

Evelyn Aparecida de Oliveira

**Modelos Computacionais para Análise da Influência de Parâmetros
Estatísticos de Textura Superficial no Contato Dentário Humano**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientador: Profa. D.Sc. Flávia de Souza Bastos

Coorientador: Prof. D.Sc. Leonardo Goliatt da Fonseca

Juiz de Fora

2016

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Aparecida de Oliveira, Evelyn.

Modelos Computacionais para Análise da Influência de Parâmetros Estatísticos de Textura Superficial no Contato Dentário Humano / Evelyn Aparecida de Oliveira. -- 2016.
78 f.

Orientadora: Flávia de Souza Bastos

Coorientador: Leonardo Goliatt da Fonseca

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Federal de Juiz de Fora, ICE/Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2016.

1. Modelos Computacionais. 2. Contato Oclusal Dentário. 3. Textura Superficial. 4. Dureza. 5. Homogeneização. I. de Souza Bastos, Flávia, orient. II. Goliatt da Fonseca, Leonardo, coorient. III. Título.

Evelyn Aparecida de Oliveira

**Modelos Computacionais para Análise da Influência de Parâmetros
Estatísticos de Textura Superficial no Contato Dentário Humano**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional.

Aprovada em 1 de abril de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Profa. D.Sc. Flávia de Souza Bastos - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. D.Sc. Leonardo Goliatt da Fonseca - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. D.Sc. Estevam Barbosa de Las Casas
Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. D.Sc. Marcelo Lobosco
Universidade Federal de Juiz de Fora

*Dedico este trabalho à todos
que me apoiaram durante essa
jornada.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pela oportunidade de estar prestes a concluir mais uma etapa em minha carreira acadêmica. Agradeço também meus pais e amigos que sempre me apoiaram e se dedicaram em me ajudar no que podiam.

Agradeço à minha orientadora, Flávia de Souza Bastos, pelos ensinamentos, parceria, dedicação e paciência nesses 7 anos de orientação. Agradeço também o apoio do coorientador, Prof. Leonardo Goliatt da Fonseca, pelas conversas e esclarecimentos me passados durante a pós-graduação.

Agradeço também à UFJF e ao programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional por ter me acolhido e por todo o conhecimento adquirido nestes anos. Agradeço à fundação Capes pelo apoio financeiro para a realização deste trabalho.

Por fim, mas não menos importante, agradeço à turma de amigos do prédio azul que conheci graças ao mestrado. Obrigada pessoal!

”O que é sucesso?

*Rir muito e com frequência;
ganhar o respeito de pessoas
inteligentes e o afeto das
crianças; merecer a consideração
de críticos honestos e suportar a
traição de falsos amigos; apreciar
a beleza, encontrar o melhor nos
outros; deixar o mundo um pouco
melhor, seja por uma saudável
criança, um canteiro de jardim
ou uma redimida condição social;
saber que ao menos uma vida
respirou mais fácil porque você
viveu*

Isto é ter sucesso!”

(Ralph Waldo Emerson)

RESUMO

O desgaste do dente, que se manifesta com uma grande variedade de graus ou níveis, é uma das anomalias dentárias comumente encontradas em diversas populações. A modelagem computacional do problema de contato oclusal pode ajudar na compreensão das interações entre os dentes, que gera concentrações de tensões. A abordagem utilizada para simular o contato entre as superfícies ásperas, dadas as funções de densidade de probabilidade das alturas das asperezas, consiste em discretizá-las em vários intervalos, de modo que cada um deles represente uma aspereza principal. As deformações das asperezas principais são analisadas e, utilizando técnicas de homogeneização, é possível estabelecer a relação entre as respostas que ocorrem em microescala e as respostas esperadas na macroescala. Neste trabalho, foi criada uma rotina para geração numérica de superfícies, um *script* acoplado ao programa de elementos finitos, Abaqus, para análise dos microcontatos, e, finalmente, um código para o procedimento de homogeneização e análise paramétrica das medidas de rugosidade. Na estimativa da dureza superficial, verificou-se que a curvatura média das asperezas exerce maior influência. Os parâmetros que mais influenciam nas forças e áreas de contato são o coeficiente de achatamento (*kurtosis*), cujo aumento leva ao decaimento dessas grandezas, seguido da rugosidade média quadrática, que, por sua vez, tem uma relação diretamente proporcional com a carga e conseqüentemente com a área de contato.

Palavras-chave: Modelagem Computacional. Contato Oclusal Dentário. Textura Superficial. Dureza. Homogeneização. Abaqus.

ABSTRACT

Tooth wear, which manifests with a great variety of degrees or levels, is one of the dental abnormalities commonly found in different populations. The computational modelling of the occlusal contact problem can help the comprehension of any interaction between teeth generating stress concentration. The approach used in this work to simulate contact between rough surfaces, given the probability density functions of asperities, consists in discretizing them in several intervals, so that each one represents a main asperity. The deformations of the main asperities are analyzed and, using homogenization techniques, it is possible to developed the relationship among the responses occurred in micro-scale and the predicted responses in macro-scale. In this work a routine has been established for numerical generation of surfaces, a script as well as has been coupled to the finite element program Abaqus, for analysis of the micro-contacts, and, finally, a code for homogenization and parametric analysis of the roughness measure. In the estimate of the surface hardness it was found that the mean curvature of the asperities exerts the largest influence. The parameters that influence the forces and contact areas are the flattening coefficient (kurtosis), which when increases leads to decay of these greatness, followed by the mean square roughness, which, in turn, has a direct proportional relationship with the strength and consequently with the contact area.

Keywords: Computational Models. Contact Dental Occlusion. Surface texture. Hardness. Homogenization. Abaqus CAE.

SUMÁRIO

Lista de Algoritmos	15
1 INTRODUÇÃO.....	17
1.1 Motivação	17
1.1.1 <i>Contextualização do problema: desgaste dentário</i>	18
1.2 Objetivos	19
1.3 Ordem de exposição do texto	19
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1 Esmalte dentário	21
2.1.1 <i>Estrutura dentária</i>	21
2.1.2 <i>Propriedades mecânicas do esmalte dentário: dureza</i>	25
2.2 Superfícies rugosas	26
2.2.1 <i>Perfil de rugosidade</i>	26
2.2.2 <i>Parâmetros de textura superficial</i>	28
2.2.2.1 <i>Curva de distribuição de alturas das asperezas</i>	29
2.3 As curvas de Pearson	33
2.4 Modelos estatísticos de contato	36
2.4.1 <i>Modelagem geométrica</i>	37
2.4.2 <i>Análise do contato</i>	38
3 MÉTODOS.....	40
3.1 Geração numérica de superfícies	40
3.2 Modelagem via MEF dos microcontatos	43
3.2.1 <i>Descrição do programa ABAQUS</i>	44
3.2.1.1 <i>Interfaces de contato</i>	46
3.2.2 <i>Parametrização dos scripts</i>	47
3.3 Procedimentos de homogeneização	52
3.3.1 <i>Algoritmos para processamento de dados</i>	52
3.3.2 <i>Algoritmos para cálculo das propriedades homogeneizadas</i>	56
3.4 Ensaio preliminares	58

4	RESULTADOS	60
4.1	Resultados para dureza superficial homogeneizada	60
4.2	Resultados para força e área homogeneizada	65
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	73
	APÊNDICES	78

Lista de Abreviações

AH	Área homogeneizada
FH	Força homogeneizada
H	Dureza
Kp	Curvatura média quadrática dos picos
Ra	Rugosidade média
Rq	Rugosidade média quadrática
Rku	Coefficiente de achatamento da curva de distribuição
Rsk	Coefficiente de assimetria da curva de distribuição;
Zp	Altura da aspereza

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1.1	Superfície do esmalte dentário: saudável (a) e desgastada (b) - adaptada de Bhaskar (1989)	19
2.1	Estrutura dentária, retirado de Arnaud (2008).	21
2.2	Espessuras do esmalte dentário sob a coroa do dente. (P) representa o que denominamos primas, adaptado de Rudy C.Melfi (2000).	22
2.3	Seção transversal dos prismas que formam cada camada do esmalte dentário, retirado de Rudy C.Melfi (2000).	23
2.4	Camada aprismática do esmalte dentário, adaptado de Rudy C.Melfi (2000).	23
2.5	Orientação dos cristais de hidroxiapatita na camadas aprismática e prismática.	24
2.6	Morfologia do dente: (a) estrutura global de dente, que consiste em três camadas : polpa (P), dentina (D), e esmalte (E). (b) Estrutura do esmalte com as estrias de Retzius (A) e as periquimáceas (B). (c) Em (APE) temos a superfície aprismática do esmalte e em (PE) a superfície prismática - retirado de Finke <i>et al.</i> (2000).	24
2.7	Perfil de rugosidade obtido com ensaio de perfilometria - adaptado de Gadelmawla <i>et al.</i> (2002).	26
2.8	Perfil de rugosidade com a Linha Média, adaptado de Gadelmawla <i>et al.</i> (2002).	27
2.9	Histograma e curva de material a partir de uma distribuição de alturas (Bhushan, 2002).	29
2.10	Curvas de distribuições das alturas para valores negativos e positivos <i>skewness</i> (Rsk).	31
2.11	Perfis de superfícies para <i>skewness</i> (Rsk) negativa e positiva.	31
2.12	Curvas de distribuições das alturas para valores pequenos e grandes de <i>kurtosis</i> (Rku).	32
2.13	Perfis de superfícies para <i>kurtosis</i> (Rsk) máximas e mínimas.	32
2.14	Exemplo de uma curva de distribuição Gaussiana - retirado de Bhushan (2002).	33
2.15	Localização das funções Pearson de distribuição no plano β_1 x β_2 - adaptada de Vidojevic (2014)	35

2.16	Características das distintas curvas de Pearson para os diferentes tipos de distribuições.	37
2.17	Contato de Micro-Asperezas, modificado de Francis (1977)	38
2.18	Plano Rígido em contato com as asperezas, modificado de Francis (1977). . . .	38
3.1	Fluxograma: etapas que compõem o método do trabalho.	41
3.2	Curva de distribuição de alturas das asperezas em uma superfície.	44
3.3	Esquema de como é o procedimento de uma simulação com o ABAQUS. . . .	45
3.4	Geometria do elemento de contato diferenciando a superfície mestre da escrava.	46
3.5	Superfícies mestre e escrava antes da penetração.	47
3.6	Superfícies mestre e escrava após a penetração.	47
3.7	Exemplo geométrico de uma aspereza.	48
3.8	Posição inicial do plano rígido, em referência à aspereza principal de maior altura para a superfície.	49
3.9	Malha de elementos finitos - asperezas da esquerda: $Zp = 2\mu m$ onde a curvatura média da primeira superfície é $Kp = 0,8\mu m^{-1}$ e a segunda é $Kp = 0,08\mu m^{-1}$; asperezas da direita: $Zp = 0,4\mu m$ e curvatura média da primeira superfície $Kp = 0,8\mu m^{-1}$ e da segunda é de $Kp = 0,08\mu m^{-1}$. . .	50
3.10	Malha deformada sobre malha não-deformada para duas asperezas de altura $Zp = 0,4\mu m$, onde a primeira se localiza em uma superfície cuja curvatura média $Kp = 0,08\mu m^{-1}$ e a segunda localizada em uma superfície de curvatura média $Kp = 0,8\mu m^{-1}$	50
3.11	Malha deformada sobre malha não-deformada para duas asperezas de altura $Zp = 2\mu m$, onde a primeira se localiza em uma superfície cuja curvatura média $Kp = 0,08\mu m^{-1}$ e a segunda localizada em uma superfície de curvatura média $Kp = 0,8\mu m^{-1}$	51
3.12	Valores da tensão para duas asperezas de altura $Zp = 0,4\mu m$	51
3.13	Valores da tensão para duas asperezas de altura $Zp = 2\mu m$	52
4.1	Histograma para os parâmetros sorteados dentro da faixa predefinida.	61
4.2	Histograma dos valores encontrados para a dureza superficial homogeneizada.	61
4.3	Valores de dureza encontrados para os distintos níveis de indentação e os diferentes parâmetros de textura.	62

4.4	Relação dureza-indentação para distintos níveis de curvatura média(Kp).	63
4.5	Relação dureza-indentação para distintos níveis de variância (Rq^2).	63
4.6	Relação dureza-indentação para distintos níveis do coeficiente de achatamento (Rku).	64
4.7	Relação dureza-indentação para distintos níveis de coeficiente de assimetria (Rsk).	65
4.8	Relação dureza-indentação para distintos níveis de coeficiente de assimetria (Ra).	66
4.9	Relação Força x Área para distintos níveis de Curvatura Média (Kp).	67
4.10	Relação da força para a Curvatura Média (Kp) em diferentes níveis de indentação.	68
4.11	Relação da área para rugosidade média quadrática (Rq^2) em diferentes níveis de indentação.	69
4.12	Relação da força para <i>kurtosis</i> (Rku) em diferentes níveis de indentação.	70
4.13	Relação da força para <i>skewness</i> (Rsk) em diferentes níveis de indentação.	71
4.14	Relação da força para rugosidade média (Ra) em diferentes níveis de indentação.	72

LISTA DE TABELAS

3.1	Intervalos discretos dos parâmetros da superfície.	42
3.2	Base de dados de um conjunto de 10 superfícies.	44
3.3	Resultado ABAQUS para uma aspereza com altura $Zp \simeq 6,62\mu m$	52
3.4	Saída da Algoritmo 5 : Etapa de separação das superfícies - Ra, Rq^2, RSK, RKU, KP , os parâmetros que individualizam a superfície. .	54
3.5	Saída da função subset no Algoritmo 5.	55
3.6	Resultado do pós processamento com valores homogeneizados de Força (FH), Área (AH), Dureza(H).	59

Lista de Algoritmos

1	Sorteio dos Parâmetros das Superfícies	43
2	Geração da Curva de Pearson	44
3	Definição Geométrica da Aspereza (n_{points}, C, k, δ)	48
4	Agrupando as Superfícies (Arq)	53
5	Percorrendo as asperezas principais dentro de cada superfície ($groups, Arq$).	54
6	Procedimentos de interpolação para cada aspereza principal (aux, N).	56
7	Procedimento para encontrar a frequência ϕ de cada aspereza na superfície ($ppar, lZp$)	57
8	Homogenização de cada superfície(tt_{data})	58
9	Cálculo da dureza para cada superfície ($aggregated_{data2}$).	59

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

A aplicação de técnicas computacionais em pesquisas, com diferentes propósitos, teve ampla ascendência com o passar dos anos. Essa crescente popularização se explica com a evolução dos computadores em um pequeno prazo de tempo. A evolução acontece em dois sentidos, tanto em relação aos *softwares*, cujo o objetivo é auxiliar aos pesquisadores em suas tarefas, quanto em relação aos *hardwares*, visto que a evolução de um deles é totalmente dependente do crescimento do outro.

Há não muito tempo atrás, computadores que oferecessem memória razoável para armazenamento de dados em massa e um sistema dotado de linguagem de alto nível tinham preços consideravelmente altos, tornando-os pouco acessíveis aos pesquisadores e cientistas. Nos dias atuais, com o desenvolvimento de tecnologias mais eficientes que as anteriores e com custos de fabricação menos elevados se comparados aos existentes até então, popularizou-se o uso de computadores. No entanto, embora o custo seja uma justificativa simples para serem adquiridos, as razões científicas não são tão simples, uma vez que, os cientistas, de modo geral, ainda estão pouco familiarizados com a computação.

Claramente, qualquer desenvolvimento que aumente a experiência de pesquisadores nesta área computacional terá um importante papel. O processo de tomada de decisão na atividade médica, por exemplo, é comum e ocorre em distintas situações, como diagnóstico, o prognóstico e o planejamento terapêutico, sendo que todas essas podem ser auxiliadas pelo computador. Com o surgimento de métodos computacionais mais eficazes e melhores programas de modelagem computacional, pesquisadores passaram a se familiarizar com essas novas ferramentas, passando a utilizá-las com mais frequência, alcançando repostas para as complexas dinâmicas envolvidas nas doenças humanas.

O corpo é todo um sistema que está em constante interação com o ambiente mais amplo, incluindo poluentes, toxinas e outros agentes. Para entender como esses sistemas se comportam, são necessários novos tipos de modelos exploratórios, novas estratégias de investigação e, sobretudo uma nova geração de cientistas familiarizados com os recursos computacionais, capazes de construir ferramentas, simular cenários, e aplicar estas novas

abordagens na resolução de problemas de interesse.

Neste contexto, a modelagem computacional pode trazer uma grande contribuição para os avanços em pesquisas em diferentes áreas, como biológica, médica e biomédica. Conforme se ganha confiança na capacidade de modelos computacionais em prever e analisar os processos biológicos humanos, eles assistem na tomada de decisão, levando a métodos mais eficazes e confiáveis para o diagnóstico de doenças, riscos e tratamentos.

1.1.1 Contextualização do problema: desgaste dentário

Com o aumento da expectativa de vida dos seres humanos, é essencial manter a estrutura dentária saudável por mais tempo, uma vez que essa é fundamental em todo o processo mastigatório. Entretanto, mesmo diante da crescente prevenção de doenças sistêmicas orais em distintos grupos populacionais, uma das doenças dentárias mais comumente encontradas é o desgaste dentário, o qual se manifesta com grande variabilidade de grau ou nível. Uma doença comum entre os seres humanos, associada ao desgaste dentário, é o bruxismo, hábito do paciente de ranger os dentes, atritando-os e ocasionando grandes danos à saúde bucal, sendo que, em casos extremos, pode comprometer todo o sistema mastigatório do paciente. Na Figura 1.1 (a) e (b), é possível visualizar como a superfície do esmalte dentário é distinta entre pacientes saudáveis e não saudáveis, tornando-se desgastada quase que por completo no último caso.

Como o desgaste dentário tem-se mostrado um problema crescente na população mundial, que afeta tanto adultos quanto crianças. Torna-se necessário compreender melhor não só a origem do problema, mas também suas causas, através de estudos clínicos, experimentais e numéricos (Lobbezoo e Lavigne, 1997). A modelagem computacional do problema pode auxiliar no esclarecimento de profissionais que lidam com o assunto, de forma a compreenderem melhor a fisiopatologia do desgaste dentário e instituírem a terapêutica adequada para cada caso, atingindo com isso a origem do problema e não apenas o tratamento de seus sintomas.

Dos vários fatores que influenciam o desgaste, muitos estão relacionados com as propriedades mecânicas dos materiais e com a textura superficial nas interfaces de contato. A fim de se caracterizar uma superfície, normalmente é realizado um ensaio de perfilometria. Através do perfil da superfície, os parâmetros de rugosidade são extraídos, como, por exemplo, a média e o desvio padrão das alturas das asperezas. Outros dois

parâmetros relacionados com a curva de distribuição das alturas das asperezas são a *skewness* (coeficiente de assimetria) e a *kurtosis* (coeficiente de achatamento). Há ainda medidas espaciais e medidas híbridas, que levam em conta espaçamento e amplitude, como é o caso da curvatura dos picos (Jurevicius *et al.*, 2014).

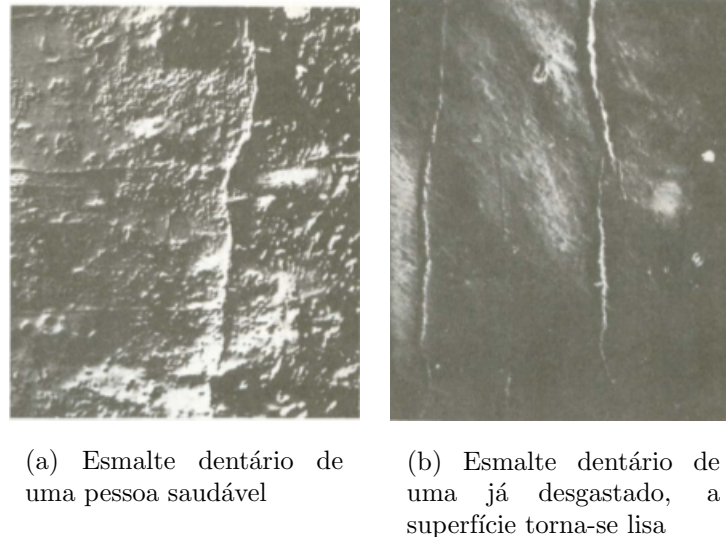


Figura 1.1: Superfície do esmalte dentário: saudável (a) e desgastada (b) - adaptada de Bhaskar (1989)

1.2 Objetivos

O objetivo geral desse trabalho é investigar a influência dos parâmetros texturais, que definem as condições de contato entre superfícies de esmalte dentário, no desgaste de superfícies rugosas, através de simulações computacionais utilizando modelos estatísticos parametrizados. Os objetivos específicos são:

- Modelagem numérica de superfícies do esmalte dentário baseada em asperezas.
- Análise da relação dureza-indentação;
- Avaliação da capacidade de suporte de carga da superfície.

1.3 Ordem de exposição do texto

No Capítulo 2 é feita a definição da superfície em estudo, o esmalte dentário, relacionando a sua estrutura e suas propriedades mecânicas. Também estão expostos

nesse mesmo capítulo os modelos estatísticos de contato com seus parâmetros e definições. Além disso, são apresentados nesse capítulo os tipos de funções que compõem a família de distribuição de Pearson e por fim é feita uma introdução ao software Abaqus. No Capítulo 3 são apresentados os métodos computacionais implementados para se obter a solução do problema em questão. No capítulo 4 encontram-se os resultados obtidos e, por último, no capítulo 5 são expostas as conclusões baseadas nos experimentos numéricos realizados.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Esmalte dentário

2.1.1 Estrutura dentária

O esmalte dentário é a camada mais externa da estrutura dentária, sendo, em casos normais, essa é a única camada visível. Como pode ser observado na Figura 2.1, juntamente com a dentina e a polpa, forma a estrutura denominada coroa, que, por sua vez, se une à raiz, parte interna à gengiva, formando a estrutura completa. A superfície do esmalte é composta principalmente por material inorgânico e orgânico, agregado a uma porcentagem de 3% a 4% de água (Giannini *et al.*, 2004). Apesar de ser considerado um tecido, o esmalte não contém células e, em contraste com o osso, é desprovido de vasos sanguíneos e nervos (Rudy C.Melfi, 2000). Esta composição forma uma superfície eficiente, dura e cortante, devido ao fato de conter um índice elevado de minerais, principalmente fosfato de cálcio cristalino (hidroxiapatita) (Giannini *et al.*, 2004). Porém pelo mesmo motivo que tal composição torna essa superfície dura, ela também se caracteriza por ser uma superfície quebradiça com pouca resistência à deformação.

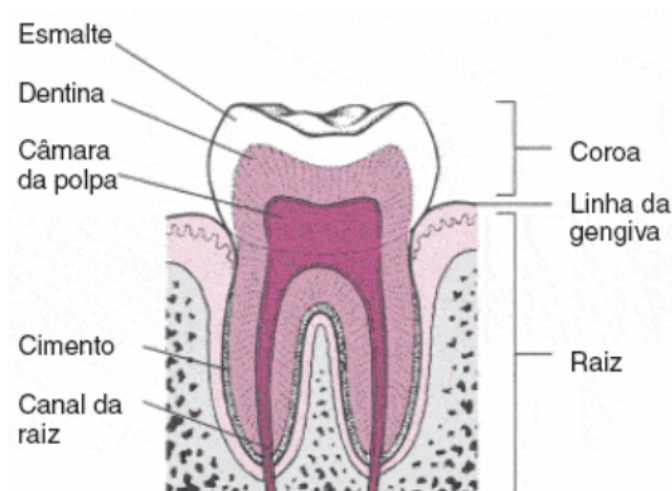


Figura 2.1: Estrutura dentária, retirado de Arnaud (2008).

Em relação à sua espessura, a camada do esmalte não é igualmente distribuída sob a coroa do dente, podendo variar de 2mm a $2,5\text{mm}$, nas suas partes mais espessas, enquanto que nas partes mais estreitas sua espessura pode ser comparada a um fio de navalha (Rudy C.Melfi, 2000). Essa diferença de espessura pode ser observada na Figura 2.2.

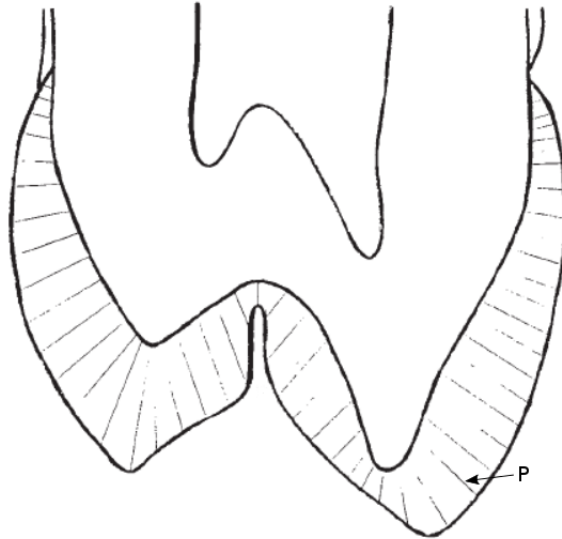


Figura 2.2: Espessuras do esmalte dentário sob a coroa do dente. (P) representa o que denominamos primas, adaptado de Rudy C.Melfi (2000).

O esmalte dentário não é composto por uma única camada, mas sim um conjunto de camadas com propriedades distintas, visto que seus constituintes não são igualmente distribuídos nessa superfície. Há ainda a existência de alguns outros elementos, como flúor, zinco e chumbo, que têm maior concentração nas camadas mais externas, sendo que nas camadas inferiores, próximas à dentina, a concentração destes cai de forma considerável. Em contrapartida, elementos como carbonato, sódio e magnésio aparecem na superfície com concentrações opostas às dos elementos citados anteriormente, uma vez que nas camadas mais internas estes aparecem com maior concentração (Arnaud, 2008).

As camadas que constituem o esmalte não são distintas apenas em relação aos seus componentes, elas se diferenciam também em relação à sua estrutura. Uma camada é composta da junção de várias unidades menores, chamados cristais. Esses, por sua vez, são constituídos principalmente de hidroxiapatita. Os cristais são reunidos formando o que denominamos primas, que se estendem desde a junção com a dentina até a superfície mais externa do esmalte, conforme ilustrado pela Figura 2.3.

Os primas podem ou não estar bem orientados nas camadas. Nas camadas

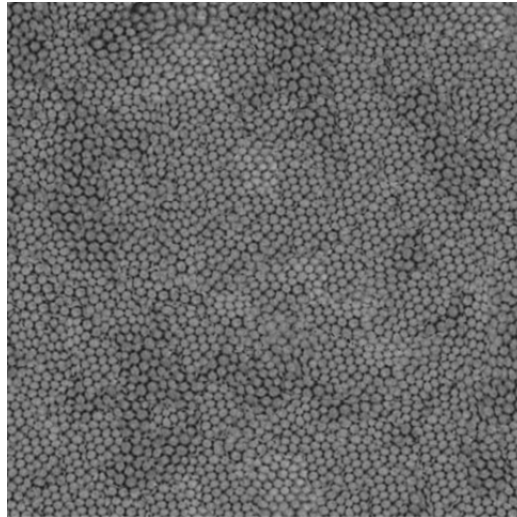


Figura 2.3: Seção transversal dos prismas que formam cada camada do esmalte dentário, retirado de Rudy C.Melfi (2000).

aprisimáticas, os prismas são bem orientados, ou seja, seguem um padrão: são paralelos entre si e aproximadamente perpendiculares em relação à junção do esmalte com a dentina. Na Figura 2.2 é possível visualizar como os primas fazem um ângulo reto na junção com a dentina. Já na Figura 2.4 fica visível que os primas estão paralelos entre si, sendo a direção representada pela seta. Já nas camadas prismáticas, os primas não são bem orientados, devido à diferença de orientação dos cristais de hidroxiapatita (Claudino, 2006). A Figura 2.5 representa bem a diferença entre tais camadas.

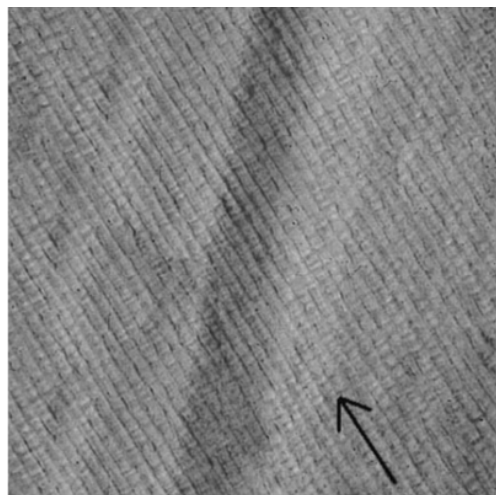


Figura 2.4: Camada aprismática do esmalte dentário, adaptado de Rudy C.Melfi (2000).

Com a sobreposição das camadas, com distintas estruturas e variações em relação ao processo de calcificação, ocorre a formação das linhas de Retzius. Essas linhas existem desde a camada mais próxima à dentina até as camadas mais externas. Quando as linhas

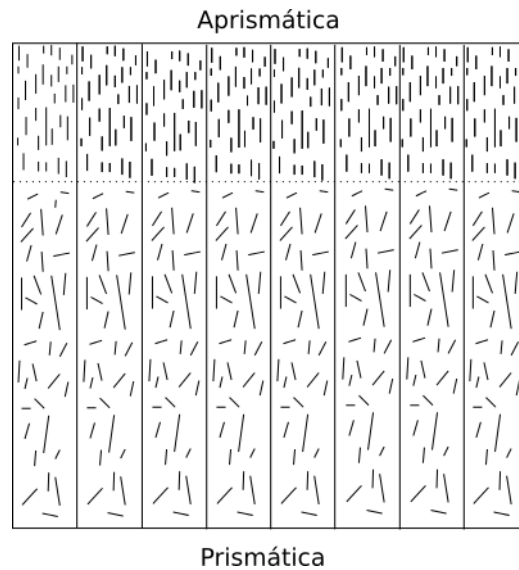


Figura 2.5: Orientação dos cristais de hidroxiapatita na camadas aprismática e prismática.

chegam à superfície do esmalte, formam o que chamamos de periquimáceas, que são pequenas ondulações. No decorrer do tempo, nota-se que com o desgaste da superfície desaparecem as periquimáceas, tornando a superfície praticamente lisa. A Figura 2.6 ilustra bem todas as explicações aqui descritas.

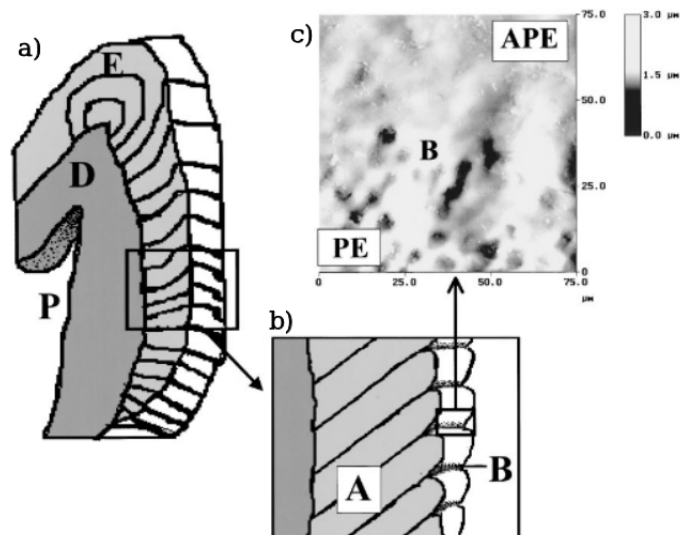


Figura 2.6: Morfologia do dente: (a) estrutura global de dente, que consiste em três camadas : polpa (P), dentina (D), e esmalte (E). (b) Estrutura do esmalte com as estrias de Retzius (A) e as periquimáceas (B). (c) Em (APE) temos a superfície aprismática do esmalte e em (PE) a superfície prismática - retirado de Finke *et al.* (2000).

2.1.2 *Propriedades mecânicas do esmalte dentário: dureza*

A dureza exerce um papel importante na caracterização de um material. Trata-se de uma propriedade mecânica largamente usada em pesquisas, relacionada com a resistência de um material submetido a esforços, permanentes ou não. Não se trata de uma propriedade ditada por precisas definições em termos de unidades fundamentais, e sim de um valor encontrado através de procedimentos específicos de medição, os ensaios de dureza.

Existem meios distintos de realizar esse ensaio, visto que obter o valor de dureza é necessário para diferentes fins. Por exemplo, na mineralogia tal medição é necessária para saber a resistência ao risco de um material em relação a outro; já na metalurgia procura-se quantificar a resistência à deformação plástica permanente.

Em se tratando da mecânica, um dos objetivos é quantificar a resistência à penetração do material. Neste caso, o ensaio consiste na compressão gradual e lenta de um material duro, denominado indentador, sobre a superfície da qual deseja-se obter o valor da dureza, normalmente definida como o coeficiente linear da relação força de contato por área de contato entre as superfícies (Rethwisch, 2012).

Habelitz *et al.* (2001) realizaram mais de 100 indentações sobre cada uma das seções longitudinais e oclusais obtidas de 4 dentes íntegros do tipo terceiro molar. Aplicaram forças da ordem de $1500\mu N$ e obtiveram profundidades de indentação de cerca de $300nm$. Os dados de força-deslocamento foram analisados para determinar a dureza H e o módulo de elasticidade E de acordo com o método de Oliver e Pharr (1992). De acordo com a literatura, Waters (1980) utilizou um coeficiente de Poisson de 0,28 para os cálculos. Ele verificou que variações do coeficiente de Poisson na faixa de 0,20 – 0,30 afetam o resultado do módulo de elasticidade em menos de 10%. Todas as amostras exibiram maiores módulo de elasticidade e dureza quando as indentações foram feitas paralelas aos eixos dos prismas. O módulo de elasticidade, para estes casos, variou entre $85GPa$ e $90GPa$, enquanto que a dureza variou entre $3,4GPa$ e $3,9GPa$. Quando as indentações foram produzidas perpendicularmente ao eixo dos prismas, os valores registrados foram de $70 - 77GPa$ e $3 - 3,5GPa$, respectivamente.

Cuy *et al.* (2002) caracterizaram três dentes maxilares, sendo dois segundo-molares e um terceiro-molar, através de 2000 – 3000 indentações de $400 - 800nm$ de profundidade com ponta Berkovich. Através das rotinas padrões (Oliver e Pharr, 1992), obtiveram a

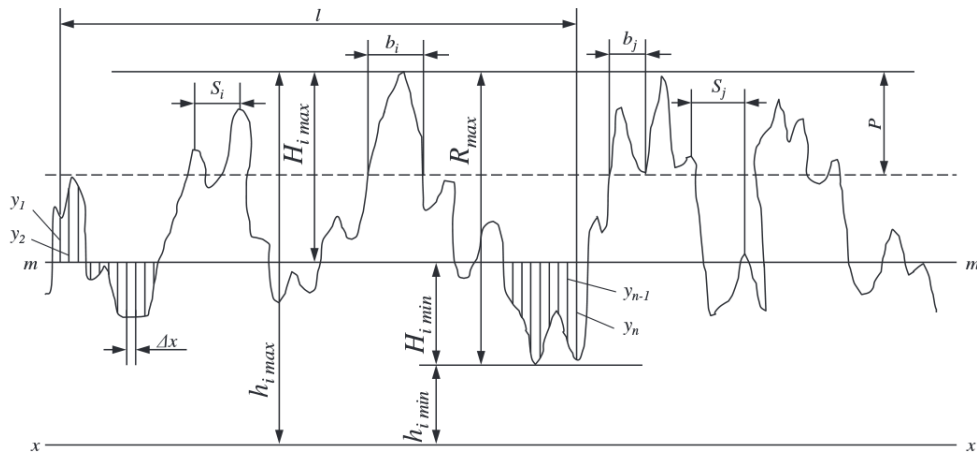


Figura 2.7: Perfil de rugosidade obtido com ensaio de perfilometria - adaptado de Gadelmawla *et al.* (2002).

dureza H e o módulo de elasticidade E utilizando um coeficiente de Poisson de 0,25. Seus resultados indicam que H e E decrescem da superfície do esmalte para a junção esmalte-dentina em média de $4,6GPa$ a $3,4GPa$ (redução de 26%) e de $91,1GPa$ a $66,2GPa$ (redução de 27%), respectivamente. Comparando os valores e as tendências de H e E dos segundo-molares com o terceiro-molar, concluíram que há similaridade entre as propriedades superficiais destes dois tipos de dentes.

2.2 Superfícies rugosas

2.2.1 Perfil de rugosidade

A avaliação da topografia de uma superfície não implica apenas na medição dos perfis e sim na atribuição de um valor numérico que dê ao usuário informações universalmente aceitáveis e significativas sobre ela. A seleção dos parâmetros de superfície deve ser feita tendo-se em mente que eles devem refletir a diferença entre duas superfícies distintas e ser sensíveis às propriedades em estudo, como por exemplo, em relação ao contato.

Uma das maneiras conhecidas para se extrair os parâmetros de textura superficial de uma superfície rugosa é a realização do ensaio de perfilometria, que consiste em deslizar uma agulha fina sobre a superfície e converter o deslocamento vertical dessa agulha em um perfil da superfície, como o mostrado na Figura 2.7, onde

- m - Linha média entre as alturas dos picos e vales, de forma que a superfície que

se encontra acima dessa linha é considerada como formada por picos e abaixo por vales. Neste trabalho, aos picos denominam-se asperezas;

- y_i - Altura de cada aspereza;
- l - Comprimentos de amostragem, é o alcance máximo da agulha do perfilômetro na superfície;
- H_{imax} - Altura da maior aspereza;
- H_{imin} - Profundidade do maior vale;
- R_{max} - Deslocamento vertical máximo da agulha do perfilômetro;
- S_i - Espaçamento médio entre os picos;
- Δx - Intervalo de medição das alturas da superfície pelo perfilômetro;

Sobre o perfil obtido é realizado um tratamento ou filtragem da superfície, a fim de se estabelecer quais asperezas representam a rugosidade e quais representam as ondulações e os erros de forma. Desconsiderando as duas últimas, obtém-se o perfil de rugosidade. A partir desse perfil, uma linha média é traçada e as alturas das irregularidades podem ser calculadas em relação a ela (Figura 2.8).

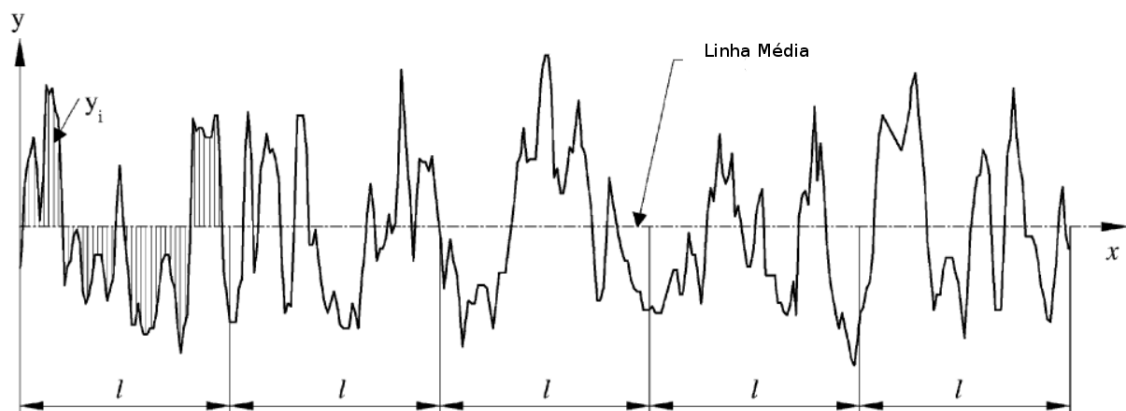


Figura 2.8: Perfil de rugosidade com a Linha Média, adaptado de Gadelmawla *et al.* (2002).

2.2.2 Parâmetros de textura superficial

A forma de quantificar a rugosidade da superfície é definir e medir os parâmetros que a caracterizam, sendo que os abordados nesse trabalho foram a rugosidade média (**Ra**) e a curvatura média quadrática dos picos (**Rsc**), coeficiente de assimetria (**Rsk**) e coeficiente de achatamento (**kurtosis**).

A Rugosidade média (**Ra**) representa a rugosidade média do perfil, fornecendo assim uma aproximação geral dos valores das alturas das asperezas ao decorrer de toda a superfície analisada, ou seja, a que foi percorrida pela agulha do perfilômetro. É definida como a média aritmética dos valores absolutos da superfície acima e abaixo da linha média, medidos em micrômetros (μm). Pode ser calculada de acordo com a equação 2.1.

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y(x)| dx \quad (2.1)$$

A Rugosidade média quadrática (**Rq**) representa o desvio padrão da distribuição de alturas no decorrer da superfície. É importante para descrever a rugosidade da superfície por métodos estatísticos, sendo este mais sensível às pequenas variações no perfil, se comparado ao **Ra**, rugosidade média. Pode ser calculado de acordo com a equação 2.2

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l y(x)^2 dx} \quad (2.2)$$

A curvatura média quadrática dos picos (**Rsc**) mede o quão arredondados são os picos que compõem a superfície. É obtida através da média aritmética dos valores da curvatura de cada aspereza. A curvatura é a medida inversa ao raio das mesmas, ou seja, quanto mais arredondados forem os picos, menor será o valor de *Rsc*. Nesta dissertação, por motivos técnicos, esse parâmetro será chamado de *Kp* daqui para frente. Para equacionarmos tal parâmetro podemos denominar o raio de cada aspereza como r_i , logo a curvatura de cada uma delas será $\frac{1}{r_i}$. Na equação 2.3, temos a formulação matemática para quantificarmos o parâmetro de textura superficial em questão:

$$K_p = \frac{1}{l \sum_{i=1}^n r_i} \quad (2.3)$$

2.2.2.1 Curva de distribuição de alturas das asperezas

A abordagem clássica de descrição de uma superfície a partir do perfil digitalizado consiste na construção de um histograma de alturas, que é um gráfico que registra o número de pontos captados, localizados entre cada fração de altura. De modo similar, se constrói a curva de material (Abbott e Firestone, 1933), registrando-se o número acumulado de pontos encontrados acima (ou abaixo) de uma determinada altura (Figura 2.9).

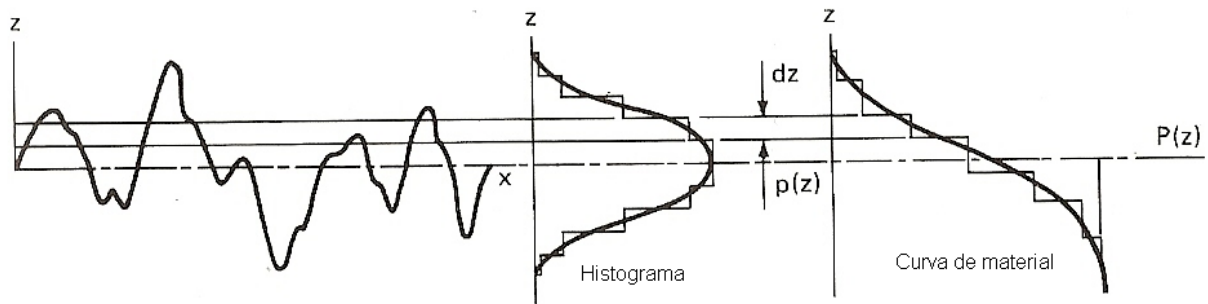


Figura 2.9: Histograma e curva de material a partir de uma distribuição de alturas (Bhushan, 2002).

O histograma, que é uma distribuição de frequência, pode, através de estatística elementar (Montgomery e Runger, 2003), ser aproximado de uma função de densidade de probabilidade $\phi(z)$ tal que:

1. $\phi(z) \geq 0$;
2. $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) dz = 1$;
3. Probabilidade $P(a \leq z \leq b) = \int_a^b \phi(z) dz =$ área sob $\phi(z)$ de a a b para quaisquer a e b .

Desta forma, se denotarmos por $\phi(z)$ a probabilidade da altura de um determinado ponto na superfície situar-se entre z e $z + dz$, então a probabilidade deste ponto encontrar-se acima de z é dada pela função de distribuição cumulativa $\Phi(z)$, que tem uma forma bastante semelhante à curva de material, e é definida por:

$$\Phi(z) = \int_z^{\infty} \phi(z) dz \quad (2.4)$$

A forma da função de densidade de probabilidade oferece informações importantes sobre a superfície e pode ser expressa em termos dos momentos da função definidos por:

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} z^n \phi(z) dz \quad (2.5)$$

onde m_n é chamado de n-ésimo momento da função. O zero-ésimo momento ($n = 0$) é igual a 1 e primeiro momento é igual a m , valor médio da função $z(x)$. Os momentos em torno da média são chamados de momentos centrais e são definidos por:

$$m_n^c = \int_{-\infty}^{\infty} (z - m)^n \phi(z) dz \quad (2.6)$$

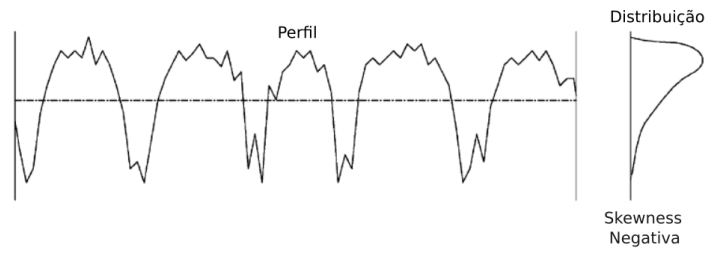
O segundo momento central representa a variância da função s^2 , sendo que s é o desvio padrão. O terceiro momento central normalizado, Rsk , representa o coeficiente de assimetria ou *skewness* da curva em torno da média equação (2.7). Se este valor for próximo de zero, a distribuição é simétrica, se for positivo a distribuição é assimétrica à direita e se for negativo, assimétrica à esquerda. A Figura 2.10 mostra a curva de distribuições das asperezas para *skewness* negativa e positiva. Já a Figura 2.11 mostra a diferença entre duas superfícies através dos seus perfis. A primeira com *skewness* negativa (Figura 2.11 (a)), representa superfícies do tipo platô e vales mais profundos. Já a segunda, com *skewness* positiva (Figura 2.11 (b)), representa superfícies com predominância de picos e vales de pouca profundidade.

$$Rsk = \frac{1}{s^3} \int_{-\infty}^{\infty} (z - m)^3 \phi(z) dz \quad (2.7)$$

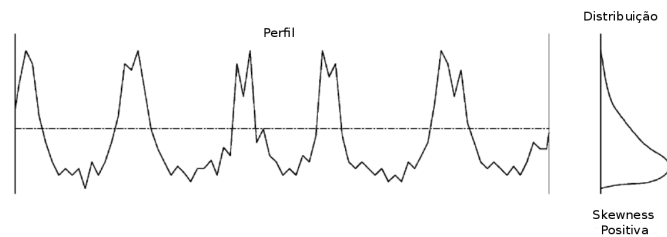
O quarto momento central normalizado representa o coeficiente de achatamento ou *kurtosis*, Rku , uma medida da dispersão da função que caracteriza o achatamento ou afunilamento da curva equação (2.8). Quanto maior este valor, mais afunilada ela se apresenta. Na Figura 2.12 tem-se a distribuições das alturas para valores baixos e altos do coeficiente de achatamento e na Figura 2.13 é apresentado os perfis de rugosidade para superfícies com as mesmas características.

$$Rku = \frac{1}{s^4} \int_{-\infty}^{\infty} (z - m)^4 \phi(z) dz \quad (2.8)$$

Tem sido observado que muitas superfícies reais exibem uma distribuição de altura

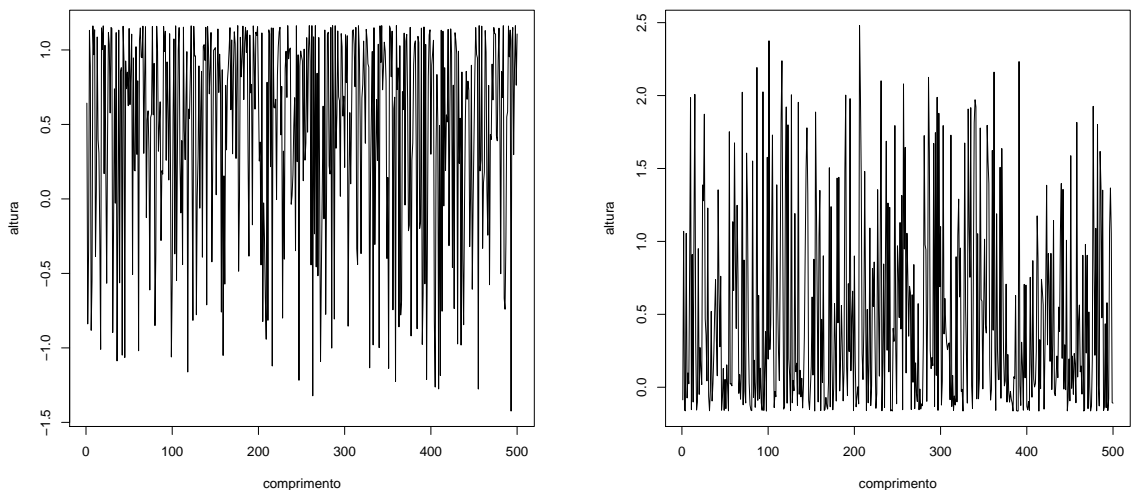


(a) Curva de distribuição das alturas com valor negativo de *skewness*.



(b) Curva de distribuição das alturas com valor positivo de *skewness*.

Figura 2.10: Curvas de distribuições das alturas para valores negativos e positivos *skewness* (*Rsk*).



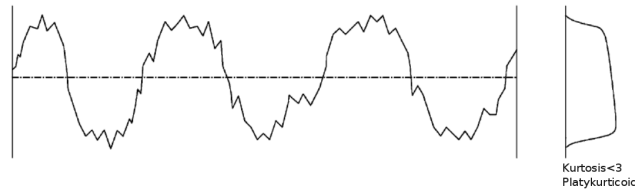
(a) Perfil de uma superfície com *skewness* negativa ($Rsk = -1.0$).

(b) Perfil de uma superfície com *skewness* positiva ($Rsk = 1.0$).

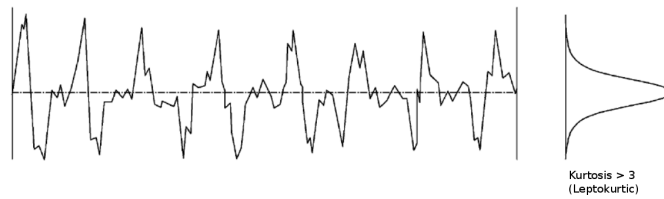
Figura 2.11: Perfis de superfícies para *skewness* (*Rsk*) negativa e positiva.

próxima à função de probabilidade Gaussiana ou normal :

$$\phi(z) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(z - m)^2}{2s^2} \right] \quad (2.9)$$

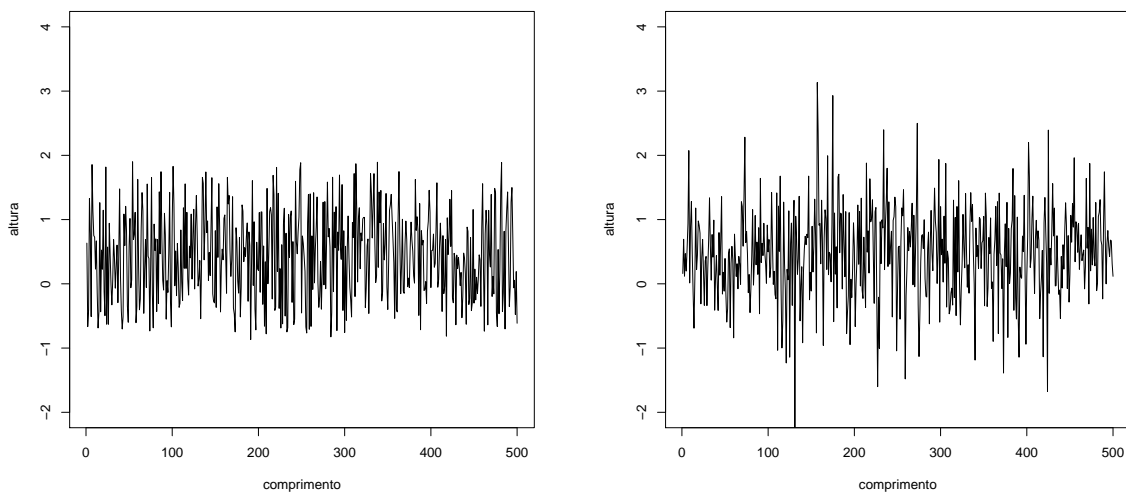


(a) Curva de distribuição das alturas com valor pequeno de *kurtosis*.



(b) Curva de distribuição das alturas com valor grande de *kurtosis*.

Figura 2.12: Curvas de distribuições das alturas para valores pequenos e grandes de *kurtosis* (Rku).



(a) Perfil de uma superfície com *kurtosis* mínima ($Rku = 2.0$).

(b) Perfil de uma superfície com *kurtosis* máxima ($Rku = 6.0$).

Figura 2.13: Perfis de superfícies para *kurtosis* (Rsk) máximas e mínimas.

onde s é o desvio padrão e m é a altura média das asperezas. Esta função apresenta coeficiente de assimetria Rsk igual a zero, ou seja, é uma função simétrica. Além disso, tem coeficiente de *kurtosis* Rku igual a 3. A Figura 2.14 apresenta um exemplo de uma

distribuição Gaussiana.

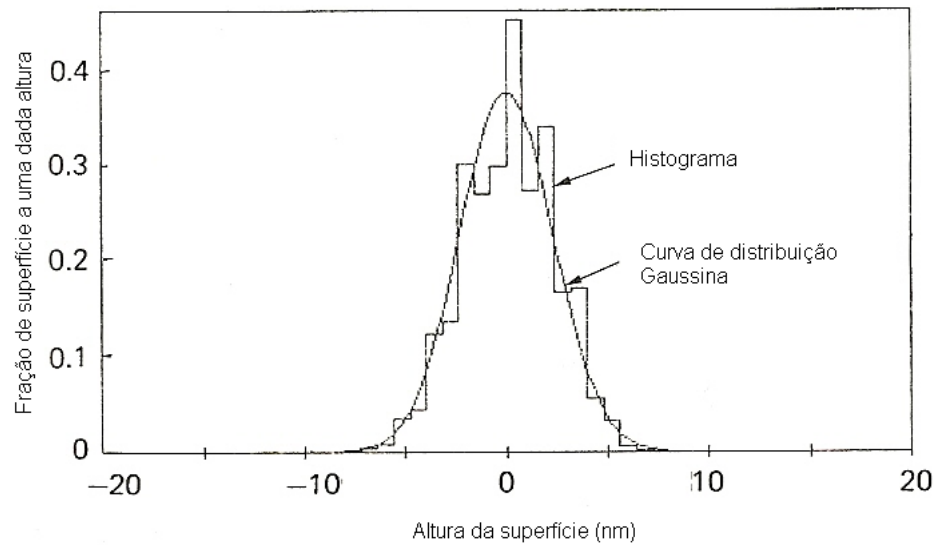


Figura 2.14: Exemplo de uma curva de distribuição Gaussiana - retirado de Bhushan (2002).

2.3 As curvas de Pearson

Ao se tentar descrever fenômenos financeiros ou físicos e analisá-los graficamente, é comum o uso de distribuição normal, ou distribuição gaussiana. Porém o que caracteriza uma distribuição gaussiana ou não são seus quatro momentos principais (média, variância, *skewness* e *kurtosis*). Além de determinar se a função de distribuição é do tipo gaussiana, com esses parâmetros consegue-se equacioná-la. Existem sete distintos tipos de distribuições que juntas formam o que se denomina família de distribuições de Pearson, que se originou com o matemático inglês Karl Pearson em 1895 (Lahcene, 2013). As curvas pertencentes a esse grupo de funções de distribuição são numeradas de I a VII, sendo as curvas do tipo I, IV e VI consideradas “os principais tipos”, os tipos II e VII são chamados “tipos de transição” e os demais são casos especiais (Lahcene, 2013). Para se distinguir o tipo da curva de distribuição entre as sete possíveis, Pearson, propôs dois parâmetros adimensionais, β_1 e β_2 , conforme ilustrado pela equação 2.10, relacionados aos quatro momentos (μ_1 - média, μ_2 - variância, μ_3 - *skewness*, μ_4 - *kurtosis*), já citados anteriormente.

O gráfico representado pela Figura 2.15 mostra como é a relação entre os distintos

tipos de curvas e os dois parâmetros dimensionais, exibindo a região que cada um desses tipos ocupa no plano. É nesse mesmo gráfico que fica evidente a supremacia dos tipos I, IV e VI, por isso, denominados tipos principais. Tal afirmação é válida já que observa-se que juntos esses três tipos de curva ocupam quase toda a área do plano $\beta_1 \times \beta_2$. As curvas do tipo I pertencem à região delimitada pelas linhas **a** e **b**, já os pontos (β_1, β_2) que se estendem ao decorrer da linha **b**, são pontos que representam as curvas do tipo III. As linhas **b** e **c**, por sua vez, delimitam a região em que se encontram as curvas do tipo VI, a área acima dessa última linha, representa as curvas do tipo IV. Semelhante às curvas do tipo III, as curvas do tipo V também estão localizadas no plano por pontos sobre uma única linha no gráfico, linha **c**. Esta última linha também é importante para delimitar inferiormente a região formada pelas curvas do tipo IV. Quando o valor do β_1 é zero ($\beta_1 = 0$), há três possíveis tipos de curvas: as curvas do tipo II, para valores inferiores de β_2 , as curvas do tipo VII, para maiores valores de β_2 e, além disso, é nessa mesma reta que encontra-se a distribuição normal, que por sua vez, acontece quando o β_2 é três ($\beta_2 = 3$), representada no plano pela letra **N**.

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^2} \quad \beta_2 = \frac{\mu_4^2}{\mu_2^2} \quad (2.10)$$

A função de densidade de probabilidade de Pearson, $f(x)$, é representada por qualquer solução válida da equação diferencial 2.11.

$$\frac{df(x)}{dx} + \frac{a + (x - \lambda)}{d(x - \lambda)^2 + c(x - \lambda) + b} = 0, \quad \text{onde: } \begin{cases} b = \frac{4\beta_2 - 3\beta_1}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18} \mu_2, \\ a = c = \sqrt{\mu_2} \sqrt{\beta_1} \frac{\beta_2 + 3}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18}, \\ d = \frac{2\beta_2 - 3\beta_1 - 6}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18} \end{cases} \quad (2.11)$$

Como resolução da equação diferencial 2.11, temos as funções $f(x)$ equacionadas de 2.12 a 2.18. Na Figura 2.16 são visíveis as características de cada distribuição.

A função de distribuição de Pearson Tipo I é dada por:

$$f(x) = k \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{m_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{m_2}, \quad \text{onde: } \begin{cases} -a_1 < x < a_2; \\ m_1, m_2 > 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

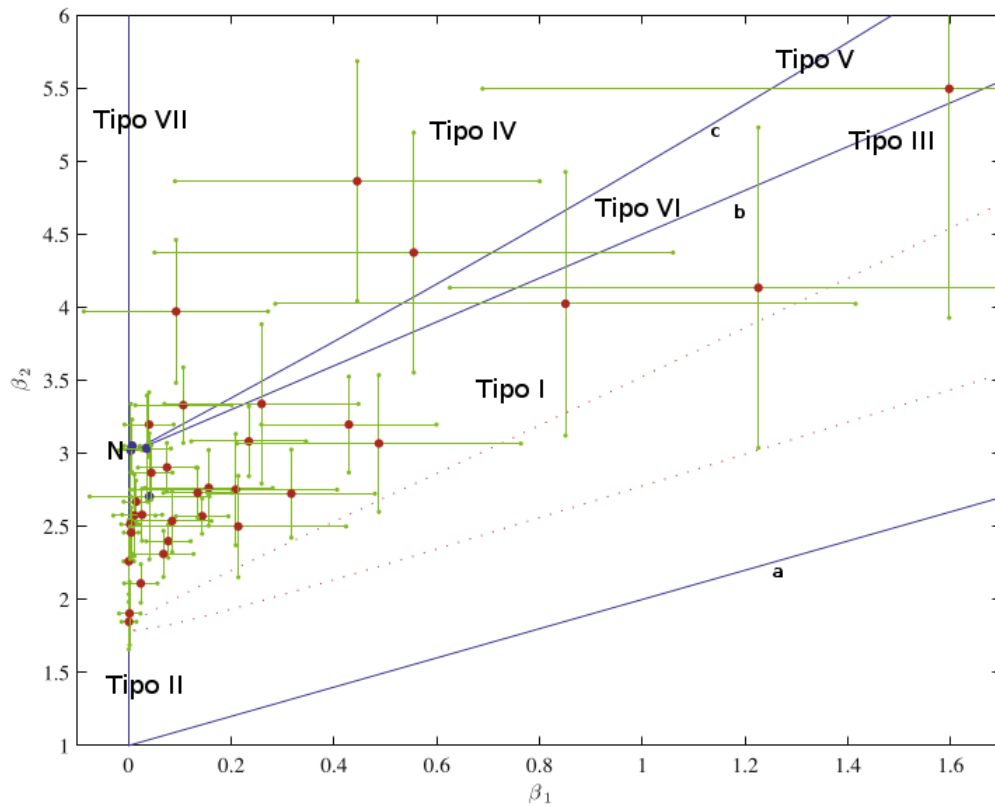


Figura 2.15: Localização das funções Pearson de distribuição no plano $\beta_1 \times \beta_2$ - adaptada de Vidojevic (2014)

A função de distribuição de Pearson Tipo II é dada por:

$$f(x) = k \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^m, \quad \text{onde:} \begin{cases} -a < x < a; \\ m > -1. \end{cases} \quad (2.13)$$

A função de distribuição de Pearson Tipo III é dada por:

$$f(x) = k \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{\mu a} \exp^{-\mu x}, \quad \text{onde:} \begin{cases} -a < x < +\infty; \\ \mu, a > -1. \end{cases} \quad (2.14)$$

A função de distribuição de Pearson Tipo IV é dada por:

$$f(x) = k \left(1 + \frac{x^2}{a^2}\right)^{-m} \exp^{-\mu \arctan \frac{x}{a}}, \quad \text{onde:} \begin{cases} -\infty < x < +\infty; \\ a, \mu, m > 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

A função de distribuição de Pearson Tipo V é dada por :

$$f(x) = kx^{-p} \exp -\frac{\alpha}{x}, \quad \text{onde: } \begin{cases} 0 < x < \infty; \\ \alpha > 0 \\ p > 1. \end{cases} \quad (2.16)$$

A função de distribuição de Pearson Tipo VI é dada por :

$$f(x) = kx^{-p}(x - a)^q, \quad \text{onde: } \begin{cases} a < x < \infty; \\ p < 1; \\ q > 1; \\ p > q - 1. \end{cases} \quad (2.17)$$

Finalmente, a função de distribuição de Pearson Tipo VII é dada por:

$$f(x) = k \left(1 + \frac{x^2}{a^2}\right)^{-m}, \quad \text{onde: } \begin{cases} -\infty < x < \infty; \\ m > \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (2.18)$$

2.4 Modelos estatísticos de contato

O contato entre dois corpos constituídos de superfícies rugosas acontece quando uma micro-aspereza encontra-se com a outra, a exemplo da Figura 2.17. É evidente a importância de se conhecer o perfil de rugosidade dessas superfícies. Quando esse é desprezado, pode-se encontrar erros grosseiros na avaliação da pressão de contato, já que a área de contato real é menor que a área de contato nominal, que ocorre no contato entre superfícies lisas.

Um modelo de mecânica de contato depende da maneira como as superfícies rugosas são descritas matematicamente. As asperezas na superfície aparecem de forma aleatória, e, portanto, a geometria não deformada dos corpos em contato não pode ser descrita de maneira determinística (Ciulli *et al.*, 2008). Logo, é através de análise estatística que os parâmetros necessários são adquiridos.

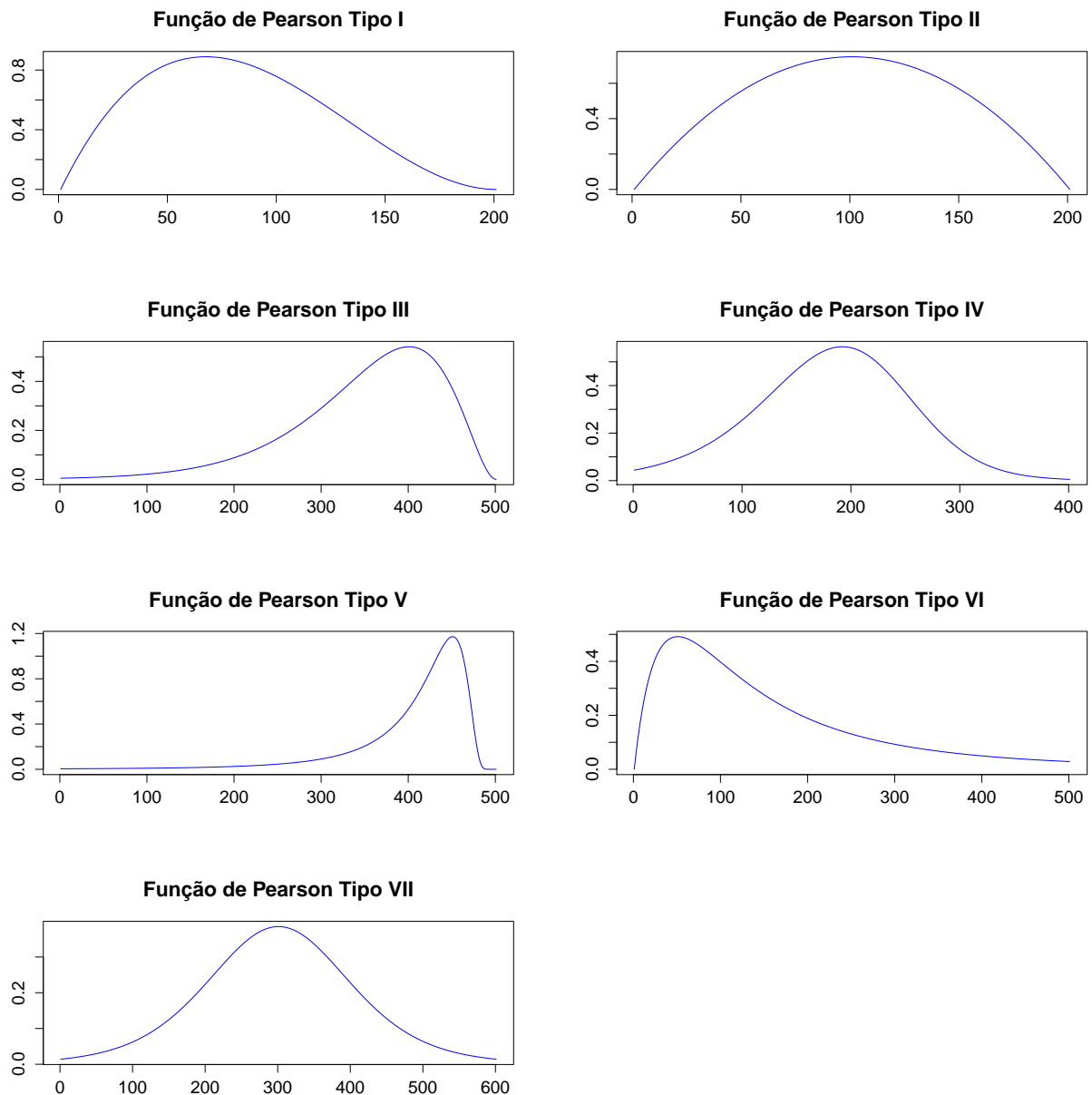


Figura 2.16: Características das distintas curvas de Pearson para os diferentes tipos de distribuições.

2.4.1 Modelagem geométrica

A partir do trabalho pioneiro de Greenwood e Williamson (1966), assume-se que as asperezas das superfícies têm a forma de semi-esferas ou parabolóides. Geram-se modelos axissimétricos de uma série de asperezas, chamadas de asperezas principais, com diferentes alturas individuais z_i , na forma de colinas de cosseno, como visto na equação 2.19:

$$z(x, y) = z_i \cos(xK_p) \cos(yK_p) \quad (2.19)$$

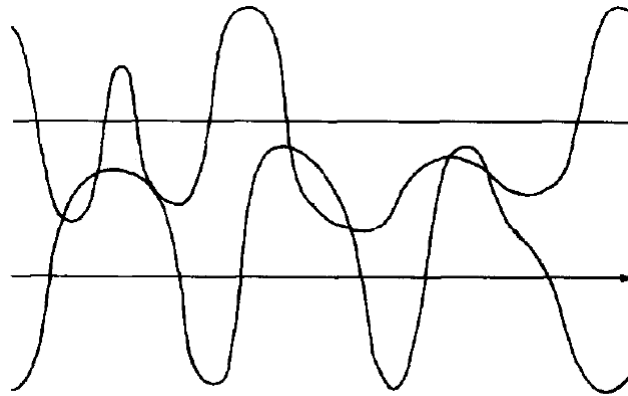


Figura 2.17: Contato de Micro-Asperezas, modificado de Francis (1977)

onde K_p é a curvatura média das asperezas.

2.4.2 Análise do contato

Um primeiro passo na caracterização de propriedades tribológicas é o conhecimento das forças de contato em superfícies sólidas durante o contato. Para materiais elastoplásticos, já que uma solução analítica não é possível, é necessário desenvolver modelos numéricos para resolver o problema de contato.

A fim de analisar o contato de tais superfícies, pode-se adotar como simplificação a simulação das asperezas quando essas são amassadas por um plano rígido, conforme a Figura 2.18 ilustra.

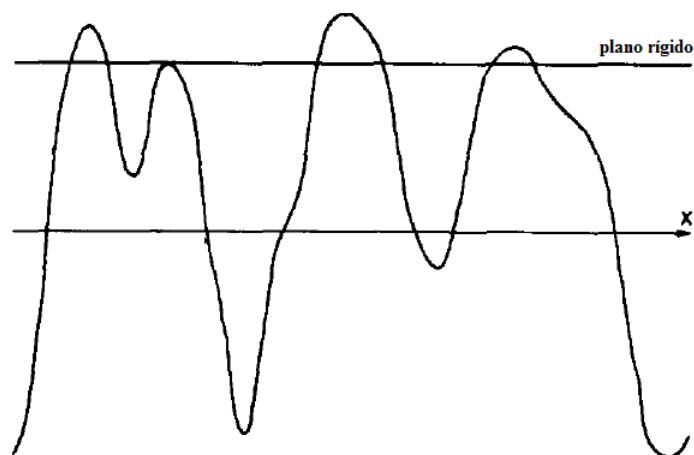


Figura 2.18: Plano Rígido em contato com as asperezas, modificado de Francis (1977).

Tworzydło *et al.* (1998) propuseram um modelo de interfaces de contato baseados em asperezas, para os quais os seguintes passos são seguidos:

- Obtenção, através do ensaio de perfilometria, do perfil da superfície rugosa;
- Cálculo dos parâmetros estatísticos que caracterizam a superfície, como a média e o desvio padrão das alturas, bem como a curvatura das asperezas;
- Cálculo da função de densidade de probabilidade que representa a distribuição das asperezas da superfície de diferentes alturas e curvaturas dos picos (Fysh *et al.*, 1990);
- Análise, por elementos finitos, do micro-contato para cada aspereza principal em contato com um plano rígido, como uma analogia ao ensaio de dureza, onde a ponta do penetrador é quase lisa;
- Homogeneização: a partir das respostas obtidas para cada micro-asperezas obter a resposta para a superfície como um todo.

Neste trabalho considera-se que o atrito vem de forças adesivas entre as superfícies em contato deslizante e de sua rigidez mecânica na micro-escala. No último caso, os mecanismos dominantes de dissipação de energia são a deformação plástica e a fratura frágil. A força de atrito total F é a soma da força necessária ao cisalhamento das junções formadas, F_a , e a força necessária para fornecer energia de deformação às asperezas em contato, F_d .

A partir das micro-respostas $X(z_i, K)$ obtidas nas etapas anteriores (onde X pode ser força ou pressão de contato, área real de contato, *etc*), a estimativa dos valores homogeneizados para macro-contato $E^*(X)$ esperados na interface podem ser estimados através da integração numérica Pottirayil *et al.* (2010):

$$E^*(X) = N \int_{-\infty}^{\infty} X(z_i, K) \phi(z_i) dz_i, \quad (2.20)$$

onde N é o número de asperezas na interface, e $\phi(z_i)$ são as frequências de cada aspereza principal, com alturas z_i em contato com o plano rígido.

3 MÉTODOS

A implementação computacional do modelo estatístico de contato entre uma superfície rugosa e um plano rígido envolve três etapas. A primeira constitui-se do desenvolvimento de uma rotina para geração numérica de superfícies, baseada na curva de distribuição de alturas das asperezas, utilizando como referência a faixa de valores encontradas experimentalmente. A segunda etapa consiste na elaboração de um *script* acoplado a um programa de elementos finitos, que automatiza a análise dos microcontatos em cada aspereza principal, levando-se em conta suas altura e a curvatura, obtendo-se as respostas locais de força e área de contato em função da indentação do plano. Finalmente, tem-se o procedimento de homogeneização dos resultados esperados para a superfície e a análise paramétrica do conjunto de dados gerado. O fluxograma apresentado na Figura 3.1 apresenta os passos mencionados.

3.1 Geração numérica de superfícies

As faixas de valores dos cinco parâmetros de textura superficial adotados para a análise nesse trabalho, R_a , R_q , RSK , RKU e K_p , foram definidas com base nos dados de um estudo descritivo observacional transversal, aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Juiz de Fora, sob o parecer número 2450.190.2011. O consentimento de participação dos pacientes foi registrado em termo assinado anteriormente à execução da pesquisa (Bonato *et al.*, 2015). A composição da amostra contou com a participação de mulheres pertencentes à faixa etária compreendida entre 20 e 50 anos (Ahlberg *et al.*, 2002). Os critérios de inclusão da pesquisa basearam-se na ausência de doenças sistêmicas (como diabetes, artrite, fibromialgia e outras), não fazer uso de fármacos. Como inibidores seletivos da receptação de serotonina, catecolaminas, anfetaminas, dopaminas, cafeína, antidepressivos tricíclicos, fenilalanina, agonista da serotonina, antipsicóticos e ansiolíticos (como os Benzodiazepínicos), além de relaxantes musculares, não estar sob terapia ortodôntica e/ou para DTM e possuir todos os dentes (com exceção dos terceiros molares).

Foram moldadas réplicas parciais da arcada superior, devendo envolver a região do

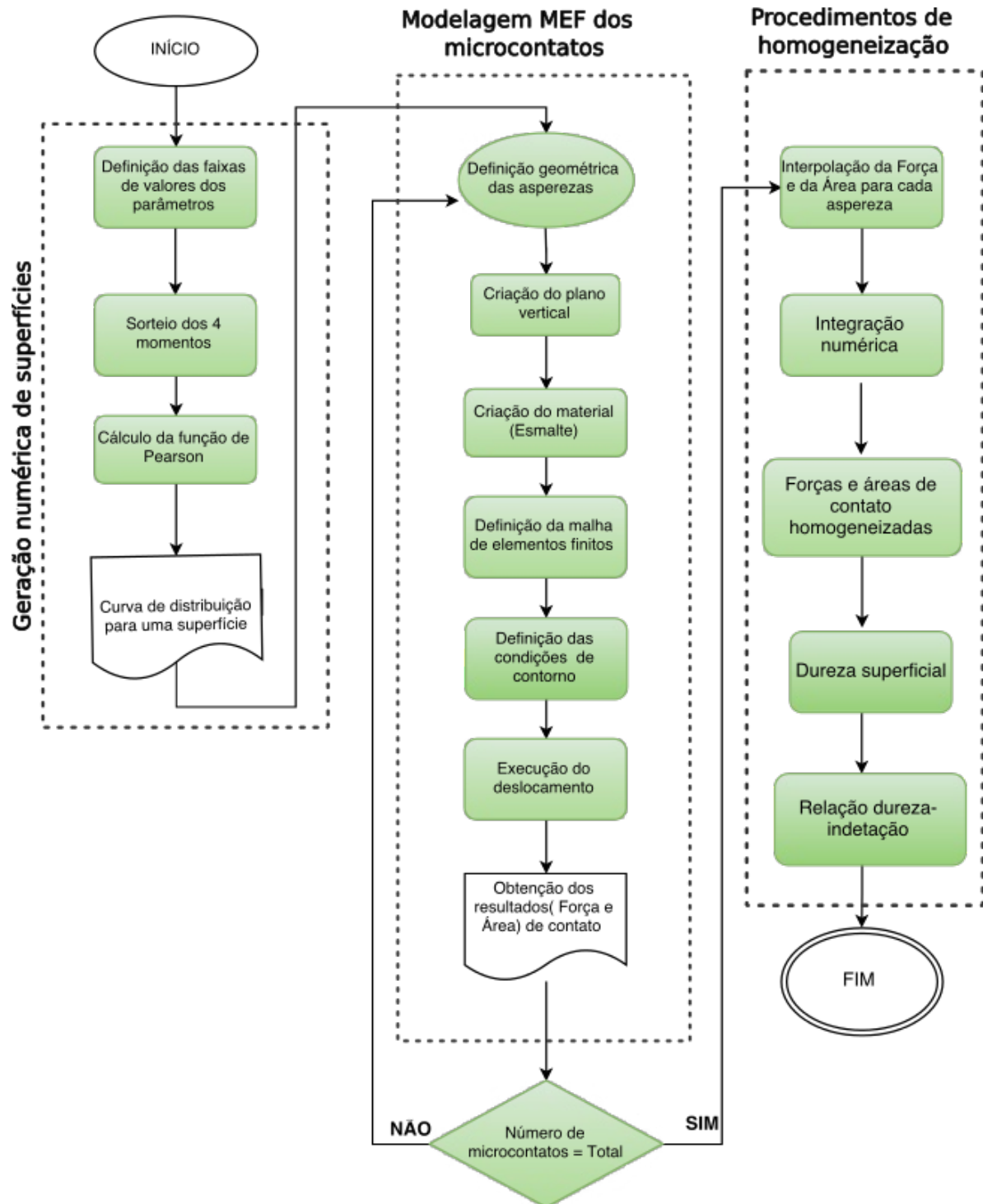


Figura 3.1: Fluxograma: etapas que compõem o método do trabalho.

canino superior do lado direito aos incisivos central e lateral também do lado direito (utilizando para isso uma moldeira parcial perfurada). A moldagem foi realizada utilizando a Silicona de Adição (President®), e as réplicas positivas, utilizando resina Flow (3M). Aguardou-se por duas horas para a fase de cura, destacando a réplica da moldeira. As participantes da pesquisa foram moldadas por um período de 45 dias,

Tabela 3.1: Intervalos discretos dos parâmetros da superfície.

Descrição	Variável	Valores
Rugosidade média	Ra	[0, 0, 0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0, 7, 0, 8, 0, 9, 1, 0]
Rugosidade média quadrática	Rq^2	[0, 04, 0, 12, 0, 20, 0, 28, 0, 36, 0, 44, 0, 52, 0, 60, 0, 68, 0, 76, 0, 84, 0, 92, 1, 00]
Curvatura média quadrática	Kp	[0, 01, 0, 03, 0, 05, 0, 07, 0, 09, 0, 11, 0, 13, 0, 15, 0, 17, 0, 19, 0, 21, 0, 23, 0, 25]
Coefficiente de assimetria	RSK	[-1, 0, -0, 8, -0, 6, -0, 4, -0, 2, 0, 0, 0, 2, 0, 4, 0, 6, 0, 8, 1, 0]
Coefficiente de achatamento	RKU	[2, 0, 2, 4, 2, 8, 3, 2, 3, 6, 4, 0, 4, 4, 4, 8, 5, 2, 5, 6, 6, 0]

de 15 em 15 dias, obtendo três réplicas de cada paciente em cada visita. Após a obtenção da réplica, foi feito o corte da mesma, utilizando disco diamantado, centralizando a faceta desgastada de modo a obter uma amostra o mais plana possível. Em seguida, o embutimento da amostra em resina acrílica foi realizado, com o objetivo de facilitar o posicionamento da amostra em relação ao equipamento, evitando o seu movimento durante a medição. Para a análise da rugosidade superficial das amostras, foi utilizado o Rugosímetro Mitutoyo Surftest SJ-301 (Japão), onde um padrão relativo ao posicionamento da amostra e do braço do rugosímetro foi seguido, obtendo um contato apropriado da ponta do rugosímetro com a superfície a ser analisada. A medida da rugosidade foi realizada utilizando um filtro de rugosidade $0,05mm$, realizando cinco varreduras por amostra.

Os extremos encontrados por perfilometria foram utilizados na definição da faixa de variação dos parâmetros, dentro da qual se escolheram valores para a geração de superfícies aleatórias. Os intervalos discretos estão apresentados na Tabela 3.1.

O Algoritmo 1 mostra o desenvolvimento desse processo, responsável por sortear os cinco parâmetros que individualizam uma superfície, **Ra**, Rq^2 , **RSK**, **RKU** e **Kp**. Os quatro primeiros são responsáveis pela forma com que as asperezas estão distribuídas na superfície. Tratam-se de parâmetros de amplitude, que influenciam diretamente no tipo de distribuição de Pearson. Já a curvatura média dos picos, **Kp**, é um parâmetro híbrido. Esta etapa do trabalho foi desenvolvida na linguagem de programação R (R Core Team, 2014). A função `seq()` é responsável por gerar uma sequência regular de valores em um determinado intervalo.

Definida a sequência, a função `sample()` é responsável pela escolha de um número

aleatório dentro desse conjunto discreto que, ao invés de intervalos contínuos, resulta em maior facilidade para fazer análises, bem como um custo computacional reduzido.

Algoritmo 1: Sorteio dos Parâmetros das Superfícies

```

1 início
2   for  $i = 1$  to  $range(n_{superficie})$  do
3     Ra = sample(seq(0, 1, length=11))
4     Rq = sample(seq(0.04, 1, length=13))
5     RSK =sample(seq(-1, 1, length=11))
6     RKU =sample(seq(2, 6, length=21))
7     Kp = sample(seq(0.01, 0.25, length=25))
8   end for
9 fim

```

Após o sorteio dos parâmetros, o próximo passo é verificar em qual dos tipos das curvas de Pearson se encaixa a distribuição de alturas gerada pelos mesmos, como mostrado no Algoritmo 2. A função `pearsonFitM()` gera uma distribuição de Pearson (Heinrich, 2004) com os momentos que coincidem exatamente com os seus parâmetros de entrada: média, variância, *skewness* e *kurtosis* (representados pelo parâmetro *moments*). Com a função `rpearson()` são criados vários pontos (n_{points}), que pertencerão à essa curva. Denomina-se z_{max} a altura máxima do conjunto de pontos, que vai representar o pico de maior altura daquela superfície.

Na Tabela 3.2 é possível visualizar um exemplo de 10 superfícies com suas alturas máximas de picos. Já na Figura 3.2, observa-se a curva de distribuição de alturas para uma delas, especificamente a que contém os seguintes parâmetros sorteados: $(Ra, Rq, RSK, RKU) = (0.9, 0.68, 0.60, 0.54)$. Essa curva é uma Pearson do tipo IV.

No final desse procedimento, 2183 superfícies foram geradas, definidas por parâmetros aceitáveis dentro das características de superfície de esmalte dentário. Os dados armazenados, tal como na Tabela 3.2, foram utilizados na próxima etapa da modelagem dos microcontatos via método dos elementos finitos (MEF).

3.2 Modelagem via MEF dos microcontatos

Após a caracterização de uma superfície são gerados, os modelos em elementos finitos dos microcontatos entre cada aspereza principal e um plano rígido, para obtenção das respostas locais de força e área de contato em função da indentação do plano.

Tabela 3.2: Base de dados de um conjunto de 10 superfícies.

Média	Variância	Assimetria	Kurtosis	Curvatura	z_max
1,0	0,4624	0,4	3,0	0,05	4,0279056
0,6	0,0144	-0,6	5,4	0,07	1,3474693
0,5	0,5776	0,8	2,4	0,11	2,3293653
0,6	0,0784	-0,6	4,2	0,06	1,7056572
0,7	1,0000	0,2	4,4	0,10	9,0936092
0,8	0,4624	-0,6	5,0	0,14	5,0308250
0,2	0,4624	0,8	3,6	0,17	4,0424681
0,2	0,2704	-1,0	4,0	0,10	0,9928635
0,6	0,0016	0,0	3,4	0,02	0,8132633
1,0	0,2704	-1,0	6,0	0,25	2,8212049

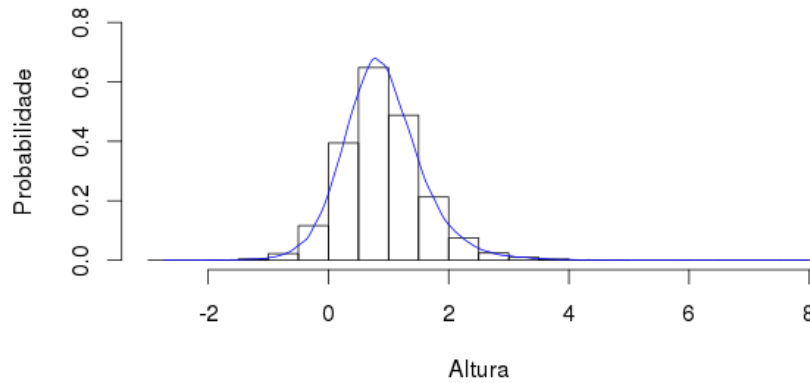


Figura 3.2: Curva de distribuição de alturas das asperezas em uma superfície.

Algoritmo 2: Geração da Curva de Pearson

```

1 início
2   for  $i = 1$  to  $range(n_{points})$  do
3     if  $pearsonFitM(moments)$  then
4        $v = rpearson(range(n_{points}, moments = moments))$ 
5        $z_{max} = (\max(v))$ 
6        $data = c(moments, kp = Kp, Zmax = z_{max})$ 
7     end if
8   end for
9   return data
10 fim

```

3.2.1 Descrição do programa ABAQUS

O software ABAQUS/CAE foi utilizado para a modelagem computacional do contato entre asperezas principais da superfície e um plano rígido. Os modelos mecânicos em

elementos finitos envolvem a geometria do problema, a atribuição das propriedades dos materiais envolvidos, aplicação do carregamento e das condições de contorno, a seleção das etapas pelas quais o problema deve passar e a geração das malhas de elementos finitos correspondentes aos corpos em questão. O programa possui também um pós processador que permite a visualização gráfica dos resultados. O fluxograma do programa pode ser visto na Figura 3.3.

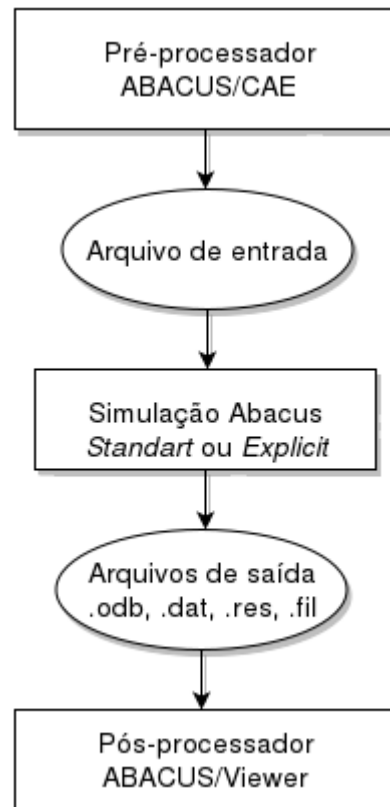


Figura 3.3: Esquema de como é o procedimento de uma simulação com o ABAQUS.

Para a definição da geometria do modelo, utiliza-se o módulo PART do ABAQUS, onde se constrói a *spline* que representa a parte superior da aspereza e as demais linhas que a delimitam. Cria-se um plano horizontal, de forma que sua posição inicial coincida com o topo da mais alta dentre as asperezas principais da superfície. Esse plano tem a função de “amassar” a aspereza e será deslocado na direção vertical para baixo na etapa de carregamento. Definem-se as propriedades mecânicas do material associadas ao regime elasto-plástico (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e tensão de escoamento) no módulo MATERIALS. A malha de elementos finitos é definida no módulo MESH. Por tratarem-se de modelos axissimétricos, utilizaram-se elementos bi-dimensionais lineares triangulares e quadrilaterais. O agrupamento de todas as parte é feito utilizando-se o

módulo ASSEMBLY e no módulo STEP são impostas as condições de contorno, de contato e de carregamento.

Ao gerar-se o arquivo de entrada de dados através da interface gráfica do ABAQUS/CAE, cada operação é registrada em um arquivo do tipo *script* (com terminação .jnl) em uma linguagem de programação orientada a objeto chamada Python. Esse arquivo pode ser acessado e modificado para atender às necessidades do usuário.

3.2.1.1 Interfaces de contato

O ABAQUS fornece diversas opções para a definição de problemas de contato, dentre elas: contato geral, contato entre pares e contato entre elementos. Neste trabalho, em que se analisou o contato entre um plano rígido (representando uma superfície muito mais dura do que a contra-face) e um corpo sólido deformável, representando uma aspereza, utilizou-se a formulação de contato entre pares. As superfícies interagem na direção normal, gerando resistência à penetração (Zavarise *et al.*, 2006).

Cada superfície é classificada como “mestre” ou “escrava”, sendo que a superfície mestre é a de maior dureza e a escrava é a que resistirá à penetração da mestre. Considerando o contato entre pares, deve-se checar a condição de penetração entre as superfícies, definindo a distância de cada nó da superfície escrava em relação à superfície mestre. Portanto, cada elemento de contato é constituído por um nó escravo e um segmento da superfície mestre, como pode ser observado na Figura 3.4.

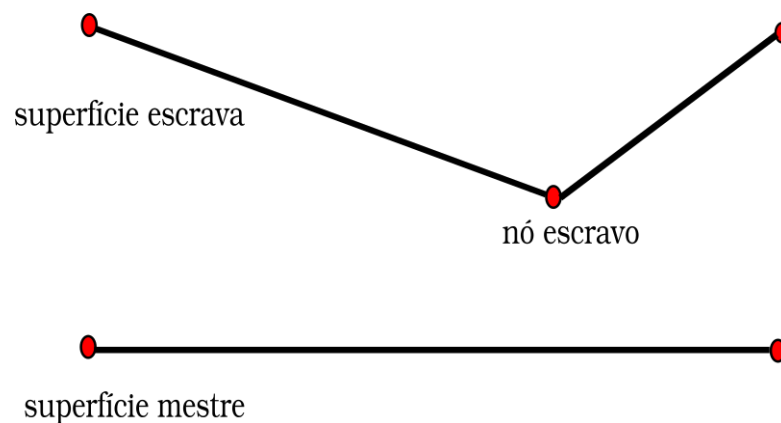


Figura 3.4: Geometria do elemento de contato diferenciando a superfície mestre da escrava.

Para cada nó escravo, primeiramente, é identificado o nó mestre mais próximo através

da função:

$$\min \| x_S - x_M^i \|, \quad (3.1)$$

onde x_S representa a atual coordenada do nó escravo e x_M^i representa a atual coordenada do nó mestre M_i .

Em seguida, todos os segmentos da superfície mestre são verificados para se encontrar qual deles está relacionado a esse nó mestre, ou seja, qual é o segmento mestre. Quando o segmento mestre é identificado, pode-se medir a distância do nó escravo a partir dele. Esta tarefa é realizada através do cálculo do produto escalar entre o vetor unitário normal ao segmento mestre, n , e o vetor \overline{AE} , conforme as Figuras 3.5 e 3.6, e pelo sinal desse produto, verifica-se se houve ou não penetração.

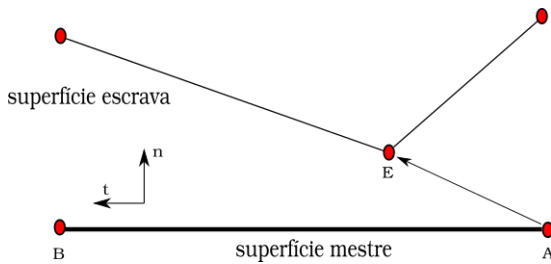


Figura 3.5: Superfícies mestre e escrava antes da penetração.

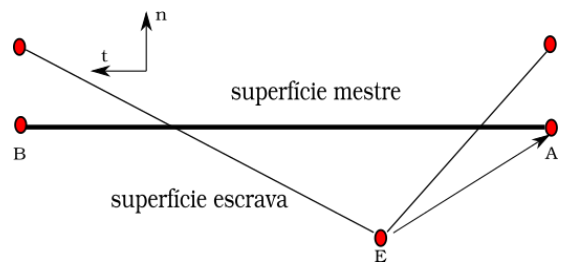


Figura 3.6: Superfícies mestre e escrava após a penetração.

Assim, os parâmetros geométricos (comprimento do segmento principal, o vetor unitários normal e tangencial, profundidade de penetração e o ponto de projeção no segmento mestre) necessários para calcular o termo de rigidez no contato, além das variáveis correspondentes à força de atrito, podem ser obtidos.

3.2.2 Parametrização dos scripts

Os comandos emitidos internamente pelo ABAQUS/CAE após cada operação são registrados em um arquivo do tipo *script* (com terminação .jnl) em Python. Este arquivo foi acessado e parametrizado, de acordo com as variáveis do problema, de forma a incluir, principalmente, um laço que repetisse as tarefas de modelagem, para as próximas superfícies que serão geradas, uma vez que todas são geometricamente semelhantes.

Foi definida uma função para geração automática da geometria da aspereza. Os modelos são axissimétricos, para os quais se desenha apenas a metade da seção

transversal. Calcula-se uma lista, z , com as coordenadas, de um dado número de pontos, n_{points} , localizados sobre a curva da aspereza, através da qual passará uma *spline*. Esse procedimento pode ser observado no Algoritmo 3, onde C é a altura da aspereza, k é a raiz quadrada da razão entre a curvatura média dos picos e a altura da aspereza e δ é a distância entre as abscissas dos pontos da *spline*. Posteriormente, cada coordenada é adicionada no final do vetor z , que ao final do laço de repetição contém todos os pontos por onde passará a *spline*.

Algoritmo 3: Definição Geométrica da Aspereza (n_{points}, C, k, δ)

```

1 início
2   result = [ ]
3   for i = 1 to range( $n_{points}$ ) do
4     abs = i *  $\delta$ 
5     cordn = C*np.cos(k*abs)
6     z = ( abs , cordn )
7     result.append(z)
8   end for
9   return result
10 fim

```

Na Figura 3.7 é possível visualizar o resultado final desse procedimento. Observe também a forma cossenoidal modelada no topo da aspereza, bem como a sua altura representada pela variável Z_p .

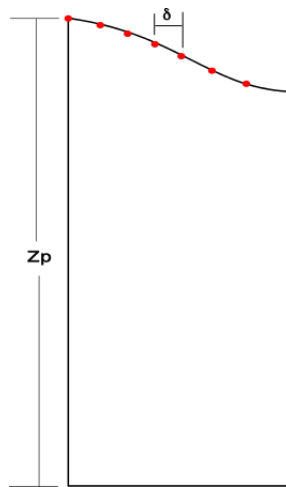


Figura 3.7: Exemplo geométrico de uma aspereza.

O procedimento adotado para a simulação foi o de se avaliar a deformação das asperezas quando achatadas por um plano rígido. A posição inicial do plano rígido, em

todos os modelos dos microcontatos, coincidiu com o topo da aspereza principal mais alta da superfície, tal como demonstrado na Figura 3.8. Foram realizadas análises somente para as asperezas principais cuja altura era suficiente para encostar no plano quando esse fosse deslocado até $0,6\mu m$.

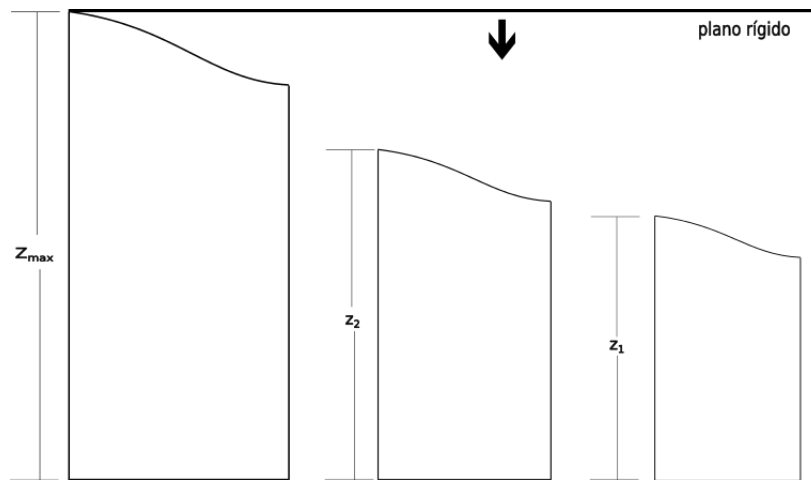


Figura 3.8: Posição inicial do plano rígido, em referência à aspereza principal de maior altura para a superfície.

Abaixo de cada aspereza, uma fração da sub-superfície do material foi construída com profundidade de $20\mu m$ e com as mesmas propriedades físicas da superfície (módulo de elasticidade $E = 90GPa$, tensão de escoamento $\sigma = 2GPa$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$). Foi utilizada a malha não-estruturada com elementos triangulares lineares (sob a curva das asperezas) e elementos quadrilaterais lineares (na sub-superfície do material) como mostrado na Figura 3.9. A malha foi definida desse modo pois, refinar muito a malha na região que não entrará em contato com o plano rígido demanda um custo computacional alto e desnecessário, o que é exatamente o contrário da região que se encontra no topo da aspereza, onde a malha deve ser muito refinada a fim de se obter convergência dos resultados.

O contato foi resolvido pelo método de Lagrange, sem considerar a força de atrito. À superfície do plano rígido foram atribuídos elementos de contato mestres, enquanto que as superfícies das asperezas menores receberam elementos de contato escravos. O plano foi deslocado verticalmente para baixo através de pequenos incrementos, utilizando o processo automático do ABAQUS para aumentar a eficiência de tempo na solução do problema de contato, até se alcançar um deslocamento total de $0,6\mu m$. A cada indentação do plano rígido os elementos vão se sobrepondo, ocorrendo a planificação das asperezas,

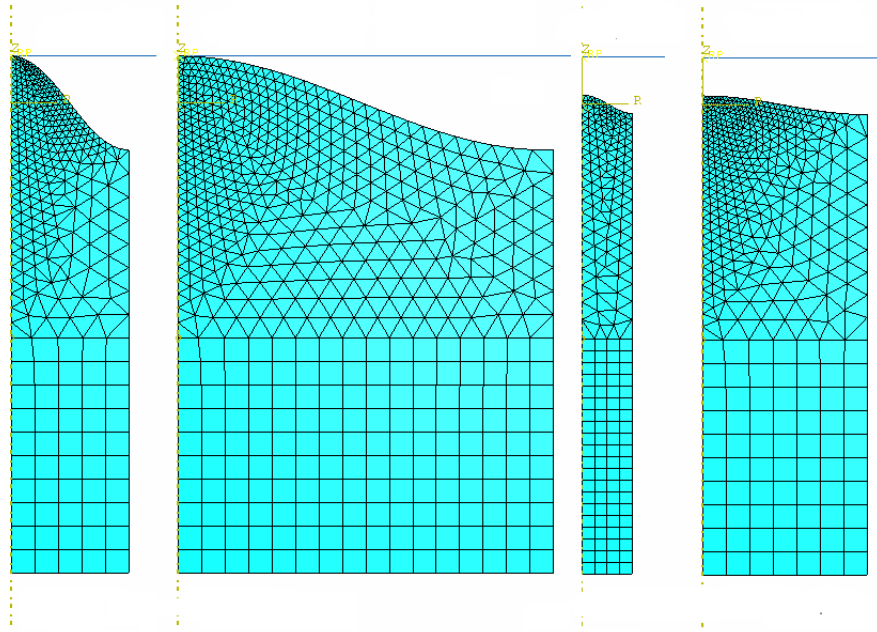


Figura 3.9: Malha de elementos finitos - asperezas da esquerda: $Z_p = 2\mu m$ onde a curvatura média da primeira superfície é $K_p = 0,8\mu m^{-1}$ e a segunda é $K_p = 0,08\mu m^{-1}$; asperezas da direita: $Z_p = 0,4\mu m$ e curvatura média da primeira superfície $K_p = 0,8\mu m^{-1}$ e da segunda é de $K_p = 0,08\mu m^{-1}$

como pode ser visualizado nas Figuras 3.10 e 3.11.

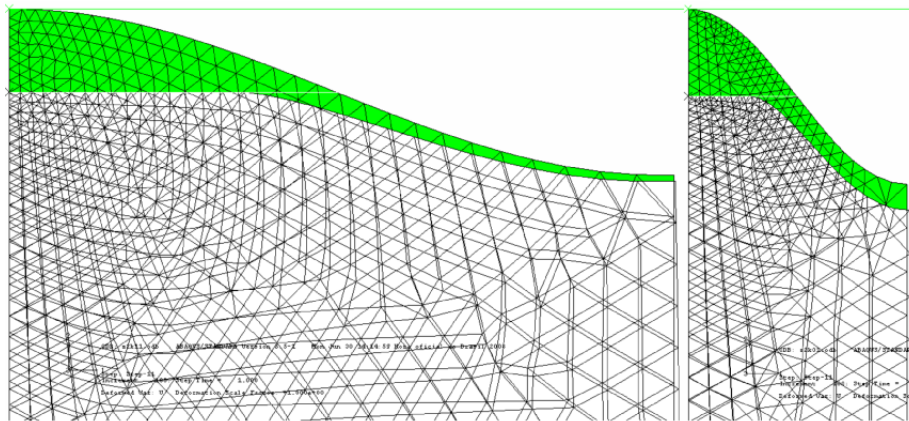


Figura 3.10: Malha deformada sobre malha não-deformada para duas asperezas de altura $Z_p = 0,4\mu m$, onde a primeira se localiza em uma superfície cuja curvatura média $K_p = 0,08\mu m^{-1}$ e a segunda localizada em uma superfície de curvatura média $K_p = 0,8\mu m^{-1}$.

A carga resultante de cada elemento foi considerada como a soma das reações em todos os nós em contato no momento considerado. As curvas de “carga-indentação” e “área-indentação” foram monitoradas a cada incremento, e os dados gravados em relatórios para a utilização na próxima etapa. Nas Figuras 3.12 e 3.13 pode-se observar o resultado para uma aspereza após a indentação total do plano. Os valores das tensões de Von Mises são

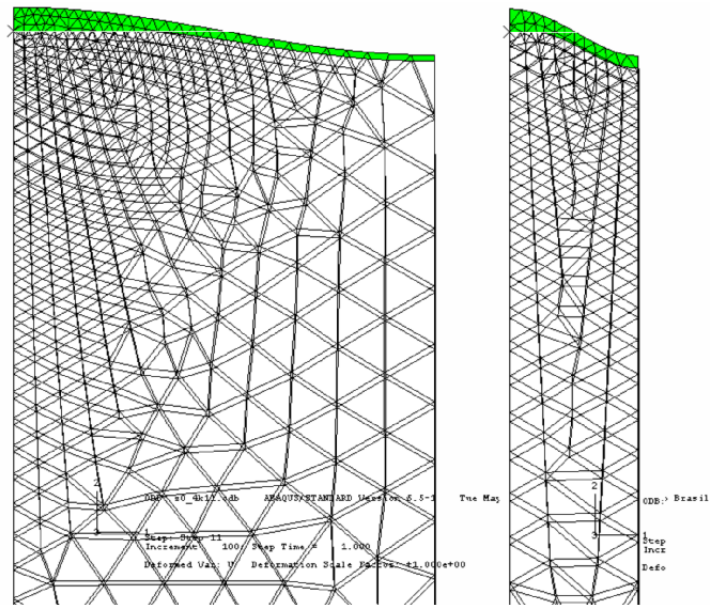


Figura 3.11: Malha deformada sobre malha não-deformada para duas asperezas de altura $Z_p = 2\mu m$, onde a primeira se localiza em uma superfície cuja curvatura média $K_p = 0,08\mu m^{-1}$ e a segunda localizada em uma superfície de curvatura média $K_p = 0,8\mu m^{-1}$.

exibidos nessa imagem, de acordo com a escala de cores, o que facilita a visualização das regiões da aspereza que tiveram maiores e menores deformações no processo de indentação. A modelagem via MEF é realizada para aproximadamente 25 asperezas principais de cada superfície.

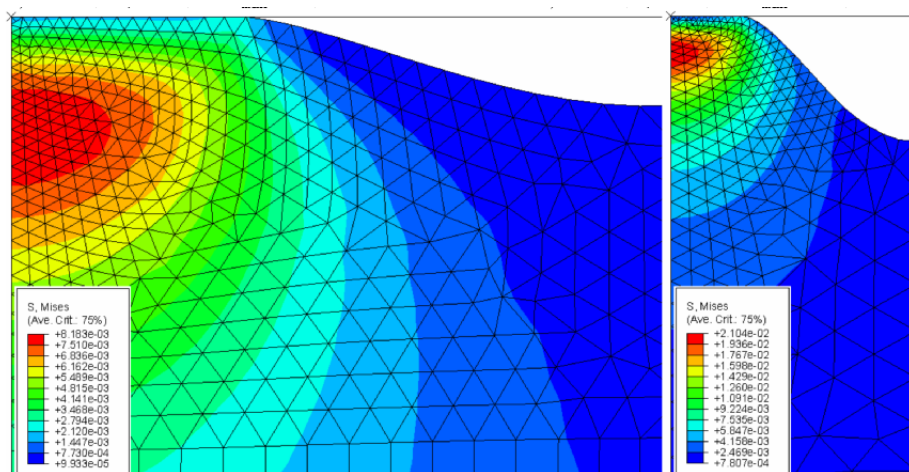


Figura 3.12: Valores da tensão para duas asperezas de altura $Z_p = 0,4\mu m$.

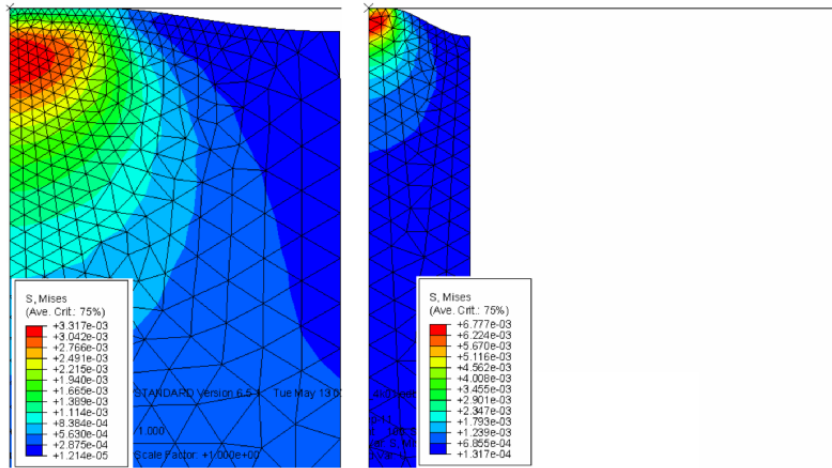


Figura 3.13: Valores da tensão para duas asperezas de altura $Z_p = 2\mu m$.

Tabela 3.3: Resultado ABAQUS para uma aspereza com altura $Z_p \simeq 6,62\mu m$.

RKU	Rq^2	Kp	RSK	Ra	Indentação	Área	Força
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,1449999	0,0	0,0
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,1905000	0,143050	0,000444
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,2360000	0,417581	0,001744
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,2473749	0,416409	0,002182
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,2587499	0,418672	0,002458
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,2758125	0,870555	0,003443
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,2928749	0,869281	0,004368
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,3099375	1,540516	0,005022
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,3355312	1,527389	0,007324
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,3611249	2,442203	0,008657
5,8	0,8464	0,22	-0,6	0,5	-0,3867187	2,426262	0,011454

3.3 Procedimentos de homogeneização

3.3.1 Algoritmos para processamento de dados

Após a gravação dos relatórios, gerados pelo ABAQUS, para todas as superfícies, o que se tem é um arquivo que contém a contribuição de cada aspereza principal. Por exemplo, a resposta obtida para a aspereza principal de altura $Z_p \simeq 6,62\mu m$ na superfície com rugosidade média $Ra = 0,5\mu m$, curvatura média dos picos $Kp = 0,22\frac{1}{\mu m}$, variância $Rq^2 = 0,8464\mu m$, coeficiente de assimetria $RSK = -0,6$ e *kurstosis* $RKU = 5,8$ pode ser vista na Tabela 3.3. Na sexta coluna encontram-se os valores de indentação, ou seja, o deslocamento que o plano efetuou em cada incremento de tempo; na sétima; a área de contato desenvolvida entre o plano rígido e a aspereza; e na oitava, a força necessária para deformar o pico.

O primeiro passo é a separação de cada superfície dentro desse conjunto de dados. O Algoritmo 4, recebe como entrada o relatório de saída do ABAQUS, representado pela variável Arq . Foi usada a função `levels()` do R para identificar os estratos para as cinco variáveis (Ra , Rq , RSK , RKU , Kp) sobre os quais os métodos serão aplicados. Já a função `aggregate()` (linha 8) agrupa os parâmetros (Ra , Rq , RSK , RKU , Kp), identificando cada superfície.

Algoritmo 4: Agrupando as Superfícies (Arq)

```

1 início
2   while !feof( $Arq$ ) do
3     levelsRa = levels(factor( $Arq_{Ra}$ ))
4     levelsRq = levels(factor( $Arq_{Rq}$ ))
5     levelsRskK = levels(factor( $Arq_{RSK}$ ))
6     levelsRku = levels(factor( $Arq_{RKU}$ ))
7     levelskP = levels(factor( $Arq_{Kp}$ ))
8     groups = aggregate(freq ~ Ra + Rq + Kp + RSK + RKU,  $Arq$ )
9   end while
10  return groups
11 fim

```

O Algoritmo 5 recebe como entrada a variável $groups$ (saída do Algoritmo 4) e novamente o arquivo de saída do ABAQUS (Arq). O laço de repetição (linha 2) é responsável por percorrer todas as superfícies existentes, conteúdo que está armazenado na variável $groups$. Em seguida, os valores dos parâmetros que definem a superfície são atribuídos às suas respectivas variáveis (linhas 3-7). São armazenados em aux_{Zp} os dados de todas as asperezas pertencentes à superfície i , procedimento realizado através da função `subset()` (linha 8).

Para identificar cada aspereza principal da superfície i , utiliza-se novamente a função `levels()`, que recebe como parâmetro o arquivo aux_{Zp} . O laço de repetição da linha 10 percorre todas as asperezas principais dentro da superfície i , e os dados de cada uma delas é armazenado na variável s (linha 11). Após armazenado, é importante retirar desse conjunto de dados recém coletados os valores repetidos de indentação (U) que ocorrem ao final de cada passo de carregamento no ABAQUS, gravando-os em aux através da função `duplicated()`. Na Tabela 3.5 temos um exemplo de saída do Algoritmo 5 com aspereza ($Zp \simeq 0,55\mu m$) ali representada. Para essa aspereza o plano rígido foi incrementado onze vezes, atingindo a indentação máxima de $0,6\mu m$.

Tabela 3.4: Saída da Algoritmo 5 : Etapa de separação das superfícies - Ra, Rq^2, RSK, RKU, Kp , os parâmetros que individualizam a superfície.

	Ra	Rq	Kp	RSK	RKU
1	1,0	0,0016	0,13	-0,4	3,2
2	0,0	0,8464	0,13	-0,4	3,2
3	0,6	0,1296	0,17	-0,4	3,2
4	0,2	1,0000	0,21	-0,4	3,2
5	0,9	0,0016	0,01	-0,2	3,2
6	0,0	0,7056	0,13	-0,2	3,2
7	0,2	1,0000	0,13	-0,2	3,2
8	0,4	0,0400	0,15	-0,2	3,2
9	0,7	0,4624	0,17	-0,2	3,2
10	0,6	0,0016	0,21	-0,2	3,2
11	0,5	0,0016	0,24	-0,2	3,2
12	0,6	0,4624	0,02	0,0	3,2
13	0,8	1,0000	0,02	0,0	3,2
14	0,1	0,3600	0,07	0,0	3,2

Algoritmo 5: Percorrendo as asperezas principais dentro de cada superfície (*groups*, *Arq*).

```

1 início
2   for i = 1 to nrow(groups) do
3     lRa = groups[i,1]
4     lRq = groups[i,2]
5     lKp = groups[i,3]
6     lRSK = groups[i,4]
7     lRKU = groups[i,5]
8     auxZp = subset(Arq, Ra == lRa & Rq == lRq & Kp == lKp & RSK ==
9       lRSK & RKU == lRKU)
10    levelslZp = levels(factor(auxZp$Zp))
11    for lZp to nrow(levelslZp) do
12      s = subset(auxZp, Zp == lZp)
13      aux = !duplicated(sU)
14    end for
15  return aux
16 end for
17 fim

```

Identificada cada aspereza na superfície o próximo passo é interpolar, em relação à indentação (U), as forças e áreas de contato entre o plano e a aspereza principal. O Algoritmo 6 recebe como entrada os dados de cada aspereza armazenados em aux e N , que representa a discretização da interpolação.

Uma sequência base para interpolação, $baseline_{seq}$, foi criada (linha 3), definida entre

Tabela 3.5: Saída da função **subset** no Algoritmo 5.

Cont	RKU	Rq^2	Kp	RSK	Ra	Zp	U	Área	Força
1	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,57999	0,000	0,000
2	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,58200	0,001342	7,407e-06
3	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,58399	0,012550	2,652e-05
4	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,58600	0,036889	5,399e-05
5	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,58800	0,036724	9,788e-05
6	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,58999	0,076501	1,504e-04
7	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,59200	0,076260	2,126e-04
8	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,59399	0,134161	2,896e-04
9	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,59600	0,133840	3,706e-04
10	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,59799	0,212960	4,700e-04
11	3,2	0,0016	0,13	-0,4	1	0,5460969	0,60000	0,212542	5,716e-04

0 e $0.6\mu m$ divididos em 81 intervalos. A função **round()** foi utilizada para arredondar os valores dessa sequência considerando 5 casas decimais. Na linha 4 temos o menor valor de U (U_{min}) para aquela aspereza. Os valores contidos em U_{interp} , associados a $baseline_{seq}$, são maiores ou iguais a U_{min} . Esse cuidado faz com que a interpolação não aconteça para valores de indentação nos quais o plano não atingiu a aspereza. Definido esse vetor de interpolação, uma curva foi interpolada para a força e área de contato (linhas 6 e 7), através da função **interp1()** que recebe como parâmetros, os vetores aux_U , aux_{Forca} ou aux_{Area} , que por suas vezes contêm os pontos a serem interpolados. Nesse trabalho o tipo escolhido foi a interpolação linear. É sabido que cada aspereza aparece na superfície com uma frequência ϕ , logo os valores de força e área são multiplicados por tal frequência (linhas 11 e 12). Desse modo, o processo futuro de homogeneização fica mais preciso, visto que uma aspereza que aparece na superfície poucas vezes, por exemplo, terá menor contribuição para os valores totais de força e área, do que outra de frequência maior. Para encontrar o valor de ϕ foi implementada uma função denominada $depearson_{type}$ que pode ser vista com mais detalhes no Algoritmo 7. Por fim o método **rbind()** (linha 14) adiciona ao arquivo tt_{data} todas as respostas das microasperezas da superfície.

Como parâmetro de entrada o Algoritmo 7 recebe a lista de parâmetros que definem a superfície ($ppar$) bem como o valor (lZp) para o qual deseja-se calcular a frequência ϕ . A função **dpearson** no R (R Core Team, 2014), dentro do pacote **PearsonDS** (Becker e Klobner, 2013), retorna a frequência, dado o tipo de distribuição e o conjunto

Algoritmo 6: Procedimentos de interpolação para cada aspereza principal (aux, N).

```

1 início
2   if (nrow(aux) > 2) then
3     baseline_seq = round( seq(0,0.6,length.out = N) ,5)
4     U_min = min(aux$U)
5     U_interp = [baseline_seq >= U_min]
6     Forca = interp1(aux_U, aux_Forca, U_interp, linear)
7     Area = interp1(aux_U, aux_Area, U_interp, linear)
8     moments = c(mean = IRa, variance = IRq**2, skewness = IRSK, kurtosis =
      IRKU)
9     ppar = pearsonFitM(moments = moments)
10    phi = dpearsonType(as.numeric(lZp), ppar)
11    Forca = Forca*phi
12    Area = Area*phi
13  end if
14  return tt_data
15 fim

```

de parâmetros, o que pode ser visto na linha 4 desse mesmo algoritmo.

3.3.2 Algoritmos para cálculo das propriedades homogeneizadas

Nesse trabalho, considerou-se como dureza superficial a razão entre a força de contato homogeneizada, F_H , e a área de contato homogeneizada, A_H . A força de contato homogeneizada, F_H , foi considerada como o somatório de todas as forças individuais desenvolvidas em cada aspereza, F_i , após a interpolação, multiplicadas pela frequência de cada aspereza, ϕ_i , sendo que F_i depende da altura específica de cada aspereza, z_i , e é função da indentação imposta, u :

$$F_H(u) = \sum F_i(z_i, u)\phi_i(z_i). \quad (3.2)$$

Analogamente, a área de contato homogeneizada, A_H , foi considerada como o somatório de todas as áreas de contato individuais desenvolvidas em cada aspereza, após a interpolação A_i , multiplicadas pela frequência de cada aspereza, ϕ_i , sendo que A_i também

Algoritmo 7: Procedimento para encontrar a frequência ϕ de cada aspereza na superfície ($ppar, lZp$)

```

1 início
2    $dpearson_{type} = \text{function}(ppar, lZp)$ 
3    $t = ppar\$type$ 
4    $ppar\$type = \text{NULL}$ 
5   if ( $t == 0$ ) then
6      $r = dpearson0(lZp, \text{params} = ppar, \text{log} = \text{FALSE})$ 
7   end if
8   if ( $t == 1$ ) then
9      $r = dpearsonI(lZp, \text{params} = ppar, \text{log} = \text{FALSE})$ 
10  end if
11  if ( $t == 2$ ) then
12     $r = dpearsonII(lZp, \text{params} = ppar, \text{log} = \text{FALSE})$ 
13  end if
14  if ( $t == 3$ ) then
15     $r = dpearsonIII(lZp, \text{params} = ppar, \text{log} = \text{FALSE})$ 
16  end if
17  if ( $t == 4$ ) then
18     $r = dpearsonIV(lZp, \text{params} = ppar, \text{log} = \text{FALSE})$ 
19  end if
20  if ( $t == 5$ ) then
21     $r = dpearsonV(lZp, \text{params} = ppar, \text{log} = \text{FALSE})$ 
22  end if
23  if ( $t == 6$ ) then
24     $r = dpearsonVI(lZp, \text{params} = ppar, \text{log} = \text{FALSE})$ 
25  end if
26  if ( $t == 7$ ) then
27     $r = dpearsonVII(lZp, \text{params} = ppar, \text{log} = \text{FALSE})$ 
28  end if
29  return  $r$ 
30 fim

```

depende da altura específica de cada aspereza, z_i , e é função da indentação imposta, u .

$$A_H = \sum A_i(z_i, u)\phi_i(z_i). \quad (3.3)$$

Com a interpolação linear entre as respostas obtidas, calcularam-se respostas para N valores fixos de indentação, dentro do intervalo de $[0, 0, 0, 6]\mu m$.

Finalmente as respostas foram somadas no Algoritmo 8 através do método

aggregate() (linhas 2 e 3), que recebe o arquivo tt_{data} contendo as respostas para força e área para cada aspereza principal nos passos fixos de indentação. Em seguida o cálculo da dureza é realizado (linhas 4).

Algoritmo 8: Homogeneização de cada superfície(tt_{data})

```

1 início
2   aggregateddata2 = aggregate(ttdata, list(U=ttdata$U, RSK=ttdata$Rsk,
3   RKU=ttdata$RKU, Ra=ttdata$Ra, Rq=ttdata$Rq, Kp=ttdata$Kp), sum)
4   aggregateddata2$H = as.double(aggregateddata2$FH/aggregateddata2$AH)
5   return aggregateddata2
6 fim

```

Na Tabela 3.6 encontra-se uma pequena parte dos resultados finais. Nota-se na primeira coluna os pontos fixos de indentação, nas cinco colunas seguintes encontram-se os parâmetros que definem a superfície e, na sequência, pode-se visualizar os resultados dos cálculos efetuados através desses procedimentos.

A dureza superficial é calculada no Algoritmo 9. A variável de entrada para tal procedimento é a saída do arquivo 8, $aggregated_{data2}$, semelhante ao representado na Tabela 3.6. Novamente são agrupadas as superfícies, método **groups()** (linha 3), e um laço de repetição percorre todas elas, para a utilização do método **lm()** (linha 12) que permite obter o coeficiente linear da relação Força x Área para cada uma das distintas superfícies e assim se obtiveram os resultados de dureza esperados.

3.4 Ensaios preliminares

A fim de se testar o método proposto, foram geradas vinte superfícies de distribuição normal variando-se a rugosidade média quadrática e a curvatura média das asperezas, e outras vinte superfícies de distribuição não-normal, mantando-se constante a rugosidade média quadrática e a curvatura mas diversificando-se a *skewness* e a *kurtosis*. Os resultados dessa etapa foram apresentados no VIII Congresso Panamericano de Matemática Aplicada e Computacional (Bastos *et al.*, 2016) e, por estarem inseridos no conjunto de 2182 superfícies geradas aleatoriamente, não serão evidenciados em uma seção específica.

Tabela 3.6: Resultado do pós processamento com valores homogeneizados de Força (**FH**), Área (**AH**), Dureza(**H**).

U	RSK	RKU	Ra	Rq ²	Kp	FH	AH	H
0,1	1,0	6,0	0,5	0,0016	0,01	6,869669e-16	6,972620e-13	0,0009852350
0,2	1,0	6,0	0,5	0,0016	0,01	4,063077e-14	3,977866e-11	0,0010214213
0,3	1,0	6,0	0,5	0,0016	0,01	8,979204e-11	1,337762e-07	0,0006712108
0,4	1,0	6,0	0,5	0,0016	0,01	1,304431e-04	1,288798e-01	0,0010121297
0,5	1,0	6,0	0,5	0,0016	0,01	6,998764e-04	3,915124e-01	0,0017876227
0,6	1,0	6,0	0,5	0,0016	0,01	1,574897e-03	6,407549e-01	0,0024578779
0,2	0,0	2,8	0,6	0,0016	0,01	3,808289e-05	3,505058e-02	0,0010865125
0,3	0,0	2,8	0,6	0,0016	0,01	2,269292e-04	1,357089e-01	0,0016721766
0,4	0,0	2,8	0,6	0,0016	0,01	5,238774e-04	2,389031e-01	0,0021928446
0,5	0,0	2,8	0,6	0,0016	0,01	9,062819e-04	3,426202e-01	0,0026451505
0,6	0,0	2,8	0,6	0,0016	0,01	1,359860e-03	4,836570e-01	0,0028116208
0,1	-0,2	3,2	0,9	0,0016	0,01	2,011794e-55	1,935470e-52	0,0010394345
0,2	-0,2	3,2	0,9	0,0016	0,01	6,869644e-07	8,017690e-04	0,0008568109
0,3	-0,2	3,2	0,9	0,0016	0,01	7,897470e-06	5,444152e-03	0,0014506338
0,4	-0,2	3,2	0,9	0,0016	0,01	2,164644e-05	1,046216e-02	0,0020690232
0,5	-0,2	3,2	0,9	0,0016	0,01	3,991558e-05	1,586116e-02	0,0025165608
0,6	-0,2	3,2	0,9	0,0016	0,01	6,120346e-05	1,978800e-02	0,0030929578

Algoritmo 9: Cálculo da dureza para cada superfície (*aggregated_{data2}*).

```

1 início
2   df = aggregateddata2
3   groups = aggregate(freqRa+Rq+Kp+RSK+RKU,df,length)
4   k = 0
5   for i to rev(1 : nrow(groups)) do
6     lRa = groups[i,1]
7     lRq = groups[i,2]
8     lKp = groups[i,3]
9     lRSK = groups[i,4]
10    lRKU = groups[i,5]
11    dfaux = subset(df, Ra == lRa & Rq == lRq & Kp == lKp & RSK ==
12      lRSK & RKU == lRKU)
13    lm = lm(FH ~ AH, data = dfaux)
14    slope = lm$coefficients[1]
15    H = slope
16  end for
17  return H
18 fim

```

4 RESULTADOS

Conforme descrito no capítulo 3, três etapas (geração numérica de superfícies, modelagem via MEF dos microcontatos e procedimentos de homogeneização) foram efetuadas para avaliar a influência dos parâmetros estatísticos de textura superficial nas condições de contato do esmalte dentário. Neste capítulo serão apresentadas estimativas de dureza, forças e áreas de contato, realizando a análise paramétrica do conjunto de dados gerado.

4.1 Resultados para dureza superficial homogeneizada

A Figura 4.1 revela o arranjo de parâmetros de textura superficial sorteados dentro das faixas estabelecidas baseadas nos dados obtidos por perfilometria das réplicas da arcada dentária dos pacientes. Aparentemente, os parâmetros Rsk, Ra e Rq foram os que receberam uma distribuição mais uniforme. Ao todo, foram geradas numericamente 2182 superfícies.

O histograma dos valores encontrados para a dureza superficial está exibido na Figura 4.2. Observa-se uma disposição assimétrica, não normal, verificada com teste Anderson-Darling ($p - \text{valor} < 0,05$), com valor médio $\approx 3,69 \pm 0,79GPa$, que é aproximadamente o dobro da tensão de escoamento atribuída ao material nos modelos de elementos finitos elasto-plásticos. O histograma aponta para alguma dependência da dureza superficial em relação à rugosidade que será melhor explorada neste capítulo.

Os gráficos apresentados na Figura 4.3 da dureza em função da indentação, bem como em função dos parâmetros de textura, demonstram um espalhamento dos dados quando se consideram todas as superfícies. Visualmente não é possível identificar alguma tendência, exceto para o gráfico da dureza em função da curvatura média. Porém foram efetuadas análises métricas, de forma a verificar se há significância. Alguns testes foram realizados, tais como **part()**, **cubist()**, **bstLs()** e **enet()** (R Core Team, 2014). Basicamente observou-se que a importância da curvatura média se sobressai dentre os outros parâmetros. Para o último teste citado, os coeficientes de regressão

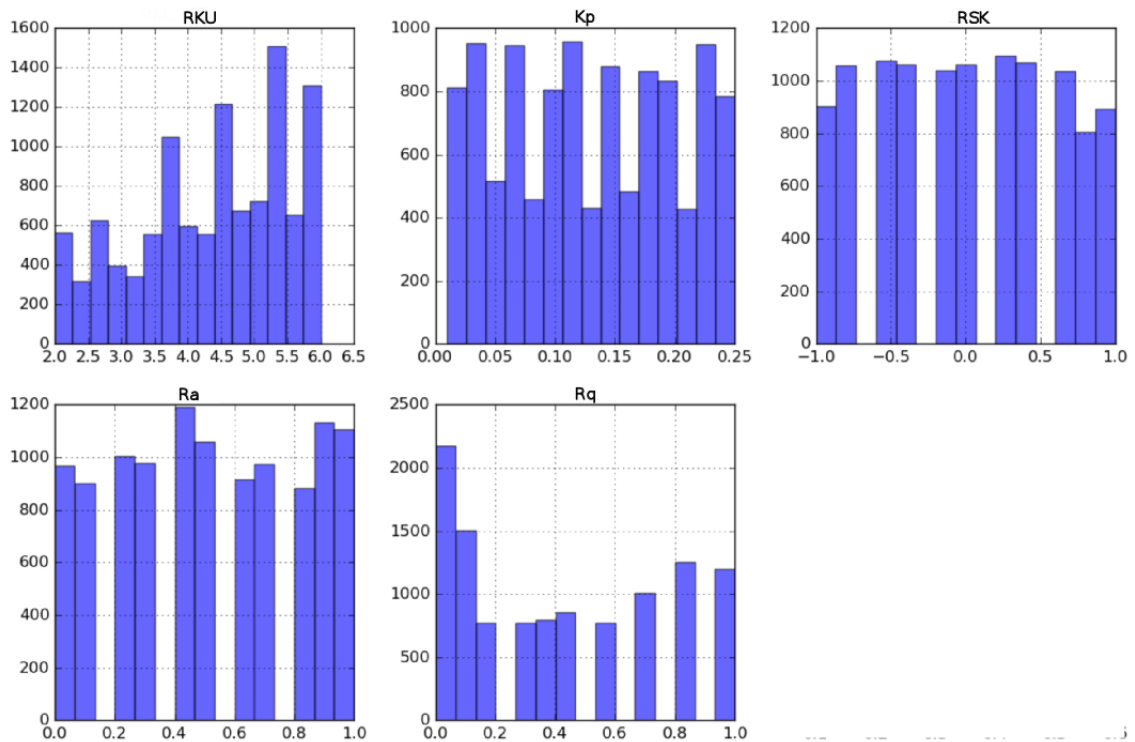


Figura 4.1: Histograma para os parâmetros sorteados dentro da faixa predefinida.

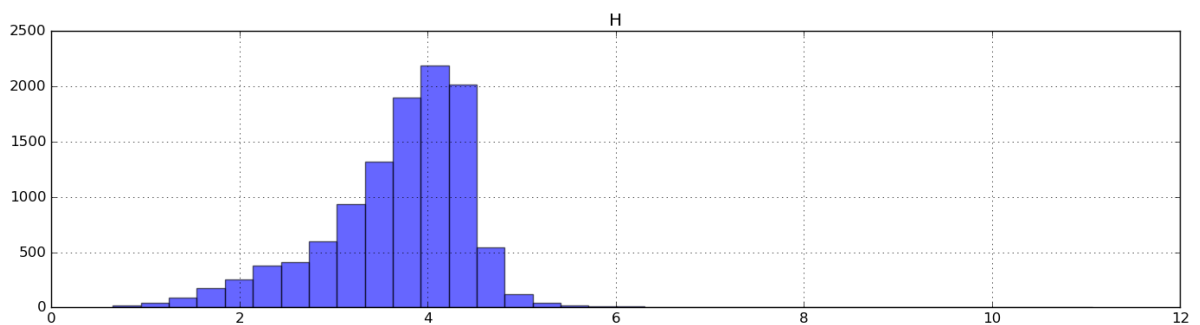


Figura 4.2: Histograma dos valores encontrados para a dureza superficial homogeneizada.

obtidos foram 100,00, 14,98, 10,98, 0,0964, 0,0 para os parâmetros Kp , Rq , Rku , Rsk , Ra , respectivamente.

As Figuras 4.4 a 4.8 apresentam a relação dureza-indentação com o auxílio de *boxplots*, dependendo de cada parâmetro Kp , Rq , Rku , Rsk e Ra , respectivamente.

Procurando reparar na tendência central e na dispersão dos dados, para a curvatura média das asperezas, Kp , está claro que quanto maior esse valor, maiores serão as tensões geradas no contato. As tensões crescem com o aumento da indentação, essencialmente para as superfícies com menores curvaturas, enquanto que para aquelas com valores mais elevados de curvatura a curva dureza-indentação aparece aproximadamente constante, denunciando um comportamento perfeitamente plástico nesses casos.

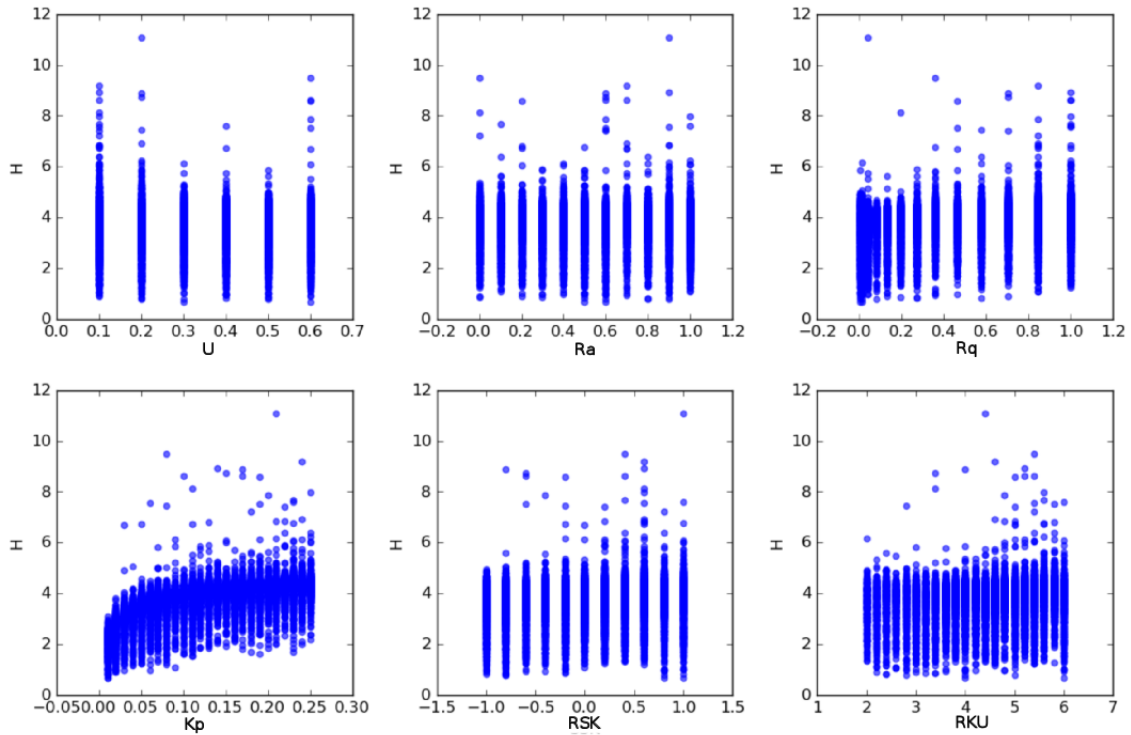


Figura 4.3: Valores de dureza encontrados para os distintos níveis de indentação e os diferentes parâmetros de textura.

(Pottirayil *et al.*, 2010) afirmam que quanto maior a curvatura média das asperezas, maior será o dano durante a indentação, sendo que o dano pode se relacionar com as pressões de contato. Estes autores também sugerem que, quando o contato é predominantemente elástico, o coeficiente de atrito aumenta monotonicamente com o aumento da rugosidade da superfície, mas quando o contato fica inteiramente plástico, as forças de atrito mantêm-se inalteradas.

Aspectos semelhantes são vistos para os *boxplots* da rugosidade média quadrática, R_q . As maiores tensões estão associadas aos maiores valores desse parâmetro. A curva da dureza em função da indentação cresce para a amplitude de rugosidade mais baixa, enquanto que pouca variação é observada para as amplitudes mais altas. Também para as menores amplitudes se encontram maiores dispersões dos resultados.

De acordo com a hipótese de que o coeficiente de atrito para superfícies rugosas surge a partir da energia de deformação, relacionada com a pressão de contato, os resultados numéricos são consistentes com Cristiano *et al.* (2011), que conduziram experiências a fim de isolar a influência da rugosidade média na força de contato. A rugosidade testada variou entre $[0, 1\mu\text{m} : 0, 65\mu\text{m}]$. Os autores observaram o coeficiente de atrito é menor para as menores rugosidades.

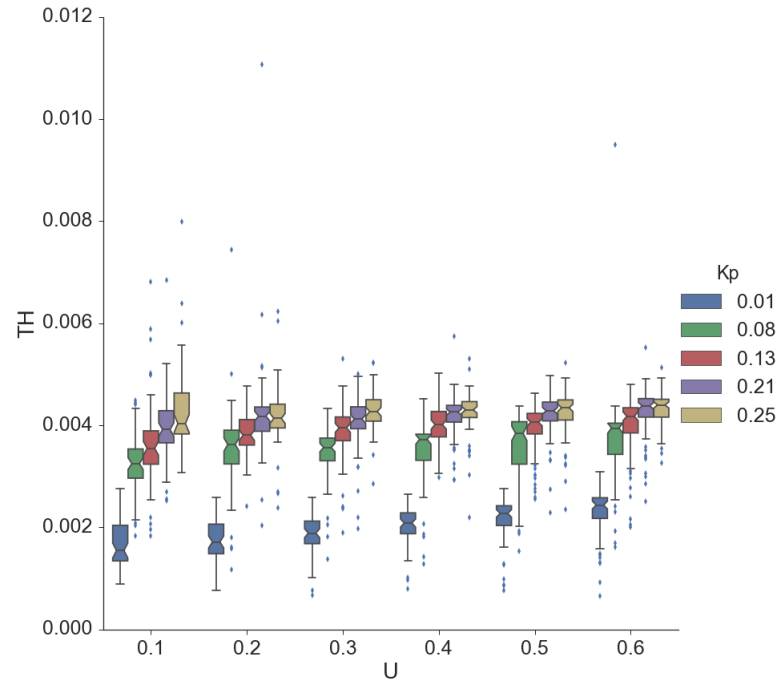


Figura 4.4: Relação dureza-indentação para distintos níveis de curvatura média(K_p).

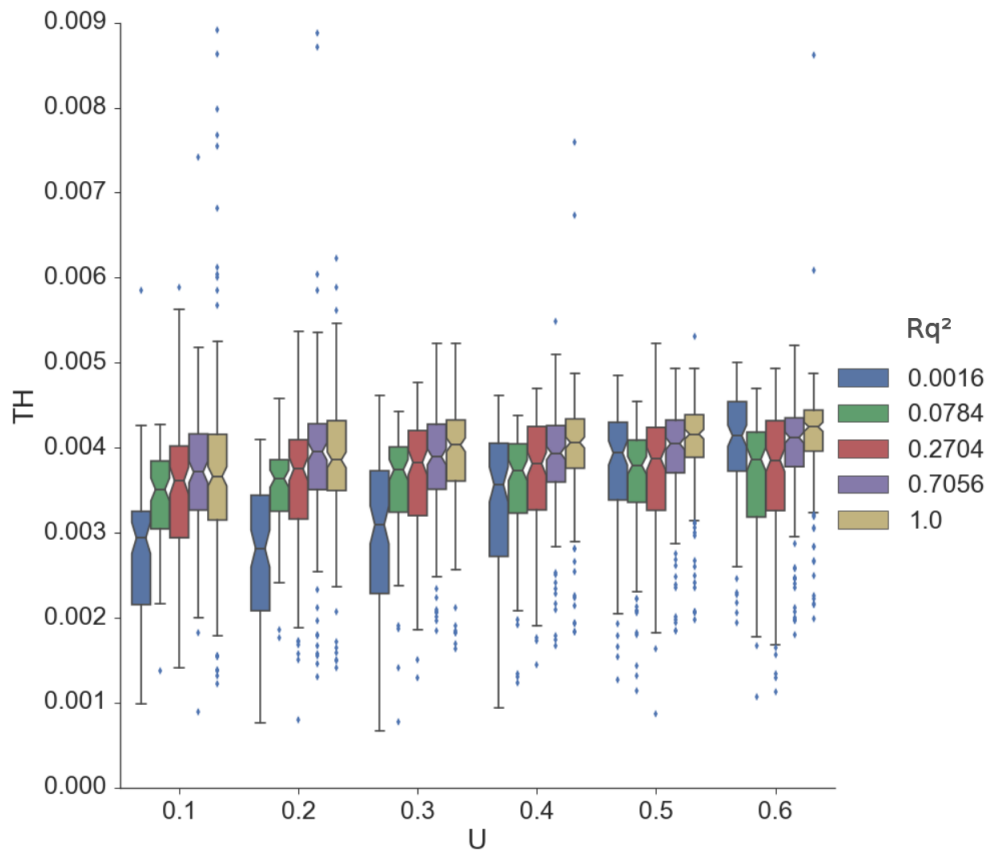


Figura 4.5: Relação dureza-indentação para distintos níveis de variância (Rq^2).

Para o coeficiente de achatamento Rku , também foram encontradas as maiores tensões para as maiores *kurtosis*, porém as diferenças são mais evidentes quando se classificam as

superfícies de modo relativo nas de *kurtosis* acima ou abaixo da distribuição normal. Nessa circunstância, o crescimento da curva é mais perceptível para as de *kurtosis* reduzidas.

Tayebi e Polycarpou (2004), relatam que a *skewness* e a *kurtosis* podem ajudar a identificar as superfícies que tem topos relativamente planos e vales profundos. Os autores estudaram o efeito da assimetria e do coeficiente de achatamento nos resultados numéricos para coeficiente de atrito estático usando um modelo de atrito estático elasto-plástico. Descobriram que o coeficiente de atrito estático é maior com o acréscimo dos valores de *kurtosis* superiores a 3. Já para as distribuições com menor *kurtosis*, o coeficiente de atrito é menor.

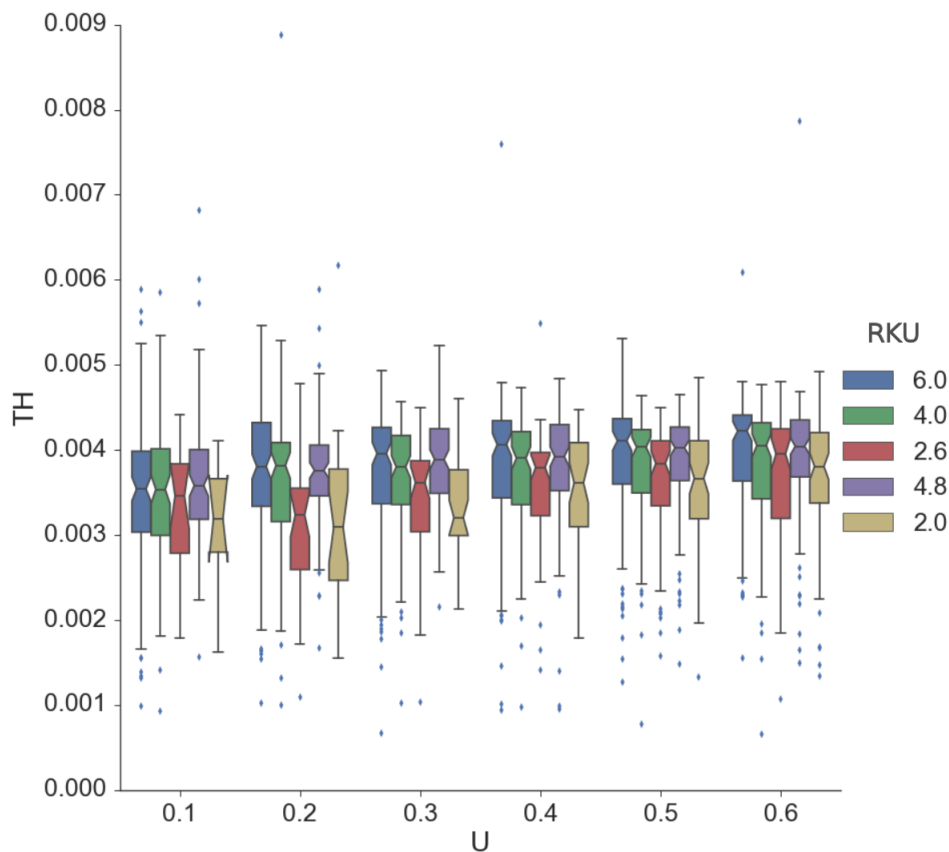


Figura 4.6: Relação dureza-indentação para distintos níveis do coeficiente de achatamento (Rku).

Até aqui, as discrepâncias entre os valores de tensões devidas aos parâmetros texturais discutidos podem ser consideradas sutis. No entanto, quando se compara com os casos do coeficiente de assimetria, R_{sk} , e da rugosidade média, R_a , deve-se afirmar que a curva dureza-indentação é muito pouco sensível a esses dois parâmetros.

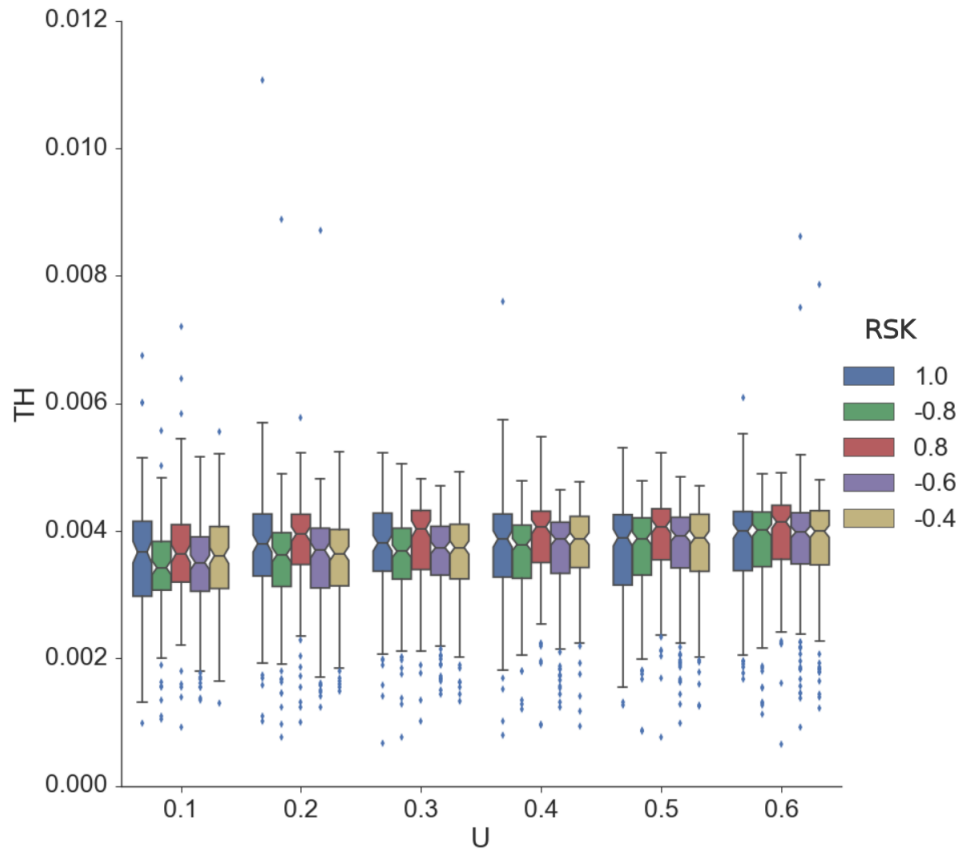


Figura 4.7: Relação dureza-indentação para distintos níveis de coeficiente de assimetria (Rsk).

4.2 Resultados para força e área homogeneizada

Buscando identificar ainda a interferência dos parâmetros na resistência mecânica superficial, a relação entre a força e área de contato desenvolvidas foi estudada para os cinco parâmetros texturais. O que se observou foi uma relação linear entre as duas grandezas, o que está de acordo com os modelos clássicos da literatura. No entanto, percebeu-se que essa resposta pouco depende dos parâmetros. Por isso será mostrado na Figura 4.9 apenas um exemplo desse tipo de gráfico, onde são exibidas as curvas para os valores máximo, mínimo e médio do parâmetro K_p , que foi o único que apresentou associação com a dureza.

Na sequência são apresentados nas Figuras 4.10 a 4.13, os gráficos em boxplot para os valores das forças em função dos parâmetros, desenvolvidas para três níveis de indentação, $0.1\mu m$, $0.3\mu m$ e $0.6\mu m$, que serão denominados aqui de carregamentos leve, intermediário e intenso, respectivamente.

Para (Michalski e Pawlus, 1994) superfícies com altos valores de R_{ku} resultam em

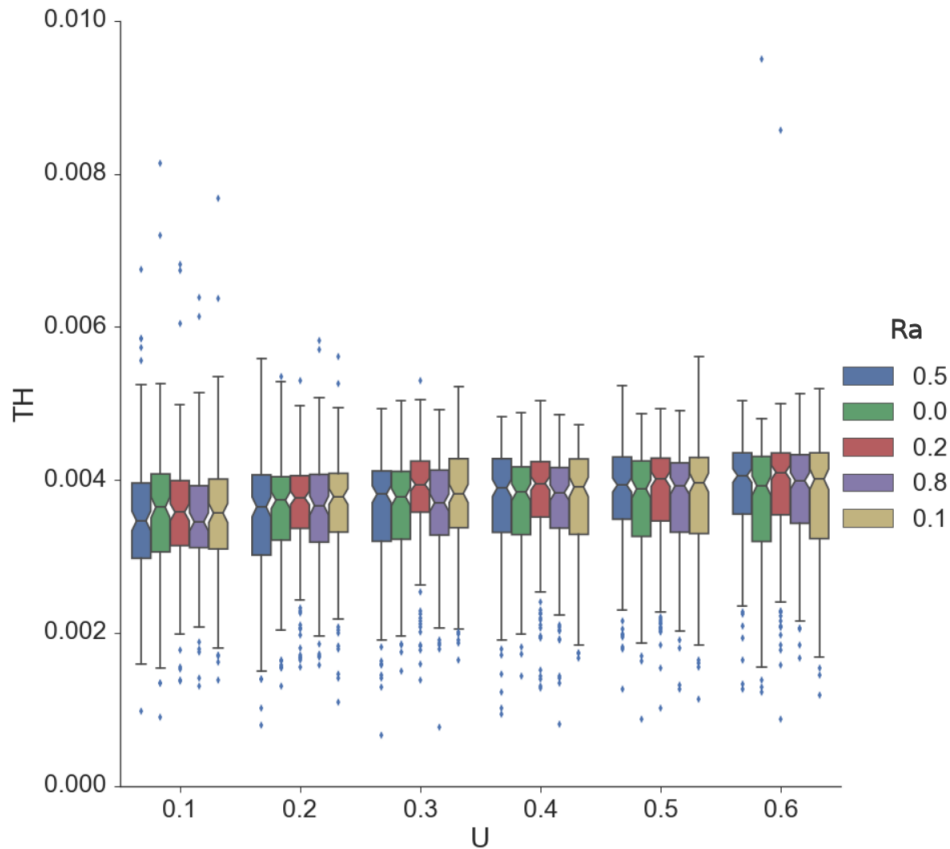


Figura 4.8: Relação dureza-indentação para distintos níveis de coeficiente de assimetria (R_a).

menores coeficientes de atrito. O coeficiente de atrito muitas vezes é reportado como diretamente correlacionado com a força de contato. Neste trabalho, as forças encontradas decrescem com o aumento da *kurtosis*, R_{ku} , nos três casos de carregamento (Figura 4.12), sendo que a influência é maior para os menores valores. No carregamento leve as *kurtosis* 2 e 2.4 se destoam das demais. No carregamentos seguintes (Figura 4.12 (b) e Figura 4.12 (c)), as forças decrescem com a *kurtosis* até o valor 4, a partir do qual os *boxplots* se mantém praticamente inalterados.

(Michalski e Pawlus, 1994), dizem que valores positivos de R_{sk} , por sua vez, resultam em menores coeficientes de atrito. As médias encontradas para as forças, neste trabalho, são praticamente constantes em relação à *skewness* R_{sk} no carregamento leve (Figura 4.13), com uma dispersão elevada no extremo negativo (-1). Para o carregamento intermediário, começa a haver diferenças mais pronunciadas nas médias para os dois valores mais negativos, acompanhadas de aumentada dispersão. A influência do parâmetro fica mais pronunciada para os carregamentos intensos (Figura 4.13 (c)), principalmente para os valores negativos. As médias encontradas para os valores positivos

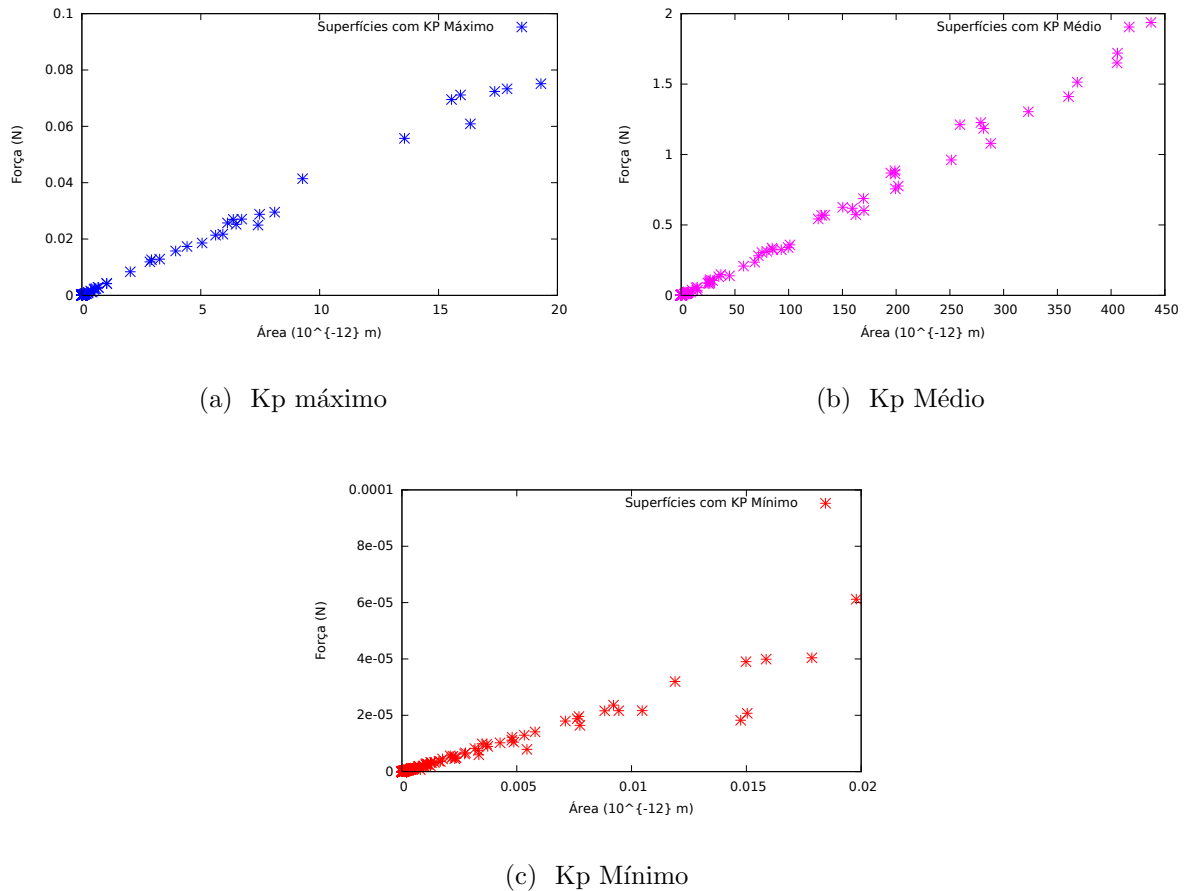
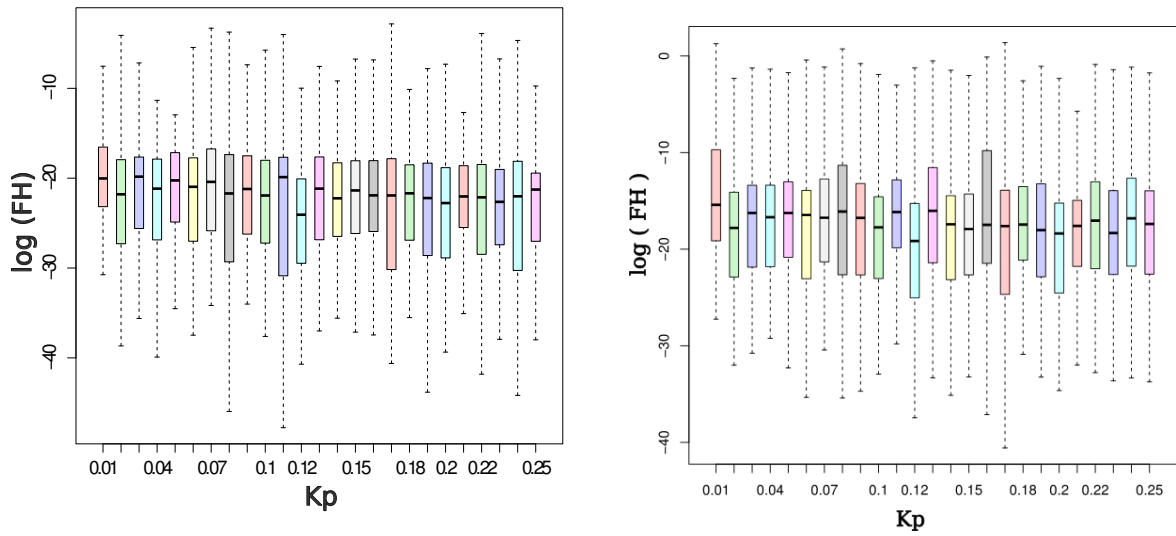


Figura 4.9: Relação Força x Área para distintos níveis de Curvatura Média (K_p).

são praticamente constantes, percebendo-se o aumento da dispersão com o crescimento do parâmetro.

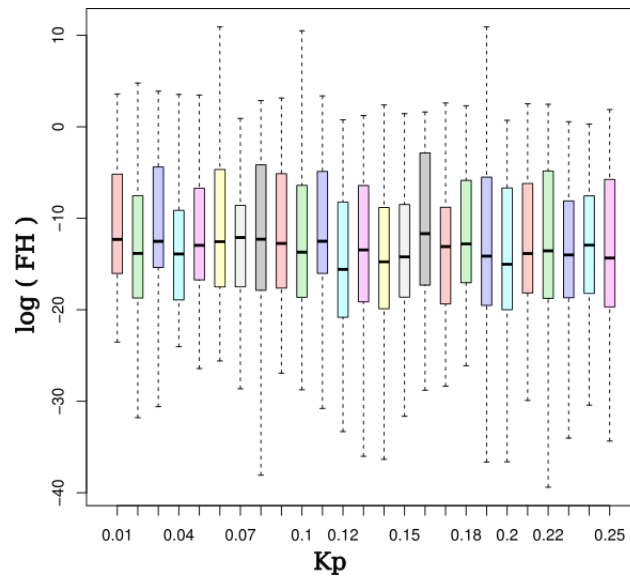
Para os parâmetros de amplitude, enquanto há pouquíssima influência nas forças geradas para a rugosidade média R_a , sendo apenas constatado aumento da dispersão para o carregamento intenso (Figura 4.14), no caso da rugosidade média quadrática R_q , as médias aumentam com o aumento do parâmetro nos três casos de carregamento, sendo a influência mais marcante no caso leve (Figura 4.11). A dispersão se acentua para os menores valores de R_q^2 . De acordo com Sedlacek *et al.* (2012), superfícies com valores muito altos de R_q apresentam baixa capacidade de suporte de carga. O K_p não demonstra correlação com a força de contato, Figura 4.10).

Embora os parâmetros R_a e R_q sejam amplamente usados em estudos de qualidade da superfície dos dentes humanos, podem ser considerados insuficientes para caracterizar adequadamente uma superfície devido à incapacidade de distinguir entre picos e vales. Assim duas superfícies consideravelmente diferentes podem ter o mesmo valor de



(a) Indentação Inicial

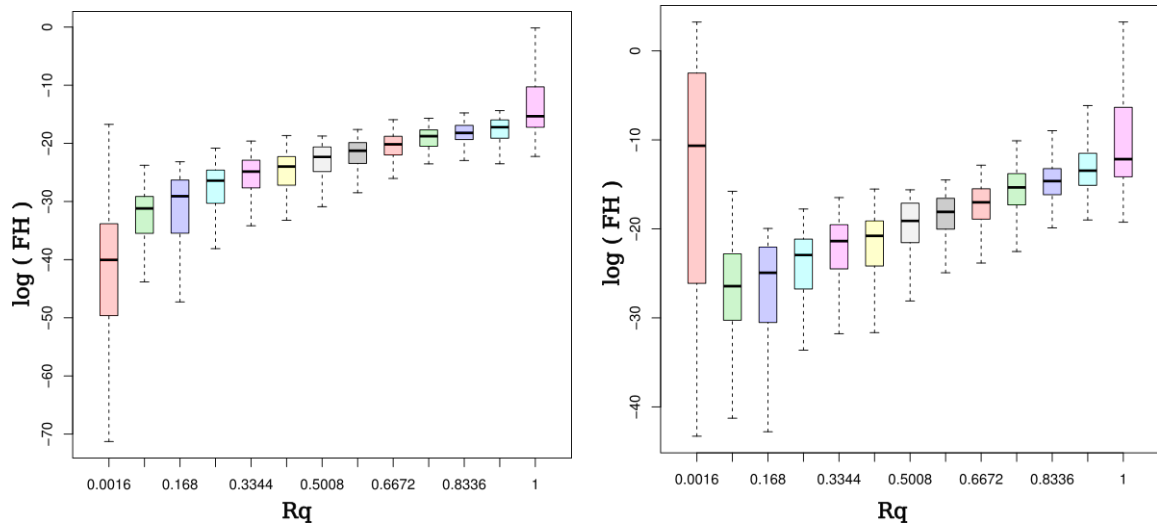
(b) Indentação Média



(c) Indentação Final

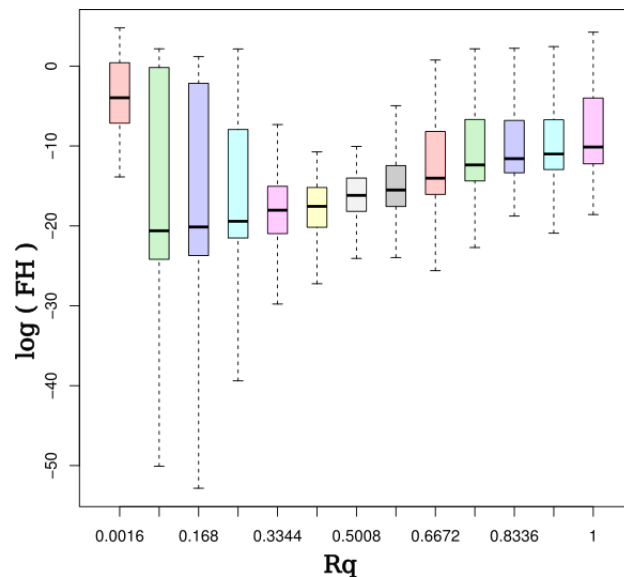
Figura 4.10: Relação da força para a Curvatura Média (Kp) em diferentes níveis de indentação.

rugosidade média (Mummery, 1992). Além disso, Ra e Rq são relatados como sendo fortemente afetados pelo tamanho da amostragem (Dong *et al.*, 1994). Apesar de todas essas limitações, esses parâmetros ainda são exclusivos e amplamente relatado em estudos de rugosidade em odontologia (Feitosa *et al.*, 2011), (Liu *et al.*, 2014) e (Robles-Ruiz *et al.*, 2015), pois ainda são escassos estudos explorando outras características da superfície.



(a) Indentação Inicial

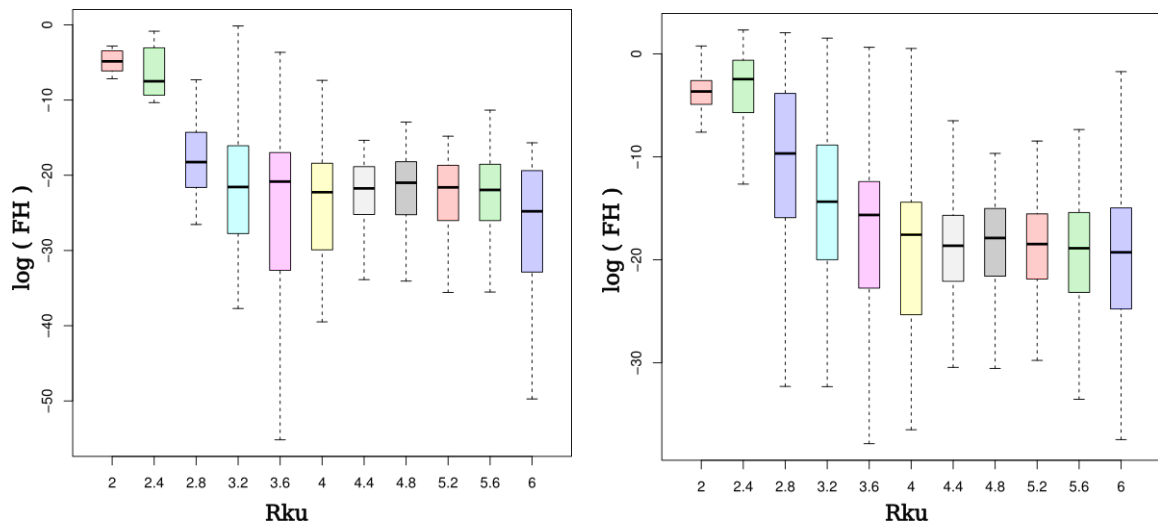
(b) Indentação Média



(c) Indentação Final

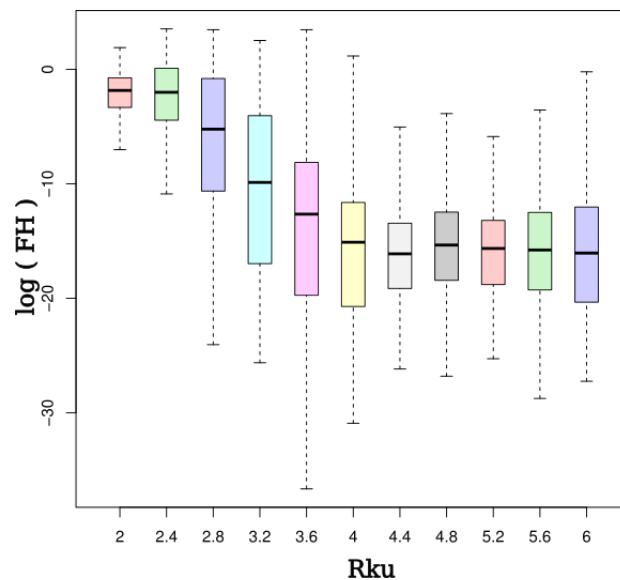
Figura 4.11: Relação da área para rugosidade média quadrática (Rq^2) em diferentes níveis de indentação.

Em metalurgia, é mais comum encontrar trabalhos experimentais. Sedlacek *et al.* (2012) utilizaram amostras de aço 100Cr6, todas com Ra similares e valores diferentes de Rsk e Rku , em ensaios a seco do tipo pino-em-disco, utilizando Al_2O_3 como contra-face. Foram apenas 7 amostras, sendo comparadas em pares. É importante ressaltar que todas tinham Rku maiores que 3 e valores negativos de *skewness*. Os resultados apresentaram altos desvios e na verdade, não há como assegurar a correlação.



(a) Indentação Inicial

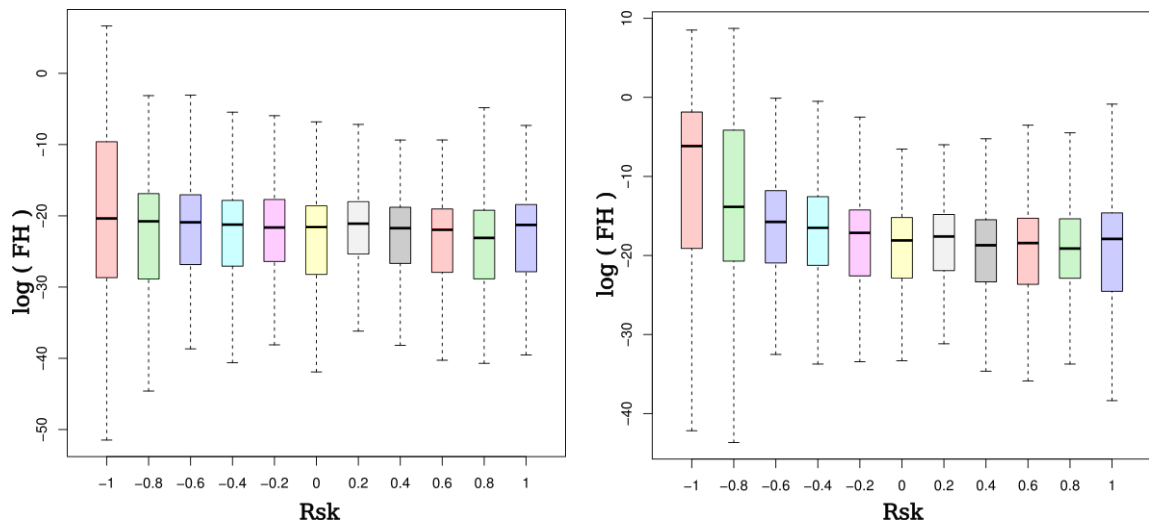
(b) Indentação Média



(c) Indentação Final

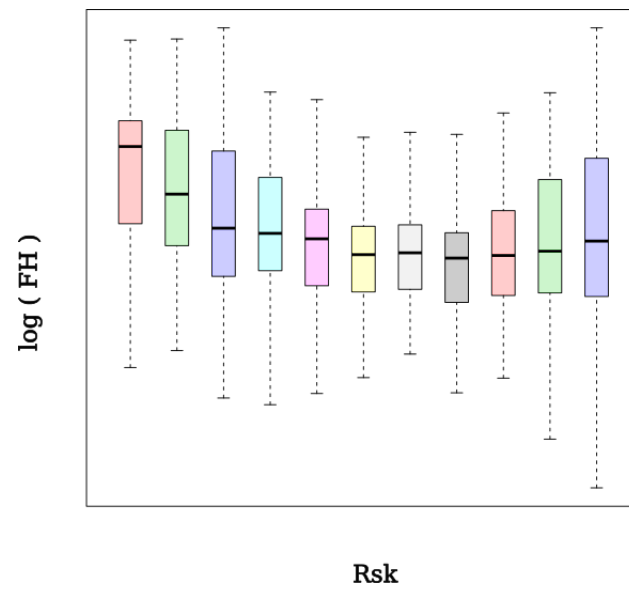
Figura 4.12: Relação da força para *kurtosis* (Rku) em diferentes níveis de indentação.

A alternativa passa a ser comparar com outros experimentos numéricos. Além de (Tayebi e Polycarpou, 2004), já mencionados, Zhang *et al.* (2014) utilizaram um esquema semelhante para gerar numericamente superfícies baseadas em funções de auto-correlação. Descreveram que a *skewness* e a *kurtosis* tem efeito significativo nas condições de contato para carregamentos leves e médios. Para carregamentos pesados e pequenos valores de *skewness*, as características de contato mudam suavemente.



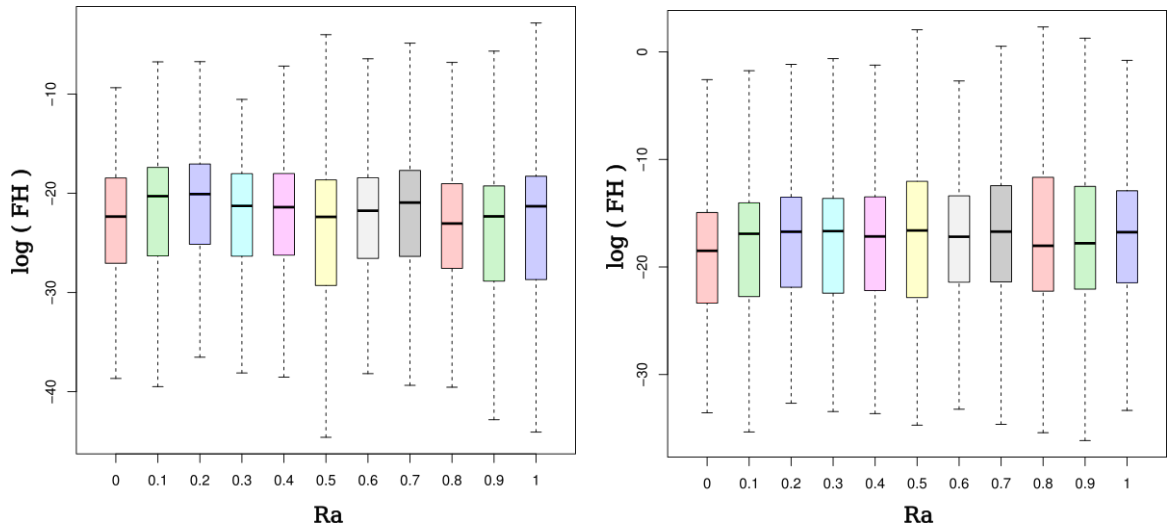
(a) Indentação Inicial

(b) Indentação Média



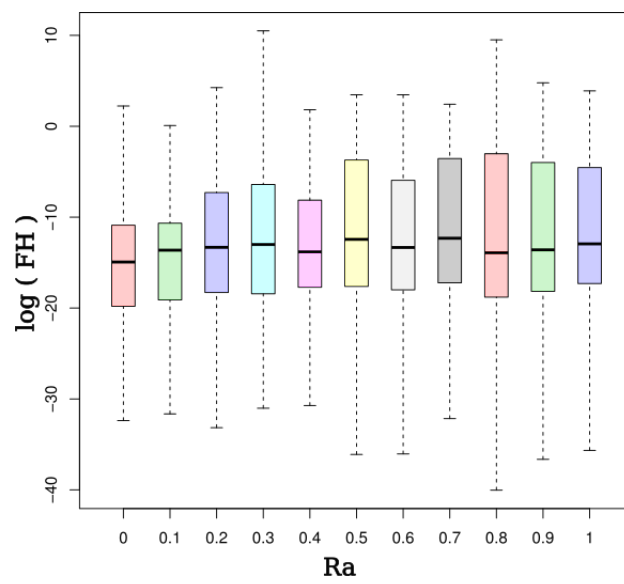
(c) Indentação Final

Figura 4.13: Relação da força para *skewness* (Rsk) em diferentes níveis de indentação.



(a) Indentação Inicial

(b) Indentação Média



(c) Indentação Final

Figura 4.14: Relação da força para rugosidade média (Ra) em diferentes níveis de indentação.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho consistiu em avaliar a influência dos parâmetros que caracterizam a superfície do esmalte dentário, rugosidade média, rugosidade média quadrática, curvatura média, coeficiente de achatamento (*kurtosis*) e coeficiente de assimetria (*skewness*), sobre as respostas do contato oclusal dentário. A análise paramétrica de superfícies geradas automaticamente por algoritmos envolveu modelos em elementos finitos de asperezas e técnicas de homogeneização.

A dureza superficial, entendida como a razão entre as forças e áreas de contato homogeneizadas não é uma propriedade constante do material e está associada aos níveis de carregamento, bem como à rugosidade. O parâmetro textural que exerce maior influência na dureza superficial é a curvatura média das asperezas, K_p , seguidas pela rugosidade média quadrática, Rq^2 , *kurtosis*, Rku , *skewness*, Rsk , e rugosidade média, Ra . A relação entre as forças e as áreas homogeneizadas é linear e depende pouco dos parâmetros texturais. Os parâmetros que mais influenciam no desenvolvimento de forças de contato são a *kurtosis*, Rku , cujo aumento leva ao decréscimo da força, seguido da rugosidade média quadrática, cuja elevação reflete na ampliação da carga. Os parâmetros *skewness*, Rsk , rugosidade média, Ra , e curvatura média, K_p , praticamente não interferem na capacidade de carga da superfície.

Os próximos passos incluem a construção do modelo equivalente macroscópico, cujas equações governantes advêm das curvas deduzidas no modelo estatístico aqui desenvolvido. Esse modelo permitirá simular o comportamento tribológico do dente como um todo, levando em conta o efeito das interfaces rugosas nos mecanismos de atrito e desgaste.

As investidas de validação através de comparação com os dados experimentais permanecem um desafio, mas os resultados até agora encontrados são motivadores. Além disso, os benefícios e a versatilidade de métodos numéricos fornecem informações úteis para a construção de hipóteses sobre o fenômeno investigado.

Referências Bibliográficas

Abbott, E.J., Firestone, F.A., 1933. Specifying surface quality. *Mechanical Engineering (ASME)* 55(569), 407.

Ahlberg, J., Rantala, M., Savolainen, A., Suvinen, T., Nissinen, M., Sarna, S., Lindholm, H., Kononen, M., 2002. Reported bruxism and stress experience. *Community Dentistry and Oral Epidemiology* 30(6), 405–408. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1034/j.1600-0528.2002.00007.x>

Arnaud, T. M.S., Março 2008. Caracterização e Aplicação da quitosana nos processos de des-remineralização do esmalte dentário. Dissertação de mestrado, UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO-PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS DOS MATERIAIS.

Bastos, F.S., Oliveira, E.A., Fonseca, L.G., Vargas, S.M., Casas, E. B.L., 2016. A FEM-based study on the influence of skewness and kurtosis surface texture parameters in human dental occlusal contact. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 295, 139 – 148, {VIII} Pan-American Workshop in Applied and Computational Mathematics. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042715000308>

Becker, M., Klobner, S., 2013. Pearson Distribution System.

Bhaskar, S.N., 1989. *Histologia e Embriologia Oral de Orban*. Artes Médicas.

Bhushan, B., 2002. *Introduction to tribology*. John Wiley & Sons.

Bonato, L.L., Bastos, F.S., Meireles, A.B., Ávila, R.F., Guimarães, J.P., 2015. Análise Perfilométrica do Padrão de Desgaste Dentário de Indivíduos Bruxômanos e sua Inter-

- Relação com a Erosão Dentária: Um Estudo Longitudinal. *Saúde e Pesquisa* 8(2), 285–295.
- Ciulli, E., Ferreira, L., Pugliese, G., Tavares, S., 2008. Rough contacts between actual engineering surfaces: Part I. Simple models for roughness description. *Wear* 264(11-12), 1105 – 1115. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004316480700659X>
- Claudino, L.V., 2006. Análise em microscopia eletrônica de varredura da superfície do esmalte dentário submetido à ação de sucos de frutas cítricas. *Revista Odonto Ciência -Fac. Odonto/PUCRS*.
- Cristiano, V., Rosa, P., Martins, P., 2011. Surface roughness and material strength of tribo-pairs in ring compression tests. *Tribology International* 44(2), 134 – 143.
- Cuy, J.L., Mann, A.B., Livi, K.J., Teaford, M.F., Weihs, T.P., 2002. Nanoindentation mapping of the mechanical properties of human molar tooth enamel. *Archives of Oral Biology* 47, 281–291.
- Dong, W., Sullivan, P., Stout, K., 1994. Comprehensive study of parameters for characterising three- dimensional surface topography: III: Parameters for characterising amplitude and some functional properties. *Wear* 178(1-2), 29 – 43. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0043164894901279>
- Feitosa, D., Figueiroa, A., Correia, T., Braz, R., Santos, C., Montes, M., 2011. Influence of the abrasive and whitening action of toothpastes on the color and superficial roughness of enamel. *Dental Materials* 27, Supplement 1, e32 –, abstracts of the Academy of Dental Materials Annual Meeting, 13-15 October 2011, Bahia, Brazil. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0109564111007020>
- Finke, M., Jandt, K.D., Parker, D.M., 2000. The Early Stages of Native Enamel Dissolution Studied with Atomic Force Microscopy. *Journal of Colloid and Interface Science* 232(1), 156 – 164. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002197970097200X>
- Francis, H., 1977. Application of spherical indentation mechanics to reversible and irreversible contact between rough surfaces. *Wear* 45(2), 221 – 269.

- Fysh, S., Oravec, E., Medley, J., 1990. An experimental simulation of the tribology of large spherical roller bearings in paper machines. *Tribology International* 23(5), 317–327.
- Gadelmawla, E., Koura, M., Maksoud, T., Elewa, I., Soliman, H., 2002. Roughness parameters. *Journal of Materials Processing Technology* 123(1), 133 – 145. Disponivel em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924013602000602>
- Giannini, M., Soares, C.J., Carvalho, R.M., May 2004. Ultimate tensile strength of tooth structures. *Dental materials : official publication of the Academy of Dental Materials* 20(4), 322–329. Disponivel em: [http://dx.doi.org/10.1016/S0109-5641\(03\)00110-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0109-5641(03)00110-6)
- Greenwood, J.A., Williamson, J. B.P., 1966. Contact of Nominally Flat Surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 295(1442), pp. 300–319. Disponivel em: <http://www.jstor.org/stable/2415421>
- Habelitz, S., Marshall, S.J., Jr., G. W.M., Balooch, M., 2001. Mechanical Properties of human dental enamel on the nanometre scale. *Archives of Oral Biology* 46, 173–183.
- Heinrich, J., 2004. A Guide to the Pearson to the Tipe IV Distribution. University of Pennsylvania. Disponivel em: http://www-cdf.fnal.gov/physics/statistics/notes/cdf6820_pearson4.pdf
- Jurevicius, M., Skeivalas, J., Urbanavicius, R., 2014. Analysis of surface roughness parameters digital image identification. *Measurement* 56, 81 – 87. Disponivel em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224114002668>
- Lahcene, B., 2013. On Pearson families of distributions and its applications. *African Journal of Mathematics and Computer Science Research* 6(5), 108–117.
- Liu, J., Sun, Y., Wang, Y., Lãe, P., 2014. Effects of Yb:kyw thin-disk femtosecond laser ablation on enamel surface roughness. *Optics Laser Technology* 59, 7 – 10. Disponivel em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030399213004532>
- Lobbezoo, F., Lavigne, G., 1997. Do bruxism and temporomandibular disorders have a cause-and-effect relationship. *Journal of Orofacial Pain* 11, 15–23.

- Michalski, J., Pawlus, P., 1994. Description of honed cylinders surface topography. *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 34(2), 199 – 210. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0890695594901015>
- Montgomery, D.C., Runger, G.C., 2003. *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*, segunda edição Edição. LTC.
- Mummery, L., 1992. *Surface Texture Analysis - The Handbook*. Hommelwerke GmbH.
- Oliver, W.C., Pharr, G.M., 1992. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *J Mater Res* 7, 1564–1583.
- Pottirayil, A., Menezes, P.L., Kailas, S.V., 2010. A parameter characterizing plowing nature of surfaces close to Gaussian. *Tribology International* 43(1-2), 370 – 380. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X09002187>
- R Core Team, 2014. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em: <http://www.R-project.org/>
- Rethwisch, D., 2012. *Materials Science and Engineering an Introduction 9E Binder Ready Version + WileyPlus Registration Card*. John Wiley Sons, Incorporated. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=oE0BCgAAQBAJ>
- Robles-Ruíz, J.J., Arana-Chavez, V.E., Ciamponi, A.L., Abrão, J., Kanashiro, L.K., 2015. Effects of sandblasting before orthophosphoric acid etching on lingual enamel: In-vitro roughness assessment. *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics* 147(4, Supplement), S76 – S81, 2015 Product Guide. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889540614011536>
- Rudy C.Melfi, K. E.A., 2000. *Permar's Oral Embryology and Microscopic Anatomy*.
- Sedlacek, M., Podgornik, B., Vizintin, J., 2012. Correlation between standard roughness parameters skewness and kurtosis and tribological behaviour of contact surfaces. *Tribology International* 48, 102 – 112, 14th Nordic Symposium on Tribology,

- {NORDTRIB} 2010. Disponivel em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X11003215>
- Tayebi, N., Polycarpou, A.A., 2004. Modeling the effect of skewness and kurtosis on the static friction coefficient of rough surfaces. *Tribology International* 37(6), 491 – 505. Disponivel em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X04000155>
- Tworzydło, W.W., Cecot, W., Oden, J.T., Yew, C.H., 1998. Computational micro- and macroscopic models of contact and friction: formulation, approach and applications. *Wear* 220, 113–40.
- Vidojevic, S., 2014. Shape modeling with family of Pearson distributions: Langmuir waves. *Advances in Space Research* 54(7), 1326 – 1330, spectral line shapes in astrophysics and related phenomena. Disponivel em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0273117713008247>
- Waters, N.E., 1980. The mechanical properties of biological materials. Cambridge University Press, Cap. Some mechanical and physical properties of teeth, pp. 99–136.
- Zavarise, G., Wriggers, P., Nackenhorst, U., TCN Consortium. Computational Technologies, C. f. H.T., 2006. A Guide for Engineers to Computational Contact Mechanics. The TCN series on simulation based engineering and sciences. Conzorcio TCN. Disponivel em: <https://books.google.com.br/books?id=5HiuMwEACAAJ>
- Zhang, S., Wang, W., Zhao, Z., 2014. The effect of surface roughness characteristics on the elastic-plastic contact performance. *Tribology International* 79, 59 – 73. Disponivel em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X14001947>