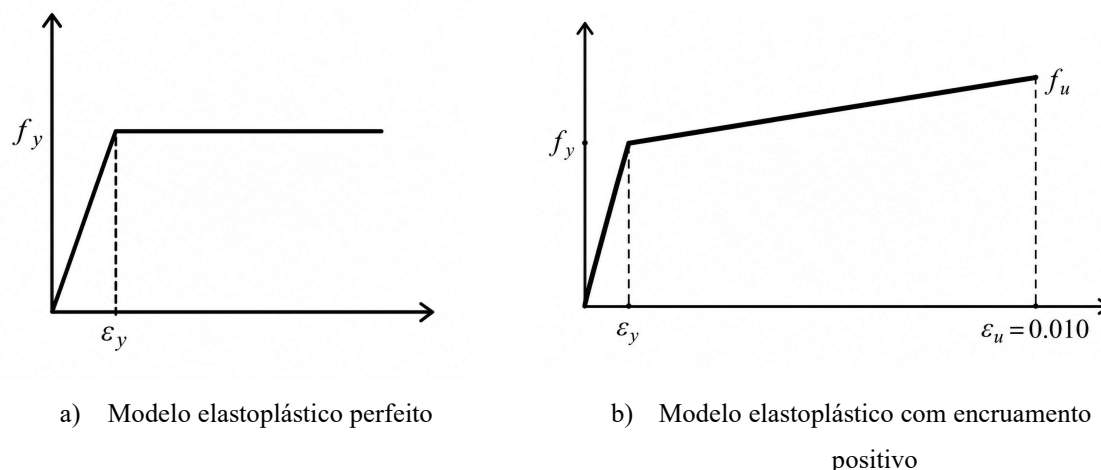
Observa-se que o módulo de elasticidade obtido para as barras de 10,0 mm (126,6 GPa) situa-se abaixo do valor usualmente esperado para o aço CA-50, da ordem de 200 GPa. Optou-se, ainda assim, por adotar o valor determinado experimentalmente por Palhares (2018), uma vez que essas barras correspondem à armadura de flexão comprimida e à armadura do pilar, cuja influência sobre a resposta à punção da ligação é reduzida, já que esse comportamento é governado principalmente pela armadura de flexão tracionada e pelo concreto. A baixa influência desse parâmetro foi confirmada por análise de sensibilidade apresentada no item 6.5.

No modelo com encruamento linear positivo, após o escoamento a tensão cresce linearmente até a tensão última $f_u = 1,08 f_y$, atingida na deformação última $\varepsilon_u = 0,010$. O fator 1,08 corresponde ao limite de resistência mínimo exigido pela ABNT NBR 7480:2007 (Tabela B.3) para barras CA-50. A deformação última $\varepsilon_u = 0,010$ foi adotada conforme Rossi et al. (2022). Os dois modelos estão ilustrados na Figura 37.

Em ambos os modelos, o comportamento elástico foi caracterizado pelo módulo de elasticidade secante obtido nos ensaios, e as propriedades foram consideradas iguais para tração e compressão. O coeficiente de Poisson adotado para todas as armaduras foi de 0,3.

Para a chapa de carregamento, foi adotado comportamento puramente elástico, com módulo de elasticidade de 210 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3. Essa simplificação é adequada pois, nas análises realizadas, a chapa não atingiu o escoamento.

Figura 37 – Comportamento uniaxial do aço.



Fonte: Adaptado de Rossi et al. (2022).

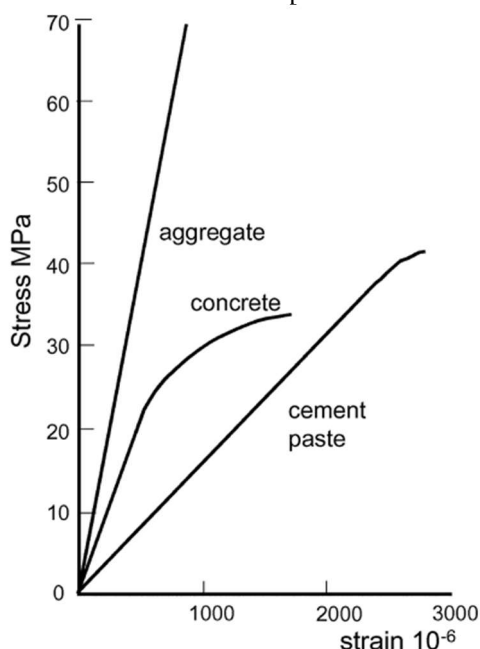
5.5.2. COMPORTAMENTO DO CONCRETO SOB TENSÃO UNIAXIAL

Diferentemente do aço, o concreto apresenta comportamento mecânico significativamente distinto quando submetido à tração e à compressão. Essa diferença decorre de sua natureza heterogênea, formada por agregados e pasta de cimento endurecida. Nas proximidades dos agregados, desenvolve-se a zona de transição interfacial, denominada ITZ (*Interfacial Transition Zone*), que corresponde a uma região da pasta de cimento cuja microestrutura é influenciada pela presença desses constituintes. Devido ao efeito parede, o empacotamento dos grãos de cimento nessa região é menos eficiente, resultando em maior porosidade inicial e heterogeneidade em comparação à pasta localizada mais distante dos agregados. Essas características tornam a ITZ mais suscetível à presença, iniciação e evolução de microfissuras, influenciando a resposta mecânica global do concreto (SCRIVENER; CRUMBIE; LAUGESSEN, 2004).

A influência da zona de transição interfacial no comportamento macroscópico do concreto pode ser observada pela comparação qualitativa entre as curvas tensão–deformação dos agregados, da pasta de cimento e do concreto, apresentada na Figura 38. Scrivener, Crumbie e Laugesen (2004) destacam que, enquanto os agregados e a pasta de cimento apresentam comportamento predominantemente frágil quando analisados isoladamente, o concreto apresenta resposta

quase-frágil. Segundo os autores, esse comportamento está associado ao desenvolvimento progressivo de múltiplas microfissuras, predominantemente na zona de transição interfacial.

Figura 38 – Comparação esquemática das curvas tensão–deformação do agregado, da pasta de cimento e do concreto sob compressão.



Fonte: Scrivener, Crumbie e Laugesen (2004).

Sob compressão uniaxial, a resposta do concreto é inicialmente aproximadamente linear. Com o aumento do carregamento, desenvolvem-se progressivamente fissuras de aderência na interface entre a pasta de cimento e os agregados e, em níveis mais elevados de tensão, fissuras na argamassa. A propagação gradual dessas fissuras promove redistribuição interna de tensões e perda progressiva de rigidez, resultando em comportamento não linear até o esmagamento do concreto.

Em contrapartida, sob tração uniaxial, as discontinuidades presentes no material tendem a se abrir. Após o alcance da resistência à tração, a fissuração se localiza em uma região restrita e a capacidade de transferência de tensões diminui rapidamente com o aumento da abertura da fissura. Por essa razão, a resistência à tração do concreto é consideravelmente inferior à sua resistência à compressão, situando-se, em geral, entre 8% e 15% desta última (WIGHT; MACGREGOR, 2012). Além disso, embora a resistência à tração aumente com o aumento da resistência à compressão, essa relação não é proporcional, sendo frequentemente aproximada por uma função da raiz quadrada de f_c (WIGHT; MACGREGOR, 2012).

Dessa forma, a resposta do concreto sob tração está predominantemente associada à fissuração e à rápida perda de capacidade resistente após o pico, enquanto, sob compressão, o comportamento é governado pela evolução distribuída de microfissuras, pela degradação progressiva da rigidez e pelo esmagamento do material. Em modelos numéricos de dano e plasticidade, como o *Concrete Damaged Plasticity*, essas diferenças exigem a definição independente das relações constitutivas em tração e em compressão.

5.5.3. COMPORTAMENTO DO CONCRETO SOB TRAÇÃO

A curva tensão–deformação uniaxial do concreto à tração é composta por dois trechos distintos. O trecho pré-pico, válido enquanto o material permanece íntegro, é governado pelo módulo de elasticidade secante E_0 e estabelece proporcionalidade entre a tensão de tração σ_t e a deformação ε_t até que se atinja a resistência máxima f_{tm} :

$$\sigma_{t(1)} = E_0 \varepsilon_t \quad (\text{Eq. 5.1})$$

O módulo E_0 foi determinado pelas equações da *fib Model Code 2010*, que o expressam como produto do módulo tangente inicial E_{ci} por um fator redutor α_i :

$$E_0 = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (\text{Eq. 5.2})$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \leq 1,0 \quad (\text{Eq. 5.3})$$

$$E_{ci} = 10000 \cdot \alpha_E \cdot f_{cm}^{\frac{1}{3}} \quad (\text{Eq. 5.4})$$

Nessas expressões, α_i é a razão entre o módulo secante E_0 , que corresponde ao nível de tensão $0,4 \cdot f_{cm}$ na compressão, e o módulo de elasticidade inicial E_{ci} ; e α_E é um parâmetro adimensional que traduz a influência mineralógica do tipo de agregado graúdo na rigidez do concreto. A resistência à tração f_{tm} foi estimada a partir da resistência à compressão conforme a *fib Model Code 2010*:

$$f_{tm} = 0,33 \cdot \sqrt{f_{cm}} \quad (\text{Eq. 5.5})$$

O segundo trecho, de amolecimento, inicia-se no pico f_{tm} e modela a progressiva redução da capacidade resistente associada à abertura de fissura. Para esse trecho, adotou-se o modelo de Hordijk (1991), que ajusta uma curva exponencial aos dados experimentais descrevendo σ_t como função da abertura de fissura W , em milímetros:

$$\sigma_{t(2)} = f_{tm} \cdot \left\{ \left[1 + \left(c_1 \cdot \frac{W}{W_c} \right)^3 \right] \cdot e^{-c_2 \cdot \frac{W}{W_c}} - \frac{W}{W_c} \cdot (1 + c_1^3) \cdot e^{-c_2} \right\} \quad (\text{Eq. 5.6})$$

onde $c_1 = 3$ e $c_2 = 6,93$ são constantes do modelo para o concreto. A energia de fratura G_F (N/mm) é o parâmetro que quantifica a energia dissipada por unidade de superfície de fratura ao longo de todo o processo de fissuração; seu valor foi estimado pela equação da *fib Model Code 2010*:

$$G_F = 0,073 \cdot f_{cm}^{0,18} \quad (\text{Eq. 5.7})$$

A abertura de fissura crítica W_c , que corresponde ao ponto em que σ_t se anula completamente, é determinada conforme Hordijk (1991):

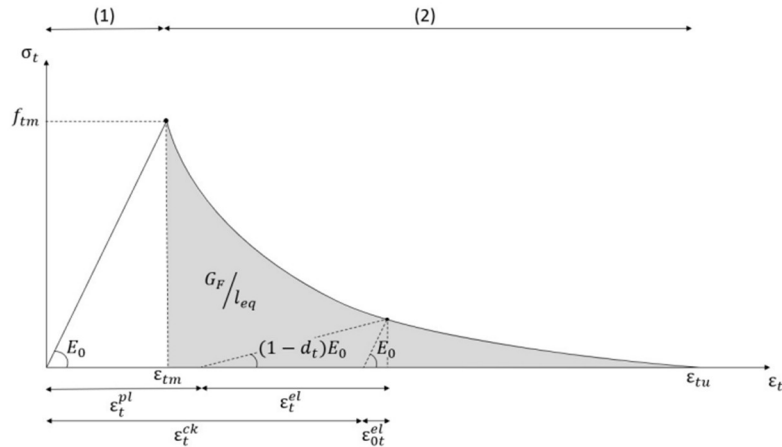
$$W_c = \frac{5,14 \cdot G_F}{f_{tm}} \quad (\text{Eq. 5.8})$$

A conversão da abertura de fissura W em deformação de fissuração viabiliza a aplicação do método de regularização de malha proposto por Alfarah, López-Almansa e Oller (2017). Nessa abordagem, admite-se que cada elemento finito concentra uma única fissura, de modo que W é dividido pelo comprimento característico l_{eq} do elemento. A deformação total do concreto em tração uniaxial torna-se então:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{tm} + \frac{W}{l_{eq}} \quad (\text{Eq. 5.9})$$

onde ε_{tm} é a deformação de pico à tração. O comprimento l_{eq} varia conforme a geometria e a orientação de fissuração do elemento finito e é fornecido em milímetros. Com essa transformação, o critério energético de ruptura por tração na escala do elemento é dado por G_F/l_{eq} , grandeza geometricamente equivalente à área delimitada pela curva $\sigma_t-\varepsilon_t$ no segundo trecho, conforme representado na Figura 39.

Figura 39 – Comportamento à tração uniaxial do concreto.



Fonte: Rossignoli (2021).

5.5.4. COMPORTAMENTO DO CONCRETO SOB COMPRESSÃO

A curva tensão–deformação uniaxial do concreto à compressão foi modelada por dois enfoques distintos ao longo dos testes numéricos realizados. O primeiro enfoque, adotado como referência e idêntico ao empregado por Rossignoli (2021), segue a formulação proposta por Alfarah, López-Almansa e Oller (2017), que divide o comportamento à compressão em três trechos consecutivos. O segundo enfoque emprega o modelo de Carreira e Chu (1985), de formulação mais compacta e sem mecanismo explícito de regularização de malha.

No modelo de Alfarah, López-Almansa e Oller (2017), o trecho 1 corresponde ao regime elástico linear, válido para tensões de compressão σ_c inferiores a $0,4f_{cm}$, governado por:

$$\sigma_{c(1)} = E_0 \varepsilon_c \quad (\text{Eq. 5.10})$$

O trecho 2 representa o endurecimento do material, desde $0,4f_{cm}$ até a resistência máxima f_{cm} . Seu equacionamento segue a recomendação da *fib Model Code 2010*, expressa por uma função quadrática em termos da deformação normalizada $\varepsilon_c/\varepsilon_{cm}$:

$$\sigma_{c(2)} = f_{cm} \frac{E_{ci} \frac{\varepsilon_c}{f_{cm}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm}} \right)^2}{1 + \left(E_{ci} \frac{\varepsilon_{cm}}{f_{cm}} - 2 \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm}}} \quad (\text{Eq. 5.11})$$

onde E_{ci} é o módulo de elasticidade inicial e ε_{cm} é a deformação específica no pico de compressão.

O trecho 3 descreve o amolecimento pós-pico. A formulação adotada foi proposta por Krätzig e Pölling (2004) e contempla a dependência da curva descendente em relação à discretização da malha por meio do comprimento característico l_{eq} :

$$\sigma_{c(3)} = \left\{ \frac{2 + \gamma_c f_{cm} \varepsilon_{cm}}{2 f_{cm}} - \gamma_c \varepsilon_c + \frac{\gamma_c \varepsilon_c^2}{2 \varepsilon_{cm}} \right\}^{-1} \quad (\text{Eq. 5.12})$$

O parâmetro γ_c controla a inclinação do trecho de amolecimento e é calculado pela condição de que a energia de esmagamento localizada G_{ch}/l_{eq} — geometricamente equivalente à área abaixo dos trechos 2 e 3 da curva tensão–deformação (Figura 40) — seja satisfeita:

$$\gamma_c = 2 \cdot \left\{ \frac{\frac{G_{ch}}{l_{eq}}}{\pi^2 \cdot f_{cm} \cdot \varepsilon_{cm}} - 0,5 \cdot f_{cm} \cdot \left[\varepsilon_{cm}(1 - b) + b \frac{f_{cm}}{E_0} \right]^2 \right\}^{-1} \quad (\text{Eq. 5.13})$$

A variável b representa a razão entre a deformação plástica de esmagamento ε_c^{pl} e a deformação inelástica de esmagamento ε_c^{ch} , calculada iterativamente:

$$b = \frac{\varepsilon_c^{pl}}{\varepsilon_c^{ch}} \quad (\text{Eq. 5.14})$$

A energia de esmagamento G_{ch} (N/mm) quantifica a energia necessária para conduzir o concreto à falha por esmagamento. Seu valor é estimado em função da energia de fratura à tração G_F conforme proposto por Oller (1988):

$$G_{ch} = \left(\frac{f_{cm}}{f_{tm}} \right)^2 \cdot G_F \quad (\text{Eq. 5.15})$$

6. CALIBRAÇÃO E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO NUMÉRICO

6.1. CRITÉRIOS ADOTADOS PARA A CALIBRAÇÃO

A calibração do modelo numérico foi conduzida a partir da comparação entre os resultados numéricos e experimentais da ligação laje-pilar ensaiada por Palhares (2018). A curva carga–deslocamento foi adotada como principal critério de avaliação, considerando-se especialmente a rigidez inicial, a carga associada à ruptura e a resposta após esse ponto.

Para a definição do modelo calibrado, foram avaliadas alternativas relacionadas à caracterização da malha, aos parâmetros constitutivos do concreto e aos modelos constitutivos adotados para o concreto e o aço. As respostas obtidas em cada etapa foram comparadas com os resultados experimentais, buscando-se identificar a combinação de parâmetros que melhor representasse o comportamento da laje de referência.

Procedimento semelhante foi empregado por Rossignoli (2021), que avaliou a influência da malha, das propriedades mecânicas do concreto e dos parâmetros do modelo CDP por meio da comparação entre resultados numéricos e experimentais de carga, deslocamentos, deformações, fissuração e modo de ruptura.

A comparação entre os resultados experimental e numérico exigiu a adoção de grandezas e pontos de referência compatíveis. No ensaio de Palhares (2018), a carga total correspondeu ao somatório das forças aplicadas pelo sistema hidráulico, acrescido do peso próprio da laje e dos componentes da montagem experimental. No modelo numérico, a força foi obtida pelo somatório das reações verticais nas chapas de aplicação do deslocamento. O peso próprio não foi considerado na modelagem por representar uma parcela reduzida em relação à capacidade resistente da ligação.

Para a comparação dos deslocamentos, foi adotada a média das leituras dos deflectômetros mais afastados do pilar. Esses instrumentos foram selecionados por sofrerem menor influência das deformações localizadas na região de punção e por representarem de forma mais adequada a resposta global da laje. Os deslocamentos numéricos foram obtidos em nós posicionados nas mesmas coordenadas dos instrumentos experimentais.

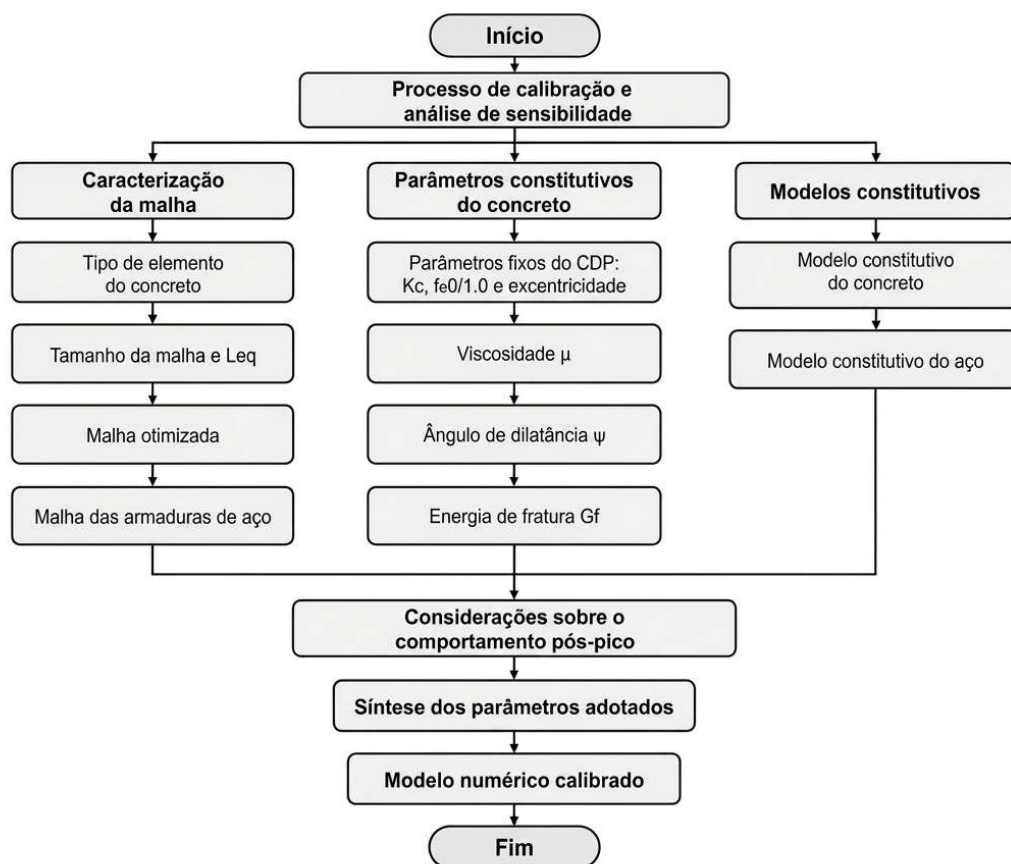
Nas análises numéricas, a carga de ruptura foi definida como o valor da força de reação imediatamente anterior à primeira redução de carga após o trecho ascendente inicial da curva carga–deslocamento. Esse critério foi adotado porque alguns modelos apresentaram

recuperação de carga após essa redução, sem reproduzir a queda brusca observada experimentalmente. Assim, valores de força obtidos posteriormente não foram utilizados como referência para a identificação da ruptura numérica.

Conforme Santos Júnior (2019), em análises estáticas gerais realizadas sob controle de força, o método de Newton-Raphson não permite obter valores decrescentes da força de controle nem acompanhar adequadamente trechos da resposta associados a tangentes negativas após a carga máxima. Por essa razão, foi aplicado deslocamento prescrito nas chapas de carregamento, sendo uma prática comum na literatura.

Foi imposto um deslocamento total de 100 mm, valor superior ao deslocamento experimental de ruptura, de aproximadamente 21 mm. Esse limite permitiu acompanhar a resposta numérica após a carga de ruptura adotada enquanto o modelo mantivesse convergência. O processo de calibração e análise de sensibilidade está sintetizado na Figura 41.

Figura 41 – Fluxograma de calibração e análise de sensibilidade do modelo numérico



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

6.2. CARACTERIZAÇÃO DA MALHA

6.2.1. TIPO DE ELEMENTO

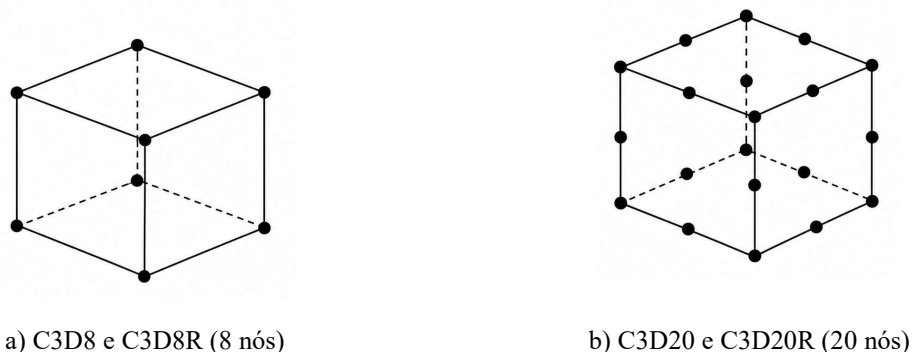
A punção é um fenômeno localizado, caracterizado por elevados gradientes de tensão e deformação na região da ligação laje-pilar. Por esse motivo, a laje foi modelada com elementos sólidos tridimensionais hexaédricos da família contínua (*continuum*), capazes de representar o estado de tensões nas três direções do espaço e a distribuição das deformações na espessura da laje.

A utilização de elementos sólidos tridimensionais é frequente em estudos numéricos sobre punção em lajes. Genikomsou e Polak (2015), Rossignoli (2021) e Sanabria Díaz (2023), por exemplo, empregaram esse tipo de elemento para representar a laje e avaliar a resposta não linear da ligação laje-pilar.

A nomenclatura dos elementos do Abaqus informa sua família, dimensão, número de nós e, quando aplicável, o esquema de integração empregado. No caso do elemento C3D8R, a letra C indica que pertence à família de elementos contínuos; a sigla 3D indica que se trata de um elemento tridimensional; o número 8 corresponde ao número de nós; e a letra R indica a utilização de integração reduzida. Os elementos sólidos tridimensionais possuem três graus de liberdade translacionais em cada nó, correspondentes aos deslocamentos nas direções 1, 2 e 3 (ABAQUS, 2016).

Foram avaliados os elementos C3D8, C3D8R, C3D20 e C3D20R. Os elementos C3D8 e C3D8R possuem oito nós localizados nos vértices e utilizam interpolação linear dos deslocamentos entre nós adjacentes. Por essa razão, são classificados como elementos de primeira ordem. Os elementos C3D20 e C3D20R possuem vinte nós, incluindo nós intermediários nas arestas, permitindo a utilização de interpolação quadrática. A Figura 42 apresenta a geometria desses elementos.

Figura 42 – Elementos hexaédricos contínuos de 8 nós (C3D8/C3D8R) e 20 nós (C3D20/C3D20R)



Fonte: Adaptado de ABAQUS (2016).

A integração numérica no Abaqus é realizada pela quadratura de Gauss. O elemento C3D8, de integração completa, utiliza oito pontos de integração, enquanto o C3D20 utiliza 27 pontos. No C3D8R é empregado apenas um ponto de integração, localizado no centroide do elemento. O C3D20R utiliza integração reduzida em relação ao C3D20, com menor número de pontos para a formação da matriz de rigidez (ABAQUS, 2016).

A integração reduzida pode reduzir o custo computacional e atenuar o travamento por cisalhamento (*shear locking*) em elementos lineares. Por outro lado, o uso de um único ponto de integração no C3D8R pode favorecer a ocorrência de modos espúrios de deformação com energia reduzida ou nula, conhecidos como modos de *hourglass*. O Abaqus emprega mecanismos internos de controle desses modos, mas sua influência deve ser observada durante a análise, principalmente em regiões submetidas a elevados gradientes de deformação.

O elemento C3D8, de interpolação linear e integração completa, pode apresentar travamento por cisalhamento em problemas dominados por flexão. Como suas funções de forma não permitem representar adequadamente a curvatura da configuração deformada, surgem deformações cisalhantes artificiais nos pontos de integração. Esse efeito aumenta artificialmente a rigidez da estrutura e pode elevar a carga prevista pelo modelo.

Os elementos quadráticos reduzem essa limitação, pois suas funções de forma permitem representar campos de deslocamento com maior curvatura. Entretanto, a resposta numérica não depende somente da ordem de interpolação e do esquema de integração. O tamanho da malha, a geometria dos elementos, as condições de contorno e o comprimento característico empregado no modelo CDP também influenciam os resultados.

Wosatko et al. (2019) recomendam a utilização de, pelo menos, dez elementos na direção da espessura para elementos lineares empregados na análise de punção. Para os elementos

quadráticos, Hendriks et al. (2017) sugerem ao menos seis elementos nessa direção. Essas recomendações também foram adotadas por Rossignoli (2021) para a comparação entre elementos hexaédricos de diferentes ordens de interpolação.

Os elementos lineares foram avaliados com tamanho de 18 mm, garantindo a presença de dez elementos na espessura da laje. Os elementos quadráticos foram avaliados com tamanho de 30 mm, correspondente a seis elementos nessa direção (conforme Tabela 2). Embora tenham sido empregados tamanhos distintos, a formulação constitutiva adotada para o concreto considera o comprimento característico do elemento na regularização da resposta pós-fissuração, reduzindo a sensibilidade dos resultados ao tamanho da malha. Dessa forma, a comparação foi direcionada principalmente à influência da ordem de interpolação e do esquema de integração, conforme estratégia adotada por Rossignoli (2021).

Tabela 2 – Indicação dos elementos e suas respectivas malhas.

Elemento	Tamanho do elemento	Número de elementos na espessura da laje	Tempo De Processamento	Iterações	Tempo aproximado por iteração
C3D8	18 mm	10	3 h 16 min 36 s	951	12,4 s
C3D8R	18 mm	10	6 h 26 min 55 s	1.779	13,0 s
C3D20	30 mm	6	7 h 41 min 59 s	1.314	21,1 s
C3D20R	30 mm	6	10 h 49 min 12 s	2.110	18,5 s

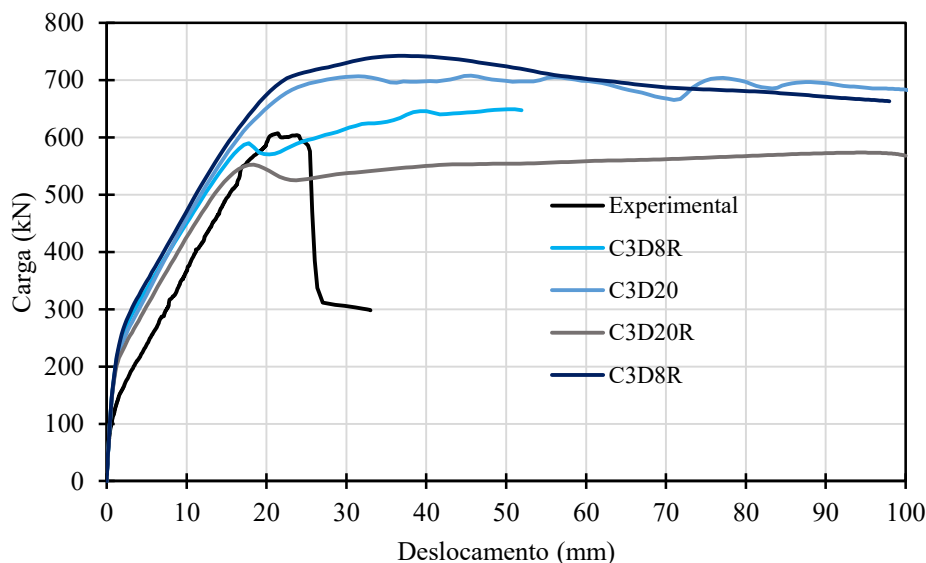
Fonte: Elaborado pela autora (2026).

A comparação entre os elementos foi realizada por meio das curvas carga–deslocamento, das cargas de ruptura adotadas e dos campos de deformação plástica. Os resultados da resposta global são apresentados na Figura 43.

O modelo com elemento C3D8 apresentou a maior rigidez e a maior carga entre os modelos avaliados, ultrapassando 700 kN. Esse comportamento é compatível com o travamento por cisalhamento associado aos elementos lineares de integração completa, que pode levar à superestimação da rigidez e da capacidade resistente da estrutura.

O elemento C3D20 apresentou rigidez e carga elevadas, embora ligeiramente inferiores às obtidas com o C3D8. Como os elementos quadráticos de integração completa são menos suscetíveis ao travamento por cisalhamento, a resposta mais rígida desse modelo não pode ser atribuída exclusivamente a esse fenômeno.

Figura 43 – Gráfico carga–deslocamento para os diferentes elementos empregados.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

O C3D8R apresentou a curva mais próxima da resposta experimental até a região da ruptura. A primeira redução de carga ocorreu em torno de 18 mm de deslocamento, quando a reação atingiu aproximadamente 590 kN. Esse valor foi adotado como referência para a carga de ruptura numérica. Após essa redução, o modelo recuperou capacidade resistente e retomou uma trajetória ascendente, sem reproduzir a queda brusca observada no ensaio experimental.

O elemento C3D20R apresentou, de modo geral, a rigidez mais próxima da observada experimentalmente. Entretanto, foi o modelo que mais subestimou a carga de ruptura, atingindo aproximadamente 552,7 kN. Assim, embora sua curva carga–deslocamento tenha apresentado maior aproximação em termos de rigidez, sua capacidade resistente foi inferior à obtida no ensaio.

Considerando a aproximação obtida no trecho pré-pico e a carga de ruptura adotada, o elemento C3D8R foi selecionado para as análises subsequentes. A definição do tamanho final da malha, entretanto, foi realizada apenas após a análise da influência do tamanho dos elementos e do comprimento característico, apresentada no item 6.2.2.

No modelo CDP, as fissuras não são representadas como discontinuidades geométricas explícitas. Neste trabalho, o padrão de fissuração foi avaliado qualitativamente por meio da deformação plástica principal máxima, identificada no Abaqus pela variável PE, Max. Principal. As regiões com maiores deformações plásticas indicam concentrações de deformações inelásticas associadas à fissuração do concreto.

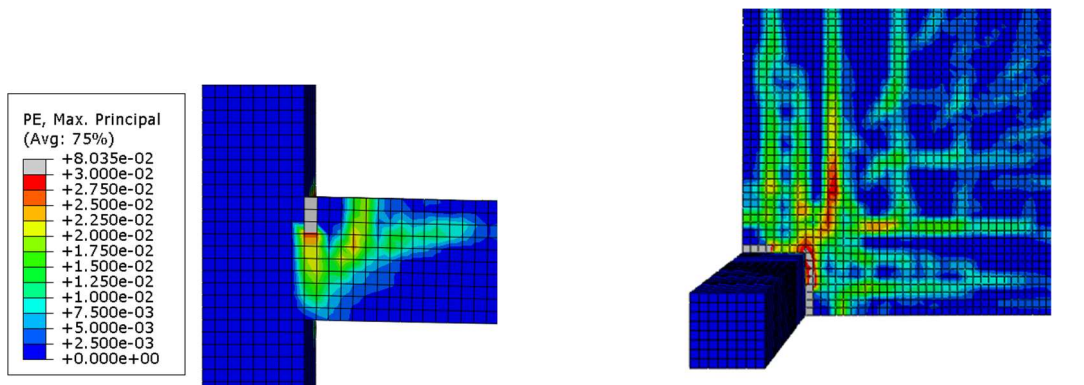
A comparação dos tempos de processamento indicou que os modelos com elementos de integração reduzida demandaram maior número de iterações do que os respectivos elementos com integração completa. Por outro lado, o tempo médio por iteração foi superior para os elementos quadráticos, o que pode estar relacionado à maior complexidade de sua formulação, ao maior número de nós e, consequentemente, ao maior custo computacional de cada iteração. Entre os modelos analisados, o elemento linear C3D8 apresentou o menor tempo de processamento. Ressalta-se, entretanto, que as análises com os elementos C3D8 e C3D8R foram interrompidas antes da conclusão integral da etapa, atingindo, respectivamente, 91,0% e 55,5% do carregamento aplicado, de modo que seus tempos correspondem apenas ao período processado até a interrupção. Assim, embora o custo computacional constitua um aspecto relevante da comparação, a escolha do elemento adotado no modelo não foi baseada exclusivamente no tempo de processamento, mas principalmente na proximidade entre a carga de ruptura numérica e a experimental, bem como na capacidade de representar adequadamente o comportamento global da laje.

Todas as simulações foram realizadas em um computador Dell Inspiron 13 5320, equipado com um processador Intel® Core™ i7-1260P de 12ª geração, operando a 2,10 GHz, com 12 núcleos, 16 processadores lógicos (threads) e 16 GB de memória RAM.

A Figura 44 apresenta os campos de deformação plástica principal máxima em cortes transversais e vistas superiores das lajes. As vistas superiores correspondem a recortes da região próxima ao pilar. Nos cortes, podem ser observadas faixas inclinadas de deformação plástica na região da ligação, compatíveis com a formação de uma superfície de ruptura por punção. Nas vistas superiores, observam-se faixas de deformação orientadas predominantemente na direção radial, associadas à flexão e à fissuração da laje.

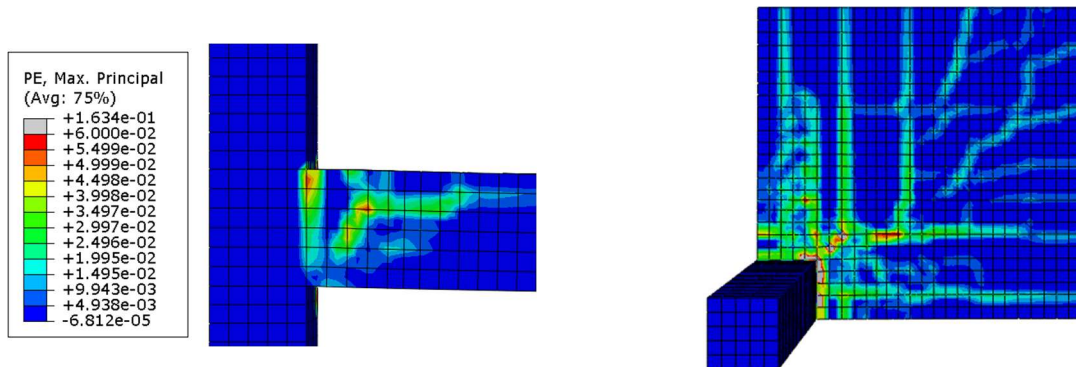
A comparação entre os campos foi realizada de forma qualitativa, pois as escalas de cores adotadas nas imagens não são idênticas para todos os modelos.

Figura 44 – Campos de deformação plástica principal máxima em cortes laterais e vistas superiores das lajes para cada tipo de elemento.



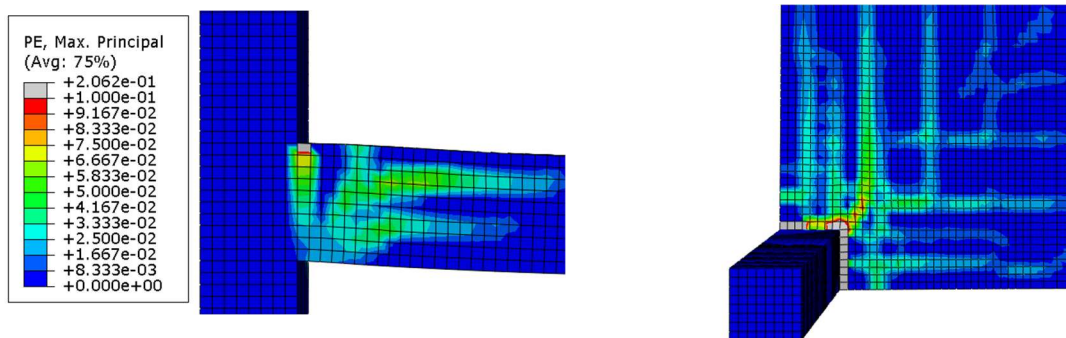
a) Corte da laje- Elemento C3D8R

b) Vista superior laje – Elemento C3D8R



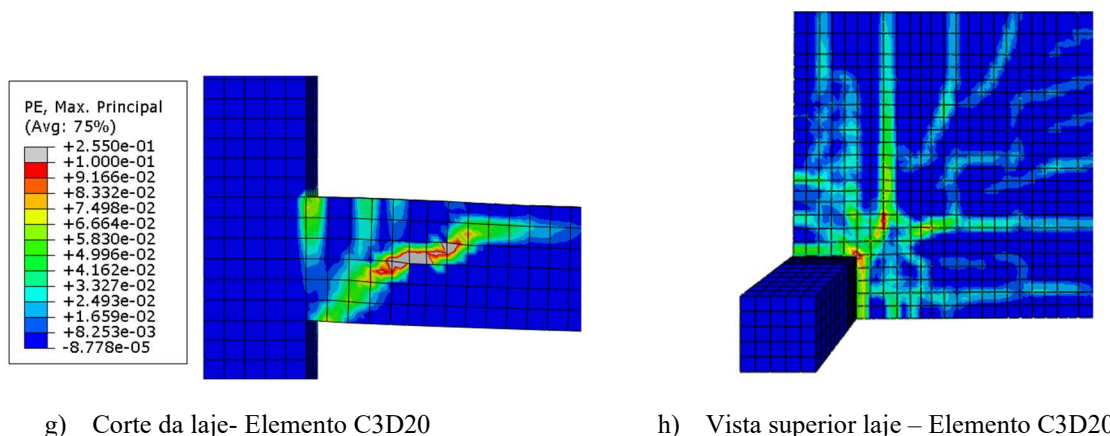
c) Corte da laje- Elemento C3D20R

d) Vista superior laje – Elemento C3D20R



e) Corte da laje- Elemento C3D8

f) Vista superior laje – Elemento C3D8



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

6.2.2. TAMANHO DA MALHA E COMPRIMENTO CARACTERÍSTICO (l_{eq})

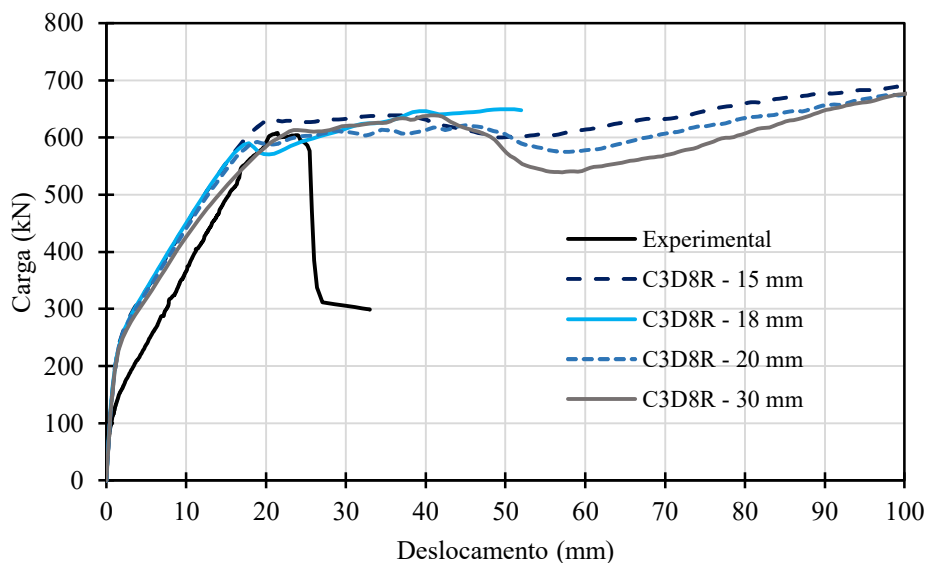
O comprimento característico (l_{eq}) é um parâmetro relevante na modelagem numérica do concreto, pois, na metodologia adotada, influencia a definição do trecho de amolecimento e da falha do material. Seu valor está associado ao tipo e ao tamanho do elemento finito, bem como à direção de propagação da fissura. Dessa forma, as características da malha interferem na resposta obtida pelo modelo, tornando necessária a avaliação da discretização adotada (ROSSIGNOLI, 2021).

Neste trabalho, foram realizadas análises com o elemento C3D8R e tamanhos de malha de 15 mm, 18 mm, 20 mm e 30 mm, a fim de avaliar a influência dessa variável na resposta numérica. As curvas carga–deslocamento obtidas são apresentadas na Figura 45, juntamente com o resultado experimental.

As curvas numéricas apresentaram valores próximos no trecho que antecede o primeiro pico, entre aproximadamente 590 kN e 630 kN. A malha de 15 mm apresentou o maior valor nesse intervalo. As diferenças de rigidez entre as malhas foram pouco expressivas, embora a malha de 30 mm tenha apresentado resposta ligeiramente mais flexível.

As maiores diferenças ocorreram após o primeiro pico. As malhas de 15 mm, 20 mm e 30 mm apresentaram uma pequena redução de carga, seguida por retomada da trajetória ascendente. A malha de 18 mm também apresentou redução de carga após o primeiro pico, em torno de 590 kN, comportamento adotado neste trabalho como referência para a ruptura numérica. Apesar de a redução obtida ser muito inferior à queda observada no ensaio, essa foi a configuração que apresentou resposta qualitativamente mais próxima da ruptura experimental.

Figura 45 – Curvas carga–deslocamento do elemento C3D8R para diferentes tamanhos de malha.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

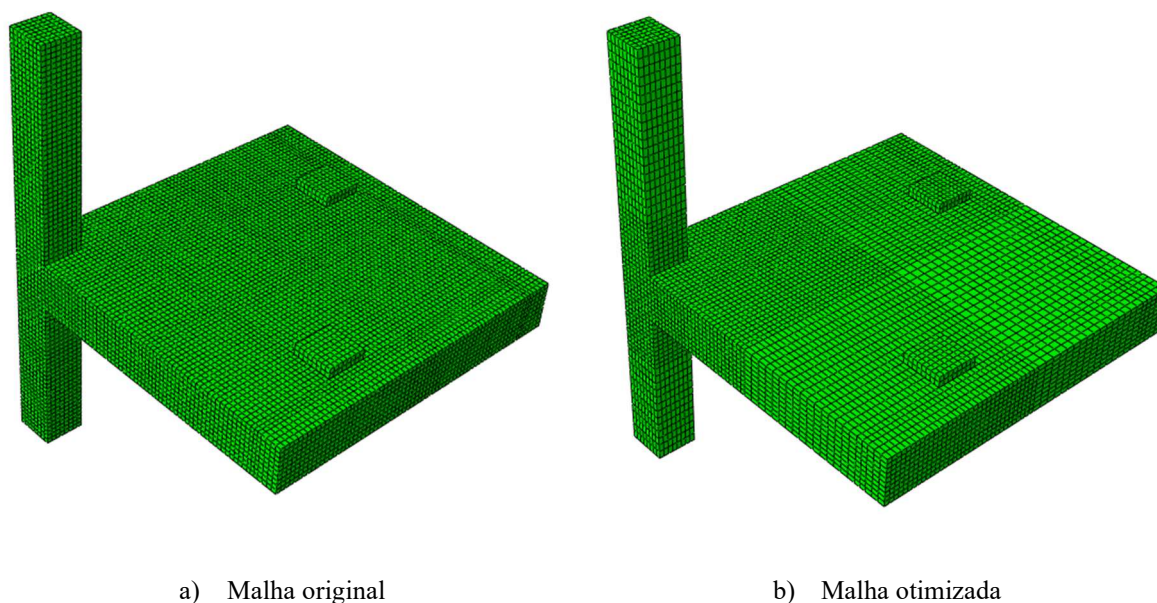
Esse padrão é coerente com o observado por Genikomsou e Polak (2015), que avaliaram malhas de 15 mm, 20 mm e 24 mm também no elemento C3D8R e constataram que todas resultaram em cargas de ruptura semelhantes, sendo a sensibilidade ao tamanho da malha mais evidente nos deslocamentos de falha. As autoras observaram ainda que a malha de 24 mm (a mais grosseira do estudo) conduziu a uma resposta mais dúctil e comparativamente menos rígida, além de problemas de convergência, ao passo que a malha de 15 mm, por se aproximar do tamanho máximo do agregado (10 mm) utilizado nos corpos de prova ensaiados, foi considerada pequena demais e descartada da análise. Esse limite é compatível com o concreto da laje experimental de referência deste trabalho, cuja brita apresenta diâmetro máximo de 9,5 mm (PALHARES, 2018), valor muito próximo ao da malha de 15 mm avaliada, reforçando a necessidade de cautela na interpretação dos resultados obtidos com essa malha.

Esse conjunto de resultados ilustra um comportamento característico dos modelos de fissuração distribuída: a resposta pós-pico permaneceu dependente do tamanho da malha mesmo com a regularização proporcionada pelo comprimento característico (L_{eq}), uma vez que tal regularização atenua, mas não elimina, a dependência da malha.

A malha de 18 mm foi adotada nas análises subsequentes com o elemento C3D8R. Essa configuração apresentou a pequena redução de carga utilizada como referência para a ruptura numérica e manteve valores de força e rigidez próximos aos obtidos com as demais malhas. A malha de 15 mm não foi selecionada por apresentar tamanho mais próximo da escala do agregado da laje de referência.

Após a definição da malha de 18 mm, foi avaliada uma configuração otimizada. Nessa configuração, o refinamento de 18 mm foi mantido na região próxima ao pilar, onde se concentram as maiores tensões e deformações associadas à punção. Nas regiões mais afastadas da ligação laje-pilar, foram empregados elementos de 30 mm, conforme mostrado na Figura 46.

Figura 46 – Otimização de malha

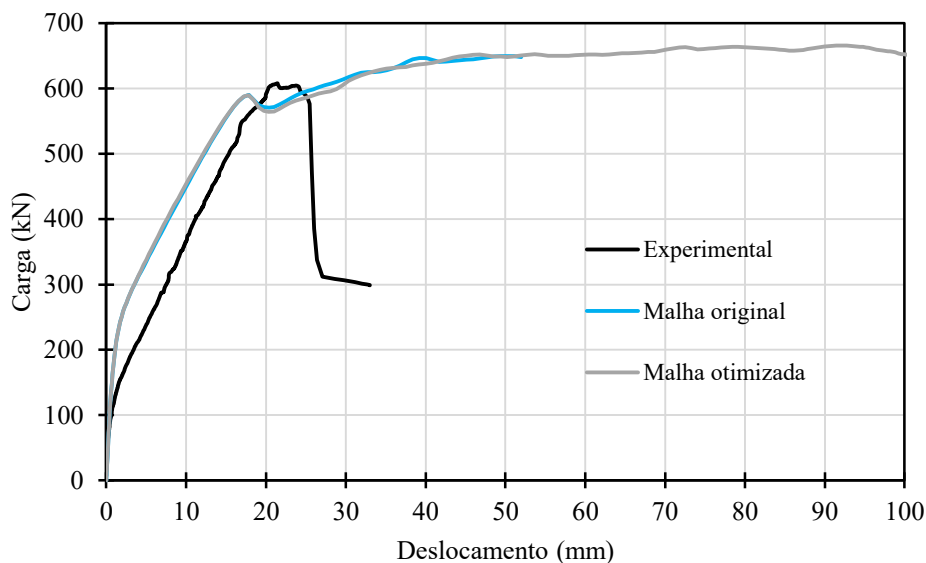


Fonte: Elaborado pela autora (2026).

A Figura 47 compara as curvas carga–deslocamento obtidas com a malha uniforme de 18 mm e com a malha otimizada. As curvas permaneceram praticamente sobrepostas no intervalo em que ambas as análises convergiram. Não foram observadas alterações relevantes na rigidez, na carga associada ao primeiro pico ou no comportamento posterior a esse ponto.

Como a malha otimizada reduziu o número de elementos sem modificar de forma relevante a resposta global do modelo, essa configuração foi adotada nas análises subsequentes.

Figura 47 – Curvas carga–deslocamento para a malha original e a malha otimizada do elemento C3D8R.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

6.2.3. MALHA DAS ARMADURAS DE AÇO

As armaduras foram representadas de forma discreta, respeitando a posição e a geometria das barras da laje analisada. Para isso, foram utilizados elementos de treliça tridimensionais T3D2, disponíveis na biblioteca do Abaqus. Esses elementos possuem dois nós, interpolação linear e três graus de liberdade translacionais por nó. Como transmitem apenas esforços axiais, são adequados para representar barras de aço em modelos tridimensionais de concreto armado (ABAQUS, 2016).

A escolha do elemento T3D2 foi definida de modo a manter a mesma ordem de interpolação empregada no concreto. Como a laje foi modelada com elementos sólidos lineares C3D8R, as armaduras também foram discretizadas com elementos lineares. Em modelos que admitem aderência perfeita entre aço e concreto, essa compatibilização evita a utilização de campos de deslocamento de ordens distintas entre os dois materiais (HENDRIKS et al., 2017 apud ROSSIGNOLI, 2021).

Rossignoli (2021) adotou o mesmo princípio em seu modelo, embora tenha utilizado elementos quadráticos. O concreto foi representado por elementos sólidos C3D20, enquanto as armaduras foram modeladas com elementos de treliça T3D3, também de interpolação quadrática.

No presente estudo, as barras foram inseridas no concreto por meio da técnica *embedded region*, admitindo-se aderência perfeita entre os materiais. Dessa forma, não foi considerado deslizamento relativo entre aço e concreto, e os deslocamentos das armaduras ficaram

condicionados ao campo de deslocamentos dos elementos sólidos que representam a laje. Genikomsou e Polak (2015) também empregaram elementos C3D8R para o concreto, T3D2 para as armaduras e o método de embutimento para representar a aderência entre os materiais.

A malha das armaduras foi definida com elementos de 9 mm, equivalentes à metade do tamanho adotado para o concreto na região próxima ao pilar. Rossignoli (2021) utilizou critério semelhante ao adotar, para as armaduras, elementos com comprimento correspondente à metade do comprimento característico empregado no concreto.

O refinamento das armaduras foi mantido porque os elementos de treliça representam parcela reduzida do custo computacional total do modelo. Dessa forma, foi possível utilizar uma discretização mais refinada nas barras sem aumento significativo do tempo de processamento.

6.3. PARÂMETROS CONSTITUTIVOS DO CONCRETO

6.3.1. FATOR DE FORMA, RELAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO BIAxIAL E UNIAXIAL E EXCENTRICIDADE

Para a relação entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial (f_{b0}/f_{c0}) e para a excentricidade (ϵ), foram adotados os valores padrão do Abaqus: $\frac{f_{b0}}{f_{c0}} = 1,16$ e $\epsilon = 0,1$. Esses mesmos valores foram empregados por Genikomsou e Polak (2015), Navarro et al. (2018) e Rossignoli (2021) em modelos numéricos de lajes submetidas à punção.

Para o fator de forma (K_c), o Abaqus adota como valor padrão $2/3$. Alfarah, López-Almansa e Oller (2017) propuseram alternativamente o valor $K_c = 0,7$. Rossignoli (2021) avaliou os dois valores e não observou diferenças relevantes na resposta do modelo. Por esse motivo, adotou-se neste trabalho $K_c = 2/3$, valor também utilizado por Genikomsou e Polak (2015) e Navarro et al. (2018).

6.3.2. VISCOSIDADE

A viscosidade (μ) foi avaliada para verificar sua influência na convergência das análises e na resposta carga–deslocamento do modelo. No CDP, esse parâmetro pode ser empregado como recurso de regularização viscoplástica em análises implícitas que envolvem perda de rigidez e amolecimento do concreto (ABAQUS, 2016; ROSSIGNOLI, 2021).

A Tabela 3 apresenta valores de viscosidade adotados ou avaliados em estudos numéricos que utilizaram o CDP em modelos de lajes, ligações laje-pilar e estruturas sujeitas à punção. Os

valores encontrados variam entre os trabalhos, o que reforça a necessidade de calibrar esse parâmetro para cada modelo.

Tabela 3 – Valores de viscosidade adotados ou avaliados em estudos numéricos com CDP.

Autor/ano	Resumo
Genikomsou e Polak (2015)	Avaliaram valores baixos do parâmetro de viscosidade, da ordem de 10^{-5} a 5×10^{-5} , em análises no Abaqus/Standard. A viscosidade foi utilizada como recurso de regularização viscoplástica para estabilizar a solução numérica em modelos de punção com CDP.
Hamoda e Hossain (2019)	Realizaram análise de sensibilidade com $\mu = 0, 0,0005, 0,0009, 0,001, 0,002$ e $1,00$, adotando $\mu = 0,0009$. O estudo indica que a viscosidade deve ser calibrada com base na resposta experimental, pois influencia a estabilidade numérica e a curva carga–deslocamento em ligações laje-pilar reforçadas à punção.
Jia et al. (2022)	Adotaram $\mu = 0,0001$ para os modelos baseados em Ferreira et al. e $\mu = 0,005$ para os modelos baseados em Tian e Xu. Os autores destacaram que valores menores de viscosidade tendem a fornecer maior precisão, embora aumentem o custo computacional, enquanto valores maiores favorecem a estabilidade e a velocidade de cálculo.
Jiang e Shi (2024)	Adotaram $\mu = 0,005$ em modelos de lajes lisas com reforço soldado de punção. O valor foi empregado em conjunto com o CDP e controle por deslocamento, visando reduzir problemas de convergência em análises não lineares.
Santos Junior (2019)	Investigou $\mu = 0, 10^{-5}, 10^{-3}, 10^{-1}$ e 1 , adotando $\mu = 10^{-3}$ nas análises finais. O autor observou que $\mu = 0$ pode provocar interrupção da análise por problemas de convergência, enquanto valores muito elevados, como $\mu = 1$, tornam a resposta excessivamente próxima de um comportamento elástico-linear.
Szczecina e Winnicki (2015)	Avaliaram $\mu = 0, 0,0001, 0,001$ e $0,01$ em ensaio numérico de tração. Para $\mu = 0$, a fissura localizou-se em uma faixa de elementos e a largura da zona de dano mostrou dependência da malha. Com o aumento da viscosidade, o dano tornou-se mais difuso e a resposta pós-crítica passou a apresentar patamar quase horizontal, acompanhado de aumento artificial da capacidade resistente. Os autores recomendaram $\mu = 0,0001$ entre os valores avaliados e alertaram para o uso cauteloso de viscosidades maiores.

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Os estudos reunidos na Tabela 3 indicam que a viscosidade pode auxiliar a continuidade da análise quando o modelo apresenta dificuldade de convergência. Por outro lado, valores elevados podem modificar de forma significativa a resposta numérica, produzindo curvas excessivamente rígidas, com maior capacidade resistente e manutenção artificial da carga após o pico (SANTOS JUNIOR, 2019; SZCZECINA; WINNICKI, 2015).

Neste trabalho, foram avaliados os valores $\mu = 0$, $\mu = 0,00001$, $\mu = 0,0001$ e $\mu = 0,001$. A análise com viscosidade nula foi interrompida antes da obtenção da resposta completa, devido à dificuldade de convergência. Por esse motivo, essa curva não é apresentada na Figura 48.

A Figura 48 mostra que o aumento da viscosidade elevou o nível de carga das curvas numéricas e prolongou a resposta para deslocamentos maiores. Para $\mu = 0,001$, a força obtida ultrapassou

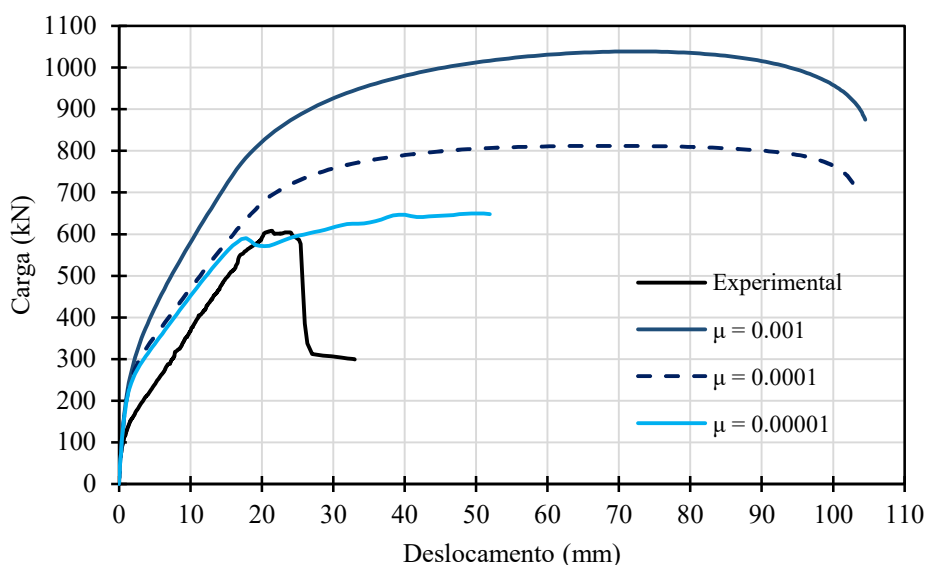
1000 kN, afastando-se de forma expressiva do resultado experimental. Esse valor foi considerado excessivo para o modelo analisado.

O modelo com $\mu = 0,0001$ também apresentou forças superiores às observadas no ensaio. Embora sua resposta tenha sido menos elevada que a obtida com $\mu = 0,001$, a curva permaneceu distante da experimental, principalmente após o trecho inicial de carregamento.

A curva obtida com $\mu = 0,00001$ apresentou a melhor aproximação com o resultado experimental entre as análises que convergiram. Esse modelo ainda não reproduziu a queda brusca de carga observada no ensaio, mas forneceu um equilíbrio mais adequado entre estabilidade numérica e aproximação da curva carga–deslocamento.

Assim, adotou-se $\mu = 0,00001$ nas análises subsequentes.

Figura 48 – Curva carga–deslocamento para diferentes valores de viscosidade.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

6.3.3. ÂNGULO DE DILATÂNCIA

O ângulo de dilatância (ψ) é um dos parâmetros do CDP relacionados à variação volumétrica associada às deformações inelásticas do concreto. Os valores adotados na literatura variam de forma considerável, especialmente em modelos numéricos de punção em lajes lisas. A Tabela 4 reúne alguns valores empregados ou avaliados em estudos anteriores.

Tabela 4 – Valores de ângulo de dilatação (ψ) adotados ou avaliados em estudos numéricos com CDP.

Autor/ano	Resumo
Genikomsou e Polak (2015)	Avaliaram o ângulo de dilatação entre 20° e 42° para a ligação laje-pilar SB1 em análises no Abaqus, adotando $\psi = 40^\circ$ para todos os modelos por apresentar a melhor correlação com a carga última experimental. A partir do parâmetro de dilatação $\alpha_p = 0,2$ definido por Lee e Fenves (1998), estimaram um ângulo correspondente de aproximadamente 31°, considerando a faixa de 31° a 42° fisicamente coerente.
Hamoda e Hossain (2019)	Realizaram análise de sensibilidade com ψ variando de 10° a 50°, obtendo o melhor ajuste com $\psi = 38^\circ$.
Jia et al. (2022)	Testaram o ângulo de 30°, 35° e 40°. Após calibração, adotaram $\psi = 40^\circ$ para os dois conjuntos de ensaios analisados (Ferreira et al. e Tian e Xu), valor que, entre os testados, melhor representou os resultados experimentais.
Jiang e Shi (2024)	Adotaram $\psi = 30^\circ$ e $\mu = 0,005$. A viscosidade foi definida com referência à recomendação de Lee e Fenves (1998) sobre sua relação com o incremento de análise.
Santos Junior (2019)	Avaliaram ψ entre 20° e 40° (modelo MLS), 30° e 55° (E-50 e C-50); os valores adotados foram $\psi = 30^\circ$ (MLS), $\psi = 50^\circ$ (E-50) e $\psi = 45^\circ$ (C-50).

Fonte: Elaborado pela autora (2026), a partir da revisão bibliográfica.

Com base nessa variação, foram avaliados ângulos de dilatação entre 15° e 40°, mantendo-se os demais parâmetros do CDP constantes. As curvas obtidas são apresentadas na Figura 49.

Nos modelos avaliados, o aumento de ψ elevou a rigidez e a capacidade resistente. Essa tendência também foi observada por Rossignoli (2021) e por Genikomsou e Polak (2015). O modelo com $\psi = 40^\circ$ apresentou a maior capacidade resistente entre os casos analisados, superestimando a resposta experimental.

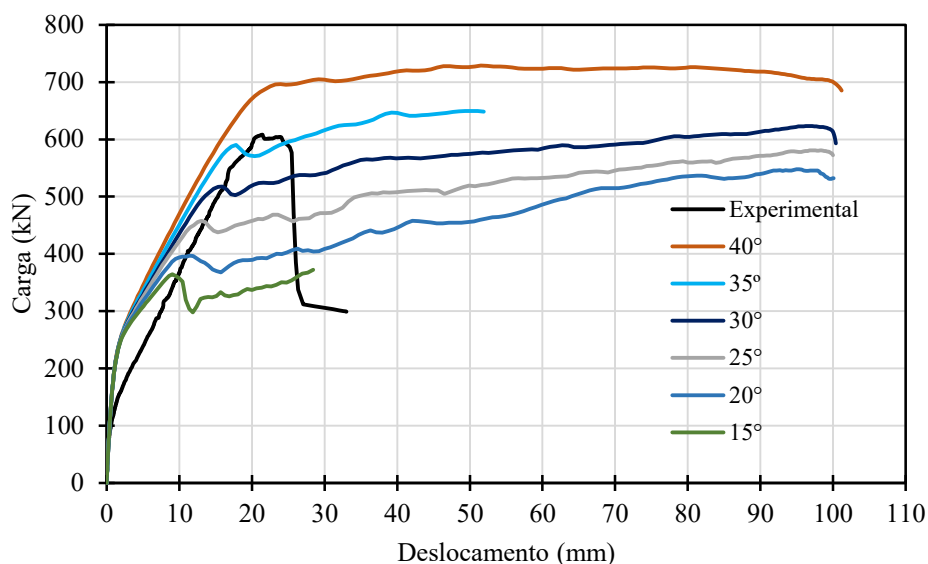
A redução do ângulo de dilatação para 30°, 25° e 20° diminuiu progressivamente o nível de carga obtido pelo modelo. Para $\psi = 15^\circ$, foi observada a menor carga entre os casos analisados, acompanhada de uma redução de carga mais pronunciada após o pico.

O modelo com $\psi = 35^\circ$ apresentou a melhor aproximação global com a curva experimental, considerando a rigidez, a força na região da ruptura e a forma geral da resposta carga–deslocamento.

Nenhuma das curvas reproduziu integralmente a queda brusca de carga observada no ensaio. A manutenção de capacidade resistente após o pico não pode ser atribuída apenas ao ângulo de dilatação, pois também é influenciada pela formulação contínua adotada para o concreto, pelo controle por deslocamento, pela viscosidade, pela energia de fratura, pelo tipo de elemento e pela contribuição das armaduras.

Adotou-se, portanto, $\psi = 35^\circ$ nas análises seguintes. Esse valor corresponde à combinação de parâmetros utilizada neste modelo e não deve ser interpretado isoladamente.

Figura 49 – Curvas carga–deslocamento para diferentes ângulos de dilatação.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

6.3.4. ENERGIA DE FRATURA (G_f)

A energia de fratura adotada como referência foi calculada conforme a formulação do *fib Model Code* (2010), apresentada na Equação 6.1. A partir desse valor, foram avaliadas três situações: $40\%G_f$, $60\%G_f$ e $100\%G_f$.

$$G_f = 0.073f_{cm}^{0.18} \quad (6.1)$$

A energia de fratura influencia a resposta do concreto após a fissuração. Rossignoli (2021) ao analisar numericamente lajes submetidas à punção, verificou influência significativa desse parâmetro na resposta estrutural. Ozbolt et al. (2001) também destacaram a influência da energia de fratura e da taxa de armadura sobre a capacidade resistente à punção.

A Figura 50 mostra que a redução de G_f diminuiu o nível de carga obtido pelo modelo. A curva com $100\%G_f$ apresentou a maior capacidade resistente entre os casos analisados e foi a que mais se aproximou da resposta experimental na região da ruptura.

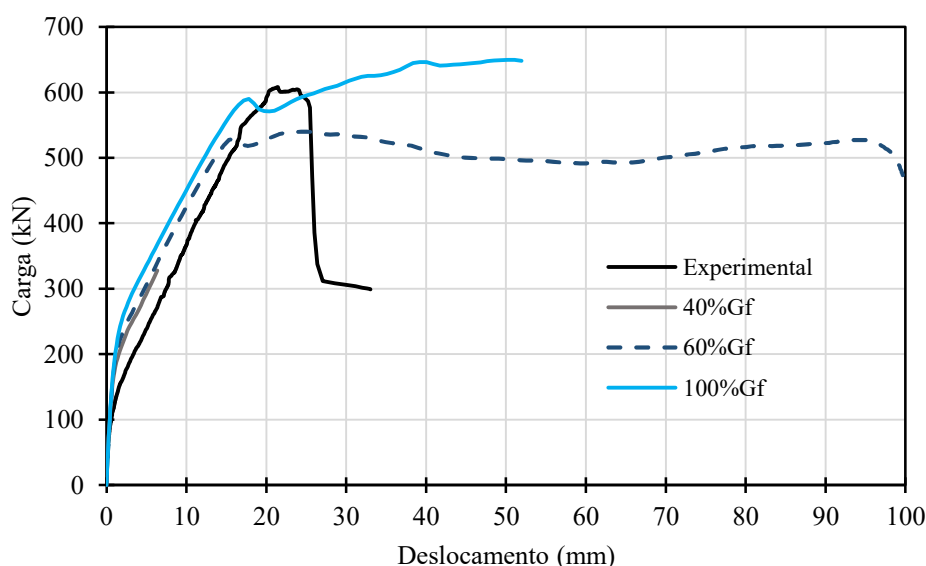
A redução para $60\%G_f$ tornou a curva numérica menos rígida e mais próxima da curva experimental em parte do carregamento. Entretanto, essa redução também diminuiu de forma significativa a capacidade resistente do modelo.

No caso de $40\%G_f$, a análise foi interrompida antes da obtenção da resposta completa. Por esse motivo, não foi possível avaliar o comportamento do modelo para deslocamentos maiores. Ainda assim, o trecho obtido indica uma redução adicional da rigidez e da capacidade resistente.

Os resultados são compatíveis com os observados por Rossignoli (2021), que verificou aumento da rigidez e da capacidade resistente com o acréscimo da energia de fratura.

Adotou-se o valor de referência de G_f , calculado conforme o *fib Model Code* (2010). Entre os valores analisados, essa configuração apresentou a melhor aproximação da força na região da ruptura experimental, sem reduzir excessivamente a capacidade resistente do modelo.

Figura 50 – Influência da energia de fratura (G_f) na resposta carga–deslocamento.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

6.4. MODELOS PARA O CONCRETO: CARREIRA E CHU VERSUS ALFARAH COM DANO E SEM DANO

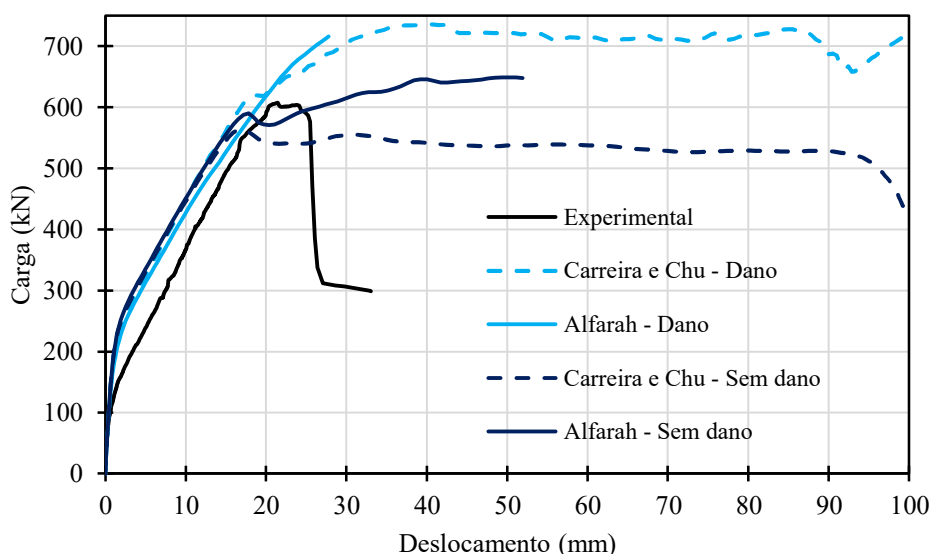
Foram avaliadas duas formulações para representar o comportamento do concreto. A primeira utilizou o modelo de Carreira e Chu para a compressão, associado ao modelo de Hordijk (1991) para a tração. A segunda foi baseada na metodologia de Alfarah, López-Almansa e Oller (2017). Para cada formulação, foram realizadas análises com e sem a inclusão explícita das variáveis de dano. Nos modelos com dano, as variáveis de dano à tração e à compressão foram limitadas ao valor de 0,9.

O objetivo foi verificar a influência dessas escolhas na curva carga–deslocamento, na carga associada à ruptura, na resposta posterior a esse ponto e na estabilidade numérica das análises.

As formulações teóricas empregadas já foram apresentadas no Capítulo 3; neste item, são discutidos apenas os resultados obtidos.

A Figura 51 apresenta as curvas carga–deslocamento obtidas com as quatro combinações analisadas, juntamente com o resultado experimental.

Figura 51 – Curvas carga–deslocamento para os modelos com e sem dano.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Nos casos avaliados, os modelos com dano atingiram níveis de carga superiores aos respectivos modelos sem dano. A formulação de Carreira e Chu com dano apresentou a maior capacidade resistente entre as alternativas analisadas e manteve elevado nível de carga para deslocamentos mais altos. Essa resposta se afastou do comportamento experimental, pois superestimou a força obtida na região da ruptura e não reproduziu a queda brusca de carga observada no ensaio.

O modelo de Alfarah com dano também apresentou força superior à experimental. Entretanto, a análise foi interrompida em torno de 27 mm de deslocamento, antes de atingir o deslocamento total prescrito. Assim, não foi possível avaliar sua resposta para deslocamentos maiores nem comparar integralmente seu comportamento pós-pico com os demais modelos.

Os modelos sem dano apresentaram curvas mais próximas do resultado experimental na região anterior à ruptura. Entre as formulações avaliadas, o modelo de Alfarah sem dano apresentou a melhor aproximação no trecho pré-pico e na região da carga experimental de ruptura, além de manter a análise ativa em todo o intervalo considerado. Entretanto, assim

como os demais modelos, essa formulação não reproduziu a queda brusca de carga observada após a ruptura por punção.

Os resultados obtidos são compatíveis com a análise de Genikomsou e Polak (2015). As autoras verificaram que a consideração apenas do dano à tração superestimou a carga última da laje, enquanto a consideração simultânea do dano à tração e à compressão levou à subestimação dessa carga. Para o problema estático de punção investigado, as autoras concluíram que a definição das variáveis de dano não deveria ser considerada, embora possam ser mais relevantes em análises cíclicas ou dinâmicas, nas quais a descarga precisa ser representada adequadamente (GENIKOMSOU; POLAK, 2015).

Nos casos avaliados, a inclusão explícita das variáveis de dano elevou a capacidade resistente em relação às formulações correspondentes sem dano. Além disso, os modelos com dano demandaram maior tempo de processamento e apresentaram mais dificuldades de convergência. Em particular, o modelo de Alfarah com dano exigiu sucessivas reduções automáticas de incremento e maior esforço do solucionador para manter o equilíbrio, sendo interrompido antes da conclusão do passo de análise.

Os modelos sem dano, por sua vez, apresentaram menor custo computacional e curvas mais próximas da resposta experimental até a região da ruptura. Considerando a aproximação obtida, a continuidade da análise e o tempo de processamento, adotou-se a formulação de Alfarah sem dano nas análises subsequentes.

6.5. MODELO CONSTITUTIVO DO AÇO

Foram avaliadas três leis constitutivas para representar o comportamento pós-escoamento das armaduras e verificar sua influência na resposta global do modelo, especialmente após a carga máxima: um modelo com encruamento, um modelo elastoplástico perfeito e um modelo hipotético com ramo descendente.

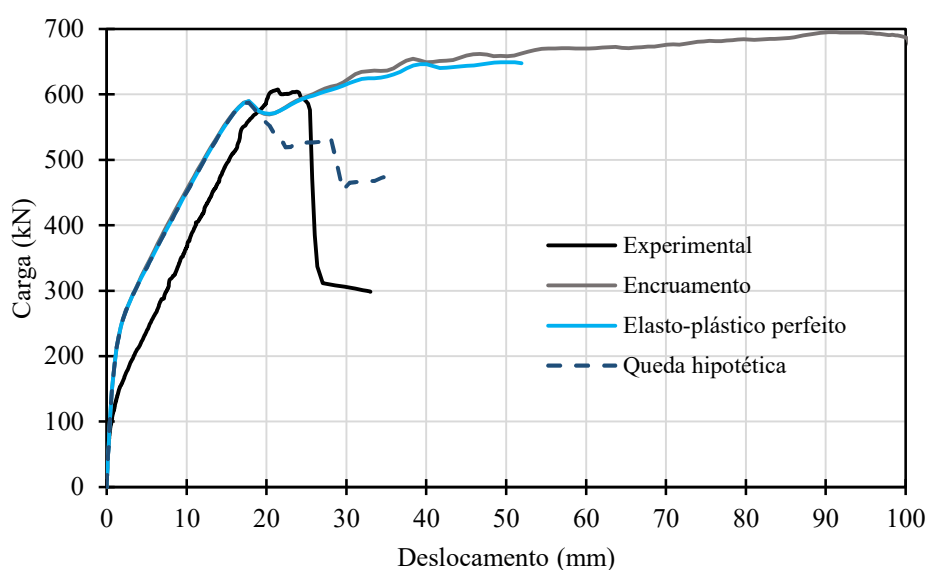
Em todas as análises, o trecho elástico foi definido pelo módulo de elasticidade e pelo coeficiente de Poisson do aço. Assim, a tabela de plasticidade inserida no Abaqus foi utilizada apenas para representar o comportamento posterior ao início do escoamento.

Os três modelos foram aplicados às barras superiores de flexão, com diâmetro de 16 mm e $f_{ys} = 615,2\text{MPa}$, e aos estribos de punção, com diâmetro de 5 mm e $f_{ys} = 698,1\text{MPa}$. Para cada armadura, foi adotada a respectiva tensão de escoamento.

No modelo hipotético com ramo descendente, foi acrescentado um segundo ponto à curva plástica, reduzindo a tensão para aproximadamente 1 MPa em uma deformação plástica de 0,01, correspondente a 1%. A mesma condição foi aplicada às duas armaduras. Essa curva não representa o comportamento real do aço; trata-se de um artifício numérico adotado com finalidade diagnóstica. Como o modelo com leis constitutivas realistas não reproduziu a queda brusca de carga observada no ensaio, mantendo capacidade resistente residual após o pico, buscou-se avaliar se a imposição de uma perda acentuada de resistência do aço após o escoamento seria capaz de induzir essa queda na resposta numérica. Dessa forma, foi possível isolar a contribuição do comportamento pós-escoamento do aço para a resposta pós-pico da ligação e verificar em que medida ele responde pela diferença observada entre as curvas numérica e experimental.

A Figura 52 apresenta as curvas carga–deslocamento obtidas com os três modelos constitutivos e o resultado experimental. Até aproximadamente 18 mm de deslocamento, próximo à carga de 590 kN, as curvas numéricas permaneceram praticamente coincidentes. Após uma pequena redução conjunta de carga, observada até cerca de 20 mm, as respostas passaram a divergir.

Figura 52 – Curva carga–deslocamento para diferentes modelos constitutivos do aço.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

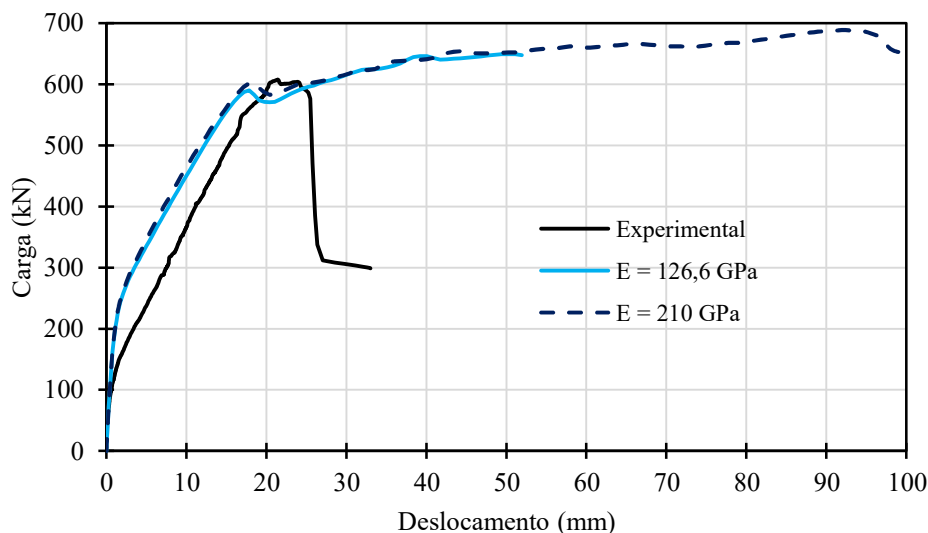
O modelo hipotético com ramo descendente continuou a apresentar redução de carga. Em contraste, os modelos com encruamento e elasto-plasticidade perfeita apresentaram recuperação da carga e retomada de uma trajetória ascendente. Como os três modelos possuem o mesmo trecho elástico e a mesma tensão de escoamento, essa diferença está associada ao comportamento adotado para o aço após o escoamento. Portanto, os resultados indicam que a resposta pós-escoamento das armaduras influencia a manutenção da carga após o pico nos modelos com elementos lineares C3D8R.

No modelo hipotético, a carga foi reduzida de aproximadamente 590 kN para 470 kN. Essa redução foi inferior à observada experimentalmente, na qual a carga caiu de cerca de 600 kN para 300 kN após a ruptura. Embora a análise tenha prosseguido além de 27 mm de deslocamento e a carga tenha continuado a diminuir, o modelo não reproduziu a magnitude da queda experimental. Portanto, o comportamento pós-escoamento do aço influencia a resposta após o pico, mas não explica isoladamente a ruptura brusca observada no ensaio.

Como o ramo descendente foi empregado apenas em uma análise de sensibilidade e não representa o comportamento esperado das armaduras utilizadas, adotou-se o modelo elastoplástico perfeito nas análises subsequentes. Essa escolha evita tanto a introdução de encruamento quanto a imposição de uma perda artificial de resistência após o escoamento.

Para avaliar a influência do módulo de elasticidade adotado para as barras de 10,0 mm, cujo valor experimental (126,6 GPa) situa-se abaixo do usual para o aço CA-50, realizou-se uma análise comparativa substituindo-o pelo valor de referência de 210 GPa. A Figura 53 apresenta as curvas carga–deslocamento obtidas com os dois valores, juntamente com a resposta experimental. As respostas mostraram-se praticamente coincidentes, confirmando que o módulo de elasticidade dessas barras, associadas à armadura de flexão comprimida e à armadura do pilar, exerce influência pouco significativa sobre o comportamento numérico da ligação laje-pilar. Dessa forma, a adoção do valor experimental não compromete a representatividade do modelo.

Figura 53 – Curva carga–deslocamento para diferentes valores do módulo de elasticidade das barras de 10,0 mm.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

6.6. CONSIDERAÇÕES SOBRE O COMPORTAMENTO PÓS-PICO

O ensaio da laje experimental apresentou queda brusca de carga após atingir a resistência máxima, comportamento característico da ruptura frágil por punção. Nos modelos numéricos, entretanto, a carga permaneceu em níveis residuais após a primeira redução, sem reproduzir a queda observada experimentalmente. Esse comportamento ocorreu nas análises com os diferentes tipos de elemento avaliados no item 6.2.1, embora a forma e a intensidade da resposta após o pico tenham variado entre os modelos.

A diferença entre as respostas experimental e numérica evidencia uma limitação do modelo na representação do regime posterior à ruptura. Por esse motivo, a calibração foi concentrada principalmente na aproximação da curva carga–deslocamento antes da ruptura e na região da primeira redução de carga, adotada neste trabalho como referência para a ruptura numérica.

No modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), a fissuração é representada por deformações inelásticas distribuídas nos elementos e, quando consideradas, por variáveis de dano. Não ocorre a separação geométrica explícita entre o cone de punção e o restante da laje. Assim, mesmo após a localização das deformações inelásticas na região da ligação laje-pilar, o modelo ainda pode encontrar novas configurações de equilíbrio. O controle por deslocamento também permite que a análise prossiga após a primeira redução de carga, com redistribuição de esforços entre o concreto remanescente e as armaduras.

A viscosidade avaliada no item 6.3.2 influenciou de forma significativa a resposta posterior ao pico. A análise com $\mu = 0$ não apresentou convergência satisfatória. Para os valores de $\mu = 0,00001$, $0,0001$ e $0,001$, observou-se que o aumento da viscosidade elevou o nível de carga e prolongou a resposta para deslocamentos maiores. Esse comportamento é compatível com Szczecina e Winnicki (2015), que observaram maior difusão da zona de dano e aumento artificial da capacidade resistente para viscosidades mais elevadas.

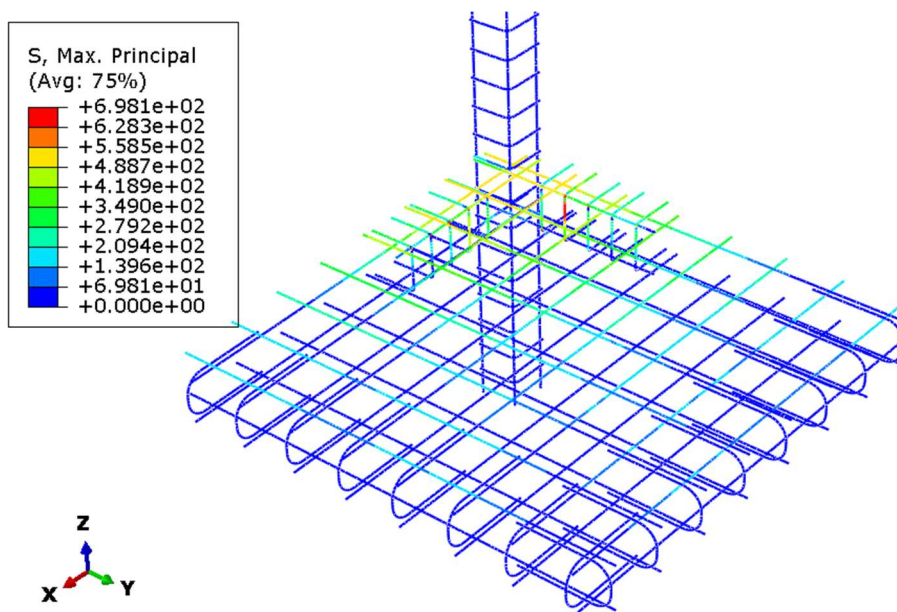
O valor $\mu = 0,00001$ apresentou a melhor aproximação com a curva experimental entre os casos que convergiram. Mesmo assim, o modelo manteve capacidade resistente após a primeira redução de carga. Portanto, a viscosidade influencia a forma da resposta pós-pico, mas não explica isoladamente a ausência da queda brusca observada no ensaio.

A inclusão explícita das variáveis de dano também não levou à reprodução da queda experimental. O modelo de Carreira e Chu (1985) com dano atingiu carga superior à experimental e manteve elevado nível de resistência após o pico. Já a análise de Alfarah com dano foi interrompida quando a curva ainda apresentava crescimento de carga. Entre os modelos sem dano, Carreira e Chu apresentou redução inicial seguida de patamar residual, enquanto Alfarah manteve crescimento moderado da carga. Assim, a consideração das variáveis de dano modificou as curvas, mas não eliminou a capacidade resistente residual.

A influência do comportamento pós-escoamento das armaduras foi verificada pela comparação entre os modelos constitutivos do aço. As curvas permaneceram praticamente coincidentes até cerca de 18 mm de deslocamento, quando a carga atingiu aproximadamente 590 kN. Após a pequena redução observada até cerca de 20 mm, as curvas passaram a divergir. Como os modelos possuíam o mesmo trecho elástico e a mesma tensão de escoamento, diferindo apenas no comportamento posterior ao escoamento, essa divergência é compatível com o início da mobilização plástica das armaduras.

A Figura 54 apresenta a distribuição das tensões nas armaduras nesse trecho de divergência, para o modelo elastoplástico perfeito. O valor de tensão de escoamento do aço, de 698,1 MPa, ocorreu localmente no segundo estribo a partir da face do pilar, na direção Y, atingindo a tensão de escoamento adotada para essa armadura. Esse resultado indica a mobilização localizada do estribo quando os modelos constitutivos do aço passaram a apresentar respostas distintas. Sua posição também é compatível com a região de desenvolvimento da fissura associada ao mecanismo de punção.

Figura 54 – Distribuição das tensões principais máximas nas armaduras no início do trecho pós-pico.

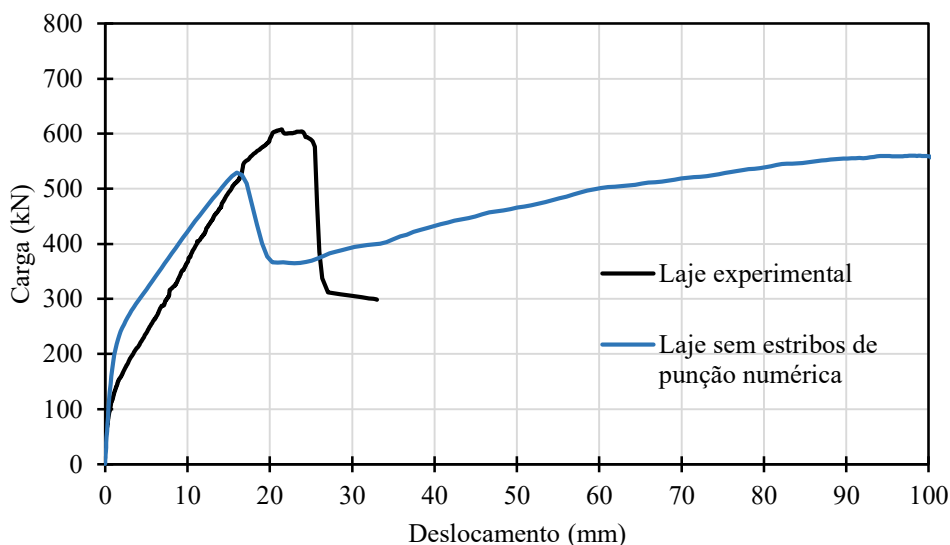


Fonte: Elaborado pela autora (2026).

A influência dos estribos também foi avaliada por meio de um modelo equivalente ao de referência, porém sem armadura de cisalhamento. Conforme apresentado na Figura 55, esse modelo apresentou redução de carga mais acentuada após o pico do que o modelo com estribos. A resposta obtida foi qualitativamente mais próxima da ruptura frágil observada no ensaio, indicando que os estribos contribuem para a manutenção da capacidade resistente residual no modelo numérico.

Mesmo no modelo sem estribos, a análise não foi interrompida imediatamente após a redução de carga. A curva voltou a crescer gradualmente e atingiu aproximadamente 560 kN ao final dos 100 mm de deslocamento impostos. Portanto, o encerramento da análise ocorreu devido ao limite de deslocamento adotado, e não por perda imediata de convergência. Esse resultado mostra que a continuidade da análise também está relacionada à formulação contínua do concreto e ao controle por deslocamento, e não apenas à presença da armadura de punção.

Figura 55 – Curva carga–deslocamento: comparação entre os modelos com e sem estribos de punção.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Em síntese, a ausência da queda brusca de carga decorre da combinação entre a formulação contínua do CDP, o controle por deslocamento, a viscosidade, o tipo de elemento empregado e a redistribuição de esforços no modelo. A armadura de punção também contribuiu para a manutenção da capacidade resistente após a primeira redução de carga, como indicado pela mobilização localizada dos estribos e pela comparação com o modelo sem armadura de cisalhamento. Nenhum desses fatores, contudo, explica isoladamente a diferença entre a resposta numérica e a ruptura experimental.

A comparação entre as curvas experimental e numérica no trecho pós-pico deve ser realizada com cautela, pois foram adotadas estratégias de controle distintas nas análises experimentais e numéricas. Enquanto a análise numérica foi conduzida sob controle de deslocamento, os ensaios experimentais foram realizados sob controle de força. Conforme discutido por Carpinteri e Accornero (2018), em problemas não lineares com amolecimento, o parâmetro de controle influencia diretamente a trajetória de equilíbrio que pode ser percorrida. Quando o carregamento é aplicado por controle de força, a estrutura pode perder estabilidade imediatamente após o pico de carga, e o sistema de ensaio não consegue acompanhar os estados de equilíbrio descendentes. Por outro lado, o controle de deslocamento permite que a análise numérica prossiga ao longo da trajetória de equilíbrio após a carga máxima, possibilitando a obtenção do ramo descendente da curva carga–deslocamento.

6.7. SÍNTESE DOS PARÂMETROS ADOTADOS

Após as análises de sensibilidade e as comparações com os resultados experimentais da laje de referência ensaiada por Palhares (2018), foram definidos os parâmetros do modelo numérico calibrado. A Tabela 5 reúne as escolhas relativas à malha, aos parâmetros do modelo *Concrete Damaged Plasticity* e aos modelos constitutivos adotados para o concreto e o aço.

Tabela 5 – Síntese dos parâmetros adotados na calibração do modelo numérico.

arâmetro	Valor adotado	Referência
Tipo de elemento finito (concreto)	C3D8R	Adotado neste trabalho
Malha otimizada	18 mm (região do pilar) e 30 mm (demais regiões)	Adotado neste trabalho
Elemento finito das armaduras	T3D2	Adotado neste trabalho
Tamanho da malha das armaduras	9 mm	Adotado neste trabalho
Fator de forma (K_c)	2/3	Padrão Abaqus; Genikomsou e Polak (2015)
Relação f_{b0}/f_{c0}	1,16	Padrão Abaqus; Genikomsou e Polak (2015)
Excentricidade (ϵ)	0,1	Padrão Abaqus; Genikomsou e Polak (2015)
Viscosidade (μ)	1×10^{-5}	Calibrado neste trabalho
Ângulo de dilatância (ψ)	35°	Calibrado neste trabalho
Energia de fratura (Gf)	0,135 N/mm (100%)	<i>fib Model Code (2010)</i>
Modelo constitutivo do concreto	-	Metodologia de Alfarah, López-Almansa e Oller (2017), sem dano
Comportamento à tração do concreto no amolecimento	-	Hordijk (1991)
Comportamento à compressão do concreto no endurecimento	-	<i>fib Model Code 2010</i>
Comportamento à compressão do concreto no amolecimento	-	Krätzig WB e Pölling R. (2004)
Modelo constitutivo do aço	-	Elastoplástico perfeito

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

7. RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS COM O MODELO CALIBRADO

Neste capítulo, os resultados obtidos com o modelo numérico calibrado são comparados aos resultados experimentais da laje FS-08, ensaiada por Palhares (2018). A comparação abrange as deformações nas armaduras de flexão e de punção, as deformações na superfície do concreto, os deslocamentos verticais e a evolução do padrão de fissuração.

As comparações foram realizadas até as respectivas cargas de referência do ensaio e do modelo numérico. Para a laje experimental, foi considerada a carga de ruptura de $V_u = 607,8$ kN. No modelo numérico, foi adotada a carga de aproximadamente 590 kN, correspondente ao valor imediatamente anterior à primeira redução de carga da curva carga–deslocamento, conforme o critério definido no Capítulo 6, valor cerca de 2,9% inferior à carga experimental. Dessa forma, a análise concentra-se no trecho anterior à ruptura e na região próxima a essa condição. A discussão sobre a resposta pós-pico foi apresentada no item 6.6.

7.1. DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS DE FLEXÃO

A Figura 56 apresenta as deformações registradas nos extensômetros instalados nas armaduras de flexão, identificados de Ef1 a Ef7. As curvas numéricas são comparadas aos resultados experimentais obtidos por Palhares (2018).

De modo geral, as deformações numéricas permaneceram inferiores às experimentais durante grande parte do carregamento. Esse comportamento é mais evidente nos níveis baixos e intermediários de carga, nos quais a ativação das armaduras no modelo ocorreu de forma mais pronunciada apenas para cargas mais elevadas, em comparação com o ensaio.

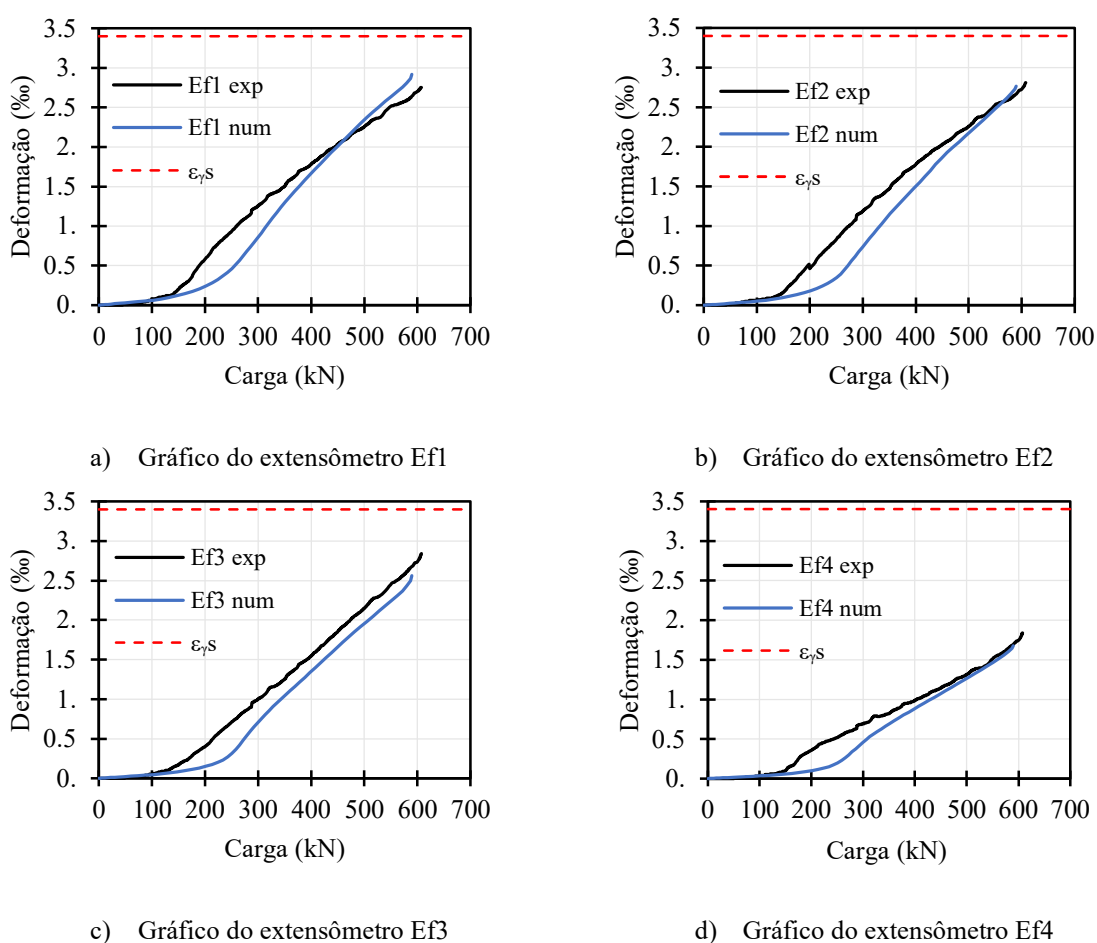
Nas proximidades da carga de referência, as curvas numéricas tenderam a se aproximar das experimentais. Essa aproximação não ocorreu de forma idêntica em todos os extensômetros. Em Ef1 e Ef2, as deformações numéricas ultrapassaram levemente as experimentais nos níveis de carga mais elevados. Em Ef5, por outro lado, a subestimação das deformações numéricas permaneceu mais evidente ao longo de praticamente todo o carregamento.

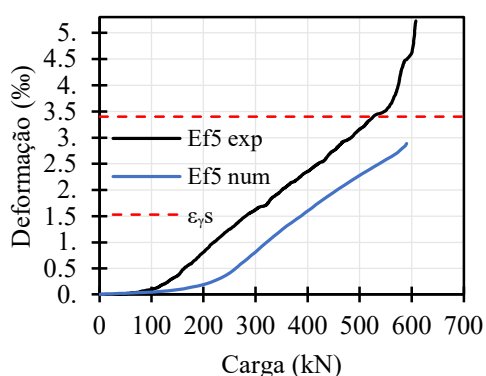
A deformação de escoamento adotada para a armadura de flexão foi de aproximadamente $\varepsilon_{ys} = 3,4$ ‰. No extensômetro Ef5, a deformação experimental ultrapassou esse valor nas proximidades da carga de ruptura. Em Ef6, a deformação experimental aproximou-se do

escoamento, mas permaneceu abaixo desse limite. Nos demais extensômetros, os valores numéricos e experimentais permaneceram abaixo da deformação de escoamento.

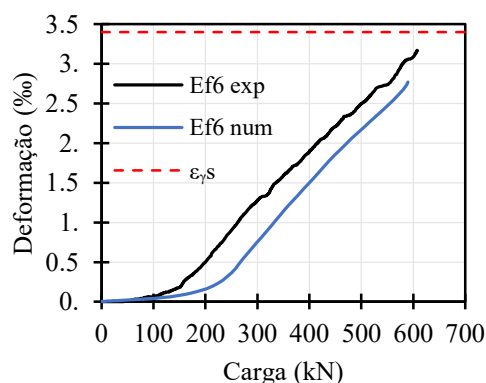
Os resultados da Figura 56 indicam mobilização localizada da armadura de flexão, com escoamento experimental apenas em Ef5. Não houve evidência de escoamento generalizado das barras de flexão. Essa observação é considerada, juntamente com os demais resultados, na definição do modo de ruptura apresentada no item 7.6.

Figura 56 – Gráficos carga-deformação do aço das armaduras de flexão, extensômetros experimentais e numéricos

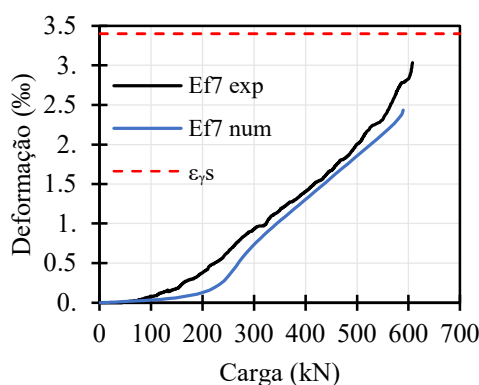




e) Gráfico do extensômetro Ef5



f) Gráfico do extensômetro Ef6



g) Gráfico do extensômetro Ef7

7.2. DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS DE PUNÇÃO

A Figura 57 apresenta as deformações registradas nos extensômetros posicionados nos estribos da armadura de punção da laje FS-08, identificados de Ee1 a Ee7. Os resultados numéricos são comparados aos valores experimentais apresentados por Palhares (2018).

As curvas numéricas mostram deformações muito reduzidas no início do carregamento. O aumento das deformações tornou-se mais pronunciado apenas nos estágios próximos à carga de referência. Esse comportamento indica mobilização progressiva dos estribos à medida que se desenvolvem fissuras inclinadas na região da ligação laje-pilar.

No ensaio, as deformações nos estribos começaram a aumentar em níveis de carga inferiores aos observados no modelo numérico. Assim, a mobilização da armadura de punção foi mais precoce experimentalmente do que na simulação.

Nos extensômetros Ee1, Ee2 e Ee7, os valores numéricos e experimentais apresentaram aproximação nas proximidades da ruptura, sendo o Ee7 o que obteve melhor ajuste aos

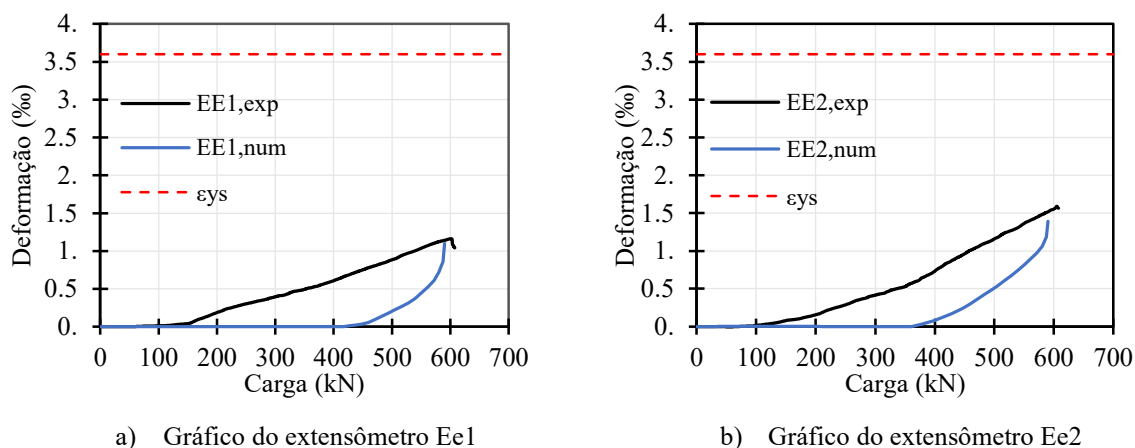
resultados experimentais. Em Ee3, Ee4, Ee5 e Ee6, as deformações numéricas foram inferiores às experimentais nos estágios finais do carregamento. As maiores diferenças ocorreram em Ee4 e Ee5.

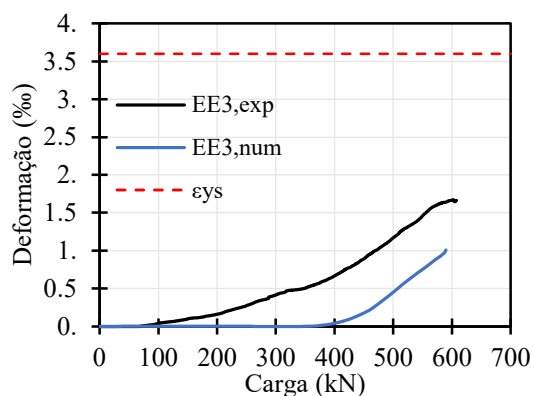
A deformação de escoamento considerada para os estribos de 5 mm foi de aproximadamente $\varepsilon_{ys} = 3,6\%$. Nenhum dos extensômetros instrumentados atingiu esse valor, nem no ensaio nem no modelo numérico. Portanto, não houve indicação de escoamento dos estribos monitorados.

As diferenças locais entre as curvas podem estar relacionadas à trajetória das fissuras no modelo e à hipótese de aderência perfeita entre aço e concreto. Como as deformações nas barras dependem da posição das fissuras em relação aos extensômetros, pequenas diferenças na localização dessas fissuras podem alterar de forma relevante as leituras em pontos específicos.

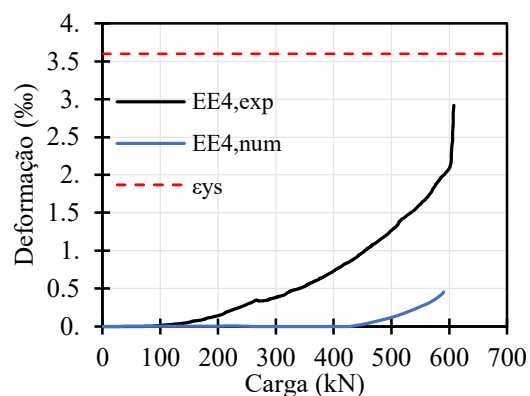
De modo geral, a Figura 57 mostra que o modelo reproduziu a tendência de mobilização progressiva da armadura de punção, ainda que tenha subestimado as deformações em parte dos extensômetros. Os estribos participaram do mecanismo resistente, mas as leituras não indicaram um modo de ruptura governado pelo escoamento da armadura de cisalhamento.

Figura 57 – Gráficos carga-deformação do aço das armaduras de punção, extensômetros experimentais e numéricos

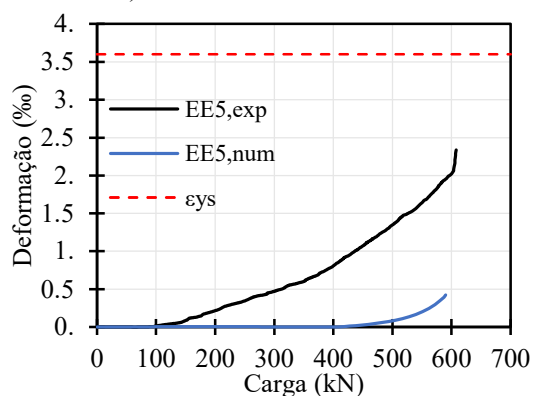




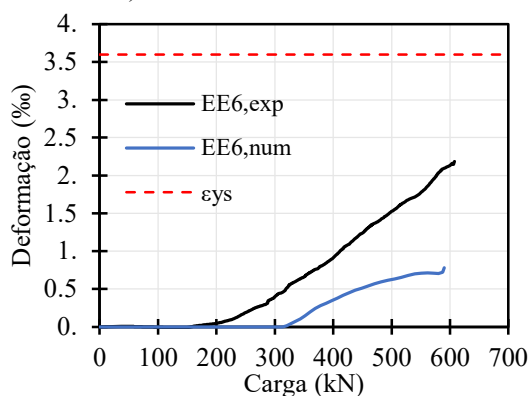
c) Gráfico do extensômetro Ee3



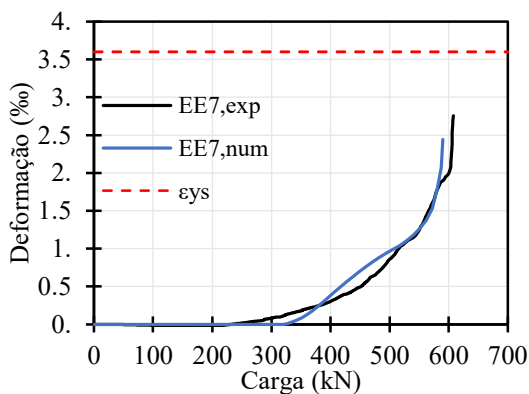
d) Gráfico do extensômetro Ee4



e) Gráfico do extensômetro Ee5



f) Gráfico do extensômetro Ee6



g) Gráfico do extensômetro Ee7

7.3. DEFORMAÇÕES NO CONCRETO

A Figura 58 apresenta as deformações registradas nos extensômetros instalados na superfície do concreto. Os extensômetros EC01 e EC02 foram posicionados na direção radial em relação ao pilar, enquanto EC03 e EC04 foram instalados na direção tangencial. Os resultados numéricos são comparados aos valores experimentais obtidos por Palhares (2018).

Em todos os extensômetros, predominam deformações de compressão, cujo módulo aumentou com o carregamento. As curvas numéricas e experimentais apresentaram tendências

semelhantes durante grande parte da análise, tanto nos extensômetros radiais quanto nos tangenciais.

Nos extensômetros radiais EC01 e EC02, observou-se uma inflexão das curvas nas proximidades da ruptura. Após atingir valores mais elevados de compressão, as deformações passaram a reduzir em módulo. Esse comportamento corresponde à descompressão radial observada experimentalmente por Palhares (2018), associada ao desenvolvimento do mecanismo de punção.

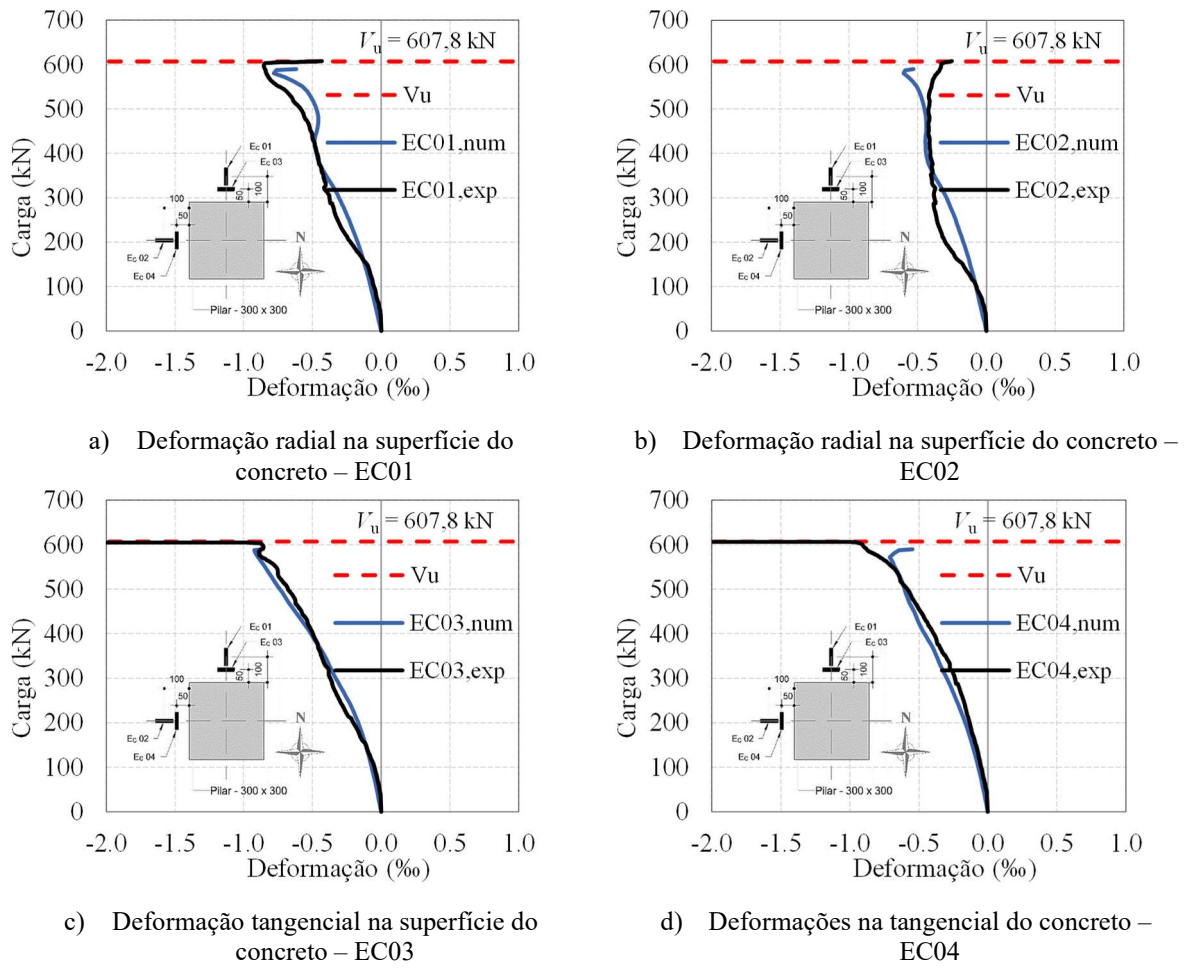
A Figura 59 apresenta as deformações médias nas direções radial e tangencial. A curva numérica reproduziu a tendência de descompressão radial, embora essa redução tenha sido mais acentuada no resultado experimental.

Nos extensômetros tangenciais EC03 e EC04, as deformações experimentais continuaram aumentando em módulo até a carga de ruptura. O modelo numérico apresentou uma inflexão nas proximidades da carga de referência, o que representa uma diferença localizada em relação ao ensaio.

As deformações tangenciais apresentaram valores de compressão superiores aos observados na direção radial, tanto no modelo quanto no ensaio. Nos pontos superficiais monitorados, as deformações permaneceram muito abaixo da ordem de grandeza associada ao esmagamento do concreto. Assim, as leituras não forneceram indícios de esmagamento nas regiões superficiais instrumentadas.

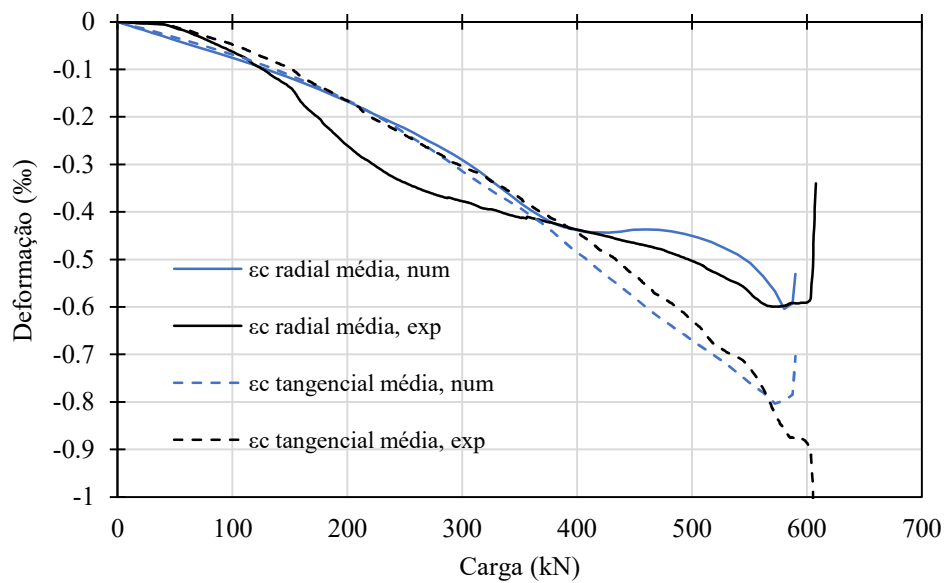
Em síntese, as Figuras 58 e 59 indicam que o modelo reproduziu a tendência geral das deformações de compressão na superfície da laje e a descompressão radial próxima à ruptura. As diferenças observadas nas deformações tangenciais mostram que a resposta local do concreto não foi reproduzida com a mesma precisão em todos os pontos monitorados.

Figura 58 – Deformações radiais e tangenciais.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Figura 59 – Deformações radiais e tangenciais médias.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

7.4. DESLOCAMENTOS VERTICAIS

As Figuras 60 e 61 apresentam os deslocamentos verticais nas direções Oeste–Leste e Sul–Norte, respectivamente. Foram considerados os níveis de carregamento correspondentes a $0,20V_u$, $0,40V_u$, $0,60V_u$, $0,80V_u$ e $1,00V_u$. Para cada resultado, esses níveis correspondem à respectiva carga de referência experimental ou numérica.

O modelo foi elaborado com base em um quarto da laje, utilizando a dupla simetria geométrica e de carregamento da FS-08. Por esse motivo, os deslocamentos numéricos foram espelhados para compor os perfis completos nas duas direções.

Tanto o modelo quanto o ensaio apresentaram configuração deformada semelhante a uma cuba. Os deslocamentos foram reduzidos na região central da laje e aumentaram em direção às bordas, comportamento compatível com as condições de apoio e carregamento da laje ensaiada.

Nos níveis de carregamento de $0,20V_u$ a $0,60V_u$, houve boa aproximação entre os deslocamentos numéricos e experimentais nas duas direções. As diferenças aumentaram nos níveis de $0,80V_u$ e $1,00V_u$.

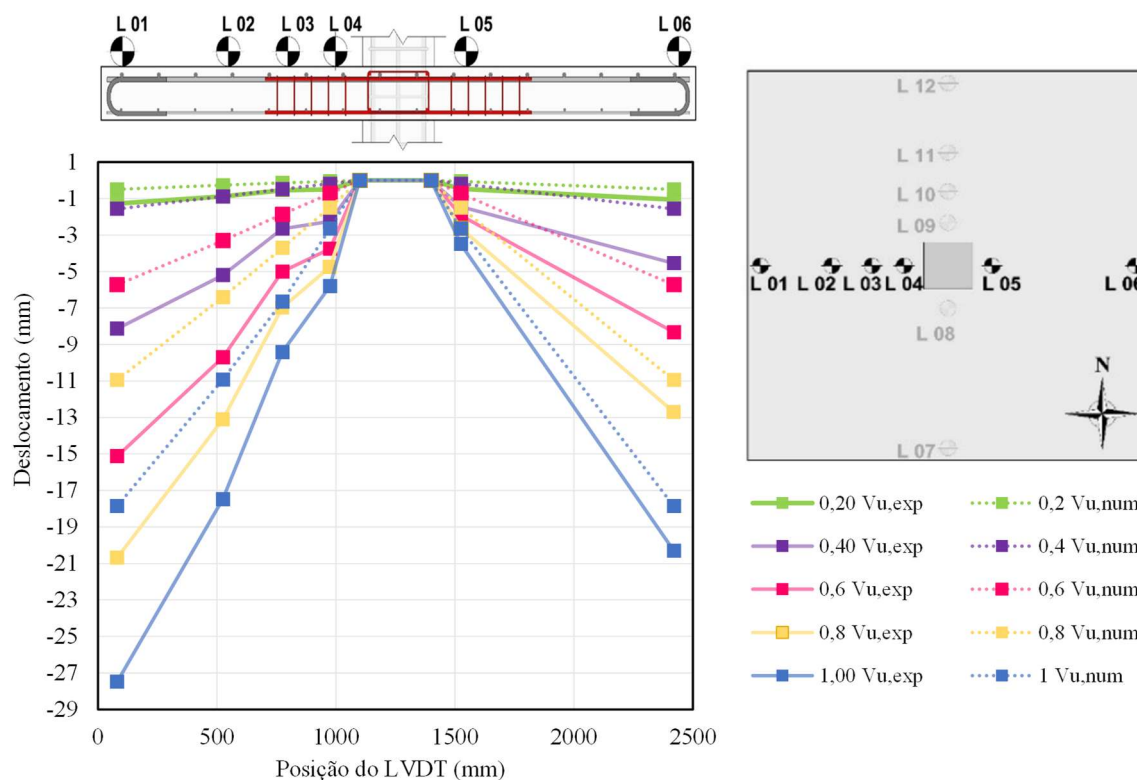
Na direção Oeste–Leste, os deslocamentos experimentais apresentaram módulo superior ao numérico nos níveis mais elevados de carga. Nessa direção, a resposta numérica foi comparativamente mais rígida. Na direção Sul–Norte, ocorreram situações em que os deslocamentos numéricos superaram os experimentais, sobretudo nos pontos mais afastados do pilar.

Os resultados experimentais não apresentaram simetria perfeita entre os LVDTs localizados a distâncias equivalentes do pilar. Essa diferença foi mais perceptível nos níveis de carga elevados, sobretudo na direção Sul–Norte. Palhares (2018) também observou assimetria nessa direção e discutiu a possível influência do sistema de aplicação de carga sobre esse comportamento.

O modelo, por outro lado, apresentou resposta simétrica por imposição das condições de contorno. Essa simplificação contribui para explicar parte das diferenças entre os perfis numérico e experimental.

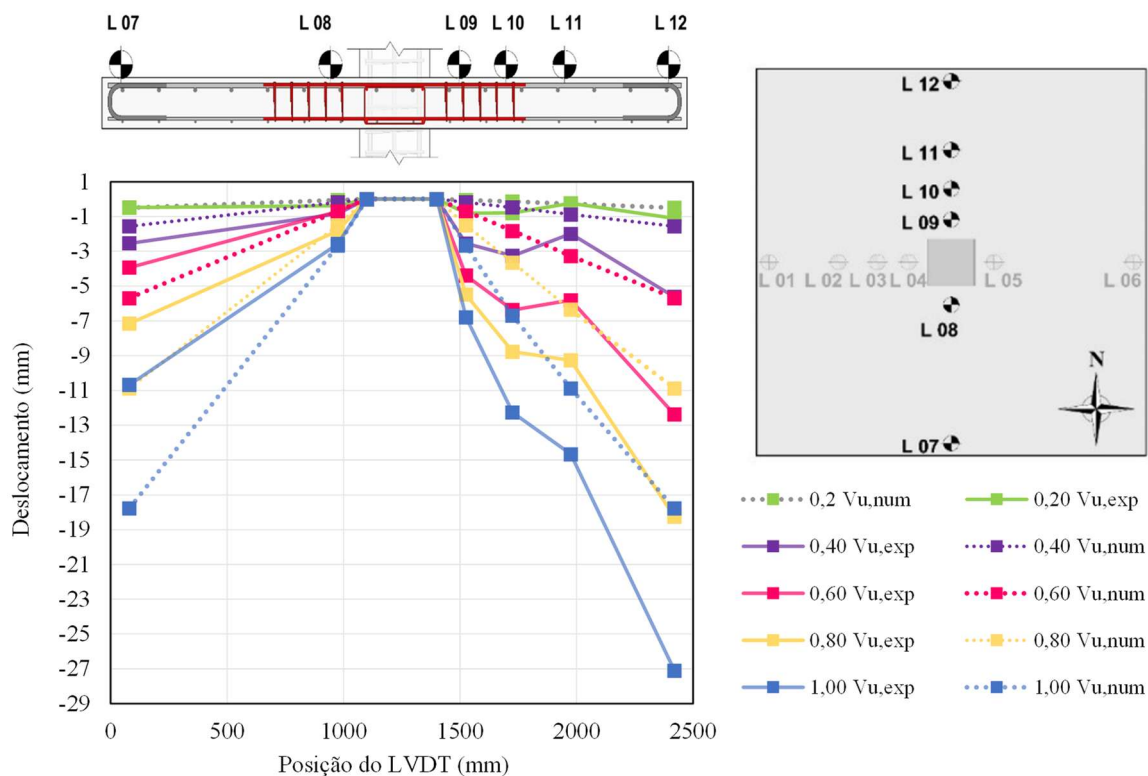
De modo geral, as Figuras 60 e 61 mostram que o modelo representou adequadamente a forma global da configuração deformada da laje. As maiores divergências ocorreram nas proximidades da carga de ruptura e nos pontos mais afastados do pilar.

Figura 60 – Deslocamentos verticais da laje FS-08 na direção Oeste-Leste



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Figura 61 – Deslocamentos verticais da laje FS-08 na direção Sul-Norte



7.5. MAPA DE FISSURAÇÃO E INDÍCIOS DO MECANISMO DE RUPTURA

A Figura 62 apresenta a evolução dos campos de deformação plástica principal máxima, identificados no Abaqus pela variável PE, Max. Principal, para níveis de carga correspondentes a $0,20V_u$, $0,50V_u$, $0,70V_u$, $0,90V_u$ e $1,00V_u$.

Esses campos não representam fissuras geométricas explícitas. As regiões com maiores deformações plásticas principais indicam faixas de concentração de deformações inelásticas associadas à fissuração do concreto. Assim, a interpretação da Figura 62 é qualitativa e deve considerar principalmente a localização e a orientação dessas faixas.

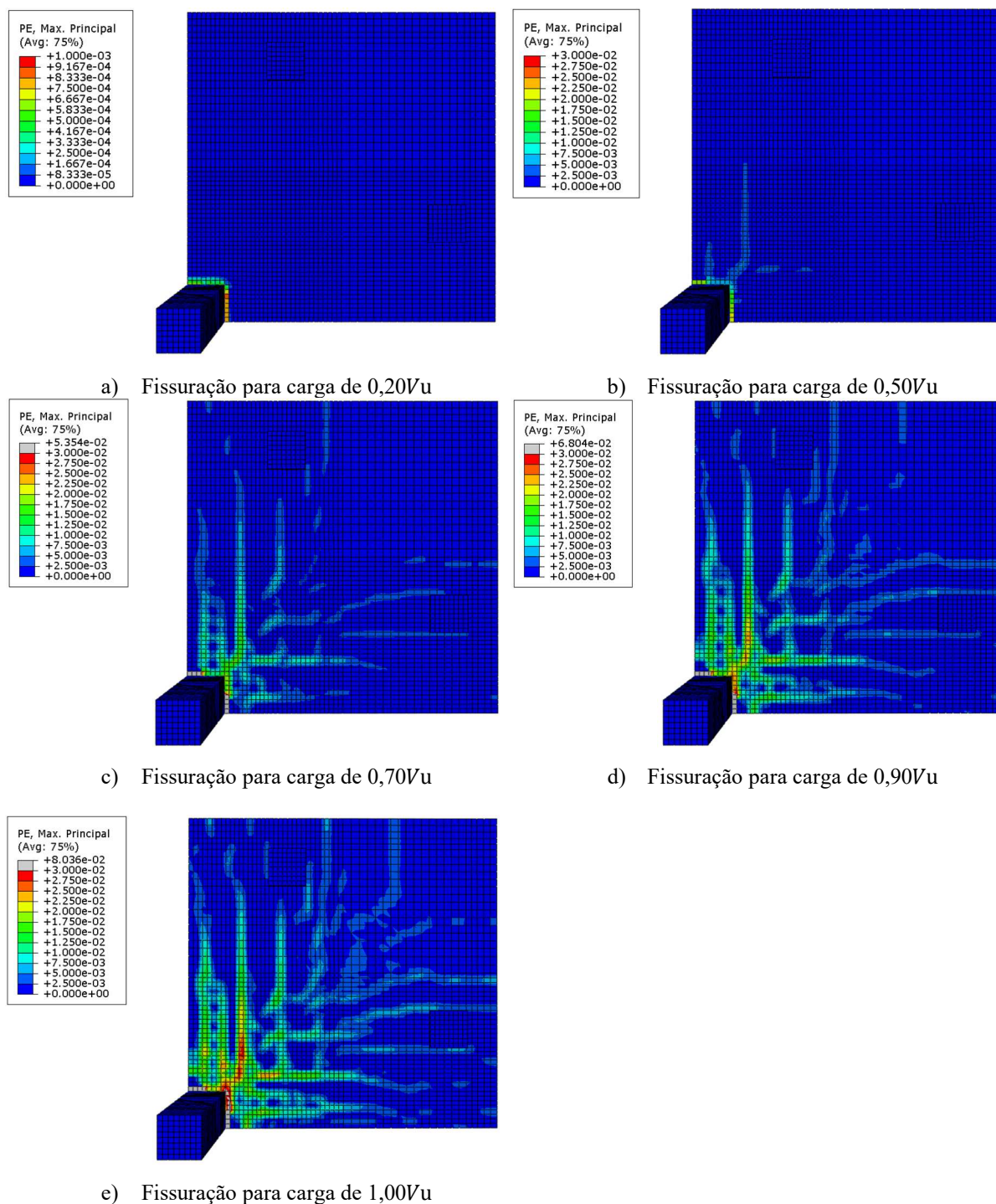
Para $0,20V_u$, as deformações plásticas permanecem concentradas nas proximidades do pilar. Em $0,50V_u$, surgem faixas com orientação predominantemente radial. Nos níveis de $0,70V_u$ e $0,90V_u$, essas faixas tornam-se mais extensas e se propagam para regiões mais afastadas da ligação laje-pilar.

Nos níveis mais próximos da ruptura, especialmente para $0,90V_u$ e $1,00V_u$, observa-se maior concentração de deformações com orientação aproximadamente tangencial nas proximidades do pilar. Ao mesmo tempo, as faixas radiais continuam se desenvolvendo em direção às bordas

da

laje.

Figura 62 – Mapa de fissuração da laje numérica.

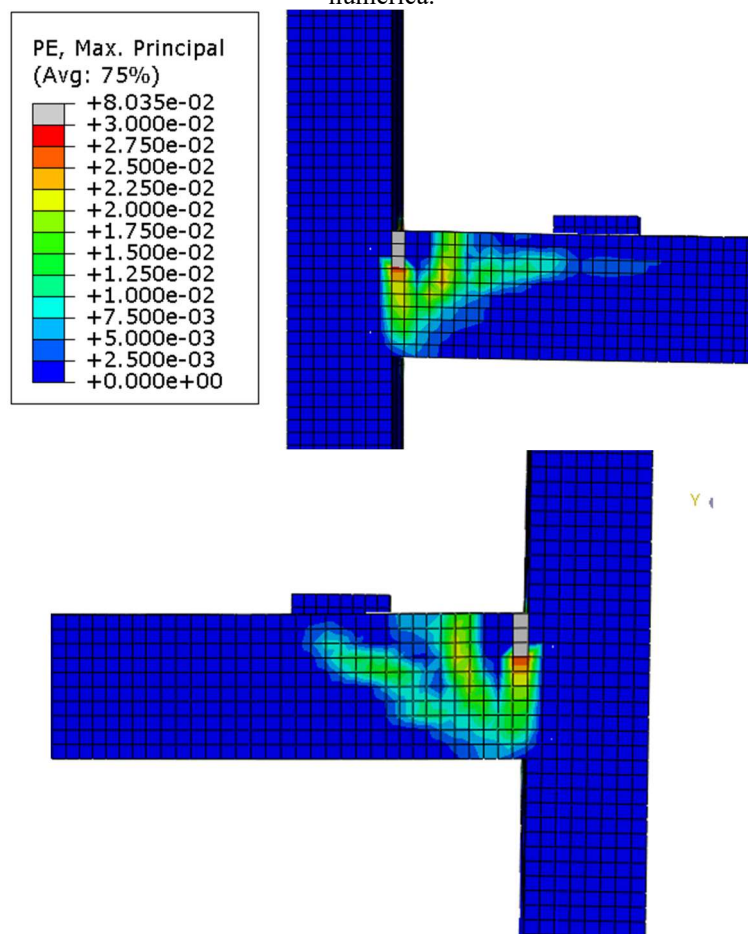


Fonte: Elaborado pela autora (2026).

A Figura 63 complementa essa análise ao apresentar cortes transversais do modelo no instante da ruptura numérica. Nesses cortes, as maiores deformações plásticas concentram-se junto ao pilar e se distribuem de forma inclinada através da espessura da laje. Essa configuração é

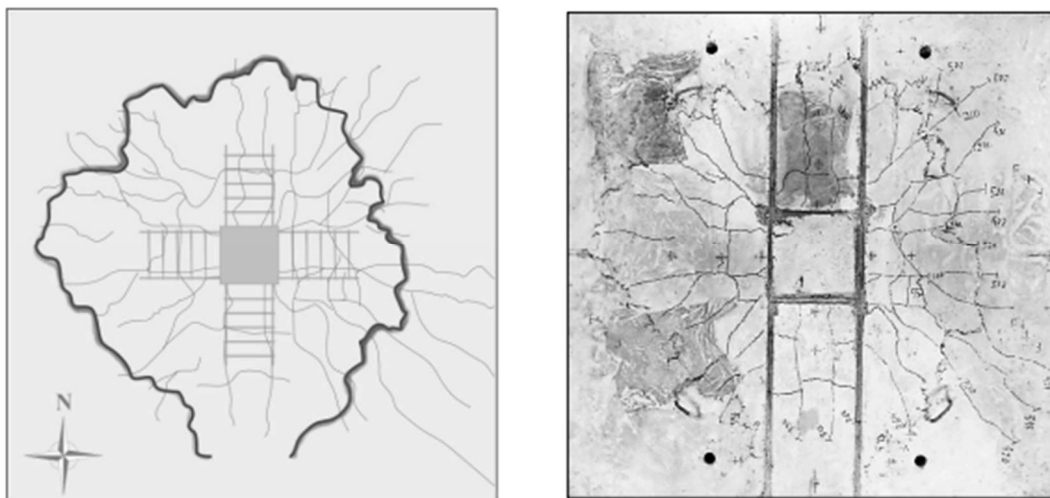
compatível com o desenvolvimento de uma superfície de ruptura inclinada associada ao mecanismo de punção.

Figura 63- Campos de deformação plástica principal máxima em cortes transversais no instante da ruptura numérica.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Figura 64 – Mapa de fissuração experimental da laje FS-08.



Fonte: Palhares (2018).

A evolução observada no mapa em planta, analisada juntamente com os cortes transversais, é qualitativamente compatível com a progressão da fissuração associada à punção discutida no item 2.1.

No ensaio, as fissuras visíveis na face superior da laje também se concentraram na região da ligação laje-pilar e apresentaram direções radiais e tangenciais. Entretanto, as fissuras tangenciais mais evidentes ocorreram em posições mais afastadas do pilar do que aquelas indicadas pelo modelo numérico. Essa diferença pode estar associada à forma como a fissuração é representada pelo CDP, por campos contínuos de deformação plástica, e às limitações da observação experimental das fissuras que se desenvolvem no interior da laje.

7.6. MODO DE RUPTURA

A identificação do modo de ruptura foi realizada a partir da análise conjunta das deformações nas armaduras, das deformações no concreto, dos deslocamentos verticais e do padrão de fissuração.

Na armadura de flexão, apenas o extensômetro Ef5 apresentou deformação experimental superior à deformação de escoamento. Os demais pontos permaneceram abaixo desse limite ou se aproximaram dele sem ultrapassá-lo. Assim, não houve evidência de escoamento generalizado da armadura de flexão.

Os estribos foram mobilizados com o aumento do carregamento, principalmente nas proximidades da carga de ruptura. Entretanto, as deformações medidas nos extensômetros Ee1

a Ee7 permaneceram abaixo da deformação de escoamento do aço. Portanto, não houve indicação de escoamento nos estribos instrumentados.

As deformações superficiais do concreto permaneceram em níveis inferiores aos associados ao esmagamento. Além disso, a descompressão radial observada nos extensômetros EC01 e EC02 é compatível com o comportamento experimental identificado por Palhares (2018) em lajes submetidas à punção.

O padrão numérico de deformações plásticas apresentou concentração na região da ligação laje-pilar, com faixas de orientação radial e tangencial. Esse padrão, analisado juntamente com os resultados das armaduras e do concreto, fornece evidências compatíveis com a ocorrência de punção.

Assim, o modelo numérico reproduziu um mecanismo de ruptura compatível com a punção. Essa conclusão não decorre de uma única variável, mas da combinação entre a ausência de escoamento generalizado da armadura de flexão, a mobilização dos estribos sem escoamento, a ausência de indícios superficiais de esmagamento do concreto e a concentração das deformações plásticas na região do pilar.

7.7. DISCUSSÃO GERAL DOS RESULTADOS

A comparação entre o modelo numérico calibrado e o ensaio da laje FS-08 mostrou que as deformações das armaduras de flexão e de punção foram, em geral, inferiores às experimentais durante grande parte do carregamento. A mobilização das armaduras ocorreu de forma mais tardia no modelo, mas as curvas tenderam a se aproximar das respostas experimentais próximo à carga de ruptura. Houve escoamento experimental localizado em Ef5, sem evidência de escoamento generalizado da armadura de flexão. Os estribos foram mobilizados, porém não atingiram a deformação de escoamento nos pontos instrumentados, tanto no ensaio quanto no modelo numérico.

As deformações superficiais do concreto apresentaram comportamento qualitativamente compatível com o ensaio, especialmente quanto ao predomínio de compressões e à descompressão radial próxima à ruptura. Os deslocamentos verticais também reproduziram a configuração global deformada da laje, embora tenham ocorrido diferenças entre as direções analisadas e assimetrias no ensaio que não foram reproduzidas pelo modelo, devido às condições de simetria adotadas.

O padrão de fissuração numérico apresentou concentração inicial de deformações plásticas junto ao pilar, seguida pela propagação de faixas radiais e tangenciais. Os cortes transversais no instante da ruptura numérica indicaram uma faixa inclinada de deformações plásticas através da espessura da laje, compatível com a superfície de ruptura associada à punção. Em conjunto, os resultados indicam mecanismo compatível com ruptura por punção, sem evidência de esmagamento do concreto ou de escoamento generalizado da armadura de flexão.

A principal limitação do modelo permaneceu no trecho posterior à primeira redução de carga. Enquanto o ensaio apresentou queda brusca de resistência, o modelo manteve capacidade resistente residual. Conforme discutido no Capítulo 6, essa diferença está associada à combinação entre a formulação contínua do CDP, o controle por deslocamento, a viscosidade, o tipo de elemento e a redistribuição de esforços no modelo.

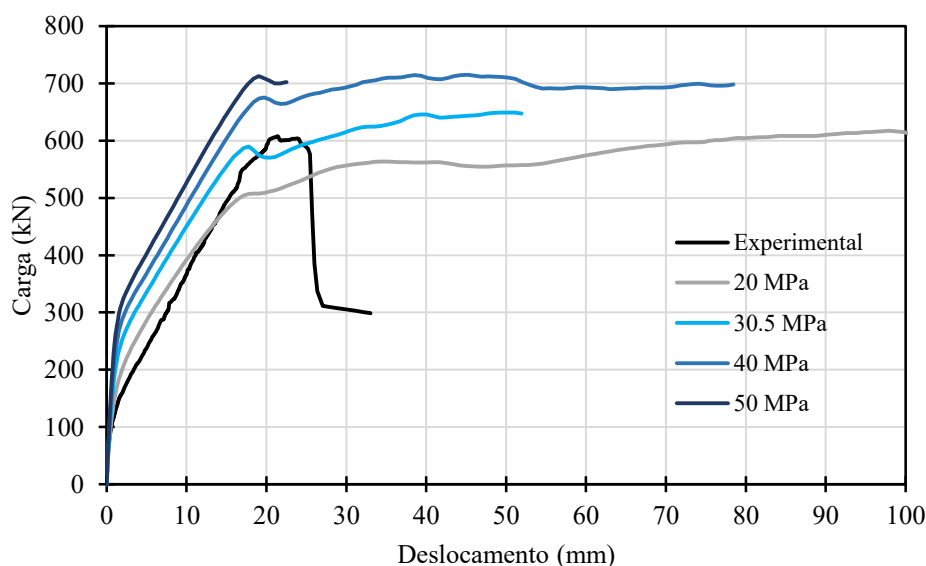
8. INFLUÊNCIA DE VARIÁVEIS NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

8.1. RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO (f_c)

Para avaliar a influência da resistência à compressão do concreto na resposta à punção, foram realizadas simulações com quatro valores de f_c : 20, 30,5, 40 e 50 MPa, mantendo-se constantes a geometria, as condições de contorno, as armaduras e os parâmetros plásticos do CDP. Para cada valor de f_c , foram atualizadas as propriedades constitutivas do concreto dependentes dessa resistência, incluindo o módulo de elasticidade, a resistência à tração e a energia de fratura.

Os resultados apresentados na Figura 65 indicam que o aumento de f_c elevou a carga máxima obtida no intervalo analisado e tornou a resposta numérica mais rígida. Os modelos com maior resistência à compressão apresentaram maiores níveis de carga para um mesmo deslocamento, comportamento compatível com o aumento do módulo de elasticidade adotado para o concreto.

Figura 65 – Influência da resistência à compressão do concreto na resposta carga–deslocamento da ligação laje-pilar.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Após a carga máxima, as curvas mantiveram comportamento semelhante ao do modelo calibrado, com pequenas reduções seguidas de recuperação parcial da carga. No modelo com $f_c = 50\text{MPa}$, a análise foi interrompida por dificuldades de convergência após essa redução, impossibilitando a avaliação do trecho posterior. Assim, dentro do intervalo em que as análises convergiram, a variação de f_c alterou principalmente a rigidez e o nível de carga atingido pelos modelos.

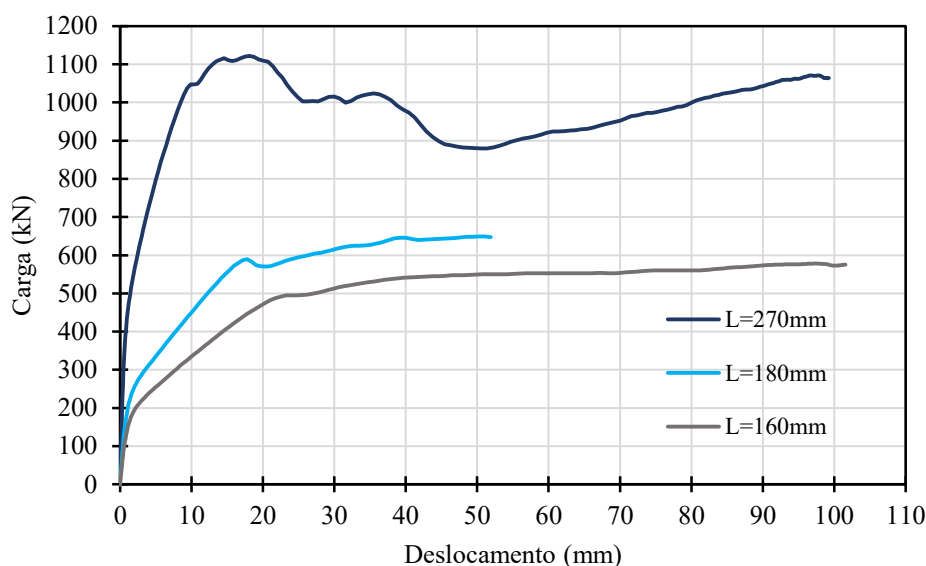
Deve-se observar que a influência identificada não decorre exclusivamente da resistência à compressão. Para cada valor de f_c , também foram atualizados o módulo de elasticidade, a resistência à tração e a energia de fratura. Dessa forma, os resultados representam a influência conjunta das propriedades mecânicas do concreto associadas à variação de sua resistência à compressão.

8.2. ALTURA DA LAJE

Para avaliar a influência da altura útil da laje (d) na resposta à punção, foram simuladas três configurações com alturas totais de laje L iguais a 160, 180 e 270 mm, correspondendo a alturas úteis d de 124, 145,8 e 234 mm, respectivamente. O modelo com $L=180$ mm ($d=145,8$ mm) corresponde ao modelo calibrado com base nos resultados experimentais, conforme descrito no Capítulo 6. A laje de $L=160$ mm foi escolhida por corresponder à espessura mínima permitida pela ABNT NBR 6118:2026 para lajes lisas, enquanto a laje de $L=270$ mm foi definida como 1,5 vezes a altura da laje de referência, representando um acréscimo de 50% em relação a esta. Como a variação da altura útil altera a taxa de armadura de flexão quando se mantém o mesmo diâmetro de barra e espaçamento, foram ajustados os diâmetros das barras de flexão e de cisalhamento de forma a manter constantes as taxas de armadura de flexão e de cisalhamento entre os modelos.

Os resultados obtidos, apresentados na Figura 66, indicam que o aumento da altura útil d promoveu elevação expressiva da carga máxima e da rigidez dos modelos. Esse comportamento é esperado, uma vez que a altura útil influencia diretamente a capacidade resistente à punção, tanto por aumentar a altura resistente da seção e alterar a geometria dos perímetros de controle associados à punção quanto por afetar a rigidez global da laje. Entretanto, essa influência não deve ser interpretada como uma proporcionalidade simples, pois o aumento das dimensões da laje também está associado ao efeito de tamanho, pelo qual a tensão nominal resistente tende a diminuir em estruturas de maior porte, conforme discutido por Bazant e Cao (1987). Em termos quantitativos, a redução de d de 145,8 mm para 124 mm resultou em queda de aproximadamente 15% na carga máxima, enquanto o aumento de d de 145,8 mm para 234 mm produziu acréscimo de aproximadamente 89%, evidenciando a forte influência dessa variável na resposta à punção.

Figura 66 – Influência da altura útil da laje (d) na resposta carga–deslocamento da ligação laje-pilar.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Observa-se que o modelo com altura total de 270 mm apresentou redução de carga mais acentuada após a carga máxima em comparação com os modelos de menor espessura. Esse resultado é qualitativamente compatível com o efeito de tamanho em punção, segundo o qual o aumento da dimensão característica da laje tende a reduzir sua tensão nominal resistente e a tornar a resposta mais frágil após a ruptura (BAŽANT; CAO, 1987). Entretanto, essa observação deve ser interpretada com cautela, pois a resposta pós-pico também é influenciada pela formulação constitutiva do concreto, pela viscosidade e pelo controle por deslocamento adotados no modelo.

8.3. TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO

A análise paramétrica referente à taxa de armadura de flexão foi conduzida com base na geometria da laje FS-08, modelo de referência calibrado e validado nos capítulos anteriores. O espaçamento entre as barras longitudinais foi mantido fixo em 155 mm, idêntico ao adotado no programa experimental original, variando-se apenas o diâmetro das barras de flexão tracionadas. Dessa forma, foram simulados quatro modelos com diâmetros de $\phi 10$ mm, $\phi 12,5$ mm, $\phi 16$ mm e $\phi 20$ mm.

Como o espaçamento entre barras foi mantido constante, a alteração do diâmetro resultou diretamente na variação da área de aço por metro e, consequentemente, da taxa de armadura de flexão. A área de aço por metro foi calculada pela Equação 8.3.1, enquanto a taxa de armadura

foi determinada pela Equação 8.3.2, considerando uma faixa de laje de 1000 mm e altura útil de 145,8 mm.

$$A_s = \frac{1000 \cdot \pi \cdot \phi^2}{4 \cdot 155} \quad (8.3.1)$$

$$\rho = \frac{A_s}{1000 \cdot d} \quad (8.3.2)$$

Tabela 6 – Taxa de armadura de flexão para cada diâmetro simulado.

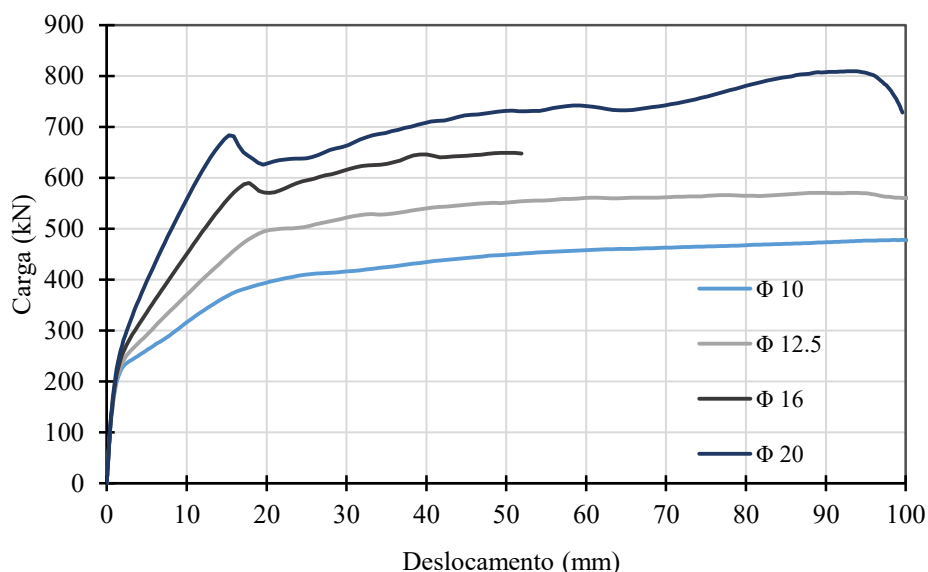
Diâmetro	A_s	ρ	Observação
φ (mm)	(mm²/m)	(%)	
10	506,7	0,35	Menor taxa simulada
12,5	791,7	0,54	—
16	1297,2	0,9	Modelo de referência (FS-08)
20	2026,8	1,39	Maior taxa simulada

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

O modelo com φ16 mm, correspondente a ρ = 0,9%, constitui o modelo de referência, uma vez que esse foi o diâmetro adotado no programa experimental original e utilizado no processo de calibração descrito anteriormente. Em todas as simulações, a armadura de punção, constituída por estribos verticais, foi mantida constante. Assim, as diferenças observadas entre os modelos podem ser atribuídas principalmente à variação da taxa de armadura longitudinal de flexão.

A Figura 67 apresenta as curvas carga–deslocamento obtidas para os quatro modelos numéricos. A análise conjunta das curvas permite identificar três aspectos principais: o aumento da carga máxima obtida no intervalo analisado com o acréscimo da taxa de armadura, a alteração da rigidez da resposta estrutural e a diferença de deformabilidade entre os modelos.

Figura 67 – Influência da taxa de armadura de flexão.



Fonte: Elaborado pela autora (2026)

Observa-se que o modelo com $\phi 10$ mm, correspondente à menor taxa de armadura simulada, apresentou a menor capacidade resistente e a maior deformabilidade entre os casos analisados. A curva desse modelo indica uma resposta mais flexível, com maiores deslocamentos para níveis de carga inferiores aos observados nos demais modelos. Esse comportamento sugere maior participação das deformações da armadura de flexão e do mecanismo flexural na resposta da laje.

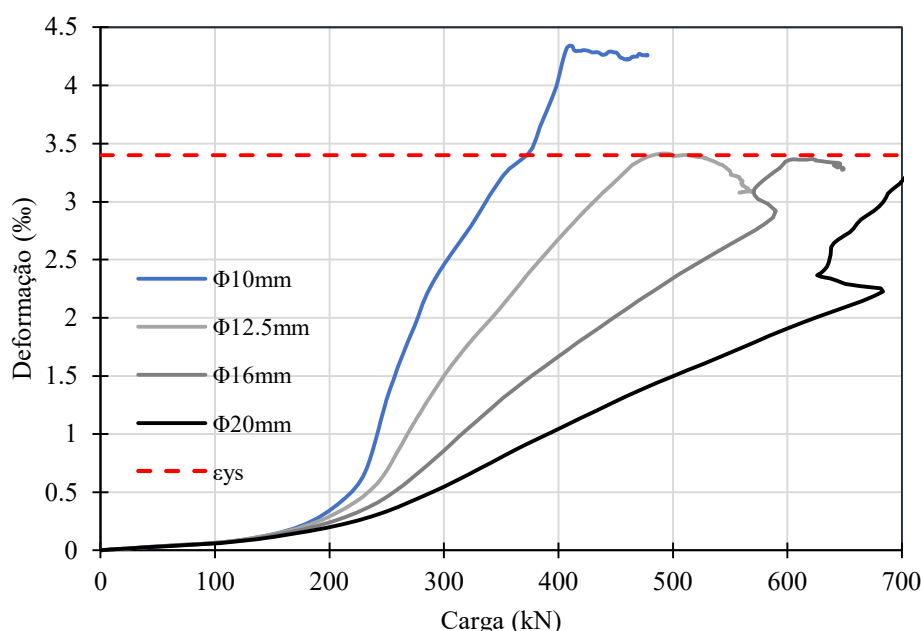
Com o aumento do diâmetro das barras, verificou-se acréscimo progressivo da carga máxima. Os modelos com $\phi 12,5$ mm, $\phi 16$ mm e $\phi 20$ mm apresentaram respostas mais rígidas e maior capacidade resistente, indicando que o aumento da taxa de armadura de flexão contribuiu para limitar a deformabilidade da laje e modificar a evolução da resposta estrutural. No modelo com $\phi 20$ mm, correspondente à maior taxa simulada, foi obtida a maior carga resistente e comportamento menos deformável quando comparado ao modelo com menor taxa de armadura.

Esse comportamento é coerente com as de Ewees et al. (2024), que observaram que o aumento da taxa de armadura tracionada melhora a carga de primeira fissuração, a carga última, a rigidez e a absorção de energia em lajes lisas submetidas à punção, tanto na presença quanto na ausência de estribos. Os autores também destacaram que o padrão de fissuração foi claramente influenciado pela taxa de armadura tracionada, enquanto a armadura comprimida apresentou efeito pequeno ou pouco evidente. No presente estudo, a influência da taxa de armadura é perceptível na Figura 67: os quatro modelos apresentam resposta praticamente coincidente na fase elástica, indicando que a variação da taxa de armadura exerceu influência limitada antes

da fissuração mais significativa do concreto. A divergência entre as curvas ocorre a partir do início da fissuração, momento em que a taxa de armadura passa a exercer influência crescente sobre a rigidez pós-fissuração e a capacidade resistente, com os modelos de maior ρ se direcionando para cargas máximas progressivamente superiores.

Para complementar a avaliação das curvas carga–deslocamento, analisou-se também a deformação na armadura de flexão tracionada. A Figura 68 apresenta a evolução da deformação obtida em um ponto instrumentado numericamente em uma das barras de flexão para cada modelo analisado. A linha horizontal vermelha representa a deformação de escoamento do aço, adotada como $\varepsilon_y = 3,4\%$

Figura 68 – Deformação na armadura de flexão tracionada em função da carga aplicada.



Fonte: Elaborado pela autora (2026)

A análise da Figura 68 mostra que os modelos com menores taxas de armadura apresentaram maior mobilização das barras de flexão. No modelo com $\phi 10$ mm, a deformação da armadura ultrapassou a deformação de escoamento antes da carga máxima, atingindo valores superiores a ε_y . Esse resultado indica plastificação da armadura tracionada no ponto analisado e reforça a interpretação de que, nesse modelo, a resposta estrutural esteve mais associada à deformabilidade da armadura de flexão.

O modelo com $\phi 12,5$ mm também atingiu deformações próximas à deformação de escoamento, porém em nível de carga superior ao observado no modelo com $\phi 10$ mm. Já o modelo com $\phi 16$

mm apresentou deformações da ordem de 3,3‰ na região final, abaixo da deformação de escoamento.

Por outro lado, o modelo com $\phi 20$ mm, embora tenha apresentado a maior carga resistente, manteve a deformação da armadura abaixo da deformação de escoamento durante toda a análise. Esse comportamento indica que o aumento da área de aço reduziu a deformação relativa das barras tracionadas para o mesmo nível de carregamento, aumentando a rigidez do sistema e diminuindo a tendência de plastificação da armadura durante toda a análise.

Dessa forma, os resultados de deformação na armadura complementam a interpretação obtida a partir das curvas carga–deslocamento. A menor taxa de armadura conduziu a maiores deformações nas barras de flexão e a uma resposta mais deformável, enquanto o aumento da taxa de armadura elevou a carga resistente e a rigidez, mas reduziu a mobilização relativa da armadura tracionada. Assim, nos modelos com maiores taxas de armadura, especialmente no modelo com $\phi 20$ mm, a armadura monitorada permaneceu abaixo do escoamento, indicando que a resposta não foi governada pela plastificação dessa barra de flexão.

8.4. GEOMETRIA DO PILAR

A análise paramétrica referente à geometria do pilar foi conduzida a partir da geometria da laje do modelo de referência, calibrado e validado nos capítulos anteriores. Foram simulados cinco modelos com diferentes dimensões e formas de seção transversal do pilar: pilar quadrado de 300×300 mm ($L = 300 \times 300$ mm), pilar circular de diâmetro $D = 300$ mm, pilar quadrado de 500×500 mm ($L = 500 \times 500$ mm), pilar circular de diâmetro $D = 500$ mm e pilar circular de diâmetro $D = 382$ mm. Em todos os modelos, a armadura de punção, constituída por estribos verticais, e a armadura de flexão foram mantidas constantes. Para preservar a relação geométrica entre a armadura de punção e o pilar, a primeira camada de estribos foi reposicionada em cada modelo de modo a manter constante sua distância à face do pilar. Dessa forma, no contexto da análise paramétrica realizada, as diferenças observadas nas respostas numéricas estão associadas predominantemente à alteração da geometria do pilar.

A Figura 69 apresenta as curvas carga–deslocamento obtidas para os cinco modelos numéricos. A análise conjunta dos resultados permite identificar dois aspectos principais: a tendência de aumento da capacidade resistente com o acréscimo das dimensões do pilar e a diferença de comportamento entre seções circulares e quadradas de mesma dimensão nominal. Esse comportamento é consistente com a influência da geometria do pilar sobre os perímetros

críticos de controle. Nas prescrições do Eurocode 2 (2023) e da ABNT NBR 6118:2026, a resistência à punção é verificada em perímetros traçados a distância padronizada da face do pilar. Assim, para uma mesma altura útil, o aumento do perímetro de face tende a resultar em maior perímetro crítico de controle e, consequentemente, em maior resistência calculada.

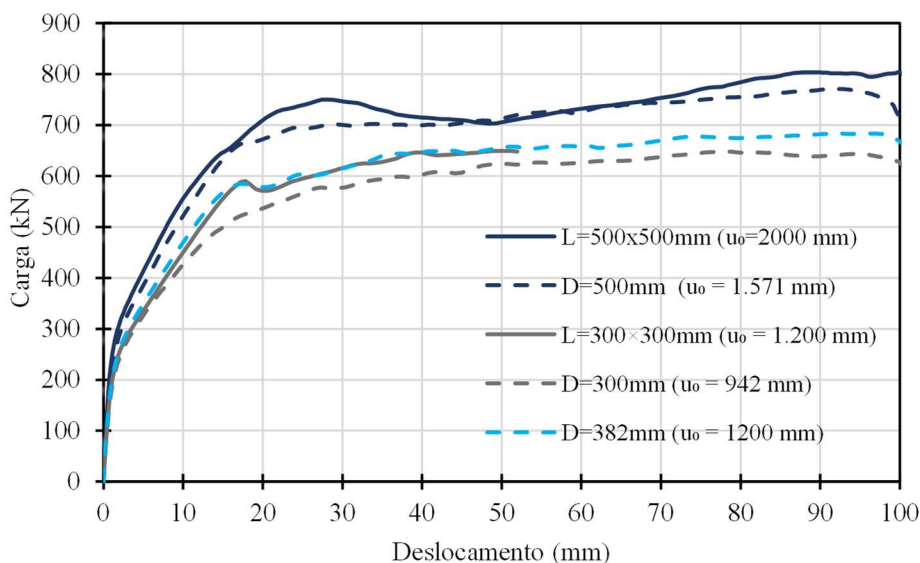
Tabela 7 – Características geométricas dos pilares analisados.

Modelo	Seção	Dimensão (mm)	Área (mm²)	u_0 (mm)	Observação
L=300×300	Quadrada	300×300	90.000	1.200	Modelo de referência
D=300	Circular	D=300	70.686	942	—
D=382	Circular	D=382	114.600	1.200	u_0 equiv. ao L=300×300
D=500	Circular	D=500	196.350	1.571	—
L=500×500	Quadrada	500×500	250.000	2.000	—

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Nos modelos analisados, observou-se uma hierarquia de capacidade resistente que acompanha a ordem dos perímetros de face dos pilares, conforme indicado na Tabela 7. O pilar quadrado $L = 500 \times 500$ mm apresentou a maior capacidade resistente ($u_0 = 2.000$ mm), seguido pelo pilar circular $D = 500$ mm ($u_0 \approx 1.571$ mm). Em seguida, aparecem os modelos com perímetro intermediário — o pilar quadrado $L = 300 \times 300$ mm e o pilar circular $D = 382$ mm, ambos com $u_0 \approx 1.200$ mm —, cujas curvas ficaram bastante próximas entre si. O pilar circular $D = 300$ mm apresentou a menor capacidade resistente do conjunto ($u_0 \approx 942$ mm).

Figura 69 – Influência da geometria do pilar.



Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Comparando-se pilares de mesma dimensão nominal, os resultados indicam que a seção quadrada apresentou capacidade resistente superior à seção circular correspondente. Para a dimensão de 300 mm, essa diferença é consistente com a diferença entre os respectivos perímetros de face: $u_0 = 4c = 1.200 \text{ mm}$ para o pilar quadrado e $u_0 = \pi D \approx 942 \text{ mm}$ para o pilar circular, o que representa uma redução de aproximadamente 21% no perímetro disponível. Para a dimensão de 500 mm, a diferença entre os perímetros ocorre na mesma proporção, refletindo-se de forma análoga na hierarquia das curvas.

Com o objetivo de avaliar numericamente a influência do perímetro de face u_0 na resistência à punção, foi simulado um modelo adicional com pilar circular de diâmetro $D = 382 \text{ mm}$. Esse valor foi obtido analiticamente a partir da condição de igualdade entre o perímetro de face do pilar circular e o perímetro de face do pilar quadrado de $300 \times 300 \text{ mm}$:

$$u_0 (\text{quadrado } 300 \text{ mm}) = u_0 (\text{circular } D)$$

$$4 \times 300 = \pi D$$

$$D = (4 \times 300) / \pi \approx 382 \text{ mm}$$

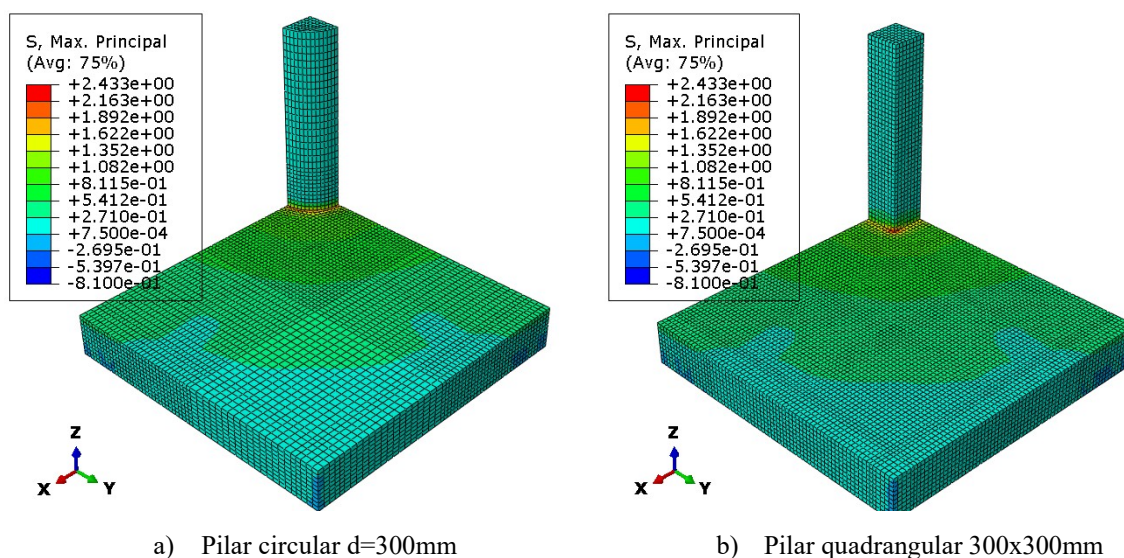
Nos modelos analisados, a proximidade entre as curvas do pilar quadrado de $300 \times 300 \text{ mm}$ e do pilar circular de $D = 382 \text{ mm}$ indica que o perímetro de face u_0 exerceu influência mais relevante sobre a carga máxima obtida do que a área isolada da seção transversal. Essa conclusão está restrita às geometrias, condições de contorno e detalhamento de armadura considerados nesta análise. Ainda assim, o resultado é coerente com os procedimentos

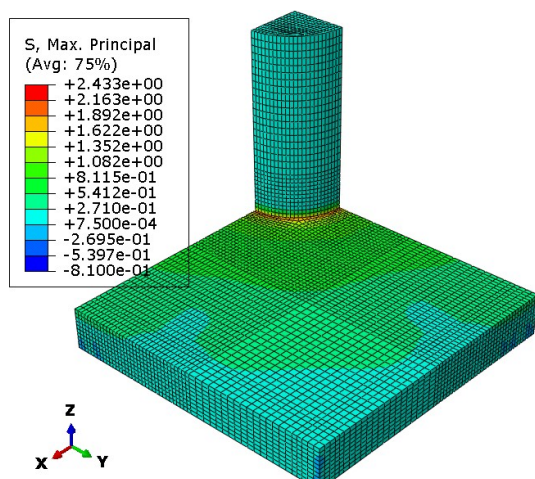
normativos de verificação à punção, nos quais os contornos de controle são definidos a partir da face do pilar.

A Figura 70 apresenta os campos de tensão principal máxima (S, Max. Principal) obtidos numericamente para os cinco modelos de base da análise paramétrica, registrados no mesmo nível de carregamento (início do carregamento) e representados na mesma escala de cores, o que permite uma comparação qualitativa direta da distribuição de tensões na laje na região adjacente ao pilar.

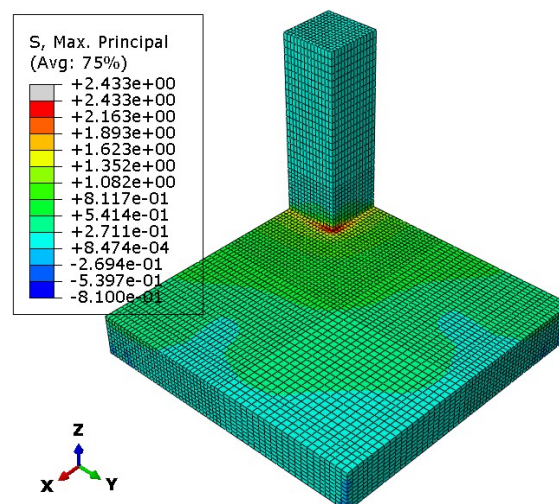
Nos modelos com pilar quadrangular (Figura 70b e Figura 70d), observa-se que as tensões mais elevadas da escala se concentram nas quinas da seção do pilar, concentração análoga à verificada numericamente por Milligan, Polak e Zurell (2020) em pilares quadrados e retangulares. Já nos modelos com pilar circular (Figura 70a, Figura 70c e Figura 70e), a distribuição de tensões ao longo do perímetro do pilar mostra-se mais uniforme, sem os picos localizados verificados nos cantos dos modelos quadrangulares.

Figura 70 – Tensão nas lajes numéricas para diferentes geometrias de pilar.

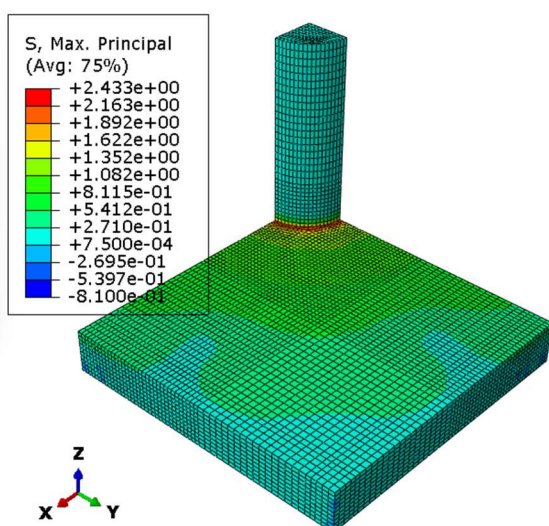




c) Pilar circular d=500mm



d) Pilar quadrangular 500x500mm



e) Pilar circular d=382mm

Fonte: Elaborado pela autora (2026).

Essa diferença é compatível com a ausência de descontinuidades geométricas na seção circular, em contraste com as quinas da seção quadrada, que constituem pontos de concentração de tensão. Ainda assim, essa diferença no padrão local de distribuição de tensões não se traduz em uma diferença relevante na carga de pico: como discutido na Figura 69, os modelos $L=300 \times 300\text{mm}$ e $D=382\text{mm}$, que possuem o mesmo perímetro de face u_0 , atingem cargas máximas praticamente equivalentes (a do modelo circular ligeiramente inferior).

9. CONCLUSÃO

9.1. GERAIS

Este trabalho desenvolveu e calibrou um modelo numérico tridimensional, no software Abaqus, para simular o comportamento à punção da laje lisa FS-08 (Palhares, 2018), armada com estribos fechados, e o empregou na investigação de variáveis que influenciam a resistência à punção. Os principais achados são:

- O modelo calibrado reproduziu satisfatoriamente a resposta global carga–deslocamento até a região da ruptura, com carga de referência de aproximadamente 590 kN, apenas 2,9% inferior à carga experimental de 607,8 kN, e mecanismo de ruptura compatível com a punção.
- A formulação do concreto sem a inclusão explícita das variáveis de dano (metodologia de Alfarah, López-Almansa e Oller) apresentou melhor aproximação da resposta experimental, menor custo computacional e melhor convergência do que as formulações com dano.
- Os resultados das armaduras, das deformações no concreto e dos deslocamentos verticais confirmaram o mecanismo de punção: houve apenas escoamento localizado da armadura de flexão (Ef5), sem escoamento generalizado, e os estribos foram mobilizados sem atingir a deformação de escoamento, tanto no ensaio quanto na simulação.
- O modelo não reproduziu a queda brusca de carga no trecho pós-pico, mantendo capacidade resistente residual. Essa limitação não decorre de um único fator, mas da combinação entre a formulação contínua do CDP, o controle por deslocamento, a regularização viscosa, o tipo de elemento e a redistribuição de esforços.
- Na análise paramétrica, o aumento da resistência à compressão do concreto, da altura útil e da taxa de armadura de flexão elevou a carga máxima no intervalo avaliado. A altura útil teve influência expressiva: a redução de d de 145,8 mm para 124 mm reduziu a carga em cerca de 15%, enquanto o aumento para 234 mm elevou-a em cerca de 89%.
- Quanto à geometria do pilar, o perímetro de face (u_0) mostrou-se mais relevante para a carga máxima do que a área da seção: pilares quadrado (300 × 300 mm) e circular ($\emptyset$

382 mm) de perímetros equivalentes apresentaram respostas próximas, apesar da maior concentração de tensões nas quinas do pilar quadrado.

- O modelo mostrou-se adequado como ferramenta complementar à investigação experimental de lajes lisas com armadura de punção, sobretudo para avaliar a resposta até a ruptura e investigar tendências associadas à variação de parâmetros.

9.2. LIMITAÇÕES DO ESTUDO

O estudo apresenta limitações que devem ser consideradas na interpretação dos resultados. A calibração foi conduzida a partir de uma única laje experimental de referência (FS-08), de modo que a generalização das conclusões a outras geometrias, taxas de armadura e tipos de ancoragem requer verificação adicional. A interação aço-concreto foi representada por aderência perfeita, por meio da técnica de região embutida, desconsiderando o escorregamento relativo entre as barras e o concreto. A principal limitação observada refere-se ao trecho pós-pico: o modelo numérico manteve capacidade resistente residual e não reproduziu a queda brusca de carga característica da ruptura frágil observada experimentalmente. Esse comportamento pode estar associado à combinação entre a formulação contínua do *Concrete Damaged Plasticity*, o controle por deslocamento, a regularização viscosa, o tipo de elemento finito e a redistribuição de esforços permitida pelo modelo.

9.3. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados e das limitações identificadas, sugerem-se os seguintes desdobramentos para trabalhos futuros: estender a calibração a outras lajes do programa experimental de Palhares (2018), contemplando diferentes condições de ancoragem da armadura de cisalhamento; avaliar o efeito da consideração do escorregamento entre aço e concreto, em substituição à hipótese de aderência perfeita; analisar outros tipos de armadura de punção, como conectores tipo pino com cabeça (*studs*); aprofundar estudos de malha, contato e condições de contorno; empregar modelos numéricos capazes de representar explicitamente a fissuração, como técnicas de fragmentação de malha (*mesh fragmentation*), buscando reproduzir a queda brusca de carga característica da ruptura por punção; comparar os resultados numéricos com ensaios experimentais conduzidos também sob controle de deslocamento, de modo a compatibilizar as estratégias de controle na avaliação do trecho pós-pico; e comparar as cargas máximas numéricas obtidas com as previsões das principais prescrições normativas (ABNT NBR 6118:2026, ACI 318 (2019), *fib Model Code* 2010 e Eurocode 2 (2023)).

Declaração sobre o uso de inteligência artificial: O ChatGPT (OpenAI) foi utilizado exclusivamente para auxiliar na elaboração de figuras esquemáticas e na revisão textual. Todo o conteúdo técnico, análises, resultados e foram produzidos e validados pela autora.

REFERÊNCIAS

- ABAQUS. Abaqus User's Manual, Version 2016. Section 27.1.1 – Element library: overview. Dassault Systèmes Simulia Corp.
- AKINPELU, M. A.; GABRIEL, D. S.; SALMAN, A. M.; RAHEEM, I. A. Numerical study on the effect of different column shapes on punching shear behavior of flat slabs. *Results in Engineering*, v. 19, p. 101345, 2023. DOI: 10.1016/j.rineng.2023.101345.
- ALFARAH, B.; LÓPEZ-ALMANSA, F.; OLLER, S. New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures. *Engineering Structures*, v. 132, p. 70-86, 2017. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.11.022.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado — Especificação. Rio de Janeiro: ABNT, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2026.
- BARTOLAC, M.; DAMJANOVIĆ, D.; DUVNJAK, I. Punching strength of flat slabs with and without shear reinforcement. *Gradevinar*, v. 67, n. 8, p. 771-786, 2015.
- BAŽANT, Z. P.; CAO, Z. Size effect in punching shear failure of slabs. *ACI Structural Journal*, v. 84, n. 1, p. 44-53, Jan./Feb. 1987.
- BOLINA, Fabrício L. Modelagem computacional de estruturas de concreto armado em elementos finitos. São Paulo: Sorian, 2025.
- CALDENTEY, A. P. et al. Influence of stirrup detailing on punching shear strength of flat slabs. *Engineering Structures*, v. 49, p. 855-865, 2013.
- CARPINTERI, A.; ACCORNERO, F. Multiple snap-back instabilities in progressive microcracking coalescence. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 187, p. 272-281, 2018.
- CARREIRA, Domingo J.; CHU, Kuang-Han. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. *ACI Journal*, v. 82, n. 6, p. 797-804, 1985.
- CORDOVIL, F. A. B. Lajes de concreto armado: punção. Santa Catarina: UFSC, 1997. 221 p.
- DÖNMEZ, A.; BAŽANT, Z. P. Size effect on punching strength of reinforced concrete slabs with and without shear reinforcement. *ACI Structural Journal*, v. 114, n. 4, p. 875-886, jul./ago. 2017. DOI: 10.14359/51689719.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1992-1-1: Eurocode 2 — Design of concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures. Brussels: CEN, 2023.

EUROPEAN STANDARD. Eurocode 2: design of concrete structures – Part 1-1: general rules and rules for buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2004. 225 p.

EWEES, M. H.; GABR, A. S. A.; FARRAG, M. R. Effect of tension and compression flexural reinforcement on punching shear strength of reinforced concrete flat slab. *Alexandria Engineering Journal*, v. 99, p. 282-302, 2024. DOI: 10.1016/j.aej.2024.05.019.

FARIS, H. A.; ABD, L. M. Effect of column dimensions on the punching shear of flat slab. *International Journal of Scientific Research in Science, Engineering and Technology (IJSRSET)*, v. 6, n. 4, p. 378-393, jul./ago. 2019. DOI: 10.32628/IJSRSET196452.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON (fib). Model Code for Concrete Structures 2010. Lausanne: fib, 2010. 292 p.

FERREIRA, M. P. Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de punção e momentos desbalanceados. 2010. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2010. 275 p.

GENIKOMSOU, Aikaterini S.; POLAK, Maria Anna. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Engineering Structures*, v. 98, p. 38-48, 2015. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.04.016.

GRAF, O. Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetonplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager. *Deutscher Ausschluß für Eisenbeton*, Heft 73, Berlin, 1933. 16 p.

HAMODA, A.; HOSSAIN, K. M. A. Numerical assessment of slab-column connection additionally reinforced with steel and CFRP bars. *Arabian Journal for Science and Engineering*, v. 44, n. 10, p. 8181-8204, 2019. DOI: 10.1007/s13369-019-03846-2.

HASSAN, A. M. T.; MAHMUD, G. H.; JONES, S. W.; WHITFORD, C. A new test method for investigating punching shear strength in Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC) slabs. *Composite Structures*, v. 131, p. 832–841, 2015.

HEGGER, J. et al. Efficiency of various punching shear reinforcement systems for flat slabs. *ACI Structural Journal*, v. 114, n. 3, p. 631-642, 2017. DOI: 10.14359/51689434.

HENDRIKS, M. A. N. et al. Guidelines for nonlinear finite element analysis of concrete structures. *Rijkswaterstaat Technisch Document (RTD): RTD 1016*. Rijkswaterstaat Centre for Infrastructure, 2017. 69 p.

HILLERBORG, Arne. The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_F of concrete. *Materials and Structures*, v. 18, n. 106, p. 291-296, 1985. DOI: 10.1007/BF02472919.

HORDIJK, D. A. Local approach to fatigue of concrete. 1991. 210 f. Tese (Doutorado) – Delft University of Technology, Delft, Países Baixos, 1991.

INÁCIO, R. A. Análise numérica do punçoamento em lajes fungiformes. 2010. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Monte da Caparica, 2010.

JABBAR, Adil M. Impact of failure-surface parameters of Concrete Damage Plasticity Model on the behavior of reinforced ultra-high performance concrete beams. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 2023. DOI: 10.3311/PPci.21345.

JAFARIAN, N.; MOSTOFINEJAD, D.; NADERI, A. Effects of FRP grids on punching shear behavior of reinforced concrete slabs. *Structures*, v. 28, p. 2523-2536, 2020. DOI: 10.1016/j.istruc.2020.10.061.

JIA, Y.; CHIANG, J. C. L. Finite element analysis of punching shear of reinforced concrete slab-column connections with shear reinforcement. *Applied Sciences*, v. 12, n. 19, 9584, 2022. DOI: 10.3390/app12199584.

JIANG, M.; SHI, Q. Force mechanism and parametric finite element analysis of punching shear behavior of flat slabs with welded shear reinforcements. *KSCE Journal of Civil Engineering*, v. 28, p. 3477-3488, 2024. DOI: 10.1007/s12205-024-1371-2.

KING, S.; DELATTE, N. J. Collapse of 2000 Commonwealth Avenue: punching shear case study. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, v. 18, n. 1, p. 54-61, fev. 2004.

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. Punching of concrete slabs without shear reinforcement. *Transactions of the Royal Institute of Technology*, n. 158, Stockholm, 1960.

KRÄTZIG, W. B.; PÖLLING, R. An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters. *Computers & Structures*, v. 82, n. 15-16, p. 1201-1215, 2004.

KUPFER, Helmut; HILSDORF, Hubert K.; RUSCH, Hubert. Behavior of concrete under biaxial stresses. *ACI Structural Journal*, v. 66, p. 656-666, 1969.

LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 124, n. 8, p. 892-900, 1998.

LEVIAT. Ancon Shearfix: punching shear reinforcement. [S.l.]: Leviat, 2024. Catálogo técnico.

LIMA, H. et al. Experimental analysis of punching shear in flat slabs with variation in the anchorage of shear reinforcement. *Structural Concrete*, v. 22, p. 1165–1182, 2021.

LIU, Y.; ZHANG, W.; ZHOU, M.; HOU, W.; ZHANG, Y. Punching shear performance of *star-shaped steel plates* reinforced RC slab-column connections. *Case Studies in Construction Materials*, v. 19, e02570, 2023. DOI: 10.1016/j.cscm.2023.e02570.

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, v. 25, n. 3, p. 299-326, 1989.

MABROUK, R.; YOUNIS, G.; RAMADAN, O. Experimental evaluation of the punching shear strength of interior slab-column connections with different shear reinforcement details. *Civil Engineering Journal*, v. 8, n. 9, p. 1977-2000, 2022.

MARZOUK, H.; HUSSEIN, A. Experimental investigation on the behavior of high-strength concrete slabs. *ACI Structural Journal*, v. 88, n. 6, 1991.

MENÉTREY, P. Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures. 1994. Tese (Doutorado) – University of Colorado, Boulder, 1994.

MILLIGAN, G. J.; POLAK, M. A.; ZURELL, C. Finite element analysis of punching shear behaviour of concrete slabs supported on rectangular columns. *Engineering Structures*, v. 224, art. 111189, 2020. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.111189.

MOE, J. Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads. Development Department Bulletin D47. Skokie: Portland Cement Association, 1961. 129 p.

NAVARRO, M.; IVORRA, S.; VARONA, F. B. Parametric computational analysis for punching shear in RC slabs. *Engineering Structures*, v. 165, p. 254-263, 2018.

OLEIWI, M. Columns cross-section shape effect on punching shear in reinforced concrete flat slabs. *Journal of Techniques*, v. 5, n. 4, p. 148-155, 2023. DOI: 10.51173/jt.v5i4.1180.

OLIVEIRA, V. H. D.; LIMA, H. J. N.; MELO, G. S. Punching shear resistance of flat slabs with different types of stirrup anchorages such as shear reinforcement. *Engineering Structures*, v. 253, p. 113671, 2022.

OLLER, S. A continuous damage model for frictional materials. 1988. 65 p. Tese (Doutorado) – Technical University of Catalonia, Barcelona, 1988.

OŽBOLT, J.; VOCKE, H.; ELIGEHAUSEN, R. Punching failure: influence of material properties and size effect. In: DE BORST, R. et al. (ed.). *Fracture Mechanics of Concrete Structures*. Lisse: Swets & Zeitlinger, 2001.

PALHARES, R. A. Análise experimental da punção em lajes lisas de concreto armado com variação da ancoragem da armadura de cisalhamento. 2018. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) — Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

PÉREZ-DÍAZ, J. A.; RÍOS, J. D.; SÁNCHEZ-GONZÁLEZ, E.; PONCE-TORRES, A. Analysis of the progressive collapse of a parking garage concrete structure due to punching shear. *Engineering Failure Analysis*, v. 167, 108902, 2025. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2024.108902.

RABELLO, F. T. Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

RAMADAN, Osman M.; MABROUK, Rasha T. S.; YOUNIS, Gehad S. Slab thickness–shear reinforcement interaction on shear strength of interior slab-column connections. *Journal of Engineering and Applied Science*, v. 73, art. 9, 2026. DOI: 10.1186/s44147-025-00872-w.

REGAN, P. E.; BRÆSTRUP, M. W. Punching shear in reinforced concrete. *Bulletin d'Information* n. 168. Comité Euro-International du Béton, 1985. 232 p.

ROSSI, A. et al. INVESTIGAÇÃO DA FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO EM VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM LAJES ALVEOLARES. *HOLOS*, Ano 38, v. 8, e10284, 2022.

ROSSIGNOLI, Felipe Weitzel. Modelagem numérica de punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2021.

SÁ, C. Grand Parc: empresa diz que Polícia Civil ignorou os laudos. A Gazeta, Vitória, p. 11, 21 abr. 2017.

SANABRIA DIAZ, Rafael Andres. A framework for the nonlinear finite element analysis of punching shear in flat slabs. 2023. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2023.

SANTOS, E. V. Punção em lajes lisas: métodos de cálculo, prescrições normativas e exemplos de aplicação. 2018. 225 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) — Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2018.

SANTOS JUNIOR, Paulo Sérgio Mota dos. Análise computacional de lajes lisas de concreto armado submetidas às ações verticais e horizontais. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2019.

SCHIMANOWSKI, E. R. Z.; TAMAYO, J. P.; LAZZARI, P. M.; CAMPOS FILHO, A. State-of-the-Art Review of Numerical Simulation of Punching Shear in Slabs. Archives of Computational Methods in Engineering, 2025. DOI: 10.1007/s11831-025-10294-9.

SCRIVENER, K. L.; CRUMBIE, A. K.; LAUGESSEN, P. The interfacial transition zone (ITZ) between cement paste and aggregate in concrete. Interface Science, v. 12, p. 411-421, 2004.

SHATARAT, N.; SALMAN, D. Investigation of punching shear behavior of flat slabs with different types and arrangements of shear reinforcement. Case Studies in Construction Materials, v. 16, e01028, 2022. DOI: 10.1016/j.cscm.2022.e01028.

SHERIF, A. G.; DILGER, W. H. Punching failure of a full scale high strength concrete flat slab. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON PUNCHING SHEAR CAPACITY OF RC SLABS, 2000, Estocolmo. Proceedings... Estocolmo: TRITA-BKN Bulletin 57, 2000.

SUN, E. Q. Shear Locking and Hourglassing in MSC Nastran, ABAQUS, and ANSYS. 2006 ABAQUS Users' Conference, 2006.

SZCZECINA, M.; WINNICKI, A. Calibration of the CDP model parameters in Abaqus. In: WORLD CONGRESS ON ADVANCES IN STRUCTURAL ENGINEERING AND MECHANICS, 2015, Incheon. Proceedings... Incheon: ASEM15, 2015.

TALBOT, A. N. Reinforced concrete wall footings and column footings. Bulletin n. 67. Urbana: University of Illinois, Engineering Experiment Station, 1913. 114 p.

TRAUTWEIN, L. M. Punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise experimental e numérica. 2006. 350 f. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

WIGHT, James K.; MACGREGOR, James G. Reinforced Concrete: Mechanics and Design. 6. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2012.

WOSATKO, A.; WINNICKI, A.; POLAK, M. A.; PAMIN, J. Role of dilatancy angle in plasticity-based models of concrete. Archives of Civil and Mechanical Engineering, v. 19, n. 4, p. 1268-1283, 2019.

XIA, C.; SHI, Q.; RONG, C.; WANG, B. Punching and lateral cyclic behavior of concrete slab-column connections reinforced with steel sheets. Structures, v. 67, 106928, 2024. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.106928.

YAMADA, T.; NANNI, A.; ENDO, K. Punching shear resistance of flat slabs: influence of reinforcement type and ratio. ACI Structural Journal, v. 88, n. 4, p. 555-563, 1992.