

Universidade Federal de Juiz de Fora
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica
Doutorado em Sistemas de Energia Elétrica

Luiz Eduardo de Souza Pereira

**METODOLOGIAS GENERALIZADAS DE SOLUÇÃO DO FLUXO DE
POTÊNCIA INTERVALAR CONSIDERANDO DADOS INCERTOS**

Juiz de Fora
2015

Luiz Eduardo de Souza Pereira

**METODOLOGIAS GENERALIZADAS DE SOLUÇÃO DO FLUXO DE
POTÊNCIA INTERVALAR CONSIDERANDO DADOS INCERTOS**

Tese submetida ao corpo docente da coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de doutor em engenharia elétrica.

Orientador: Prof. Vander Menengoy da Costa, D. Sc.

Juiz de Fora
2015

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

de Souza Pereira, Luiz Eduardo .
Metodologias Generalizadas de Solução do Fluxo de Potência Intervalar Considerando Dados Incertos / Luiz Eduardo de Souza Pereira. -- 2015.
137 p.

Orientador: Vander Menengoy da Costa
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2015.

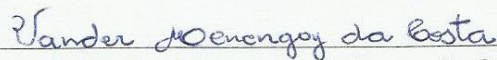
1. Engenharia Elétrica. 2. Matemática Intervalar. 3. Fluxo de Potência. 4. Dados Incertos. I. Menengoy da Costa, Vander, orient. II. Título.

**METODOLOGIAS GENERALIZADAS DE SOLUÇÃO DO FLUXO DE
POTÊNCIA INTERVALAR CONSIDERANDO DADOS INCERTOS**

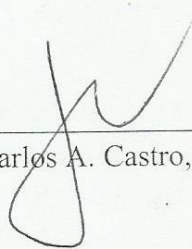
LUIZ EDUARDO DE SOUZA PEREIRA

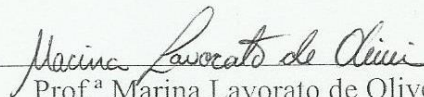
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

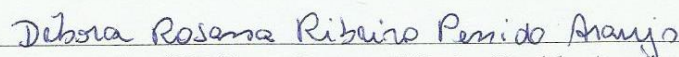


Prof. Vander Menengoy da Costa, D. Sc. – Orientador – UFJF

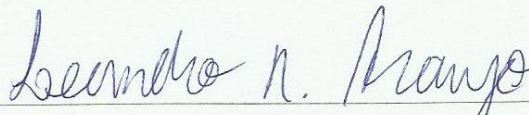

Prof. Carlos A. Castro, D. Sc. – Unicamp



Prof.^a Marina Lavorato de Oliveira, D. Sc. – UNESP



Prof.^a Débora Rosana Ribeiro Penido Araujo, D. Sc. – UFJF



Prof. Leandro Ramos de Araujo, D. Sc. – UFJF

Juiz de Fora, MG, Brasil.

Junho de 2015

AGRADECIMENTOS

Ao professor Vander Menengoy da Costa, pela orientação, confiança, dedicação e amizade durante toda a realização deste trabalho.

A minha família, em especial aos meus pais Luiz e Carlota, que tanto me apoiaram em toda a minha trajetória acadêmica e em todos os momentos importantes da minha vida.

A minha esposa Gisele, por todo amor, compreensão, incentivo e carinho que me motivaram a prosseguir.

Ao meu filho Eric, por toda alegria que me trouxe desde o seu nascimento.

A todos os amigos que, de alguma forma, contribuíram ou fizeram parte de mais esta importante etapa da minha vida.

Resumo da tese apresentada à UFJF como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D. Sc.)

METODOLOGIAS GENERALIZADAS DE SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA INTERVALAR CONSIDERANDO DADOS INCERTOS

Luiz Eduardo de Souza Pereira

Junho de 2015

Orientador: Prof. Vander Menengoy da Costa, D. Sc.

Programa: Engenharia Elétrica.

A análise do fluxo de potência determinístico é restrita a um único instante de tempo específico. Contudo, as demandas de potência ativa e reativa, dentre outros, variam constantemente e afetam o perfil das tensões nodais e as distribuições dos fluxos de potência nos ramos do sistema elétrico. Desta forma, a utilização do modelo determinístico seria inviável, face às inúmeras simulações necessárias no sentido de representar todas as possíveis combinações das variações envolvidas no problema.

Com a utilização da matemática intervalar é possível representar intervalos de variação das demandas ativa e reativa, dos parâmetros de linha e obter, através de um fluxo de potência intervalar, o perfil das tensões nodais, as distribuições de fluxo de potência nos ramos e as perdas também na forma intervalar. Por conseguinte, é possível realizar uma análise detalhada e completa do comportamento da rede frente às variações em estudo.

A proposta do trabalho é modelar e implementar as metodologias de fluxo de potência intervalar, nas versões polar e injeção de correntes, incorporando o controle de geração de reativo em barras PV e o limite de tensão em barras PQ nos vários pontos de operação, incluindo o ponto de máximo carregamento. A simulação de Monte Carlo é utilizada como parâmetro para a aferição dos resultados.

Abstract of proposed thesis theme presented to UFJF as a partial fulfillment of the requirements for a Doctor of Science Degree (D. Sc.)

GENERALIZED METHODOLOGIES OF INTERVAL POWER FLOW SOLUTION
CONSIDERING DATA UNCERTAINTIES

Luiz Eduardo de Souza Pereira

June 2015

Advisor: Vander Menengoy da Costa, D. Sc.

Department: Electrical Engineering.

The analysis of the deterministic power flow is restricted to a single time instant. However, the active and reactive load powers, among others, vary constantly and affect the voltage profiles and line flows throughout electric power systems. Therefore, the deterministic model is not feasible due to a number of simulations required to represent all possible combinations of the variations involved in the problem.

The interval mathematics can represent ranges of active and reactive power demand. As a result, through an interval power flow, the voltage profile at all nodes, the distribution of power flow in the branches and the losses in the interval form can also be calculated. It is therefore possible to perform a detailed analysis of the network taking into account the uncertainties under study.

The purpose of this study is to model and implement the polar and the current injection interval power flow formulations incorporating the reactive power generation control on PV buses and voltage limit control on PQ buses. Various operating points are considered, including maximum loading point. The Monte Carlo simulation is used to validate the proposed methodologies.

Sumário

Capítulo I

Introdução	1
I.1. Considerações gerais	1
I.2. Objetivos	6
I.3. Publicações	6
I.4. Estrutura do trabalho	7

Capítulo II

Fundamentos da Matemática Intervalar	8
II.1. Introdução	8
II.2. Breve histórico da matemática intervalar	8
II.3. Conjunto \mathbb{R}	9
II.4. Operações básicas	10
II.4.1. Adição intervalar	10
II.4.2. Pseudo inverso aditivo intervalar	10
II.4.3. Subtração intervalar	11
II.4.4. Multiplicação intervalar	11
II.4.5. Pseudo inverso multiplicativo intervalar	11
II.4.6. Divisão intervalar	12
II.5. Ponto médio de um intervalo	12
II.6. Diâmetro de um intervalo	12
II.7. Intervalo simétrico	13
II.8. Função seno	13
II.9. Função cosseno	13
II.10. União entre dois intervalos	13
II.11. Intersecção entre dois intervalos	14
II.12. Inversa de uma matriz intervalar	15
II.13. Método de Newton Intervalar	16
II.13.1. Apresentação do método	16
II.13.2. Aplicações práticas.....	17

II.13.2.1. Aplicação 1	17
II.13.2.2. Aplicação 2	19
II.13.2.3. Aplicação 3	21
II.14. Método de Krawczyk	24
II.14.1. Modelagem matemática	24
II.14.2. Aplicações práticas	25
II.14.2.1. Aplicação 1	25
II.14.2.2. Aplicação 2	27
II.14.2.3. Aplicação 3	28
 Capítulo III	
Avaliação de Incertezas de Dados em Estudos de Fluxo de Potência	32
III.1. Introdução	32
III.2. Metodologia proposta para solução do fluxo de potência intervalar expresso em termos de equações de injeção de corrente	34
III.3. Metodologia proposta para solução do fluxo de potência intervalar expresso em termos de equações de injeção de potência	41
III.4. Validação das Metodologias Propostas	44
III.4.1. Processo de simulação	44
III.4.2. Necessidade do processo de simulação	46
III.5. Aplicação prática da metodologia FPI-IC	47
 Capítulo IV	
Resultados	61
IV.1. Introdução	61
IV.2. Sistema de distribuição modificado CEMIG 37 barras	62
IV.3. Sistema de transmissão com 1768 barras	68
IV.4. Desempenho das metodologias para diferentes variações nos parâmetros de carga e de linha	76
IV.5. Desempenho computacional	92
IV.6. Análise geral dos resultados	93
 Capítulo V	
Conclusões	95

V.1. Considerações Finais	95
V.2. Proposta para trabalhos futuros	96
Apêndice A	
Obtenção do ponto de máximo carregamento	98
Apêndice B	
Fluxo de Potência Convencional.....	104
B.1. Coordenadas polares.....	104
B.2. Fluxo de potência via equações de injeção de correntes.....	105
B.2.1. Representação das barras tipo PQ.....	105
B.2.2. Inclusão das barras tipo PV.....	106
B.2.3. Atualizações das tensões.....	107
Apêndice C	
Derivadas das equações das variáveis dependentes funcionais	108
C.1. Cálculo do fluxo de potência nas linhas	108
C.1.1. Coordenadas polares	108
C.1.2. Coordenadas retangulares	110
C.2. Cálculo da geração ativa e reativa	112
C.2.1. Coordenadas polares	112
C.2.2. Coordenadas retangulares	113
C.3. Cálculo das perdas	114
C.3.1. Coordenadas polares	114
C.3.2. Coordenadas retangulares	115
Apêndice D	
Sistema de distribuição modificado CEMIG	117
Referências Bibliográficas	120

Lista de Figuras

Figura I.1 – Curva PV em uma barra genérica	5
Figura II.1 – Soma de dois intervalos	10
Figura II.2 – Representação geométrica do ponto médio de um intervalo	12
Figura II.3 – Representação geométrica do diâmetro de um intervalo	13
Figura II.4 – Representação geométrica da união entre dois intervalos	14
Figura II.5 – Representação geométrica da intersecção entre dois intervalos	14
Figura III.1 – Diagrama de blocos da metodologia proposta	40
Figura III.2 – Diagrama unifilar do sistema teste	48
Figura A.1 – Sistema elétrico de duas barras	98
Figura A.2 – Sistema de 2 barras – Curvas PV para diferentes fatores de potência	103
Figura D.1 – CEMIG – Diagrama unifilar	117

Lista de Tabelas

Tabela II.1 – Resultados Newton – Aplicação 1	18
Tabela II.2 – Resultados Newton – Aplicação 2	20
Tabela II.3 – Resultados Newton – Aplicação 3	23
Tabela II.4 – Resultados Krawczyk – Aplicação 1	26
Tabela II.5 – Resultados Krawczyk – Aplicação 2	29
Tabela II.6 – Resultados Krawczyk – Aplicação 3	30
Tabela III.1 – Sistema 2 barras – Dados de barras	46
Tabela III.2 – Sistema 2 barras – Dados de linhas	46
Tabela III.3 – Sistema 3 barras – Resultados de barras	48
Tabela III.4 – Sistema 3 barras – Resultados de linhas	48
Tabela III.5 – Sistema 3 barras – Demandas intervalares	49
Tabela III.6 – Sistema 3 barras – Parâmetros intervalares	49
Tabela III.7 – Sistema 3 barras – Resultados próximos ao PMC	50
Tabela III.8 – Módulo das tensões	55
Tabela III.9 – Fase das tensões	56
Tabela III.10 – Geração ativa da barra de referência	56
Tabela III.11 – Geração reativa da barra de referência	56
Tabela III.12 – Geração reativa da barra PV	57
Tabela III.13 – Fluxo de potência ativa nas linhas	57
Tabela III.14 – Fluxo de potência reativa nas linhas	58
Tabela III.15 – Perdas de potência ativa nas linhas	58
Tabela III.16 – Perdas de potência reativa nas linhas	59
Tabela IV.1 – CEMIG – Módulo das tensões	62
Tabela IV.2 – CEMIG – Fase das tensões	63
Tabela IV.3 – CEMIG – Geração ativa da barra de referência	63
Tabela IV.4 – CEMIG – Geração reativa da barra de referência	64
Tabela IV.5 – CEMIG – Fluxo de potência ativa	64
Tabela IV.6 – CEMIG – Fluxo de potência reativa	65
Tabela IV.7 – CEMIG – Perda de potência ativa	66

Tabela IV.8 – CEMIG – Perda de potência reativa	67
Tabela IV.9 – CEMIG – Ponto Máximo de Carregamento	67
Tabela IV.10 – 1768 – Módulo das tensões	68
Tabela IV.11 – 1768 – Fase das tensões	69
Tabela IV.12 – 1768 – Geração ativa da barra de referência.....	69
Tabela IV.13 – 1768 – Geração reativa da barra de referência	70
Tabela IV.14 – 1768 – Geração reativa das barras PV	70
Tabela IV.15 – 1768 – Fluxo de potência ativa.....	71
Tabela IV.16 – 1768 – Fluxo de potência reativa.....	72
Tabela IV.17 – 1768 – Perda de potência ativa.....	73
Tabela IV.18 – 1768 – Perda de potência reativa.....	74
Tabela IV.19 – 1768 – Ponto Máximo de Carregamento.....	74
Tabela IV.20 – IEEE 30 – 10% de variação – Módulo das tensões	77
Tabela IV.21 – IEEE 30 – 10% de variação – Fase das tensões	78
Tabela IV.22 – IEEE 30 – 2% de variação – Módulo das tensões	79
Tabela IV.23 – IEEE 30 – 2% de variação – Fase das tensões	80
Tabela IV.24 – Geração ativa da barra de referência	80
Tabela IV.25 – Geração reativa da barra de referência	81
Tabela IV.26 – IEEE 30 – 10% de variação – Geração reativa das barras de geração	81
Tabela IV.27 – IEEE 30 – 2% de variação – Geração reativa das barras de geração ..	82
Tabela IV.28 – IEEE 30 – 10% de variação – Fluxo de potência ativa	83
Tabela IV.29 – IEEE 30 – 10% de variação – Fluxo de potência reativa	84
Tabela IV.30 – IEEE 30 – 2% de variação – Fluxo de potência ativa	85
Tabela IV.31 – IEEE 30 – 2% de variação – Fluxo de potência reativa	86
Tabela IV.32 – IEEE 30 – 10% de variação – Perda de potência ativa	87
Tabela IV.33 – IEEE 30 – 10% de variação – Perda de potência reativa	88
Tabela IV.34 – IEEE 30 – 2% de variação – Perda de potência ativa	89
Tabela IV.35 – IEEE 30 – 2% de variação – Perda de potência reativa	90
Tabela IV.36 – Ponto Máximo de Carregamento	90
Tabela IV.37 – Desempenho computacional	92
Tabela IV.38 – Dados gerais e variáveis calculadas.....	93
Tabela D.1 – CEMIG – Dados de barras.....	118
Tabela D.2 – CEMIG – Dados de linhas.....	119

Lista de Abreviaturas e Símbolos

A	Número intervalar
a	Elemento de \mathbf{R}
a_1, a_2	Elementos de \mathbf{R} ($a_1 \leq a_2$)
B	Número intervalar
B_k	Susceptância shunt da barra k
B_{k-m}	Susceptância shunt total da linha $k-m$
b	Elemento de \mathbf{R}
b_1, b_2	Elementos de \mathbf{R} ($b_1 \leq b_2$)
C	Matriz de pré-condicionamento
D	Matriz intervalar
D(%)	Desvio associados às metodologias propostas
E	Matriz pontual
f	Função não linear
g	Variável de saída correspondente ao ramo $k-m$
$g_{km} + jb_{km}$	Admitância da linha $k-m$
h	Iteração
$I_{r_k} + jI_{m_k}$	Corrente complexa da barra k
Id	Matriz identidade
\mathbf{IR}	Conjunto dos intervalos reais
J	Matriz Jacobiana
K	Operador Krawczyk
k	Barra genérica
N	Operador de Newton intervalar
m	Barra genérica
$P_k + jQ_k$	Potência complexa líquida injetada na barra k
$P_{d_k} + jQ_{d_k}$	Demanda complexa da barra k
$P_{g_k} + jQ_{g_k}$	Geração complexa da barra k
$P_{k-m} + jQ_{k-m}$	Potência complexa líquida na linha $k-m$

$P_{k-m}^{\text{Perdas}} + jQ_{k-m}^{\text{Perdas}}$	Perdas de potência complexa líquida na linha $k-m$
\mathbf{R}	Conjunto dos números reais
R_{k-m}	Resistência da linha $k-m$
U	Número aleatório
$ V_k \angle \theta_k$	Tensão polar da barra k
$V_k + jV_{m_k}$	Tensão complexa da barra k
X_{MC}	Variável de saída obtida nas simulações de Monte Carlo
X_{MET}	Variável de saída determinada pela metodologia em análise
X_{k-m}	Reatância da linha $k-m$
$\alpha_{R_{k-m}}$	Variação percentual da resistência da linha $k-m$
$\alpha_{X_{k-m}}$	Variação percentual da reatância da linha $k-m$
α_{B_k}	Variação percentual da susceptância da barra k
α_{P_k}	Variação percentual da demanda ativa da barra k
α_{Q_k}	Variação percentual da demanda reativa da barra k
γ	Variação de carga e geração
$\gamma_{\text{máx}}$	Ponto de máximo carregamento
\mathfrak{S}	Tolerância

Os sobrescritos i e d denotam, respectivamente, quantidades intervalares e determinísticas.

Capítulo I

Introdução

I.1. Considerações gerais

O fluxo de potência é uma das ferramentas mais utilizadas no estudo dos sistemas de energia elétrica, e lida com o cálculo das tensões e fluxos nas linhas, em uma grande e esparsa rede elétrica, para uma determinada carga e geração. O fluxo de potência convencional utiliza as equações de potência expressas em termos das coordenadas polares ou retangulares da tensão.

Até a década de 60, os métodos de fluxo de potência eram todos iterativos e se baseavam principalmente em métodos de deslocamentos sucessivos, dentre os quais se destacou o método de Gauss-Seidel. Este método, de simples programação, reduzido número de cálculos e pequeno requisito de memória, apresenta sérios problemas de convergência quando da presença, na rede elétrica, de reatâncias série negativas não compensadas pelas reatâncias positivas das linhas, ou quando da ocorrência de impedâncias muito diferentes terminando em uma mesma barra [1]. O chamado “Método de eliminação para solução de fluxo de potência”, que era a aplicação de uma versão do método de Newton-Raphson à solução das equações não lineares de fluxo de potência, resolveu os problemas que ocorriam no método de Gauss-Seidel [2]. Este método além de resolver os problemas que o de Gauss-Seidel não resolvia, era superior para sistemas de pequeno porte. Entretanto, os requisitos de memória e o tempo de computação cresciam rapidamente com o tamanho do sistema.

Baseados nas necessidade de se utilizar métodos numéricos eficientes que levem em conta as características físicas do sistema [3 - 7] e baseado no desacoplamento existente entre os fluxos de potências ativa (MW) e reativa (MVAR) em um sistema de

potência [8], B. Stott e O. Alsac formularam, através de extensivo estudo numérico, o método Desacoplado Rápido [9].

A velocidade de iteração neste método Desacoplado Rápido é igual a dois terços da velocidade de iteração do método de Gauss-Seidel ou cinco vezes a velocidade de iteração do método de Newton-Raphson. O número de iterações requerido para a solução é ligeiramente maior do que o requerido pelo método de Newton-Raphson, porque este é um método quase-exato de convergência quadrática, enquanto que o método Desacoplado Rápido é um método aproximado de convergência geométrica.

Diante da necessidade de métodos de solução de fluxo de potência que aliem uma alta velocidade e confiabilidade, surgiram os métodos que levam em conta as características específicas dos sistemas de distribuição de energia elétrica, e portanto, apresentam um excelente desempenho quando utilizados para simulações destes sistemas.

Surgiram então, o método da Escada (“*Ladder*”) [10], o método de Soma de Correntes [11] e o método de Soma de Potências [12]. Estudos comparativos mostraram que o método de Soma de Potências apresenta-se como a melhor alternativa, por sua velocidade e confiabilidade, mesmo em sistemas muito carregados [13].

Em [14] é apresentada uma formulação Newton-Raphson esparsa, na qual são utilizadas equações de injeção de corrente expressas em coordenadas retangulares. Ao longo dos últimos anos, o fluxo de potência via injeção de correntes vem sendo aplicado em diferentes áreas do sistema de energia elétrica, obtendo resultados notáveis publicados na literatura [15 – 18].

Atualmente alguns pesquisadores ainda desenvolvem novas metodologias de fluxo de potência. Em [19] é proposto a criação de um novo tipo de barra no problema de fluxo de potência para a análise da estabilidade de tensão no estado permanente. Em [20] é proposto um algoritmo de fluxo de potência para sistemas de distribuição em geral com geradores distribuídos. Em [21] é apresentado um modelo de rede neural artificial de geradores fotovoltaicos para análise de fluxo de potência.

Em um fluxo de potência, as gerações, as cargas ativas e reativas e os dados de linha são considerados quantidades determinísticas, ou seja, descritas por um único valor. Com isto, as tensões nas barras, os fluxos de potência e as perdas são calculadas de forma determinística. Contudo, a realidade é bem diferente. Na verdade, as gerações, as cargas e os parâmetros de linha sofrem variações aleatórias. Do lado da geração, essas variações decorrem das incertezas associadas à disponibilidade da energia

primária e da ocorrência casual de falhas nos grupos geradores. Do lado da carga, as variações decorrem das incertezas associadas à sua previsão, que são tanto maiores quanto mais longínquo é o horizonte envolvido. Nos dados de linha também estão embutidos erros de medição.

Portanto, o modelo determinístico só poderia analisar a influência de tais variações através da realização de um conjunto exaustivo de estudos, simulando todas as combinações possíveis das diversas variações o que, além de exigir um elevado tempo computacional, produziria um grande número de resultados de difícil parecer conclusivo. Desta forma, a maneira mais eficiente no tratamento do problema é considerar as gerações, as cargas e os parâmetros de linha passíveis de variações. Conseqüentemente, os resultados do fluxo de potência, tais como as tensões, os fluxos nas linhas e as perdas, são apresentados não mais como numa forma pontual, mas sim como numa faixa de possíveis valores. Esta consideração permite uma avaliação muito mais realista a respeito da operação de um sistema de energia elétrica.

Uma conhecida ferramenta que incorpora as incertezas presentes nos dados de entrada é o fluxo de potência probabilístico [22 – 26]. No entanto, esse modelo não é capaz de representar tais informações integralmente, visto que são baseados em repetições de eventos ou em dados experimentais. Os fluxos de potência probabilísticos ainda apresentam a desvantagem de necessitarem de rotinas de cálculo mais complexas.

Uma outra ferramenta para o tratamento de incertezas considera que uma informação vaga ou imprecisa é representada por um número *fuzzy*. Cargas e gerações são representadas através de distribuições de possibilidades. Por conseguinte, as variáveis de saída do fluxo de potência, tais como tensões e fluxos, também possuem distribuições de possibilidades [27 – 30].

Finalmente, a matemática intervalar [31 – 38], que considera um conjunto de métodos para manipulação de intervalos numéricos aproximando dados incertos, é uma maneira simples de tratar as incertezas inerentes aos sistemas de energia elétrica e vem sendo utilizada em diferentes situações [39 – 49].

A possibilidade de ocorrência de problemas ligados à estabilidade de tensão vem se tornando um assunto de grande preocupação nas empresas de energia elétrica do mundo inteiro. Os fenômenos de estabilidade de tensão estão intrinsecamente ligados ao fluxo de potência reativa na rede, ao comportamento das cargas face às variações de tensão, à ação de dispositivos automáticos de controle de tensão e limitação de sobre-excitação de geradores.

A estabilidade de tensão está associada à capacidade do sistema de energia elétrica em manter um perfil de tensões adequado, tanto em condições normais de operação, quanto no caso de ocorrência de perturbações severas. Caso essa condição não seja satisfeita, ocorrerá o fenômeno da *instabilidade de tensão*, caracterizado por uma redução progressiva e incontrolável da magnitude da tensão em uma ou mais barras do sistema, podendo, caso não sejam tomadas medidas corretivas, estender-se à regiões vizinhas, resultando em um colapso parcial ou total do sistema [50].

Um dos principais objetivos do estudo da estabilidade de tensão em regime permanente é o cálculo do ponto de máximo carregamento (PMC). A obtenção deste ponto é importante tanto para o cálculo de margens de estabilidade, quanto para a realização da análise modal [51]. O ponto de máximo carregamento define a fronteira entre as regiões de operação estável e instável, estando associado à singularidade da matriz Jacobiana. Para carregamento maiores que o correspondente a este ponto, as equações do fluxo de potência não possuem solução, ou seja, a geração e a rede não são fisicamente capazes de suprir a carga especificada. Portanto, as equações do fluxo de potência são essenciais para a análise estática da estabilidade de tensão, uma vez que representam o limite para a região de operação estável.

A margem de estabilidade de tensão, ou margem de carregamento, é a distância existente entre o ponto de operação e o ponto correspondente ao máximo carregamento da rede [52]. Esta distância é dada por parâmetros como a potência ativa, reativa ou aparente. Considerando como parâmetro a potência ativa, pode-se afirmar que a margem de carregamento representa o maior aumento de consumo possível que mantém o sistema operando na região estável.

O perfil de tensão mostrado na Figura I.1 relaciona o módulo da tensão numa determinada barra com o aumento do carregamento nas barras do sistema de energia elétrica. As curvas PV são traçadas calculando-se as soluções do fluxo de potência para sucessivos aumentos na carga e na geração, tendo como parâmetros de continuação o fator de carregamento (γ), o módulo e a fase da tensão na barra, até que o ponto de máximo carregamento seja obtido. Para isto, tradicionalmente assume-se o aumento na carga de uma determinada área mantendo-se o fator de potência constante e proporcional ao caso base. Além disso, considera-se o modelo de carga do tipo potência constante.

Contudo, não é possível obter as curvas PV de forma completa utilizando um programa de fluxo de potência convencional, uma vez que a matriz Jacobiana torna-se

singular no ponto de máximo carregamento. Consequentemente, não é possível obter a solução do fluxo de potência neste ponto. O único ponto de operação com solução única é o ponto de máximo carregamento, correspondente ao carregamento máximo que o sistema suporta sem perder a estabilidade de tensão. A parte inferior da curva, que compreende as soluções abaixo do ponto de máximo carregamento, não tem sentido prático, uma vez que correspondem a pontos de operação instáveis. A margem de carregamento é a distância entre o ponto de operação referente ao caso base ($\gamma = 0$) e o ponto de máximo carregamento ($\gamma = \gamma_{\max}$). O Apêndice A apresenta a obtenção do PMC para um sistema simples de duas barras.

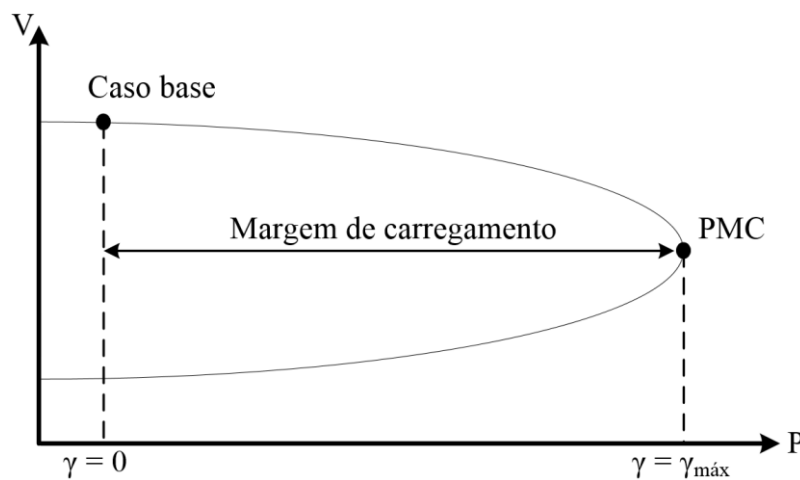


Figura I.1 – Curva PV em uma barra genérica

De modo a contornar o problema da singularidade da matriz Jacobiana no ponto de máximo carregamento e consequentemente obter a solução do fluxo de potência neste ponto, utiliza-se o fluxo de potência continuado [53]. Esta metodologia é uma das ferramentas mais eficazes no estudo da estabilidade de tensão, consistindo em um método indireto de obtenção do ponto de máximo carregamento.

O fluxo de potência continuado tem sido um tema continuamente estudado e apresentado na literatura. Em [54] é proposto um novo método do fluxo de potência continuado baseado no fluxo de potência backward/forward sweep, utilizado em sistemas de distribuição. Em [55] é proposto um método de fluxo de potência continuado com o parâmetro de continuação adaptativo. Em [56] é apresentado um novo método para traçar as curvas PV em sistemas de distribuição radiais.

I.2. Objetivos

O objetivo principal deste estudo e sua principal contribuição é generalizar a metodologia desenvolvida em [48], a fim de calcular, de forma intervalar, com incertezas nos dados de carga e nos parâmetros de linha, não somente o PMC, mas também as principais variáveis correspondentes a este ponto, como magnitudes das tensões, ângulos de fase, gerações de potência ativa e reativa, fluxos e perdas de potência ativa e reativa nas linhas. Os limites de potência reativa nas barras PV e os limites de magnitude de tensão nas barras PQ são considerados.

O sistema de equações intervalar não-linear resultante é resolvido pelo método de Krawczyk [40]. A metodologia proposta é implementada em ambiente MATLAB usando a toolbox INTLAB [38], que realiza todas as operações intervalares. A toolbox INTLAB, desenvolvida pela Hamburg University of Technology na Alemanha, suporta intervalos de números escalares reais e complexos, bem como vetores e matrizes intervalares. A aferição dos resultados intervalares será feita através da simulação de Monte Carlo.

Um sistema teste do IEEE, um sistema de distribuição modificado da CEMIG e um sistema de transmissão com 1768 barras, serão utilizados na simulação e validação dos modelos. Assim, o presente trabalho visa desenvolver e programar uma metodologia rápida e robusta, para o tratamento de incertezas em estudos de fluxo de potência. Espera-se que este estudo venha a abrir novos horizontes de pesquisa dentro do setor elétrico brasileiro, ampliando os conhecimentos já existentes e inserindo outros conceitos da matemática intervalar nas modelagens de sistemas de energia elétrica.

I.3. Publicações

Durante o desenvolvimento da pesquisa relacionada a esta tese, os seguintes artigos foram produzidos:

- “Interval arithmetic in current injection power flow analysis”. Int J Electr Power Energy Syst 2012;43(1):1106-13
- “Análise de incertezas em sistemas de energia elétrica via fluxo de potência intervalar”. XIX Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2012.

- “Interval analysis applied to the maximum loading point of electric power systems considering load data uncertainties”. Int J Electr Power Energy Syst 2014;54:334-340
- “An efficient starting process for calculating interval power flow solutions at maximum loading point under load and line data uncertainties”, submetido a uma revista internacional.

I.4. Estrutura do trabalho

O trabalho está dividido em cinco capítulos e quatro apêndices, os quais estão descritos a seguir:

O Capítulo II apresenta os conceitos e definições básicas relacionados à matemática intervalar.

O Capítulo III apresenta métodos para avaliação de incertezas em estudos de fluxo de potência.

O Capítulo IV apresenta os resultados para diferentes sistemas elétricos.

O Capítulo V apresenta as conclusões sobre este trabalho e propõe possíveis estudos futuros.

O Apêndice A apresenta a obtenção do PMC para um sistema simples de duas barras.

O Apêndice B apresenta a formulação matemática básica do problema do fluxo de potência convencional.

O Apêndice C apresenta as relações matemáticas referentes às variáveis dependentes funcionais dos fluxos de potência intervalar polar, retangular e injeção de correntes.

O Apêndice D apresenta os dados de linha e de barra do sistema de distribuição modificado da CEMIG.

Capítulo II

Fundamentos da Matemática Intervalar

II.1. Introdução

A matemática intervalar, baseada na aritmética de Moore [32 - 35], surgiu para resolver o problema da qualidade do resultado na computação científica, que depende do conhecimento dos erros computacionais nos dados.

A matemática intervalar considera um conjunto de métodos para manipulação de intervalos numéricos que aproximam dados incertos. Segundo [42], os intervalos podem ser aplicados para representar valores desconhecidos e, também, valores contínuos, para controlar o erro de arredondamento e para representar dados inexatos, aproximações e erros de truncamento de procedimentos.

II.2. Breve histórico da matemática intervalar

Os primeiros estudos da matemática intervalar, como ramo da Computação Científica, apareceram na década de 1950, através de alguns estudos isolados e que pouco a pouco passaram a requisitar a atenção de um número maior de pesquisadores. É nesse contexto que se apresenta o trabalho de Sunaga [31], no qual são investigadas as regras que definem as operações aritméticas entre intervalos. Neste trabalho são definidos vetores e matrizes intervalares juntamente com as operações correspondentes, e são esboçados exemplos de aplicações da aritmética intervalar para a determinação de soluções intervalares para raízes de funções e para integrais. Porém, somente com o

primeiro livro sobre análise intervalar, publicado por Moore [33], tais resultados passaram a receber mais atenção da comunidade científica.

Um dos fundamentos que motivaram a matemática intervalar foi o desenvolvimento de algoritmos numéricos para Computação Científica. Neste contexto, a compreensão dos efeitos da existência de uma aritmética associada à noção de erro de arredondamento, aliada à necessidade de truncamento de certos métodos iterativos, impulsionou o desenvolvimento de algoritmos cuja a saída fosse capaz de garantir a proximidade entre a solução exata e as respostas produzidas.

Durante as últimas três décadas, o lugar dos intervalos compactos como objetos independentes tem crescido continuamente na análise numérica, na verificação ou determinação de soluções de vários problemas matemáticos ou na prova de que tais problemas não possuem solução em um domínio particular.

Diversas áreas de aplicação foram exploradas através da abordagem intervalar: problemas de engenharia estrutural, engenharia química, engenharia mecânica, engenharia elétrica e economia [57, 58]. Do ponto de vista matemático pode-se citar problemas associados à solução de sistemas lineares ou não lineares, otimização (restrita ou global), determinação de valores e vetores próprios, solução de problemas de contorno e de equações diferenciais, entre outros. Isto foi possível através da compreensão de intervalos como extensões de números reais ou complexos, da introdução de funções intervalares e de aritméticas intervalares.

II.3. Conjunto \mathbf{IR}

O conjunto de todos os intervalos reais \mathbf{IR} é definido por:

$$\mathbf{IR} = \{[a_1; a_2] \mid a_1, a_2 \in \mathbf{R}, a_1 \leq a_2\} \quad (\text{II.1})$$

São exemplos de intervalos: $[4 ; 6]$, $[-3 ; -1]$ e $[7 ; 7]$. Note que o intervalo $[7 ; 7]$ corresponde ao próprio número real 7, recebendo a denominação de *intervalo pontual*.

A seguir, as principais operações intervalares serão apresentadas.

II.4. Operações básicas

Para apresentação das principais operações básicas, sejam $A = [a_1; a_2]$ e $B = [b_1; b_2] \in \mathbf{IR}$.

II.4.1. Adição intervalar

A adição intervalar é definida por:

$$A + B = [(a_1 + b_1); (a_2 + b_2)] \quad (\text{II.2})$$

Assim, se $A = [1 ; 2]$ e $B = [3 ; 4]$, então $A + B = [1 + 3 ; 2 + 4] = [4 ; 6]$. A Figura II.1 ilustra um exemplo de soma de dois intervalos.

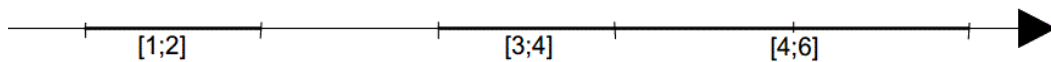


Figura II.1 – Soma de dois intervalos

II.4.2. Pseudo inverso aditivo intervalar

O pseudo inverso aditivo intervalar é definido por:

$$-A = [-a_2; -a_1] \quad (\text{II.3})$$

Portanto, se $A = [-4 ; 9]$, então $-A = [-9 ; 4]$.

II.4.3. Subtração intervalar

A subtração intervalar é definida por:

$$A - B = [(a_1 - b_2); (a_2 - b_1)] \quad (\text{II.4})$$

Assim, se $A = [-1 ; 4]$ e $B = [3 ; 8]$, então $A - B = [-1 - 8; 4 - 3] = [-9 ; 1]$.

II.4.4. Multiplicação intervalar

A multiplicação intervalar é definida por:

$$A.B = [\min \{a_1.b_1, a_1.b_2, a_2.b_1, a_2.b_2\}; \max \{a_1.b_1, a_1.b_2, a_2.b_1, a_2.b_2\}] \quad (\text{II.5})$$

Como ilustração, se $A = [-2 ; 3]$ e $B = [4 ; 5]$, então $A.B = [\min \{(-2) \times 4, (-2) \times 5, 3 \times 4, 3 \times 5\}; \max \{(-2) \times 4, (-2) \times 5, 3 \times 4, 3 \times 5\}] = [-10; 15]$.

II.4.5. Pseudo inverso multiplicativo intervalar

Se $0 \notin A$, o pseudo inverso multiplicativo intervalar é definido por:

$$A^{-1} = \frac{1}{A} = \left[\frac{1}{a_2}; \frac{1}{a_1} \right] \quad (\text{II.6})$$

Portanto, se $A = [3 ; 4]$, então $A^{-1} = [1/4 ; 1/3]$.

II.4.6. Divisão intervalar

Se $0 \notin B$, a divisão intervalar é definida por:

$$A/B = [\min \{a_1/b_1, a_1/b_2, a_2/b_1, a_2/b_2\}; \max \{a_1/b_1, a_1/b_2, a_2/b_1, a_2/b_2\}] \quad (\text{II.7})$$

Portanto, se $A = [2; 4]$ e $B = [1; 3]$, então $A/B = [\min \{2/1; 2/3; 4/1; 4/3\}; \max \{2/1; 2/3; 4/1; 4/3\}] = [0,6666; 4]$.

II.5. Ponto médio de um intervalo

O ponto médio do intervalo A é definido por:

$$\text{med}(A) = \frac{a_1 + a_2}{2} \quad (\text{II.8})$$

A Figura II.2 apresenta a representação geométrica do ponto médio de um intervalo.

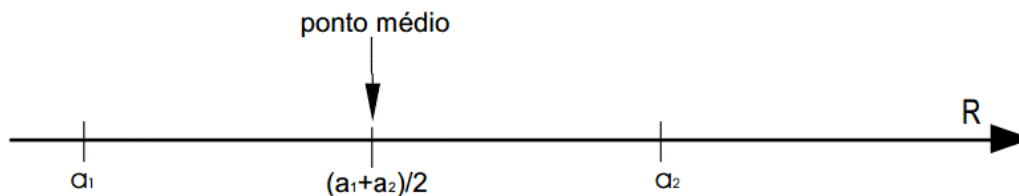


Figura II.2 – Representação geométrica do ponto médio de um intervalo

II.6. Diâmetro de um intervalo

O diâmetro do intervalo A é definido por:

$$\text{diam}(A) = |a_2 - a_1| \quad (\text{II.9})$$

A Figura II.3 apresenta a representação geométrica do diâmetro de um intervalo.

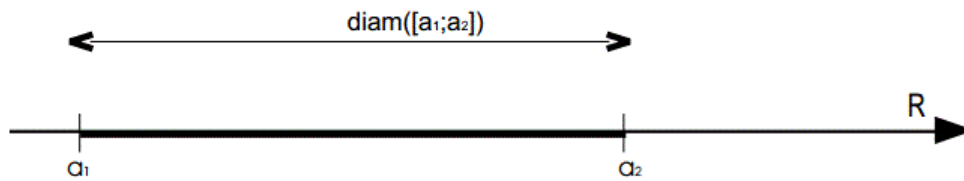


Figura II.3 – Representação geométrica do diâmetro de um intervalo

II.7. Intervalo simétrico

A é um intervalo simétrico se $-A = A$. $[-1 ; 1]$, $[-\pi ; \pi]$ e $[0 ; 0]$ são exemplos de intervalos simétricos.

II.8. Função seno

O seno do intervalo A é definido por:

$$\text{sen}(A) = [\min\{\text{sen}(a_1) ; \text{sen}(a_2)\} ; \max\{\text{sen}(a_1) ; \text{sen}(a_2)\}]$$

II.9. Função cosseno

O cosseno do intervalo A é definido por:

$$\text{cos}(A) = [\min\{\text{cos}(a_1) ; \text{cos}(a_2)\} ; \max\{\text{cos}(a_1) ; \text{cos}(a_2)\}]$$

II.10. União entre dois intervalos

A união dos intervalos A e B é definida por:

$$X \cup Y = [\min\{a_1 ; b_1\} ; \max\{a_2 ; b_2\}] \quad (\text{II.10})$$

A Figura II.4 apresenta a representação geométrica da união entre dois intervalos.

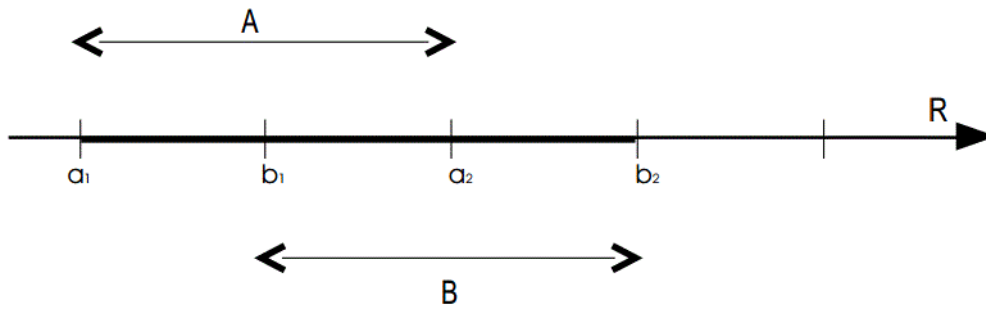


Figura II.4 – Representação geométrica da união entre dois intervalos

II.11. Intersecção entre dois intervalos

A intersecção dos intervalos A e B é definida por:

$$A \cap B = [\max \{a_1; b_1\}; \min \{a_2; b_2\}]; \quad (\text{II.11})$$

se $\max \{a_1; b_1\} < \min \{a_2; b_2\}$;
se $\min \{a_2; b_2\} > \max \{a_1; b_1\}$;
então $X \cap Y = 0$.

A Figura II.5 apresenta a representação geométrica da intersecção entre dois intervalos.

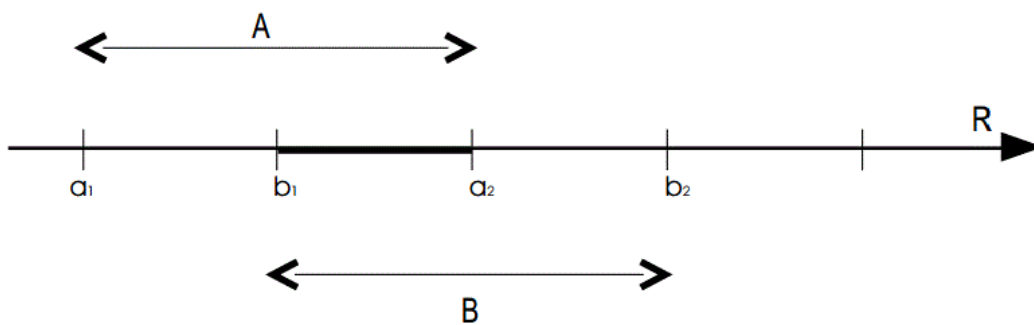


Figura II.5 – Representação geométrica da intersecção entre dois intervalos

II.12. Inversa de uma matriz intervalar

Seja C uma matriz pontual 2x2 inversível:

$$C = \begin{pmatrix} 7,500 & 5,000 \\ 2,500 & 5,000 \end{pmatrix}$$

Sabemos que

$$C \cdot C^{-1} = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Utilizando o MATLAB:

$$\frac{I}{C} = C^{-1} = \begin{pmatrix} 0,200 & -0,200 \\ -0,100 & 0,300 \end{pmatrix}$$

Considere agora uma matriz intervalar 2x2 inversível

$$D = \begin{pmatrix} [7,000;8,000] & [3,000;7,000] \\ [2,000;3,000] & [4,000;6,000] \end{pmatrix}$$

Utilizando o MATLAB e a biblioteca INTLAB:

$$\frac{I}{D} = D^{-1} = \begin{pmatrix} [-0,172;0,572] & [-1,000;0,600] \\ [-0,429;0,229] & [-0,400;1,000] \end{pmatrix}$$

É possível observar, de forma generalizada, que:

a) A matriz correspondente ao ponto médio de

$$D \cdot D^{-1} = \begin{pmatrix} [-4,572;6,572] & [-12,000;12,000] \\ [-3,286;3,286] & [-6,000;8,000] \end{pmatrix} \text{ é } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- b) A inversa da matriz pontual C , cujos elementos correspondem ao ponto médio da matriz intervalar D , é igual à matriz cujos elementos correspondem ao ponto médio da matriz D^{-1} .

II.13. Método de Newton Intervalar

II.13.1. Apresentação do método

O método de Newton é um algoritmo para calcular a raiz de uma dada equação, através da construção de uma sequência convergente de pontos. De maneira análoga, a versão intervalar do método de Newton permite construir uma sequência convergente de intervalos, cujo limite será um intervalo que contém a raiz real da função dada. O método de Newton intervalar [40] está descrito a seguir.

Considere a função não linear f de uma variável real b . A aplicação do teorema do valor médio resulta:

$$f(b) = f(a) + \mathbf{J}(c)(b - a) \quad (\text{II.12})$$

para algum c entre a e b . Se $f(b) = 0$, então

$$\mathbf{J}(c)(b - a) = -f(a) \quad (\text{II.13})$$

Definindo o intervalo $[a ; b] \in A$ então:

$$\mathbf{J}(A)(A - a) = -f(a) \quad (\text{II.14})$$

Definindo $N(a, A)$ como o operador de Newton intervalar que fornece o intervalo solução A da equação (II.14), então:

$$N(a, A) = a - \mathbf{J}^{-1}(A)f(a) \quad (\text{II.15})$$

A equação (II.15) define o método de Newton intervalar, onde a é o ponto médio do intervalo A . Introduzindo a iteração h na equação (II.15):

$$N(a^h, A^h) = a^h - \mathbf{J}^{-1}(A^h)f(a^h) \quad (\text{II.16})$$

$$A^{h+1} = A^h \cap N(a^h, A^h) \quad (\text{II.17})$$

A equação (II.17) mostra que o método de Newton intervalar reduz as soluções candidatas através da intersecção de dois intervalos. Além disso, o método de Newton intervalar necessita resolver a equação linear intervalar (II.16) a cada iteração h .

II.13.2. Aplicações práticas

II.13.2.1. Aplicação 1

Considere a função intervalar:

$$f(A) = A^2 + 2A - [7;9] = 0$$

Uma solução no intervalo $A^0 = [0;6]$ é buscada. A Jacobiana avaliada neste intervalo é dada por:

$$\mathbf{J}(A^0) = \frac{df(A)}{dA^0} = 2A^0 + 2 = [2;14]$$

Um ponto específico $a^0 \in A^0$ é selecionado da seguinte forma:

$$a^0 = \text{med}(A^0) = 3$$

A função $f(A)$ é calculada no ponto a^0 :

$$f(a^0) = 3^2 + 2 \cdot 3 - [7;9] = [6;8]$$

O operador N é calculado segundo (II.16)

$$N(a^0, A^0) = a^0 - \mathbf{J}^{-1}(A^0)f(a^0) = [-1; 2,57]$$

O valor de A^1 é obtido fazendo a intersecção apresentada em (II.17)

$$A^1 = A^0 \cap N(a^0, A^0) = [0; 2,57]$$

A convergência é testada da seguinte maneira:

$$\frac{|\text{diam}(A^0) - \text{diam}(A^1)|}{2} = [1,72] > \text{Tolerância} = 10^{-4}$$

Como a tolerância não é satisfeita, o processo é repetido calculando-se $\mathbf{J}(A^1)$, a^1 e um novo intervalo A^2 :

$$A^2 = A^1 \cap N(a^1, A^1) = [1,67; 2,57]$$

Esse processo é repetido até que $\frac{|\text{diam}(A^n) - \text{diam}(A^{n-1})|}{2} \leq \text{Tolerância}$. A Tabela

II.1 apresenta os resultados de A para cada iteração. A convergência ocorre na sexta iteração para o intervalo $[1,8231 ; 2,1692]$.

Tabela II.1 – Resultados Newton – Aplicação 1

Iteração	A	Ponto Médio de A
0	[0,0000 ; 6,0000]	3,0000
1	[0,0000 ; 2,5715]	1,2857
2	[1,6742 ; 2,5715]	2,1229
3	[1,7952 ; 2,1692]	1,9822
4	[1,8223 ; 2,1692]	1,9958
5	[1,8231 ; 2,1692]	1,9961
6	[1,8231 ; 2,1692]	1,9962

II.13.2.2. Aplicação 2

Considere a mesma função intervalar da seção anterior:

$$f(A) = A^2 + 2A - [7;9] = 0$$

Uma solução será buscada no novo intervalo $A^0 = [1,5;2,5]$. A Jacobiana avaliada neste intervalo é dada por:

$$J(A^0) = \frac{df(A)}{dA^0} = 2A^0 + 2 = [5;7]$$

Um ponto específico $a^0 \in A^0$ é selecionado da seguinte forma:

$$a^0 = \text{med}(A^0) = 2$$

A função $f(A)$ é calculada no ponto a^0 :

$$f(a^0) = 2^2 + 2 \cdot 2 - [7;9] = [-1;1]$$

O operador N é calculado segundo (II.16)

$$N(a^0, A^0) = a^0 - J^{-1}(A^0)f(a^0) = [1,80;2,20]$$

O valor de A^1 é obtido fazendo a intersecção apresentada em (II.17)

$$A^1 = A^0 \cap N(a^0, A^0) = [1,80;2,20]$$

A convergência é testada da seguinte maneira:

$$\frac{|\text{diam}(A^0) - \text{diam}(A^1)|}{2} = [0,30] > \text{Tolerância} = 10^{-4}$$

Como a tolerância não é satisfeita, o processo é repetido calculando-se $J(A^1)$, a^1 e um novo intervalo A^2 :

$$A^2 = A^1 \cap N(a^1, A^1) = [1,82; 2,17]$$

Esse processo é repetido até que $\frac{|\text{diam}(A^h) - \text{diam}(A^{h-1})|}{2} \leq \text{Tolerância}$. A Tabela

II.2 apresenta os resultados de A para cada iteração. A convergência ocorre na quarta iteração para o intervalo [1,8228 ; 2,1772].

Tabela II.2 – Resultados Newton – Aplicação 2

Iteração	A	Ponto Médio de A
0	[1,5000 ; 2,5000]	2,0000
1	[1,7999 ; 2,2001]	2,0000
2	[1,8214 ; 2,1786]	2,0000
3	[1,8227 ; 2,1773]	2,0000
4	[1,8228 ; 2,1772]	2,0000

Como o diâmetro do intervalo inicial de A na aplicação 2 é menor que o da aplicação 1, a aplicação 2 necessita de um número menor de iterações para a convergência.

II.13.2.3. Aplicação 3

Considere a função intervalar:

$$f(A) = A^2 + 2A - [5; 11] = 0$$

Uma solução será buscada no intervalo $A^0 = [1, 5; 2, 5]$. A Jacobiana avaliada neste intervalo é dada por:

$$\mathbf{J}(A^0) = \frac{df(A)}{dA^0} = 2A^0 + 2 = [5; 7]$$

Um ponto específico $a^0 \in A^0$ é selecionado da seguinte forma:

$$a^0 = \text{med}(A^0) = 2$$

A função $f(A)$ é calculada no ponto a^0 :

$$f(a^0) = 2^2 + 2 \cdot 2 - [5; 11] = [-3; 3]$$

O operador N é calculado segundo (II.16)

$$N(a^0, A^0) = a^0 - \mathbf{J}^{-1}(A^0)f(a^0) = [1, 40; 2, 60]$$

O valor de A^1 é obtido fazendo a intersecção apresentada em (II.17)

$$A^1 = A^0 \cap N(a^0, A^0) = [1, 50; 2, 50]$$

A convergência é testada da seguinte maneira:

$$\frac{|\text{diam}(A^0) - \text{diam}(A^1)|}{2} = [0] < \text{Tolerância} = 10^{-4}$$

Como a tolerância é satisfeita, o processo é encerrado na primeira iteração, porém com o resultado errado, já que não houve diminuição do intervalo inicial de A . Repetindo o processo com um intervalo inicial de A maior, $A^0 = [1; 3]$, a Jacobiana avaliada neste intervalo é dada por:

$$\mathbf{J}(A^0) = \frac{df(A)}{dA^0} = 2A^0 + 2 = [4; 8]$$

Um ponto específico $a^0 \in A^0$ é selecionado da seguinte forma:

$$a^0 = \text{med}(A^0) = 2$$

A função $f(A)$ é calculada no ponto a^0 :

$$f(a^0) = 2^2 + 2 \cdot 2 - [5; 11] = [-3; 3]$$

O operador N é calculado segundo (II.16)

$$N(a^0, A^0) = a^0 - \mathbf{J}^{-1}(A^0)f(a^0) = [1, 25; 2, 75]$$

O valor de A^1 é obtido fazendo a intersecção apresentada em (II.17)

$$A^1 = A^0 \cap N(a^0, A^0) = [1, 25; 2, 75]$$

A convergência é testada da seguinte maneira:

$$\frac{|\text{diam}(A^0) - \text{diam}(A^1)|}{2} = [0, 25] > \text{Tolerância} = 10^{-4}$$

Como a tolerância não é satisfeita, o processo é repetido calculando-se $J(A^1)$, a^1 e um novo intervalo A^2 :

$$A^2 = A^1 \cap N(a^1, A^1) = [1,33; 2,67]$$

Esse processo é repetido até que $\frac{|\text{diam}(A^h) - \text{diam}(A^{h-1})|}{2} \leq \text{Tolerância}$. A Tabela

II.3 apresenta os resultados de A para cada iteração. A convergência ocorre na quarta iteração para o intervalo [1,36 ; 2,64].

Tabela II.3 – Resultados Newton – Aplicação 3

Iteração	A	Ponto Médio de A
0	[1,0000 ; 3,0000]	2,0000
1	[1,2499 ; 2,7501]	2,0000
2	[1,3333 ; 2,6667]	2,0000
3	[1,3571 ; 2,6429]	2,0000
4	[1,3636 ; 2,6364]	2,0000
5	[1,3653 ; 2,6347]	2,0000
6	[1,3658 ; 2,6342]	2,0000
7	[1,3659 ; 2,6341]	2,0000
8	[1,3660 ; 2,6340]	2,0000

Contudo, o valor convergido de A apresenta erro em relação ao resultado correto de [1,4495; 2,4641], que pode ser encontrado da seguinte forma:

$$a^2 + 2a - 5 = 0$$

$$a_1 = \frac{-2 + \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot -5}}{2} = 1,4495$$

$$a_2 = \frac{-2 - \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot -5}}{2} = -3,4495$$

$$a^2 + 2a - 11 = 0$$

$$a_1 = \frac{-2 + \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot -11}}{2} = 2,4641$$

$$a_2 = \frac{-2 - \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot -11}}{2} = -4,4641$$

Os valores negativos são descartados por não estarem dentro do intervalo $A^0 = [1;3]$.

Esta aplicação demonstra que o tamanho do intervalo assumido no problema pode interferir na exatidão do processo iterativo. Além disso, é importante definir, de forma correta, as estimativas intervalares iniciais das variáveis do problema.

II.14. Método de Krawczyk

II.14.1. Modelagem matemática

Na matemática intervalar, um dos métodos mais utilizados para a resolução de sistemas não-lineares é o método de Krawczyk, criado a partir do método de Newton. Neste método, o sistema não-linear é resolvido somente por produto de matrizes [40]. Adicionando o termo $(a - b)$ nos dois lados da equação (II.13)

$$[\mathbf{Id} - \mathbf{J}(A)](a - b) = -f(a) + a - b \quad (\text{II.18})$$

A equação (II.18) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$b = a - f(a) + (\mathbf{Id} - \mathbf{J}(A))(b - a) \quad (\text{II.19})$$

Como $[a ; b] \in A$, b pode ser substituído pelo intervalo A . Assim:

$$K(a, A) = a - f(a) + (\mathbf{Id} - \mathbf{J}(A))(A - a) \quad (\text{II.20})$$

K , denominado operador Krawczyk, propicia o intervalo de solução da equação (II.19). Introduzindo uma matriz de pré-condicionamento mais a iteração h em (II.20) obtém-se:

$$\mathbf{K}(a^h, A^h) = a^h - \mathbf{C}f(a^h) + (\mathbf{Id} - \mathbf{C}\mathbf{J}(A^h))(A^h - a^h) \quad (\text{II.21})$$

$$\mathbf{C} = (\text{med}(\mathbf{J}(A^h)))^{-1} \quad (\text{II.22})$$

$$A^{h+1} = A^h \cap \mathbf{K}(a^h, A^h) \quad (\text{II.23})$$

\mathbf{C} é a matriz de pré-condicionamento igual à inversa do ponto médio de $\mathbf{J}(A^h)$. A principal vantagem do método de Krawczyk sobre o método de Newton é que no operador Krawczyk não é necessário o cálculo da inversa da Jacobina intervalar, como é necessário no método de Newton intervalar. Por esse motivo, o método de Krawczyk é mais eficiente computacionalmente que o método de Newton.

II.14.2. Aplicações práticas

II.14.2.1 Aplicação 1

Considere a função intervalar:

$$f(A) = A^2 + 2A - [7;9] = 0$$

$$A^0 = [0;6]$$

Da mesma forma que no método de Newton:

$$\mathbf{J}(A^0) = \frac{df(A)}{dA^0} = 2A^0 + 2 = [2;14]$$

$$a^0 = \text{med}(A^0) = 3$$

$$f(a^0) = 3^2 + 2 \cdot 3 - [7;9] = [6;8]$$

O operador \mathbf{K} é calculado segundo (II.21) onde:

$$\text{med}(\mathbf{J}(A^0)) = 8$$

$$\mathbf{C} = \frac{1}{8}$$

$$K(a^0, A^0) = 3 - \left[\frac{6}{8}; 1 \right] - \left[\left[1; 1 \right] - \left[\frac{2}{8}; \frac{14}{8} \right] \right] \left[-3; 3 \right] = [-0,25; 4,50]$$

Portanto, de (II.23):

$$A^1 = A^0 \cap K(a^0, A^0) = [0; 4,50]$$

A convergência é testada de forma análoga àquela utilizada no método de Newton. Como $\frac{|\text{diam}(A^0) - \text{diam}(A^1)|}{2} = [0,75]$, o processo é repetido calculando-se $J(A^1)$, a^1 e um novo intervalo A^2 :

$$A^2 = A^1 \cap K(a^1, A^1) = [0,30; 3,72]$$

Esse processo é repetido até que $\frac{|\text{diam}(A^h) - \text{diam}(A^{h-1})|}{2} \leq \text{Tolerância}$. A Tabela

II.4 apresenta os resultados de A para cada iteração. A convergência ocorre na décima iteração para o intervalo $[1,8228; 2,1772]$.

Tabela II.4 – Resultados Krawczyk – Aplicação 1

Iteração	A	Ponto Médio de A
0	[0,0000 ; 6,0000]	3,0000
1	[0,0000 ; 4,5000]	2,2500
2	[0,2980 ; 3,7212]	2,0096
3	[0,8605 ; 3,1395]	2,0000
4	[1,4005 ; 2,5995]	2,0000
5	[1,7135 ; 2,2865]	2,0000
6	[1,8059 ; 2,1941]	2,0000
7	[1,8207 ; 2,1793]	2,0000
8	[1,8226 ; 2,1774]	2,0000
9	[1,8228 ; 2,1772]	2,0000
10	[1,8228 ; 2,1772]	2,0000

II.14.2.2 Aplicação 2

Considere a mesma função intervalar da seção anterior e o novo intervalo inicial de A :

$$f(A) = A^2 + 2A - [7;9] = 0$$

$$A^0 = [1,5; 2,5]$$

Da mesma forma que no método de Newton:

$$\mathbf{J}(A^0) = \frac{df(A)}{dA^0} = 2A^0 + 2 = [5; 7]$$

$$a^0 = \text{med}(A^0) = 2$$

$$f(a^0) = 2^2 + 2 \cdot 2 - [7;9] = [-1;1]$$

O operador K é calculado segundo (II.21) onde:

$$\text{med}(\mathbf{J}(A^0)) = 6$$

$$\mathbf{C} = \frac{1}{6}$$

$$K(a^0, A^0) = 2 - \left[-\frac{1}{6}; \frac{1}{6} \right] - \left[[1;1] - \left[\frac{5}{6}; \frac{7}{6} \right] \right] [-0,5; 0,5] = [1,75; 2,25]$$

Portanto, de (II.23):

$$A^1 = A^0 \cap K(a^0, A^0) = [1,75; 2,25]$$

A convergência é testada de forma análoga àquela utilizada no método de Newton. Como $\frac{|\text{diam}(A^0) - \text{diam}(A^1)|}{2} = [0,25]$, o processo é repetido calculando-se

$\mathbf{J}(A^1)$, a^1 e um novo intervalo A^2 :

$$A^2 = A^1 \cap K(a^1, A^1) = [1,81; 2,19]$$

Esse processo é repetido até que $\frac{|\text{diam}(A^h) - \text{diam}(A^{h-1})|}{2} \leq \text{Tolerância}$. A Tabela

II.5 apresenta os resultados de A para cada iteração. A convergência ocorre na quinta iteração para o intervalo [1,8228 ; 2,1772].

Tabela II.5 – Resultados Krawczyk – Aplicação 2

Iteração	A	Ponto Médio de A
0	[1,5000 ; 2,5000]	2,0000
1	[1,7499 ; 2,2501]	2,0000
2	[1,8124 ; 2,1876]	2,0000
3	[1,8216 ; 2,1784]	2,0000
4	[1,8228 ; 2,1772]	2,0000
5	[1,8228 ; 2,1772]	2,0000

Como o diâmetro do intervalo inicial de A na aplicação 2 é menor que o da aplicação 1, a aplicação 2 necessita de um número menor de iterações para a convergência.

II.14.2.3 Aplicação 3

Considere a função intervalar:

$$f(A) = A^2 + 2A - [5;11] = 0$$

$$A^0 = [1,5; 2,5]$$

Da mesma forma que no método de Newton:

$$\mathbf{J}(A^0) = \frac{df(A)}{dA^0} = 2A^0 + 2 = [5; 7]$$

$$a^0 = \text{med}(A^0) = 2$$

$$f(a^0) = 2^2 + 2 \cdot 2 - [5; 11] = [-3; 3]$$

O operador K é calculado segundo (II.21) onde:

$$\text{med}(J(A^0)) = 6$$

$$C = \frac{1}{6}$$

$$K(a^0, A^0) = 2 - \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right] - \left[[1; 1] - \left[\frac{5}{6}; \frac{7}{6} \right] \right] [-0, 5; 0, 5] = [1, 42; 2, 58]$$

Portanto, de (II.23):

$$A^1 = A^0 \cap K(a^0, A^0) = [1, 50; 2, 50]$$

A convergência é testada de forma análoga àquela utilizada no método de Newton. Como $\frac{|\text{diam}(A^0) - \text{diam}(A^1)|}{2} = [0]$, o processo é encerrado na primeira iteração, porém com o resultado errado, já que não houve diminuição do intervalo inicial de A . Repetindo o processo com um intervalo inicial de A maior, ou seja, $A^0 = [1; 3]$:

$$J(A^0) = \frac{df(A)}{dA^0} = 2A^0 + 2 = [4; 8]$$

$$a^0 = \text{med}(A^0) = 2$$

$$f(a^0) = 2^2 + 2 \cdot 2 - [5; 11] = [-3; 3]$$

O operador K é calculado segundo (II.21) onde:

$$\text{med}(J(A^0)) = 6$$

$$C = \frac{1}{6}$$

$$K(a^0, A^0) = 2 - \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right] - \left[[1;1] - \left[\frac{4}{6}; \frac{8}{6} \right] \right] [-1;1] = [1,17; 2,83]$$

Portanto, de (II.23):

$$A^1 = A^0 \cap K(a^0, A^0) = [1,17; 2,83]$$

A convergência é testada de forma análoga àquela utilizada no método de Newton. Como $\frac{|\text{diam}(A^0) - \text{diam}(A^1)|}{2} = [0,17]$

$$A^2 = A^1 \cap K(a^1, A^1) = [1,27; 2,73]$$

Esse processo é repetido até que $\frac{|\text{diam}(A^h) - \text{diam}(A^{h-1})|}{2} \leq \text{Tolerância}$. A Tabela

II.6 apresenta os resultados de A para cada iteração. A convergência ocorre na décima primeira iteração para o intervalo [1,3659 ; 2,6341].

Tabela II.6 – Resultados Krawczyk – Aplicação 3

Iteração	A	Ponto Médio de A
0	[1,0000 ; 3,0000]	2,0000
1	[1,1666 ; 2,8334]	2,0000
2	[1,2685 ; 2,7315]	2,0000
3	[1,3216 ; 2,6784]	2,0000
4	[1,3466 ; 2,6534]	2,0000
5	[1,3576 ; 2,6424]	2,0000
6	[1,3624 ; 2,6376]	2,0000
7	[1,3645 ; 2,6355]	2,0000
8	[1,3653 ; 2,6347]	2,0000
9	[1,3657 ; 2,6343]	2,0000
10	[1,3659 ; 2,6341]	2,0000
11	[1,3659 ; 2,6341]	2,0000

Contudo, o valor convergido de A apresenta erro em relação ao resultado correto de $[1,4495; 2,4641]$, conforme apresentado no item II.13.2.3.

Esta aplicação demonstra que o tamanho do intervalo assumido no problema pode interferir na exatidão do processo iterativo.

Capítulo III

Avaliação de Incertezas de Dados em Estudos de Fluxo de Potência

III.1. Introdução

A primeira utilização da matemática intervalar para o tratamento de incertezas no problema de fluxo de potência [39] compara três metodologias diferentes (fluxo de potência intervalar, simulação de Monte Carlo e fluxo de potência probabilístico), para a resolução do fluxo de potência considerando incerteza nos dados da demanda do sistema. No fluxo de potência intervalar é utilizado o método de Newton intervalar para resolução do sistema de equações não lineares. Na simulação de Monte Carlo, mil valores de injeção de potência são selecionados dentro do intervalo especificado e para cada um desses valores é executado um fluxo de potência determinístico. No fluxo de potência probabilístico, uma função de distribuição de probabilidade normal é utilizada para modelar as injeções de potência no sistema. Os resultados apresentados mostram uma diferença pequena entre as metodologias e uma maior eficiência computacional para o fluxo de potência intervalar.

A referência [40] propõe uma metodologia baseada na matemática intervalar para obter as múltiplas soluções de um fluxo de potência. O método de Krawczyk é utilizado para a solução do conjunto de equações não lineares. A modelagem do fluxo de potência é feita em coordenadas retangulares. É considerada a incerteza nos dados das cargas. As múltiplas soluções intervalares são encontradas através de condições iniciais

diferentes. O intervalo de solução inicial é dividido em subintervalos que servirão para avaliar as múltiplas soluções do fluxo de potência.

A referência [44] propõe uma técnica de análise de fluxo de potência considerando a matemática intervalar para sistemas de distribuição equilibrados. As incertezas são consideradas nos parâmetros das cargas. Pode-se considerar incerteza também nos parâmetros dos alimentadores, devido a erros de cálculo e de medidas. Os resultados obtidos foram comparados com repetidas simulações do fluxo de potência determinístico. Foram utilizados dois sistemas testes.

A referência [45] propõe uma modelagem do fluxo de potência através da matemática intervalar utilizando a biblioteca C-XSC para a implementação computacional. É destacado no artigo que a matemática intervalar é altamente eficaz no controle dos diversos tipos de erros de operações computacionais, pois controla de maneira automática todos os arredondamentos e truncamentos gerados pelo sistema de ponto flutuante. A modelagem utiliza o método de Krawczyk e o fluxo de potência em coordenadas retangulares, sendo validada em dois sistemas testes.

A referência [46] apresenta um método de reconfiguração do sistema de distribuição para a melhora de seu desempenho. O método utiliza técnicas de análise intervalar em dados incertos, para maximizar a confiabilidade e reduzir as perdas do sistema. Os casos estudados demonstraram a efetividade do método de reconfiguração.

A referência [47] propõe um método para solucionar o problema do fluxo de potência ótimo com incertezas nas fontes de geração, utilizando a aritmética afim. Todas as variáveis de estado e de controle são tratadas de forma afim. O método proposto é usado para determinar as margens de operação de geradores térmicos, com incertezas no despacho de usinas solares e eólicas. A simulação de Monte Carlo é utilizada para validar a metodologia. Foram utilizados dois sistemas testes, o IEEE 30 barras e um sistema real europeu com 1211 barras.

A referência [48] apresenta um modelo de fluxo de potência em condições de incerteza, incorporando a matemática intervalar na formulação de fluxo de potência via equações de injeção de correntes. São consideradas incertezas nas demandas e nos parâmetros de linha. Para a solução das equações não-lineares é utilizado o método de Krawczyk. A implementação computacional é feita no Matlab utilizando a ferramenta Intlab. A simulação de Monte Carlo é utilizada para validar a metodologia. Nenhum dispositivo de controle é considerado no problema de fluxo de potência e as soluções intervalares geradas pela metodologia referem-se ao ponto nominal de operação.

A referência [49] estende a metodologia desenvolvida em [48] a fim de calcular de forma intervalar, em condições de incerteza nas cargas, não só o ponto de máximo carregamento, mas também as principais variáveis correspondentes a este ponto, como magnitudes de tensão, ângulos de fase, gerações, fluxos e perdas de potência ativa e reativa. Limites de geração de potência reativa nas barras PV e limites de magnitudes de tensão nas barras PQ são incorporados à metodologia.

Este capítulo está dividido em três partes. Na primeira parte é apresentado o fluxo de potência intervalar. Na segunda parte é apresentada a simulação de Monte Carlo. Na terceira parte são analisados os resultados dos fluxos de potência intervalar e da simulação de Monte Carlo, para um sistema elétrico de 3 barras.

III.2. Metodologia proposta para solução do fluxo de potência intervalar expresso em termos de equações de injeção de corrente

O fluxo de potência intervalar utilizando as equações de injeção de corrente em coordenadas retangulares, denotado por FPI-IC, pode ser descrito nos seguintes passos:

Passo 1: Executar o programa PSAT (Power System Analysis Toolbox) [59] para calcular todas as variáveis determinísticas associadas a um ponto de operação. Caso a análise seja realizada no ponto de máximo carregamento, então o PMC determinístico é também calculado pelo programa PSAT. As configurações adotadas para executar o fluxo de potência continuado no programa PSAT são: *corrector step tolerance* = 10^{-5} (tolerância na etapa de correção do fluxo de potência continuado), *flow tolerance* = 10^{-4} (tolerância do fluxo de potência); *step size control* = 0,005 (passo da etapa de predição do fluxo de potência continuado) e *maximum number of points* = 5000 (número máximo de pontos calculados pelo fluxo de potência continuado). Além disso, a representação de dispositivos de controle também é ativada.

Passo 2: As variações das cargas ativa e reativa e dos parâmetros de linha, a partir do caso base, numa barra genérica k são dadas por

$$P_{d_k}^i = \left[P_{d_k}^d \left(1 - \alpha_{P_k}^d \right), P_{d_k}^d \left(1 + \alpha_{P_k}^d \right) \right] \quad (\text{III.1})$$

$$Q_{d_k}^i = \left[Q_{d_k}^d (1 - \alpha_{Q_k}^d), Q_{d_k}^d (1 + \alpha_{Q_k}^d) \right] \quad (\text{III.2})$$

$$R_{k-m}^i = \left[R_{k-m}^d (1 - \alpha_{R_{k-m}}^d), R_{k-m}^d (1 + \alpha_{R_{k-m}}^d) \right] \quad (\text{III.3})$$

$$X_{k-m}^i = \left[X_{k-m}^d (1 - \alpha_{X_{k-m}}^d), X_{k-m}^d (1 + \alpha_{X_{k-m}}^d) \right] \quad (\text{III.4})$$

$$B_k^i = \left[B_k^d (1 - \alpha_{B_k}^d), B_k^d (1 + \alpha_{B_k}^d) \right] \quad (\text{III.5})$$

onde $\alpha_{P_k}^d$ e $\alpha_{Q_k}^d$ são fatores que denotam variações de carga ativa e reativa. Além disso, $\alpha_{R_{k-m}}^d$, $\alpha_{X_{k-m}}^d$, e $\alpha_{B_k}^d$ são fatores que denotam variações de resistência, reatância série e susceptância *shunt*, respectivamente.

Passo 3: Uma nova variável γ é utilizada para simular variações de carga e geração. Caso a análise seja realizada no ponto normal de operação, então $\gamma = 0$. Portanto, os componentes dos resíduos de corrente devem ser calculados considerando esta variável extra. Assim, das Eq. (B.6) e (B.7) apresentadas no Apêndice B

$$\Delta I_{r_k}^i = I_{r_k}^d - \frac{(P_{g_k}^i - P_{d_k}^i)(1 + \gamma^d) V_{r_k}^d + (Q_{g_k}^i - Q_{d_k}^i)(1 + \gamma^d) V_{m_k}^d}{(V_k^d)^2} \quad (\text{III.6})$$

$$\Delta I_{m_k}^i = I_{m_k}^d - \frac{(P_{g_k}^i - P_{d_k}^i)(1 + \gamma^d) V_{m_k}^d - (Q_{g_k}^i - Q_{d_k}^i)(1 + \gamma^d) V_{r_k}^d}{(V_k^d)^2} \quad (\text{III.7})$$

onde V_k é o módulo da tensão no ponto sob análise; $\Delta I_{r_k}^i + j\Delta I_{m_k}^i$ é o resíduo de corrente intervalar no mesmo ponto. O subscrito k denota a barra. Os resíduos de corrente são calculados apenas uma vez.

Passo 4: Calcular o PMC intervalar, caso a análise se restrinja a este ponto. De (III.6) e (III.7) considerando que os resíduos intervalares da corrente são nulos, então

$$I_{r_k}^d - \frac{(P_{g_k}^i - P_{d_k}^i)(1 + \gamma^i) V_{r_k}^d + (Q_{g_k}^i - Q_{d_k}^i)(1 + \gamma^i) V_{m_k}^d}{(V_k^d)^2} = 0 \quad (\text{III.8})$$

$$I_{m_k}^d - \frac{(P_{g_k}^i - P_{d_k}^i)(1 + \gamma^i)V_{m_k}^d - (Q_{g_k}^i - Q_{d_k}^i)(1 + \gamma^i)V_{r_k}^d}{(V_k^d)^2} = 0 \quad (\text{III.9})$$

Considerando apenas as barras PQ

$$I_{r_k}^d + \frac{P_{d_k}^i(1 + \gamma^i)V_{r_k}^d + Q_{d_k}^i(1 + \gamma^i)V_{m_k}^d}{(V_k^d)^2} = 0 \quad (\text{III.10})$$

$$I_{m_k}^d - \frac{Q_{d_k}^i(1 + \gamma^i)V_{r_k}^d - P_{d_k}^i(1 + \gamma^i)V_{m_k}^d}{(V_k^d)^2} = 0 \quad (\text{III.11})$$

De (III.10) e (III.11)

$$\gamma^i = \frac{(V_k^d)^2 I_{r_k}^d}{-P_{d_k}^i V_{r_k}^d - Q_{d_k}^i V_{m_k}^d} - 1 \quad (\text{III.12})$$

$$\gamma^i = \frac{(V_k^d)^2 I_{m_k}^d}{Q_{d_k}^i V_{r_k}^d - P_{d_k}^i V_{m_k}^d} - 1 \quad (\text{III.13})$$

Portanto, há duas formas possíveis de calcular γ^i . Os valores determinísticos gerados por (III.12) e (III.13) são idênticos. No entanto, esta afirmação não é verdadeira em termos de operações intervalares. Os valores intervalares a serem usados são aqueles que possuem o maior raio em relação ao valor determinístico.

Passo 5: As tensões intervalares são inicializadas usando o perfil de tensão determinístico, como ponto médio. Como primeira estratégia de inicialização (versão 1) desenvolvida e estudada neste trabalho, o raio é dado por

$$\begin{bmatrix} \Delta V_r^i \\ \Delta V_m^i \end{bmatrix} = (\mathbf{J}_i^d)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta I_m^i \\ \Delta I_r^i \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

Portanto

$$V_{r_k}^i = V_{r_k}^d + \Delta V_{r_k}^i \quad (\text{III.15})$$

$$V_{m_k}^i = V_{m_k}^d + \Delta V_{m_k}^i \quad (\text{III.16})$$

A matriz Jacobiana determinística, \mathbf{J}_i^d , na Eq. (III.14) possui a estrutura matemática dada pela Eq. (B.16) no Apêndice B. Esta matriz é singular no PMC. Assim, caso a análise se restrinja a este ponto, a estratégia adotada é calcular \mathbf{J}_i^d em um ponto próximo do PMC. Por exemplo, se o programa PSAT requer n pontos para calcular o PMC, então todas as variáveis do fluxo de potência utilizadas correspondem ao ponto $(n-2)$. Nessa versão, não se utiliza a variável intervalar γ^i .

Como uma estratégia de inicialização alternativa desenvolvida e estudada neste trabalho (versão 2), o raio é dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_r^i \\ \Delta \mathbf{V}_m^i \\ \Delta \gamma^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \frac{\partial \mathbf{I}_m}{\partial \gamma} \\ & \mathbf{J}_i^d & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta \gamma^i \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

A Equação (III.17) é baseada na etapa de predição do fluxo de potência continuado via equações de injeção de correntes. Os resíduos de corrente intervalares $\Delta \mathbf{I}_m^i$ e $\Delta \mathbf{I}_r^i$ são assumidos iguais a zero em (III.17). A única componente não nula do vetor em (III.17) é dada por:

$$\Delta \gamma^i = \gamma^d - \gamma^i \quad (\text{III.18})$$

onde γ^d é calculado pelo programa PSAT e γ^i é calculado pela Eq. (III.12) ou (III.13).

Nesse caso, a matriz Jacobiana determinística, \mathbf{J}_i^d , é calculada exatamente no ponto de máximo carregamento, e a variável intervalar γ^i influencia diretamente no cálculo das variações de tensão iniciais nas barras. As tensões intervalares iniciais são calculadas segundo (III.15) e (III.16).

Passo 6: Aplicar o operador Krawczyk de acordo com a Eq. (II.21). A matriz Jacobiana intervalar é calculada usando as tensões intervalares e a matriz de admitância intervalar. A matriz \mathbf{C} é igual à matriz inversa do ponto médio da matriz Jacobiana

intervalar. Além disso $f(x) = [\Delta I_r^i \ \Delta I_m^i]^t$ e $x = [V_r^d \ V_m^d]^t$. O vetor X corresponde à solução intervalar do fluxo de potência. O sobrescrito t denota vetor transposto.

Passo 7: O intervalo das tensões intervalares é atualizado da seguinte forma

$$V_r^{(h+1)} = V_r^{(h)} \cap K(x^{(h)}, X^{(h)}) \quad (\text{III.19})$$

$$V_m^{(h+1)} = V_m^{(h)} \cap K(x^{(h)}, X^{(h)}) \quad (\text{III.20})$$

Passo 8: Verificar a convergência através da tolerância \mathfrak{S} . O valor de \mathfrak{S} adotado neste trabalho é 10^{-4} . Se a convergência não for alcançada, o algoritmo retorna ao Passo 6. Caso contrário, prossegue para o Passo 9.

Passo 9: Calcular a geração de potência reativa nas barras PV. Outras variáveis intervalares de saída, tais como, geração de potência ativa na barra de referência, fluxos e perdas de potência nas linhas são calculadas de forma semelhante. Se g denota qualquer variável de saída correspondente ao ramo $k - m$, então

$$g = g_{ic}(V_{r_k}, V_{m_k}, V_{r_m}, V_{m_m}) \quad (\text{III.21})$$

Portanto

$$\Delta g_{ic}^i = \left[\frac{\partial g}{\partial V_{r_k}} X_{ic} + \frac{\partial g}{\partial V_{m_k}} Z_{ic} + \frac{\partial g}{\partial V_{r_m}} Y_{ic} + \frac{\partial g}{\partial V_{m_m}} W_{ic} \right] \begin{bmatrix} \Delta I_m^i \\ \Delta I_r^i \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

onde X_{ic} , Y_{ic} , Z_{ic} e W_{ic} são linhas da matriz inversa de J^d .

Finalmente

$$g_{ic}^i = g^d + \Delta g_{ic}^i \quad (\text{III.23})$$

Passo 10: Se a geração reativa intervalar $Q_k^i = [Q_k^1, Q_k^2]$, em uma barra k do tipo PV, viola qualquer limite, $Q_k^1 < Q_k^{\min}$ ou $Q_k^2 > Q_k^{\max}$, então o tipo da barra é redefinido de

PV para PQ, com a potência reativa intervalar especificada no limite violado, isto é $Q_k^i = [Q_k^{\min}, Q_k^2]$, ou $Q_k^i = [Q_k^1, Q_k^{\max}]$, ou $Q_k^i = [Q_k^{\min}, Q_k^{\max}]$.

Passo 11: Se o módulo da tensão intervalar $V_k^i = [V_k^1, V_k^2]$, em uma barra k do tipo PQ, viola qualquer limite, $V_k^1 < V_k^{\min}$ ou $V_k^2 > V_k^{\max}$, então o tipo da barra é redefinido de PQ para PV, com o módulo da tensão intervalar especificado no limite violado, isto é $V_k^i = [V_k^{\min}, V_k^2]$, ou $V_k^i = [V_k^1, V_k^{\max}]$, ou $V_k^i = [V_k^{\min}, V_k^{\max}]$.

Passo 12: Se nenhum tipo de violação ocorrer nos Passos 10 e 11, então procede-se ao Passo 13. Caso contrário, retorna-se ao Passo 6.

Passo 13: Calcular a potência ativa intervalar na barra de referência, os fluxos e as perdas de potência intervalar nas linhas, usando (III.22) e (III.23).

A Figura III.1 apresenta o fluxograma da metodologia proposta.

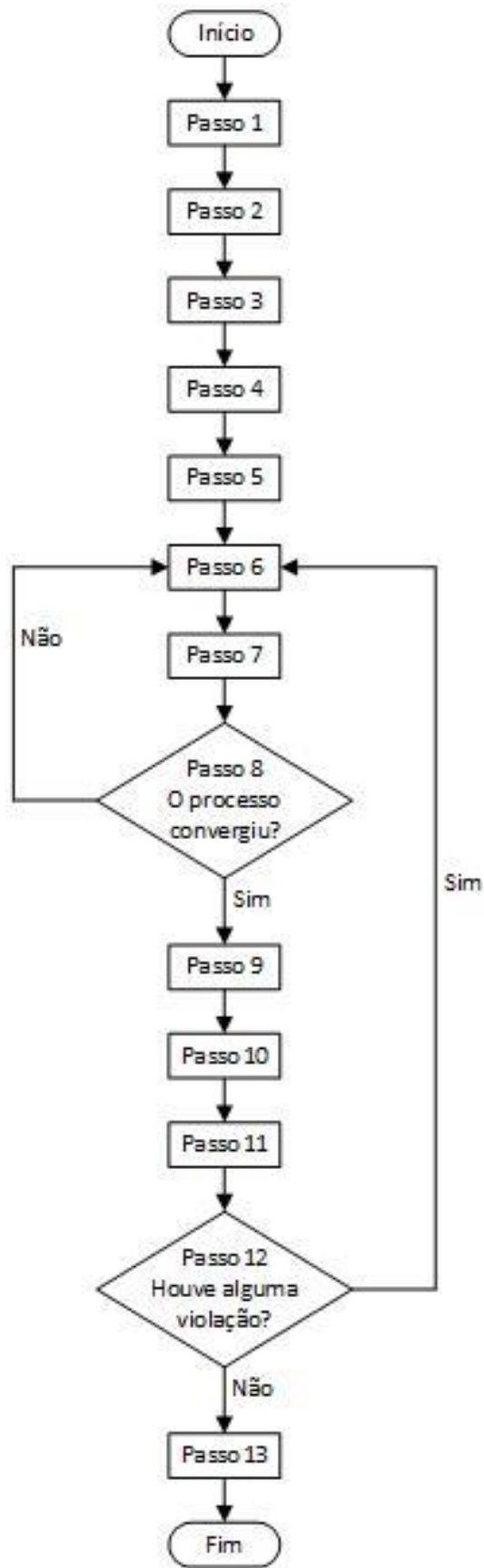


Figura III.1 – Fluxograma da metodologia proposta

III.3. Metodologia proposta para solução do fluxo de potência intervalar expresso em termos de equações de injeção de potência

O fluxo de potência intervalar polar, denotado por FPI-P, pode ser descrito por treze passos, desses, os passos 1, 2, 7, 9, 10 e 11 são semelhantes ao do algoritmo FPI-IC. As diferenças são evidenciadas a seguir.

Passo 3: Os resíduos de potência são calculados da seguinte forma:

$$\Delta P_k^i = P_{\text{calc}_k}^d - (P_{g_k}^i - P_{d_k}^i)(1 + \gamma^d) \quad (\text{III.24})$$

$$\Delta Q_k^i = Q_{\text{calc}_k}^d - (Q_{g_k}^i - Q_{d_k}^i)(1 + \gamma^d) \quad (\text{III.25})$$

onde $P_{\text{calc}_k}^d$ e $Q_{\text{calc}_k}^d$ são as potências ativa e reativa no ponto sob análise; $\Delta P_k^i + j\Delta Q_k^i$ é o resíduo de potência intervalar no ponto sob análise; $P_{g_k} + jQ_{g_k}$ é a geração complexa no caso base; $P_{d_k} + jQ_{d_k}$ é a carga complexa no caso base. Os resíduos de potência são calculados apenas uma vez.

Passo 4: Calcular o PMC intervalar, caso a análise se restrinja a este ponto. De (III.24)

$$P_{\text{calc}_k}^d - (P_{g_k}^i - P_{d_k}^i)(1 + \gamma^i) = 0 \quad (\text{III.26})$$

O cálculo de γ^i envolve operações intervalares. A precisão dos intervalos gerados por (III.26) será melhor se o número de operações intervalares for reduzido. É fácil notar que algumas subtrações do intervalo podem ser evitadas simplesmente pela avaliação de γ^i apenas para as barras PQ, uma vez que a geração de potência ativa e reativa é nula. Para uma barra genérica k , do tipo PQ,

$$P_{\text{calc}_k}^d + P_{d_k}^i (1 + \gamma^i) = 0 \quad (\text{III.27})$$

De (III.27)

$$\gamma^i = - \left(\frac{\mathbf{P}_{\text{calc}_k}^d}{\mathbf{P}_{d_k}^i} + 1 \right) \quad (\text{III.28})$$

Passo 5: As tensões intervalares são inicializadas usando o perfil de tensão determinístico, como ponto médio. Como primeira estratégia de inicialização (versão 1), o raio é dado por

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta^i \\ \Delta\mathbf{V}^i \end{bmatrix} = (\mathbf{J}_p^d)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P}^i \\ \Delta\mathbf{Q}^i \end{bmatrix} \quad (\text{III.29})$$

Portanto

$$\theta_k^i = \theta_k^d + \Delta\theta_k^i \quad (\text{III.30})$$

$$\mathbf{V}_k^i = \mathbf{V}_k^d + \Delta\mathbf{V}_k^i \quad (\text{III.31})$$

A matriz Jacobiana determinística, \mathbf{J}_p^d , na Eq. (III.29) possui a estrutura matemática dada pela Eq. (B.3) no Apêndice B. Os mesmos comentários feitos anteriormente são válidos neste algoritmo.

Como uma inicialização alternativa (versão 2), o raio é dado por

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_r^i \\ \Delta\mathbf{V}^i \\ \Delta\gamma^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \gamma} \\ & \mathbf{J}_p^d & \\ & & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \gamma} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta\gamma^i \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

A Equação (III.32) é baseada na etapa de predição do fluxo de potência continuado polar. $\Delta\gamma^i$ é calculado segundo (III.18) e γ^i calculado segundo (III.28). Os mesmos comentários feitos para a versão 2 da formulação injeção de correntes são aplicados nesse caso. As tensões intervalares iniciais são calculadas segundo (III.30) e (III.31).

Passo 6: Aplicar o operador Krawczyk de acordo com a Eq. (II.21). A matriz Jacobiana intervalar é calculada usando as tensões intervalares e a matriz de admitância intervalar. A matriz \mathbf{C} é igual à matriz inversa do ponto médio da matriz Jacobiana intervalar. Além disso, $f(\mathbf{x}) = [\Delta P^i \ \Delta Q^i]^t$ e $\mathbf{x} = [\theta^d \ \mathbf{V}^d]^t$. O vetor \mathbf{X} corresponde à solução intervalar do fluxo de potência.

Passo 7: O intervalo das tensões intervalares é atualizado da seguinte forma

$$\theta^{(h+1)} = \theta^{(h)} \cap \mathbf{K}(\mathbf{x}^{(h)}, \mathbf{X}^{(h)}) \quad (\text{III.33})$$

$$\mathbf{V}^{(h+1)} = \mathbf{V}^{(h)} \cap \mathbf{K}(\mathbf{x}^{(h)}, \mathbf{X}^{(h)}) \quad (\text{III.34})$$

Passo 9: Calcular a geração de potência reativa nas barras PV. Outras variáveis intervalares de saída, tais como, geração de potência ativa na barra de referência, fluxos e perdas de potência nas linhas são calculadas de forma semelhante. Se g denota qualquer variável de saída correspondente ao ramo $k - m$, então

$$g = g_p(\theta_k, \mathbf{V}_k, \theta_m, \mathbf{V}_m) \quad (\text{III.35})$$

Portanto

$$\Delta g_p^i = \left[\frac{\partial g}{\partial \theta_k} X_p + \frac{\partial g}{\partial \mathbf{V}_k} Z_p + \frac{\partial g}{\partial \theta_m} Y_p + \frac{\partial g}{\partial \mathbf{V}_m} W_p \right] \begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} \quad (\text{III.36})$$

onde X_p , Y_p , Z_p e W_p são linhas da matriz inversa de \mathbf{J}_p^d .

Finalmente

$$g_p^i = g^d + \Delta g_p^i \quad (\text{III.37})$$

Passo 13: Calcular a potência ativa intervalar na barra de referência, os fluxos e as perdas de potência intervalar nas linhas, usando (III.36) e (III.37).

III.4. Validação das metodologias propostas

III.4.1. Processo de simulação

A simulação de Monte Carlo (MC) [60] consiste na utilização de procedimentos estocásticos para simular uma grande quantidade de cenários possíveis para a variável em estudo. Pode ser entendida como uma técnica de simulação para problemas que tem base probabilística ou estocástica. O método é resolvido por um processo que procura simular o problema utilizando números aleatórios.

Para possibilitar a simulação de enorme diversidade de cenários, a simulação de Monte Carlo faz uso de um gerador de números aleatórios, que sorteia aleatoriamente valores pertencentes à distribuição uniforme no intervalo $[0 ; 1]$. Em seguida, realiza-se a transformação da variável aleatória uniformemente distribuída para a distribuição desejada.

Para que se tenha certeza de que uma sequência de números constitui uma amostra de números aleatórios, um aspecto básico a ser observado é que cada número sucessivo na sequência tenha uma probabilidade igual a de assumir qualquer um dos valores possíveis, e que seja estatisticamente independente dos outros números na sequência, isto é, os números precisam ser observações aleatórias de uma distribuição uniforme.

A simulação de Monte Carlo baseia-se na repetição do processo simulado várias vezes. Não há uma regra única para determinar a estimativa do número de experimentos que devem ser realizados. Ao se determinar o número de simulações, deve-se levar em consideração a precisão e o esforço computacional. Sempre haverá erro na estimação, porém ao elevar a quantidade de simulações o erro no resultado final tende a diminuir.

A simulação de Monte Carlo foi escolhida para a aferição dos resultados intervalares devido a sua simples implementação em comparação com outras abordagens que lidam com incertezas, como o fluxo de potência probabilístico e o fluxo de potência *fuzzy*.

O programa desenvolvido utilizando a simulação de Monte Carlo, denotado por MC, pode ser descrito nos seguintes passos:

Passo 1: Determinar o número de simulações de Monte Carlo a serem realizadas.

Passo 2: Determinar as variações das demandas ativa e reativa e dos parâmetros das linhas de transmissão, a partir do caso base.

Passo 3: Sortear um número (U) entre 0 e 1, utilizando distribuição uniforme, para cada valor de demanda ativa e reativa e dos parâmetros das linhas de transmissão.

Passo 4: Calcular os novos valores das demandas e dos parâmetros utilizando as seguintes expressões:

$$P_d = P_{d_{\text{inferior}}} + U_{P_d} \left(P_{d_{\text{superior}}} - P_{d_{\text{inferior}}} \right) \quad (\text{III.38})$$

$$Q_d = Q_{d_{\text{inferior}}} + U_{Q_d} \left(Q_{d_{\text{superior}}} - Q_{d_{\text{inferior}}} \right) \quad (\text{III.39})$$

$$R_{k-m} = R_{k-m_{\text{inferior}}} + U_{R_{k-m}} \left(R_{k-m_{\text{superior}}} - R_{k-m_{\text{inferior}}} \right) \quad (\text{III.40})$$

$$X_{k-m} = X_{k-m_{\text{inferior}}} + U_{X_{k-m}} \left(X_{k-m_{\text{superior}}} - X_{k-m_{\text{inferior}}} \right) \quad (\text{III.41})$$

$$B_{k-m} = B_{k-m_{\text{inferior}}} + U_{B_{k-m}} \left(B_{k-m_{\text{superior}}} - B_{k-m_{\text{inferior}}} \right) \quad (\text{III.42})$$

$$B_k = B_{k_{\text{inferior}}} + U_{B_k} \left(B_{k_{\text{superior}}} - B_{k_{\text{inferior}}} \right) \quad (\text{III.43})$$

Passo 5: Executar um fluxo de potência para o sistema em análise com os valores calculados no Passo 3.

Passo 6: Comparar os resultados obtidos no Passo 5 com os resultados armazenados, caso existam, e armazenar os maiores e os menores resultados de cada variável.

Passo 7: Se o número de simulações determinado no Passo 1 for atingido, encerrar o processo, caso contrário, retornar ao Passo 3.

Os desvios associados às metodologias propostas, comparativamente ao método de Monte Carlo, são calculados pela seguinte expressão:

$$D(\%) = \frac{|X_{MC} - X_{MET}|}{X_{MC}} \cdot 100\% \quad (\text{III.44})$$

onde X_{MC} é o resultado da variável X encontrado pela simulação de Monte Carlo e X_{MET} é o resultado da variável X encontrado pela metodologia proposta.

III.4.2. Necessidade do processo de simulação

Um método ineficiente, para validar a metodologia proposta, é executar um fluxo de potência determinístico para os valores máximos e mínimos das variações de demanda e dos parâmetros das linhas. A seguir vamos mostrar um exemplo que mostra a ineficácia deste método.

As Tabelas III.1 e III.2 apresentam os dados de barra e de linha de um sistema de 2 barras.

Tabela III.1 – Sistema 2 barras – Dados de barras

Barra	Tipo	V (PU)	θ (°)	P_k (pu)	Q_k (pu)
1	V θ	1,00000	0,00000	-	-
2	PQ	-	-	-0,05000	-0,02000

Tabela III.2 – Sistema 2 barras – Dados de linhas

De	Para	R_{k-m} (PU)	X_{k-m} (PU)	B_{k-m} (PU)
1	2	0,10000	1,00000	0,02000

Seja uma variação de $\pm 5\%$ nos valores de demanda e dos parâmetros de linha. Assim, para -5% de variação, $V_1 = 1$ pu, $\theta_1 = 0^\circ$, $R_{1-2} = 0,095$ pu, $X_{1-2} = 0,95$ pu, $B_{1-2} = 0,0210$ pu, $P_{d2} = 0,0475$ pu e $Q_{d2} = 0,0190$ pu. Nesta situação, a tensão determinística na barra 2, calculada pelo PSAT, é $V_2 = 0,98581$ pu e $\theta_2 = -2,57460^\circ$. Por outro lado, para $+5\%$ de variação, $V_1 = 1$ pu, $\theta_1 = 0^\circ$, $R_{1-2} = 0,105$ pu, $X_{1-2} = 1,050$ pu, $B_{1-2} = 0,0190$ pu, $P_{d2} = 0,0525$ pu e $Q_{d2} = 0,0210$ pu. Nesta situação, a tensão determinística na barra 2, calculada pelo PSAT é $V_2 = 0,98012$ pu e $\theta_2 = -3,15101^\circ$.

Portanto, é possível observar que as faixas de variação associadas às variáveis de interesse, considerando todos os dados de entrada ajustados no valor mínimo e,

posteriormente, no valor máximo, são as seguintes: $V_2 = [0,98012 ; 0,98581]$ pu, $\theta_2 = [-3,15101 ; -2,57460]^\circ$, $P_{g1} = [0,04773 ; 0,05281]$ pu e $Q_{g1} = [0,00072 ; 0,00543]$ pu.

O objetivo é mostrar que tal procedimento não garante a obtenção de faixas corretas, o que inviabiliza a análise do fluxo de potência sujeito às incertezas de dados. Para isto, seja o seguinte conjunto de dados de entrada, dentro da variação de $\pm 5\%$: $R_{1-2} = 0,1017$ pu, $X_{1-2} = 0,9648$ pu, $B_{1-2} = 0,0210$ pu, $P_{d2} = 0,04805$ pu e $Q_{d2} = 0,0190$ pu. A execução do programa de fluxo de potência determinístico via PSAT fornece os seguintes resultados: $V_2 = 0,98536$ pu, $\theta_2 = -2,64445^\circ$, $P_{g1} = 0,04829$ pu e $Q_{g1} = 0,00067$ pu.

Portanto, é possível observar que a potência reativa gerada pela barra de referência, Q_{g1} , extrapola a faixa definida pelos dados de entrada ajustados nos valores mínimo e máximo, ou seja, tal procedimento não é eficaz na análise do fluxo de potência sujeito às incertezas de dados. Para corroborar ainda mais esta afirmativa, a faixa definida pelo método de Monte Carlo, com um milhão de simulações, para a potência reativa gerada pela barra de referência é $[0,00063 ; 0,00547]$ pu, que também extrapola a faixa definida por tal procedimento.

III.5. Aplicação prática da metodologia FPI-IC

A seguir, resolveremos o fluxo de potência intervalar utilizando o algoritmo FPI-IC. A metodologia pode ser aplicada em qualquer ponto de operação. Como ilustração, a metodologia será apresentada no PMC. A Figura III.2 apresenta o diagrama unifilar do sistema utilizado nas simulações. Todas as grandezas estão em pu. O algoritmo passo a passo está descrito a seguir:

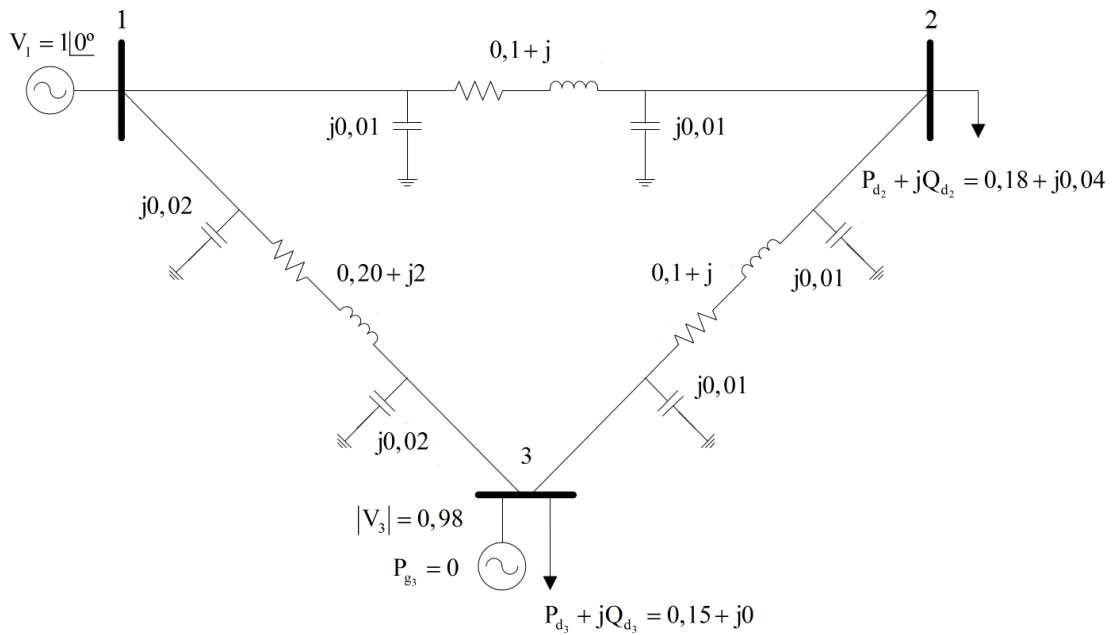


Figura III.2 – Diagrama unifilar do sistema teste

Passo 1: O limite mínimo de geração de potência reativa na barra 3 está liberado, enquanto o limite máximo é 0,1 pu. O limite mínimo de tensão na barra 2 é 0,8 pu. Considerando os controles e limites, os resultados determinísticos de tensão (módulo e fase) gerados pelo PSAT são $V_1 = 1\angle 0^\circ$, $V_2 = 0,80000\angle -30,90441^\circ$ e $V_3 = 0,87303\angle -35,64313^\circ$. Além disso, o fator de carregamento determinístico é $\gamma^d = 99,8412$. As Tabelas III.3 e III.4 apresentam os resultados de barra e de linha gerados pelo PSAT.

Tabela III.3 – Sistema 3 barras – Resultados de barras

Barra	Tipo	V (pu)	θ (°)	P_g (pu)	Q_g (pu)	P_d (pu)	Q_d (pu)
1	V θ	1,00000	0,00000	0,70391	0,35883	0,0000	0,00000
2	PQ	0,80000	-30,90441	0,00000	0,00000	0,35970	0,07993
3	PV	0,87303	-35,64313	0,00000	0,10000	0,29975	0,00000

Tabela III.4 – Sistema 3 barras – Resultados de linhas

De	Para	P_{k-m} (pu)	Q_{k-m} (pu)	P_{k-m} perdas (pu)	Q_{k-m} perdas (pu)
1	2	0,43767	0,26020	0,02646	0,24817
1	3	0,26624	0,09864	0,01699	0,13467
2	3	0,05151	-0,06791	0,00101	-0,00394

De posse das tensões determinísticas:

$$x = \begin{pmatrix} V_r^d \\ V_m^d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,00000 \\ 0,68643 \\ 0,70941 \\ 0,00000 \\ -0,41084 \\ -0,50870 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} \theta^d \\ V^d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,00000 \\ -0,53942 \\ -0,62211 \\ 1,00000 \\ 0,80000 \\ 0,87301 \end{pmatrix}$$

Passo 2: As Tabelas III.5 e III.6 apresentam as demandas e os dados de linha, ambos intervalares, calculados através de (III.1) a (III.5), considerando uma variação de $\pm 4\%$ em cada um destes parâmetros.

Tabela III.5 – Sistema 3 barras – Demandas intervalares

Barra	Tipo	P_d (pu)	Q_d (pu)
2	PQ	[0,17279 ; 0,18720]	[0,03839 ; 0,04160]
3	PV	[0,14399 ; 0,15600]	[0,00000 ; 0,00000]

Tabela III.6 – Sistema 3 barras – Parâmetros intervalares

Linha	R_{k-m} (pu)	X_{k-m} (pu)	B_{k-m} (pu)
1 – 2	[0,09600 ; 0,10400]	[0,96000 ; 1,04000]	[0,00960 ; 0,01040]
1 – 3	[0,19200 ; 0,20800]	[1,92000 ; 2,08000]	[0,01920 ; 0,02080]
2 – 3	[0,09600 ; 0,10400]	[0,96000 ; 1,04000]	[0,00960 ; 1,04000]

Passo 3: Utilizando as Eqs. (III.6) e (III.7).

$$f(x) = \begin{pmatrix} \Delta I_m^i \\ \Delta I_r^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [0,0000; 0,0000] \\ [-0,0160; 0,0130] \\ [-0,1024; -0,0840] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [-0,0197; 0,0204] \\ [-0,0786; -0,0530] \end{pmatrix}$$

Passo 4: Cálculo do PMC usando (III.12) ou (III.13)

$$\gamma^i = \frac{(V_k^d)^2 I_{r_k}^i}{P_{d_k}^i V_{r_k}^d - Q_{d_k}^i V_{m_k}^d} - 1 = [-260,9874; -245,3816]$$

$$\gamma^i = \frac{(V_k^d)^2 I_{m_k}^i}{Q_{d_k}^i V_{r_k}^d - P_{d_k}^i V_{m_k}^d} - 1 = [90,7437; 108,9705]$$

O resultado apresentado pela Eq. (III.12) possui um intervalo que não engloba o resultado determinístico, $\gamma^d = 99,8412$, por isso será descartado. O resultado apresentado pela Eq. (III.13) é considerado o correto.

Passo 5: As tensões intervalares são calculadas através de (III.14) a (III.16), correspondentes à versão 1.

$$X_1 = \begin{pmatrix} V_r^i \\ V_m^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1,0000; 1,0000] \\ [0,6596; 0,7165] \\ [0,7094; 0,7095] \\ [0,00000; 0,00000] \\ [-0,4309; -0,3898] \\ [-0,5088; -0,5087] \end{pmatrix}$$

Passo 6: Aplicação do operador Krawczyk de acordo com a Eq. (II.21). A matriz C é calculada num ponto próximo ao PMC. A Tabela III.7 apresenta o resultado deste ponto fornecido pelo PSAT.

Tabela III.7 – Sistema 3 barras – Resultados próximos ao PMC

Barra	Tipo	V (pu)	θ (°)	P_g (pu)	Q_g (pu)	P_d (pu)	Q_d (pu)
1	V θ	1,00000	0,00000	0,70037	0,35042	0,00000	0,00000
2	PQ	0,80356	-30,60142	0,00000	0,00000	0,35819	0,07962
3	PV	0,87689	-35,28511	0,00000	0,10000	0,29851	0,00000

$$K_1 = \begin{pmatrix} V_r^i \\ V_m^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1,0000;1,0000] \\ [0,6546;0,7150] \\ [0,6863;0,7313] \\ [0,00000;0,00000] \\ [-0,4329;-0,3900] \\ [-0,5415;-0,4780] \end{pmatrix}$$

Passo 7: Atualização do vetor de tensões utilizando as Eqs. (III.19) e (III.20)

$$X_2 = X_1 \cap K_1 = \begin{pmatrix} [1,0000;1,0000] \\ [0,6596;0,7150] \\ [0,7094;0,7095] \\ [0,00000;0,00000] \\ [-0,4309;-0,3900] \\ [-0,5088;-0,5087] \end{pmatrix}$$

Passo 8: Testar a convergência

$$\frac{|\text{diam}(X_2) - \text{diam}(X_1)|}{2} = \begin{pmatrix} 0,0000 \\ 0,0007 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0001 \\ 0,0000 \end{pmatrix} > \mathfrak{S} = 10^{-4}$$

Como a tolerância não é satisfeita, retorna-se ao Passo 6. A convergência ocorre na segunda iteração. Com a tolerância satisfeita, passa-se ao Passo 9.

Passo 9: A potência reativa gerada pela barra PV, calculada de acordo com as Eqs. (III.22) e (III.23), é dada por [0,0739 ; 0,1235] pu.

Passo 10: O valor superior da geração reativa intervalar violou o limite superior de 0,1 pu. Assim, o intervalo de $Q_{g_3}^i$ é ajustado para [0,0739 ; 0,1000], o tipo da barra 3

é modificado para PQ e a tensão intervalar inicial é calculada segundo as Eqs. (III.14) a (III.16).

Passo 11: O módulo da tensão intervalar da barra PQ é dado por [0,7663 ; 0,8347] pu. O valor inferior do módulo intervalar violou o limite inferior de 0,8 pu. Assim, o intervalo de v_2^i é ajustado para [0,8000 ; 0,8347] pu, e o tipo da barra 2 é modificado para PV.

Passo 12: Como há violações, retorna-se ao Passo 6. O algoritmo converge com mais duas iterações. Como existe apenas uma barra PV e uma barra PQ, os Passos 9, 10 e 11 não são executados, pois os limites nessas barras já foram ajustados na primeira execução desses passos. O algoritmo segue para o Passo 13.

Passo 13: Cálculo da potência ativa intervalar na barra de referência e dos fluxos e perdas de potência intervalar nas linhas, usando as Eqs. (III.22) e (III.23).

III.6. Aplicação prática da metodologia FPI-P

Os passos 1 e 2 são idênticos ao da seção anterior. Assim, o algoritmo passo a passo está descrito a seguir:

Passo 3: Utilizando as Eqs. (III.24) e (III.25)

$$f(x) = \begin{bmatrix} \Delta P^i \\ \Delta Q^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000;0,0000] \\ [-0,0155;0,0175] \\ [-0,0129;0,0146] \\ [0,0000;0,0000] \\ [-0,0035;0,0039] \\ [0,0000;0,0000] \end{bmatrix}$$

Passo 4: Cálculo do PMC usando (III.28)

$$\gamma^i = -\left(\frac{P_{\text{calc}_k}^d}{P_{d_k}^i} + 1\right) = [91,1183;109,3811]$$

Passo 5: As tensões intervalares são calculadas através de (III.29) a (III.31), correspondentes à versão 1. Neste trabalho, optou-se em manter os ângulos de fase nas barras de geração determinísticos, de modo a garantir o módulo da tensão nestas barras. De posse das tensões intervalares:

$$X_1 = \begin{bmatrix} \theta^i \\ V^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,0000;0,0000] \\ [-0,5525;-0,5245] \\ [-0,6221;-0,6220] \\ [1,0000;1,0000] \\ [0,7661;0,8382] \\ [0,8355;0,9154] \end{bmatrix}$$

Passo 6: Aplicação do operador Krawczyk de acordo com a Eq. (II.21). A matriz C é calculada num ponto próximo ao PMC. A Tabela III.7 apresenta o resultado deste ponto fornecido pelo PSAT. Portanto

$$K_1 = \begin{bmatrix} [0,0000;0,0000] \\ [-0,5815;-0,5017] \\ [-0,6685;-0,5806] \\ [1,0000;1,0000] \\ [0,7820;0,8163] \\ [0,8730;0,8731] \end{bmatrix}$$

Passo 7: Atualização do vetor de tensões utilizando as Eqs. (III.33) e (III.34)

$$X_2 = X_1 \cap K_1 = \begin{bmatrix} [0,0000; 0,0000] \\ [-0,5525; -0,5245] \\ [-0,6221; -0,6220] \\ [1,0000; 1,0000] \\ [0,7820; 0,8163] \\ [0,8730; 0,8731] \end{bmatrix}$$

Passo 8: Testar a convergência

$$\frac{|\text{diam}(X_2) - \text{diam}(X_1)|}{2} = \begin{bmatrix} 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0189 \\ 0,0399 \end{bmatrix} > \mathfrak{T} = 10^{-4}$$

Como a tolerância não é satisfeita, retorna-se ao Passo 6. A convergência ocorre ao final da quarta iteração. Como a tolerância é satisfeita, passa-se ao Passo 9.

Passo 9: A potência reativa gerada pela barra PV, calculada de acordo com as Eqs. (III.36) e (III.37), é dada por [0,0742 ; 0,1229] pu.

Passo 10: O valor superior da geração reativa intervalar violou o limite superior de 0,1 pu. Assim, o intervalo de $Q_{g_3}^i$ é ajustado para [0,0742 ; 0,10000], o tipo da barra 3 é modificado para PQ e a tensão intervalar inicial é calculada segundo as Eqs. (III.29) a (III.31).

Passo 11: O módulo da tensão intervalar da barra PQ é dado por [0,7843 ; 0,8140] pu. O valor inferior do módulo intervalar violou o limite inferior de 0,8 pu. Assim, o intervalo de V_2^i é ajustado para [0,8000 ; 0,8140] pu e o tipo da barra 2 é modificado para PV.

Passo 12: Como há violações, retorna-se ao Passo 6. O algoritmo converge com mais uma iteração. Como existe apenas uma barra PV e uma barra PQ, os Passos 8, 9 e 10 não são executados, pois os limites nessas barras já foram ajustados na primeira execução desses passos. O algoritmo segue para o passo 13.

Passo 13: Cálculo da potência ativa intervalar na barra de referência e dos fluxos e perdas de potência intervalar nas linhas, usando as Eqs. (III.36) e (III.37).

III.7. Resultados intervalares convergidos das metodologias

As Tabelas III.8 a III.16 apresentam os resultados dos métodos apresentados.

Tabela III.8 – Módulo das tensões

Barra	Método	V_k (pu)	D(%)
1	PSAT	1,00000	-
	FPI-P – versão 1	[1,00000 ; 1,00000]	[0,00000 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[1,00000 ; 1,00000]	[0,00000 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[1,00000 ; 1,00000]	[0,00000 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[1,00000 ; 1,00000]	[0,00000 ; 0,00000]
	MC	[1,00000 ; 1,00000]	-
2	PSAT	0,80000	-
	FPI-P – versão 1	[0,80000 ; 0,83814]	[0,00000 ; 1,06962]
	FPI-P – versão 2	[0,80000 ; 0,83892]	[0,00000 ; 1,16367]
	FPI-IC – versão 1	[0,80000 ; 0,83556]	[0,00000 ; 0,82844]
	FPI-IC – versão 2	[0,80000 ; 0,83614]	[0,00000 ; 0,75850]
	MC	[0,80000 ; 0,82927]	-
3	PSAT	0,87303	-
	FPI-P – versão 1	[0,83552 ; 0,91536]	[0,51083 ; 1,20962]
	FPI-P – versão 2	[0,83482 ; 0,91401]	[0,35688 ; 1,06035]
	FPI-IC – versão 1	[0,83775 ; 0,90847]	[0,00716 ; 0,44780]
	FPI-IC – versão 2	[0,83704 ; 0,90926]	[0,09191 ; 0,53515]
	MC	[0,83781 ; 0,90442]	-

Tabela III.9 – Fase das tensões

Barra	Método	θ_k (°)	D(%)
1	PSAT	0,00000	-
	FPI-P – versão 1	[0,00000 ; 0,00000]	[0,00000 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[0,00000 ; 0,00000]	[0,00000 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[0,00000 ; 0,00000]	[0,00000 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[0,00000 ; 0,00000]	[0,00000 ; 0,00000]
	MC	[0,00000 ; 0,00000]	-
2	PSAT	-30,90440	-
	FPI-P – versão 1	[-31,65582 ; -30,05633]	[1,02833 ; 1,87253]
	FPI-P – versão 2	[-31,40125 ; -30,10482]	[1,82425 ; 2,03689]
	FPI-IC – versão 1	[-33,14937 ; -28,57205]	[3,64124 ; 3,15826]
	FPI-IC – versão 2	[-32,97685 ; -28,49821]	[3,10186 ; 3,40854]
	MC	[-31,98473 ; -29,50386]	-
3	PSAT	-35,64310	-
	FPI-P – versão 1	[-38,12795 ; -33,40124]	[1,93350 ; 0,54525]
	FPI-P – versão 2	[-38,18206 ; -33,46002]	[2,07816 ; 0,37023]
	FPI-IC – versão 1	[-38,01869 ; -33,10797]	[1,64140 ; 1,41849]
	FPI-IC – versão 2	[-38,07145 ; -33,09978]	[1,78245 ; 1,44287]
	MC	[-37,40473 ; -33,58436]	-

Tabela III.10 – Geração ativa da barra de referência

Método	P_g (MW)	D(%)
PSAT	70,39100	-
FPI-P – versão 1	[66,61916 ; 73,73422]	[0,94851 ; 1,48716]
FPI-P – versão 2	[66,70573 ; 73,63018]	[1,07969 ; 1,62616]
FPI-IC – versão 1	[66,34270 ; 74,19739]	[0,52958 ; 0,86834]
FPI-IC – versão 2	[66,41858 ; 73,93982]	[0,64457 ; 1,21247]
MC	[65,99321 ; 74,84732]	-

Tabela III.11 – Geração reativa da barra de referência

Método	Q_g (MVar)	D(%)
PSAT	35,88300	-
FPI-P – versão 1	[32,27814 ; 39,07768]	[2,78729 ; 2,37282]
FPI-P – versão 2	[32,31294 ; 39,14836]	[2,89811 ; 2,19624]
FPI-IC – versão 1	[32,17094 ; 39,22764]	[2,44592 ; 1,99818]
FPI-IC – versão 2	[32,20182 ; 39,28359]	[2,54426 ; 1,85840]
MC	[31,40285 ; 40,02746]	-

Tabela III.12 – Geração reativa da barra PV

Barra	Método	Q _g (MVar)	D(%)
3	PSAT	10,00000	-
	FPI-P – versão 1	[7,42568 ; 10,00000]	[1,69114 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[7,41803 ; 10,00000]	[1,58637 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[7,38691 ; 10,00000]	[1,16020 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[7,37916 ; 10,00000]	[1,05407 ; 0,00000]
	MC	[7,30219 ; 10,00000]	-

Tabela III.13 – Fluxo de potência ativa nas linhas

Linha	Método	P _{k-m} (MW)	D(%)
1 – 2	PSAT	43,78650	-
	FPI-P – versão 1	[41,66468 ; 45,83192]	[1,93351 ; 2,89531]
	FPI-P – versão 2	[41,70023 ; 45,89653]	[2,02048 ; 2,75842]
	FPI-IC – versão 1	[41,41031 ; 46,02530]	[1,31119 ; 2,48559]
	FPI-IC – versão 2	[41,45471 ; 46,08657]	[1,41981 ; 2,35578]
	MC	[40,87437 ; 47,19846]	-
1 – 3	PSAT	26,62360	-
	FPI-P – versão 1	[25,05599 ; 28,10946]	[1,48452 ; 1,64099]
	FPI-P – versão 2	[25,10295 ; 28,12764]	[1,67472 ; 1,57738]
	FPI-IC – versão 1	[24,95149 ; 28,19120]	[1,06126 ; 1,35497]
	FPI-IC – versão 2	[25,00344 ; 28,24684]	[1,27168 ; 1,16028]
	MC	[24,68947 ; 28,57843]	-
2 – 3	PSAT	-5,05777	-
	FPI-P – versão 1	[-6,26631 ; -3,86286]	[3,07272 ; 2,47563]
	FPI-P – versão 2	[-6,20573 ; -3,91027]	[4,00977 ; 3,73335]
	FPI-IC – versão 1	[-6,37349 ; -3,80724]	[1,41486 ; 1,00012]
	FPI-IC – versão 2	[-6,32846 ; -3,85847]	[2,11138 ; 2,35917]
	MC	[-6,46496 ; -3,76954]	-

Tabela III.14 – Fluxo de potência reativa nas linhas

Linha	Método	Q_{k-m} (MVar)	D(%)
1 - 2	PSAT	25,97931	-
	FPI-P – versão 1	[23,35830 ; 28,39972]	[1,89083 ; 2,75717]
	FPI-P – versão 2	[23,36843 ; 28,41386]	[1,93502 ; 2,70875]
	FPI-IC – versão 1	[23,21616 ; 28,43435]	[1,27081 ; 2,63859]
	FPI-IC – versão 2	[23,22194 ; 28,49385]	[1,29602 ; 2,43486]
	MC	[22,92483 ; 29,20495]	-
1 - 3	PSAT	9,86370	-
	FPI-P – versão 1	[8,95444 ; 10,71257]	[1,41675 ; 2,43152]
	FPI-P – versão 2	[8,97583 ; 10,72019]	[1,65901 ; 2,36212]
	FPI-IC – versão 1	[8,91479 ; 10,75329]	[0,96768 ; 2,06065]
	FPI-IC – versão 2	[8,92768 ; 10,74380]	[1,11367 ; 2,14708]
	MC	[8,82935 ; 10,97954]	-
2 - 3	PSAT	6,35807	-
	FPI-P – versão 1	[5,02877 ; 7,56169]	[2,52690 ; 3,59721]
	FPI-P – versão 2	[5,10583 ; 7,75836]	[4,09800 ; 1,08990]
	FPI-IC – versão 1	[4,81503 ; 7,71614]	[1,83085 ; 1,62815]
	FPI-IC – versão 2	[4,82208 ; 7,74385]	[1,68711 ; 1,27488]
	MC	[4,90483 ; 7,84385]	-

Tabela III.15 – Perdas de potência ativa nas linhas

Linha	Método	P_{k-m}^{Perdas} (MW)	D(%)
1 - 2	PSAT	2,64514	-
	FPI-P – versão 1	[2,31745 ; 2,94516]	[3,25615 ; 2,34654]
	FPI-P – versão 2	[2,32948 ; 2,93985]	[3,79216 ; 2,52260]
	FPI-IC – versão 1	[2,28796 ; 2,97367]	[1,94219 ; 1,40123]
	FPI-IC – versão 2	[2,30294 ; 2,96849]	[2,60964 ; 1,57298]
	MC	[2,24437 ; 3,01593]	-
1 - 3	PSAT	1,69913	-
	FPI-P – versão 1	[1,48577 ; 1,89438]	[1,67523 ; 2,64912]
	FPI-P – versão 2	[1,49375 ; 1,90284]	[2,22132 ; 2,21437]
	FPI-IC – versão 1	[1,47603 ; 1,90828]	[1,00870 ; 1,93481]
	FPI-IC – versão 2	[1,48493 ; 1,91398]	[1,61775 ; 1,64189]
	MC	[1,46129 ; 1,94593]	-
2 - 3	PSAT	0,10008	-
	FPI-P – versão 1	[0,07449 ; 0,12311]	[7,39619 ; 5,31457]
	FPI-P – versão 2	[0,07318 ; 0,12539]	[9,11188 ; 3,46870]
	FPI-IC – versão 1	[0,06304 ; 0,13453]	[5,50750 ; 3,56099]
	FPI-IC – versão 2	[0,06512 ; 0,13617]	[6,11303 ; 4,73004]
	MC	[0,06936 ; 0,13002]	-

Tabela III.16 – Perdas de potência reativa nas linhas

Linha	Método	Q_{k-m}^{Perdas} (MVar)	D(%)
1 – 2	PSAT	24,81141	-
	FPI-P – versão 1	[21,51036 ; 27,83296]	[2,93097 ; 3,10393]
	FPI-P – versão 2	[21,52487 ; 27,85847]	[3,00040 ; 3,01512]
	FPI-IC – versão 1	[21,21561 ; 28,11709]	[1,52054 ; 2,11478]
	FPI-IC – versão 2	[21,22487 ; 28,12836]	[1,56485 ; 2,07554]
	MC	[20,89785 ; 28,72455]	-
1 – 3	PSAT	13,46691	-
	FPI-P – versão 1	[11,33337 ; 15,41946]	[1,65962 ; 3,25500]
	FPI-P – versão 2	[11,34835 ; 15,42758]	[1,79399 ; 3,20405]
	FPI-IC – versão 1	[11,23674 ; 15,55767]	[0,79285 ; 2,38784]
	FPI-IC – versão 2	[11,24753 ; 15,56483]	[0,88964 ; 2,34292]
	MC	[11,14835 ; 15,93825]	-
2 – 3	PSAT	-0,40138	-
	FPI-P – versão 1	[-0,68135 ; -0,14968]	[1,54471 ; 1,53303]
	FPI-P – versão 2	[-0,68574 ; -0,15249]	[0,91035 ; 3,43915]
	FPI-IC – versão 1	[-0,69724 ; -0,14492]	[0,75140 ; 1,69584]
	FPI-IC – versão 2	[-0,69943 ; -0,14521]	[1,06786 ; 1,49912]
	MC	[-0,69204 ; -0,14742]	-

Das tabelas apresentadas é possível extrair alguns comentários. Com relação ao módulo e à fase da tensão, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 3,64124% correspondente à fase da tensão na barra 2, calculada pela metodologia FPI-IC com inicialização versão 1.

Com relação às gerações ativa e reativa da barra de referência, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 2,89811% correspondente à geração reativa, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 2. É possível também observar que os desvios associados à geração ativa são menores que aqueles associados à geração reativa, para uma mesma metodologia e uma mesma forma de inicialização.

Com relação aos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 4,098% correspondente ao fluxo de potência reativa no ramo 2-3, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 2.

Em relação às perdas de potência ativa nos ramos, os desvios apresentados por ambas as metodologias são os maiores, quando comparados com os desvios associados às outras variáveis intervalares calculadas pelo fluxo de potência. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, entre todas as variáveis intervalares calculadas, é 9,11188% correspondente à perda de potência ativa no ramo 2-3, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 2. Por outro lado, os desvios apresentados pela perda de potência reativa nos ramos são pequenos.

Em síntese, tendo em vista o sistema genérico de 3 barras, é possível concluir que, de forma geral, as metodologias propostas FPI-P e FPI-IC se equivalem, tanto no número de iterações necessário para a convergência do processo iterativo, quanto na exatidão dos intervalos gerados para cada uma das variáveis de interesse no problema de fluxo de potência. O mesmo comentário pode ser feito no tocante aos processos de inicialização propostos neste trabalho, embora o maior desvio encontrado entre todas as variáveis tenha sido devido à inicialização versão 2, no cálculo da perda de potência ativa.

Capítulo IV

Resultados

IV.1. Introdução

Este capítulo apresenta os resultados obtidos pelos algoritmos propostos para três sistemas elétricos: o sistema de distribuição modificado CEMIG 37 barras [61], o sistema IEEE 30 barras e um sistema de transmissão de grande porte com 1768 barras. A metodologia foi desenvolvida no ambiente MATLAB utilizando a biblioteca INTLAB. A tolerância adotada para a convergência dos fluxos determinístico e intervalar é 10^{-4} .

Variações nas gerações, nas demandas e nos parâmetros das linhas são consideradas. Apenas os resultados de cinco barras e de cinco linhas que apresentam os maiores desvios relativos referentes ao algoritmo FPI-P, comparativamente à simulação de Monte Carlo, são apresentados. A variação nas gerações ativa é de $\pm 1\%$ para todas as barras de geração de todos os sistemas.

É analisada a variação de -7% e $+3\%$ nas demandas ativa e reativa em todas as barras do sistema CEMIG. Para o sistema de 1768 barras é analisada a variação de $\pm 2\%$ nas demandas ativa e reativa em todas as barras e a variação de $\pm 5\%$ nos parâmetros de todas as linhas. Resultados das duas versões de inicialização são analisados para o sistemas de distribuição e transmissão. Quinhentas mil simulações de Monte Carlo foram realizadas para todos os sistemas. O número de simulações foi determinado para que haja a máxima precisão nos resultados obtidos.

Para todos os sistemas, o limite mínimo e máximo de tensão nas barras é de 0,9 pu e 1,1 pu, respectivamente.

IV.2. Desempenho geral das metodologias para o sistema de distribuição modificado CEMIG 37 barras

As Tabelas IV.1 a IV.9 apresentam os resultados para o sistema de distribuição modificado CEMIG 37 barras, considerando-se a variação de -7% a +3% nas demandas ativa e reativa em todas as barras.

Tabela IV.1 – CEMIG – Módulo das tensões

Barra	Método	V _k (pu)	D(%)
1	PSAT	0,98879	-
	FPI-P – versão 1	[0,98804 ; 0,98926]	[0,80087 ; 0,88767]
	FPI-P – versão 2	[0,98826 ; 0,98901]	[0,82331 ; 0,91272]
	FPI-IC – versão 1	[0,98839 ; 0,98919]	[0,83657 ; 0,89468]
	FPI-IC – versão 2	[0,98830 ; 0,98910]	[0,82739 ; 0,90370]
	MC	[0,98019 ; 0,99812]	-
8	PSAT	0,96670	-
	FPI-P – versão 1	[0,96444 ; 0,96813]	[0,65122 ; 1,01123]
	FPI-P – versão 2	[0,96398 ; 0,96698]	[0,60321 ; 1,12881]
	FPI-IC – versão 1	[0,96550 ; 0,96790]	[0,76185 ; 1,03474]
	FPI-IC – versão 2	[0,96459 ; 0,96834]	[0,66688 ; 0,98975]
	MC	[0,95820 ; 0,97802]	-
12	PSAT	0,95619	-
	FPI-P – versão 1	[0,95318 ; 0,95809]	[0,51673 ; 1,04523]
	FPI-P – versão 2	[0,95354 ; 0,95763]	[0,55469 ; 1,09274]
	FPI-IC – versão 1	[0,95459 ; 0,95779]	[0,66542 ; 1,07621]
	FPI-IC – versão 2	[0,95472 ; 0,95701]	[0,67912 ; 1,15677]
	MC	[0,94828 ; 0,96821]	-
32	PSAT	0,90240	-
	FPI-P – versão 1	[0,90000 ; 0,90679]	[0,00000 ; 0,85176]
	FPI-P – versão 2	[0,90000 ; 0,90621]	[0,00000 ; 0,91517]
	FPI-IC – versão 1	[0,90000 ; 0,90617]	[0,00000 ; 0,91955]
	FPI-IC – versão 2	[0,90000 ; 0,90597]	[0,00000 ; 0,94142]
	MC	[0,90000 ; 0,91458]	-
36	PSAT	0,90000	-
	FPI-P – versão 1	[0,90000 ; 0,90357]	[0,00000 ; 1,03503]
	FPI-P – versão 2	[0,90000 ; 0,90321]	[0,00000 ; 1,07446]
	FPI-IC – versão 1	[0,90000 ; 0,90293]	[0,00000 ; 1,10512]
	FPI-IC – versão 2	[0,90000 ; 0,90285]	[0,00000 ; 1,11389]
	MC	[0,90000 ; 0,91302]	-

Tabela IV.2 – CEMIG – Fase das tensões

Barra	Método	θ_k (°)	D(%)
1	PSAT	-0,38184	-
	FPI-P – versão 1	[-0,43200 ; -0,36035]	[2,75194 ; 5,92921]
	FPI-P – versão 2	[-0,43459 ; -0,35984]	[3,36798 ; 5,77929]
	FPI-IC – versão 1	[-0,41040 ; -0,35325]	[2,38565 ; 3,84208]
	FPI-IC – versão 2	[-0,40958 ; -0,35421]	[2,58069 ; 4,12429]
	MC	[-0,42043 ; -0,34018]	-
8	PSAT	-1,13710	-
	FPI-P – versão 1	[-1,28569 ; -1,07342]	[2,18406 ; 4,74843]
	FPI-P – versão 2	[-1,28867 ; -1,07984]	[2,42090 ; 5,37492]
	FPI-IC – versão 1	[-1,31040 ; -1,06325]	[4,14796 ; 3,75600]
	FPI-IC – versão 2	[-1,30975 ; -1,06481]	[4,09630 ; 3,90823]
	MC	[-1,25821 ; -1,02476]	-
12	PSAT	-1,50170	-
	FPI-P – versão 1	[-1,69709 ; -1,41797]	[6,72582 ; 4,45990]
	FPI-P – versão 2	[-1,68493 ; -1,42045]	[5,96111 ; 4,64260]
	FPI-IC – versão 1	[-1,61930 ; -1,38424]	[1,83380 ; 1,97506]
	FPI-IC – versão 2	[-1,62094 ; -1,38734]	[1,93694 ; 2,20343]
	MC	[-1,59014 ; -1,35743]	-
32	PSAT	-3,25450	-
	FPI-P – versão 1	[-3,69067 ; -3,06760]	[7,28318 ; 5,55292]
	FPI-P – versão 2	[-3,68474 ; -3,03493]	[7,11080 ; 4,42878]
	FPI-IC – versão 1	[-3,53955 ; -2,97096]	[2,89031 ; 2,22764]
	FPI-IC – versão 2	[-3,54836 ; -2,97235]	[3,14640 ; 2,27546]
	MC	[-3,44012 ; -2,90622]	-
36	PSAT	-3,31620	-
	FPI-P – versão 1	[-3,76770 ; -3,12273]	[7,08713 ; 7,20899]
	FPI-P – versão 2	[-3,78042 ; -3,13194]	[7,44866 ; 7,52519]
	FPI-IC – versão 1	[-3,61221 ; -3,02183]	[2,66773 ; 3,74491]
	FPI-IC – versão 2	[-3,62935 ; -3,02439]	[3,15489 ; 3,83280]
	MC	[-3,51835 ; -2,91275]	-

Tabela IV.3 – CEMIG - Geração ativa da barra de referência

Sistema	Método	P_g (MW)	D(%)
CEMIG	PSAT	6438,49000	-
	FPI-P – versão 1	[6233,48970 ; 6876,21949]	[2,61939 ; 1,65518]
	FPI-P – versão 2	[6247,23584 ; 6861,85493]	[2,84568 ; 1,86062]
	FPI-IC – versão 1	[6215,51917 ; 6932,58011]	[2,32354 ; 0,84910]
	FPI-IC – versão 2	[6226,68493 ; 6903,48685]	[2,50736 ; 1,26520]
	MC	[6074,37832 ; 6991,94864]	-

Tabela IV.4 – CEMIG – Geração reativa da barra de referência

Sistema	Método	Q _g (MVar)	D(%)
CEMIG	PSAT	4041,69000	-
	FPI-P – versão 1	[3945,15984 ; 4266,94666]	[4,28799 ; 3,05402]
	FPI-P – versão 2	[3976,23547 ; 4202,84543]	[5,10946 ; 4,51042]
	FPI-IC – versão 1	[3895,53216 ; 4372,97960]	[2,97611 ; 0,64493]
	FPI-IC – versão 2	[3902,35425 ; 4354,83586]	[3,15645 ; 1,05716]
	MC	[3782,94736 ; 4401,36545]	-

Tabela IV.5 – CEMIG – Fluxo de potência ativa

Linha	Método	P _{k-m} (MW)	D(%)
1 – 2	PSAT	32,56303	-
	FPI-P – versão 1	[31,49242 ; 34,89606]	[8,60084 ; 0,90502]
	FPI-P – versão 2	[31,58335 ; 34,79584]	[8,91441 ; 1,18961]
	FPI-IC – versão 1	[31,33816 ; 34,64391]	[8,06888 ; 1,62105]
	FPI-IC – versão 2	[31,35496 ; 34,75943]	[8,12682 ; 1,29301]
	MC	[28,99832 ; 35,21476]	-
4 – 5	PSAT	65,42763	-
	FPI-P – versão 1	[63,28617 ; 70,09291]	[7,70926 ; 1,34196]
	FPI-P – versão 2	[63,32858 ; 69,95854]	[7,78144 ; 1,53109]
	FPI-IC – versão 1	[63,24090 ; 69,90177]	[7,63221 ; 1,61099]
	FPI-IC – versão 2	[63,15843 ; 70,00435]	[7,49185 ; 1,46661]
	MC	[58,75648 ; 71,04632]	-
7 – 8	PSAT	98,12335	-
	FPI-P – versão 1	[94,91600 ; 105,12207]	[7,78962 ; 0,87157]
	FPI-P – versão 2	[94,85943 ; 104,98356]	[7,72537 ; 1,00218]
	FPI-IC – versão 1	[94,74552 ; 104,82252]	[7,59601 ; 1,15404]
	FPI-IC – versão 2	[94,68437 ; 104,45684]	[7,52657 ; 1,49887]
	MC	[88,05672 ; 106,04634]	-
10 – 12	PSAT	131,58983	-
	FPI-P – versão 1	[127,31494 ; 140,91895]	[8,76383 ; 1,35834]
	FPI-P – versão 2	[127,23457 ; 140,23567]	[8,69517 ; 1,83663]
	FPI-IC – versão 1	[124,74552 ; 140,82252]	[6,56880 ; 1,42584]
	FPI-IC – versão 2	[125,03245 ; 140,54932]	[6,81393 ; 1,61708]
	MC	[117,05632 ; 142,85947]	-
13 – 14	PSAT	164,33063	-
	FPI-P – versão 1	[159,00253 ; 175,99866]	[5,60856 ; 1,14531]
	FPI-P – versão 2	[160,49252 ; 175,23845]	[6,59821 ; 1,57231]
	FPI-IC – versão 1	[159,15137 ; 176,22278]	[5,70742 ; 1,01943]
	FPI-IC – versão 2	[158,94835 ; 175,84936]	[5,57258 ; 1,22917]
	MC	[150,55837 ; 178,03775]	-

Tabela IV.6 – CEMIG – Fluxo de potência reativa

Linha	Método	Q_{k-m} (MVar)	D(%)
1 – 2	PSAT	19,53701	-
	FPI-P – versão 1	[18,90243 ; 20,93302]	[5,26831 ; 2,48958]
	FPI-P – versão 2	[18,83457 ; 20,74832]	[4,89039 ; 3,34995]
	FPI-IC – versão 1	[18,78766 ; 20,79887]	[4,62915 ; 3,11448]
	FPI-IC – versão 2	[18,72967 ; 20,80403]	[4,30620 ; 3,09044]
	MC	[17,95643 ; 21,46747]	-
4 – 5	PSAT	37,06732	-
	FPI-P – versão 1	[35,86399 ; 39,70624]	[8,72907 ; 2,81527]
	FPI-P – versão 2	[34,21437 ; 39,24546]	[3,72791 ; 3,94307]
	FPI-IC – versão 1	[35,76318 ; 39,65327]	[7,77226 ; 3,47103]
	FPI-IC – versão 2	[35,54839 ; 39,43832]	[8,42344 ; 2,94492]
	MC	[32,98473 ; 40,85646]	-
7 – 8	PSAT	56,55492	-
	FPI-P – versão 1	[54,72184 ; 60,58994]	[9,16283 ; 1,71731]
	FPI-P – versão 2	[54,58483 ; 60,23854]	[8,88951 ; 2,28732]
	FPI-IC – versão 1	[54,34442 ; 60,41689]	[8,40992 ; 1,99802]
	FPI-IC – versão 2	[54,43954 ; 60,35748]	[8,59967 ; 2,09439]
	MC	[50,12864 ; 61,64864]	-
10 – 12	PSAT	74,42681	-
	FPI-P – versão 1	[72,02736 ; 79,70669]	[7,47556 ; 3,67613]
	FPI-P – versão 2	[72,57453 ; 79,12746]	[8,29202 ; 4,37612]
	FPI-IC – versão 1	[71,88439 ; 79,98753]	[7,26223 ; 3,33674]
	FPI-IC – versão 2	[71,67473 ; 80,13850]	[6,94939 ; 3,15430]
	MC	[67,01743 ; 82,74864]	-
13 – 14	PSAT	94,26190	-
	FPI-P – versão 1	[91,23515 ; 100,94116]	[8,79791 ; 1,95825]
	FPI-P – versão 2	[91,14859 ; 100,73853]	[8,69468 ; 2,15506]
	FPI-IC – versão 1	[91,03088 ; 101,47323]	[8,55431 ; 1,44146]
	FPI-IC – versão 2	[90,99484 ; 101,39257]	[8,51134 ; 1,51980]
	MC	[83,85745 ; 102,95732]	-

Tabela IV.7– CEMIG – Perda de potência ativa

Linha	Método	P_{k-m}^{Perdas} (MW)	D(%)
1 – 2	PSAT	0,00240	-
	FPI-P – versão 1	[0,00225 ; 0,00275]	[3,01724 ; 5,36398]
	FPI-P – versão 2	[0,00224 ; 0,00276]	[3,44828 ; 5,74713]
	FPI-IC – versão 1	[0,00222 ; 0,00272]	[4,31034 ; 4,21456]
	FPI-IC – versão 2	[0,00223 ; 0,00271]	[3,87931 ; 3,83142]
	MC	[0,00232 ; 0,00261]	-
4 – 5	PSAT	0,01922	-
	FPI-P – versão 1	[0,01802 ; 0,02194]	[4,64576 ; 3,43310]
	FPI-P – versão 2	[0,01805 ; 0,02186]	[4,81998 ; 3,78521]
	FPI-IC – versão 1	[0,01791 ; 0,02191]	[4,00697 ; 3,56514]
	FPI-IC – versão 2	[0,01786 ; 0,02189]	[3,71661 ; 3,65317]
	MC	[0,01722 ; 0,02272]	-
7 – 8	PSAT	0,06689	-
	FPI-P – versão 1	[0,06279 ; 0,07633]	[4,68489 ; 1,52238]
	FPI-P – versão 2	[0,06282 ; 0,07630]	[4,73491 ; 1,56109]
	FPI-IC – versão 1	[0,06209 ; 0,07627]	[3,51784 ; 1,59979]
	FPI-IC – versão 2	[0,06212 ; 0,07622]	[3,56786 ; 1,66430]
	MC	[0,05998 ; 0,07751]	-
10 – 12	PSAT	0,16209	-
	FPI-P – versão 1	[0,15236 ; 0,18478]	[7,17501 ; 4,71328]
	FPI-P – versão 2	[0,15265 ; 0,18462]	[7,37901 ; 4,79579]
	FPI-IC – versão 1	[0,15205 ; 0,18683]	[6,95695 ; 3,65615]
	FPI-IC – versão 2	[0,15209 ; 0,18669]	[6,98509 ; 3,72834]
	MC	[0,14216 ; 0,19392]	-
13 – 14	PSAT	0,32469	-
	FPI-P – versão 1	[0,30498 ; 0,37067]	[7,87733 ; 3,00659]
	FPI-P – versão 2	[0,30401 ; 0,36894]	[7,53422 ; 3,45928]
	FPI-IC – versão 1	[0,30341 ; 0,37432]	[7,32199 ; 2,05150]
	FPI-IC – versão 2	[0,30375 ; 0,37386]	[7,44226 ; 2,17187]
	MC	[0,28271 ; 0,38216]	-

Tabela IV.8 – CEMIG – Perda de potência reativa

Linha	Método	Q_{k-m}^{Perdas} (MVar)	D(%)
1 – 2	PSAT	0,00122	-
	FPI-P – versão 1	[0,00114 ; 0,00139]	[5,55556 ; 2,20588]
	FPI-P – versão 2	[0,00116 ; 0,00140]	[7,40741 ; 2,94118]
	FPI-IC – versão 1	[0,00113 ; 0,00138]	[4,62963 ; 1,47059]
	FPI-IC – versão 2	[0,00114 ; 0,00139]	[5,55556 ; 2,20588]
	MC	[0,00108 ; 0,00136]	-
4 – 5	PSAT	0,00976	-
	FPI-P – versão 1	[0,00915 ; 0,01114]	[1,77976 ; 2,01465]
	FPI-P – versão 2	[0,00917 ; 0,01117]	[2,00222 ; 2,28938]
	FPI-IC – versão 1	[0,00909 ; 0,01112]	[1,11235 ; 1,83150]
	FPI-IC – versão 2	[0,00912 ; 0,01114]	[1,44605 ; 2,01465]
	MC	[0,00899 ; 0,01092]	-
7 – 8	PSAT	0,03399	-
	FPI-P – versão 1	[0,03191 ; 0,03879]	[6,90117 ; 2,29430]
	FPI-P – versão 2	[0,03204 ; 0,03885]	[7,33668 ; 2,45253]
	FPI-IC – versão 1	[0,03155 ; 0,03876]	[5,69514 ; 2,21519]
	FPI-IC – versão 2	[0,03162 ; 0,03881]	[5,92965 ; 2,34705]
	MC	[0,02985 ; 0,03792]	-
10 – 12	PSAT	0,08229	-
	FPI-P – versão 1	[0,07735 ; 0,09381]	[6,96999 ; 0,32937]
	FPI-P – versão 2	[0,07742 ; 0,09372]	[7,06680 ; 0,42499]
	FPI-IC – versão 1	[0,07719 ; 0,09485]	[6,74872 ; 0,77561]
	FPI-IC – versão 2	[0,07723 ; 0,09492]	[6,80404 ; 0,84998]
	MC	[0,07231 ; 0,09412]	-
13 – 14	PSAT	0,16494	-
	FPI-P – versão 1	[0,15493 ; 0,18830]	[8,98284 ; 4,51803]
	FPI-P – versão 2	[0,15462 ; 0,18842]	[8,76477 ; 4,45718]
	FPI-IC – versão 1	[0,15413 ; 0,19015]	[8,42009 ; 3,57994]
	FPI-IC – versão 2	[0,15421 ; 0,19027]	[8,47636 ; 3,51909]
	MC	[0,14216 ; 0,19721]	-

Tabela IV.9 – CEMIG – Ponto Máximo de Carregamento

Sistema	Método	PMC (%)	D(%)
CEMIG	PSAT	118,59285	-
	FPI-P – versão 1	[112,21683 ; 135,03584]	[3,65352 ; 3,93476]
	FPI-P – versão 2	[112,21683 ; 135,03584]	[3,65352 ; 3,93476]
	FPI-IC – versão 1	[110,13292 ; 132,82464]	[1,72863 ; 2,23283]
	FPI-IC – versão 2	[110,13292 ; 132,82464]	[1,72863 ; 2,23283]
	MC	[108,26148 ; 129,92366]	-

IV.3. Desempenho geral das metodologias para o sistema de transmissão com 1768 barras

As Tabelas IV.10 a IV.19 apresentam os resultados para o sistema de transmissão de 1768 barras, considerando-se a variação de $\pm 2\%$ nas demandas ativa e reativa em todas as barras e a variação de ± 5 nos parâmetros resistência, reatância e susceptância de todas as linhas.

Tabela IV.10 – 1768 – Módulo das tensões

Barra	Método	V_k (pu)	D(%)
493	PSAT	0,92546	-
	FPI-P – versão 1	[0,90000 ; 0,95231]	[0,00000 ; 1,44828]
	FPI-P – versão 2	[0,90000 ; 0,95326]	[0,00000 ; 1,54849]
	FPI-IC – versão 1	[0,90000 ; 0,95009]	[0,00000 ; 1,21413]
	FPI-IC – versão 2	[0,90000 ; 0,94548]	[0,00000 ; 1,27166]
	MC	[0,90000 ; 0,94806]	-
443	PSAT	0,93748	-
	FPI-P – versão 1	[0,90625 ; 0,97157]	[1,56179 ; 1,37710]
	FPI-P – versão 2	[0,90421 ; 0,97325]	[1,78563 ; 1,55067]
	FPI-IC – versão 1	[0,90836 ; 0,96964]	[0,33023 ; 1,17739]
	FPI-IC – versão 2	[0,90122 ; 0,96941]	[1,11451 ; 1,15339]
	MC	[0,91137 ; 0,96792]	-
1673	PSAT	0,90000	-
	FPI-P – versão 1	[0,90000 ; 0,95848]	[0,00000 ; 1,66058]
	FPI-P – versão 2	[0,90000 ; 0,95902]	[0,00000 ; 1,71729]
	FPI-IC – versão 1	[0,90000 ; 0,95633]	[0,00000 ; 1,43489]
	FPI-IC – versão 2	[0,90000 ; 0,95538]	[0,00000 ; 1,33519]
	MC	[0,90000 ; 0,95219]	-
1103	PSAT	0,94684	-
	FPI-P – versão 1	[0,90857 ; 0,98625]	[1,52335 ; 1,81985]
	FPI-P – versão 2	[0,90714 ; 0,98715]	[1,67991 ; 1,91185]
	FPI-IC – versão 1	[0,91026 ; 0,98468]	[0,33927 ; 1,65976]
	FPI-IC – versão 2	[0,90092 ; 0,98359]	[1,36140 ; 1,54825]
	MC	[0,91335 ; 0,97823]	-
353	PSAT	0,94835	-
	FPI-P – versão 1	[0,91001 ; 0,98670]	[1,10307 ; 1,71245]
	FPI-P – versão 2	[0,90983 ; 0,98732]	[1,12263 ; 1,77573]
	FPI-IC – versão 1	[0,91242 ; 0,98412]	[0,84028 ; 1,44948]
	FPI-IC – versão 2	[0,91065 ; 0,98326]	[1,03287 ; 1,36082]
	MC	[0,92016 ; 0,97972]	-

Tabela IV.11 – 1768 – Fase das tensões

Barra	Método	θ_k (°)	D(%)
493	PSAT	-12,58673	-
	FPI-P – versão 1	[-14,80127 ; -9,39867]	[4,71977 ; 4,07964]
	FPI-P – versão 2	[-14,92170 ; -9,38564]	[5,57182 ; 4,21262]
	FPI-IC – versão 1	[-14,73160 ; -9,47900]	[4,22684 ; 3,25981]
	FPI-IC – versão 2	[-14,71411 ; -9,33506]	[4,10314 ; 4,72888]
	MC	[-14,13417 ; -9,79841]	-
443	PSAT	-13,83321	-
	FPI-P – versão 1	[-16,83646 ; -10,95847]	[4,67623 ; 0,33685]
	FPI-P – versão 2	[-16,84171 ; -10,96463]	[4,70887 ; 0,39325]
	FPI-IC – versão 1	[-16,75271 ; -10,94795]	[3,13267 ; 0,63790]
	FPI-IC – versão 2	[-16,58819 ; -10,93135]	[4,15552 ; 0,24060]
	MC	[-16,08432 ; -10,92168]	-
1673	PSAT	-31,47459	-
	FPI-P – versão 1	[-36,67383 ; -26,94764]	[3,85809 ; 3,44123]
	FPI-P – versão 2	[-36,74375 ; -26,90264]	[4,05610 ; 3,60248]
	FPI-IC – versão 1	[-36,12137 ; -27,31998]	[2,29356 ; 2,10706]
	FPI-IC – versão 2	[-36,05533 ; -27,15862]	[2,10655 ; 2,68524]
	MC	[-35,31148 ; -27,90802]	-
1103	PSAT	10,58755	-
	FPI-P – versão 1	[7,61284 ; 14,01726]	[3,09398 ; 6,77824]
	FPI-P – versão 2	[7,60975 ; 14,13724]	[3,13331 ; 7,69220]
	FPI-IC – versão 1	[7,78816 ; 13,82179]	[0,86230 ; 5,28921]
	FPI-IC – versão 2	[7,76510 ; 13,75675]	[1,29373 ; 3,15580]
	MC	[7,85590 ; 13,12745]	-
353	PSAT	-46,38757	-
	FPI-P – versão 1	[-51,64824 ; -43,01636]	[2,68740 ; 4,15408]
	FPI-P – versão 2	[-51,70473 ; -43,02187]	[3,13331 ; 7,69220]
	FPI-IC – versão 1	[-51,43451 ; -43,28600]	[2,26245 ; 3,55327]
	FPI-IC – versão 2	[-51,24184 ; -43,45419]	[1,79373 ; 1,15580]
	MC	[-50,29657 ; -44,88074]	-

Tabela IV.12 – 1768 – Geração ativa da barra de referência

Método	P_g (MW)	D(%)
PSAT	500,67615	-
FPI-P – versão 1	[482,94736 ; 521,56482]	[1,88304 ; 2,26091]
FPI-P – versão 2	[481,48356 ; 522,43872]	[2,18043 ; 2,43225]
FPI-IC – versão 1	[484,67811 ; 519,08782]	[1,53142 ; 1,77525]
FPI-IC – versão 2	[485,11191 ; 518,71906]	[1,44328 ; 1,70295]
MC	[492,21598 ; 510,03343]	-

Tabela IV.13 – 1768 – Geração reativa da barra de referência

Método	Q_g (MVar)	D(%)
PSAT	-1471,82835	-
FPI-P – versão 1	[-1512,67842 ; -1435,03756]	[1,87249 ; 1,38790]
FPI-P – versão 2	[-1510,04732 ; -1434,13275]	[1,69530 ; 1,45008]
FPI-IC – versão 1	[-1502,47078 ; -1437,82507]	[1,18505 ; 1,19635]
FPI-IC – versão 2	[-1499,07984 ; -1435,92417]	[0,95668 ; 1,32698]
MC	[-1484,87428 ; -1455,23482]	-

Tabela IV.14 – 1768 – Geração reativa das barras PV

Barra	Método	Q_g (MVar)	D(%)
400	PSAT	104,00000	-
	FPI-P – versão 1	[100,04736 ; 104,00000]	[3,32068 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[99,38577 ; 104,00000]	[3,95999 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[101,72603 ; 104,00000]	[1,69498 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[101,01432 ; 104,00000]	[2,38276 ; 0,00000]
	MC	[103,48372 ; 104,00000]	-
401	PSAT	226,00000	-
	FPI-P – versão 1	[216,57382 ; 226,00000]	[3,68937 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[216,01377 ; 226,00000]	[3,93843 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[217,92726 ; 226,00000]	[3,08744 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[217,04032 ; 226,00000]	[3,48187 ; 0,00000]
	MC	[224,87012 ; 226,00000]	-
403	PSAT	50,00000	-
	FPI-P – versão 1	[46,04736 ; 50,00000]	[7,44811 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[45,89376 ; 50,00000]	[7,75684 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[47,45688 ; 50,00000]	[4,60929 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[46,77431 ; 50,00000]	[5,98128 ; 0,00000]
	MC	[49,75302 ; 50,00000]	-
532	PSAT	250,00000	-
	FPI-P – versão 1	[238,57832 ; 250,00000]	[4,08944 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[238,19463 ; 250,00000]	[4,24368 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[239,51818 ; 250,00000]	[3,71128 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[239,02347 ; 250,00000]	[3,91016 ; 0,00000]
	MC	[248,75083 ; 250,00000]	-
533	PSAT	250,00000	-
	FPI-P – versão 1	[239,99821 ; 250,00000]	[3,51870 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[239,64831 ; 250,00000]	[3,65937 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[240,72676 ; 250,00000]	[3,22542 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[240,77388 ; 250,00000]	[3,20648 ; 0,00000]
	MC	[248,75102 ; 250,00000]	-

Tabela IV.15 – 1768 – Fluxo de potência ativa

Linha	Método	P_{k-m} (MW)	D(%)
492 – 493	PSAT	7,84756	-
	FPI-P – versão 1	[7,11857 ; 8,74820]	[1,81472 ; 2,36279]
	FPI-P – versão 2	[7,12038 ; 8,68027]	[1,89633 ; 2,10913]
	FPI-IC – versão 1	[7,13370 ; 8,67975]	[1,60604 ; 1,56185]
	FPI-IC – versão 2	[7,12639 ; 8,67117]	[1,70688 ; 1,46151]
	MC	[7,25014 ; 8,54627]	-
442 – 443	PSAT	5,98370	-
	FPI-P – versão 1	[5,30485 ; 6,48573]	[1,66771 ; 2,13716]
	FPI-P – versão 2	[5,27958 ; 6,46048]	[2,13612 ; 1,73952]
	FPI-IC – versão 1	[5,31379 ; 6,46677]	[2,10235 ; 1,68263]
	FPI-IC – versão 2	[5,28140 ; 6,45687]	[1,50200 ; 1,83858]
	MC	[5,39482 ; 6,35002]	-
274 – 1673	PSAT	2,19482	-
	FPI-P – versão 1	[1,84285 ; 2,62051]	[4,94992 ; 9,74901]
	FPI-P – versão 2	[1,85758 ; 2,61743]	[4,19018 ; 9,62002]
	FPI-IC – versão 1	[1,85806 ; 2,60248]	[4,16542 ; 8,99390]
	FPI-IC – versão 2	[1,86352 ; 2,58038]	[3,88381 ; 8,06833]
	MC	[1,93882 ; 2,38773]	-
85 – 1103	PSAT	0,05084	-
	FPI-P – versão 1	[0,04812 ; 0,05384]	[3,10109 ; 4,40178]
	FPI-P – versão 2	[0,04796 ; 0,05332]	[3,42328 ; 3,39345]
	FPI-IC – versão 1	[0,04836 ; 0,05328]	[2,61780 ; 3,31588]
	FPI-IC – versão 2	[0,04813 ; 0,05304]	[3,07418 ; 2,84787]
	MC	[0,04966 ; 0,05157]	-
349 – 353	PSAT	1,98746	-
	FPI-P – versão 1	[1,83246 ; 2,17147]	[3,36808 ; 2,95572]
	FPI-P – versão 2	[1,83583 ; 2,17059]	[3,19037 ; 2,91400]
	FPI-IC – versão 1	[1,83886 ; 2,16834]	[3,03059 ; 2,80732]
	FPI-IC – versão 2	[1,84161 ; 2,16124]	[2,88572 ; 2,47046]
	MC	[1,89633 ; 2,10913]	-

Tabela IV.16 – 1768 – Fluxo de potência reativa

Linha	Método	Q_{k-m} (MVar)	D(%)
492 – 493	PSAT	1,87365	-
	FPI-P – versão 1	[1,14403 ; 2,63754]	[7,09819 ; 8,96674]
	FPI-P – versão 2	[1,12984 ; 2,58458]	[8,25050 ; 6,77876]
	FPI-IC – versão 1	[1,14708 ; 2,61355]	[6,85052 ; 7,97562]
	FPI-IC – versão 2	[1,13141 ; 2,57988]	[8,12302 ; 6,58463]
	MC	[1,23144 ; 2,42050]	-
442 – 443	PSAT	2,98736	-
	FPI-P – versão 1	[2,05984 ; 3,94542]	[9,10960 ; 5,20306]
	FPI-P – versão 2	[2,05483 ; 3,92357]	[9,33067 ; 4,62044]
	FPI-IC – versão 1	[2,06173 ; 3,94028]	[9,79535 ; 4,39716]
	FPI-IC – versão 2	[2,04430 ; 3,91519]	[9,02621 ; 5,06601]
	MC	[2,26629 ; 3,75029]	-
274 – 1673	PSAT	0,49153	-
	FPI-P – versão 1	[0,43012 ; 0,55857]	[5,49306 ; 4,92336]
	FPI-P – versão 2	[0,43658 ; 0,55502]	[4,07365 ; 4,25652]
	FPI-IC – versão 1	[0,43397 ; 0,55414]	[4,64713 ; 4,09122]
	FPI-IC – versão 2	[0,43221 ; 0,55169]	[5,03353 ; 3,63172]
	MC	[0,45512 ; 0,53236]	-
85 – 1103	PSAT	5,97352	-
	FPI-P – versão 1	[4,98573 ; 6,78237]	[4,94808 ; 2,50568]
	FPI-P – versão 2	[4,98933 ; 6,77543]	[4,87944 ; 2,40079]
	FPI-IC – versão 1	[4,99312 ; 6,77969]	[4,80719 ; 2,46517]
	FPI-IC – versão 2	[5,00162 ; 6,76645]	[4,64520 ; 2,26516]
	MC	[5,24527 ; 6,61658]	-
349 – 353	PSAT	0,57397	-
	FPI-P – versão 1	[0,50815 ; 0,63732]	[3,93958 ; 3,15626]
	FPI-P – versão 2	[0,50764 ; 0,63413]	[4,03599 ; 2,63993]
	FPI-IC – versão 1	[0,51070 ; 0,63202]	[3,45753 ; 2,29840]
	FPI-IC – versão 2	[0,49891 ; 0,63118]	[5,68653 ; 2,16171]
	MC	[0,52899 ; 0,61782]	-

Tabela IV.17 – 1768 – Perda de potência ativa

Linha	Método	P_{k-m}^{Perdas} (MW)	D(%)
40 – 2502	PSAT	0,63927	-
	FPI-P – versão 1	[0,57237 ; 0,67427]	[4,89665 ; 1,69065]
	FPI-P – versão 2	[0,57012 ; 0,67282]	[5,27050 ; 1,47196]
	FPI-IC – versão 1	[0,58177 ; 0,67133]	[3,33350 ; 1,24695]
	FPI-IC – versão 2	[0,57543 ; 0,66948]	[4,38793 ; 0,96819]
	MC	[0,60184 ; 0,66306]	-
86 – 488	PSAT	0,27486	-
	FPI-P – versão 1	[0,23017 ; 0,32548]	[7,31285 ; 8,54399]
	FPI-P – versão 2	[0,22316 ; 0,32189]	[10,13571 ; 7,34676]
	FPI-IC – versão 1	[0,23360 ; 0,32002]	[5,93226 ; 6,72198]
	FPI-IC – versão 2	[0,22786 ; 0,31863]	[8,24448 ; 6,26053]
	MC	[0,24833 ; 0,29986]	-
274 – 1673	PSAT	0,58432	-
	FPI-P – versão 1	[0,53765 ; 0,63404]	[4,18271 ; 5,09183]
	FPI-P – versão 2	[0,53248 ; 0,62947]	[5,10408 ; 4,33435]
	FPI-IC – versão 1	[0,54108 ; 0,63017]	[4,56223 ; 3,81384]
	FPI-IC – versão 2	[0,56112 ; 0,60332]	[3,57068 ; 4,44998]
	MC	-	-
85 – 1103	PSAT	0,00438	-
	FPI-P – versão 1	[0,00415 ; 0,00461]	[3,03738 ; 3,59551]
	FPI-P – versão 2	[0,00412 ; 0,00456]	[3,73832 ; 2,47191]
	FPI-IC – versão 1	[0,00417 ; 0,00457]	[2,58502 ; 2,53922]
	FPI-IC – versão 2	[0,00414 ; 0,00454]	[3,27919 ; 2,08551]
	MC	[0,00428 ; 0,00445]	-
424 – 426	PSAT	0,60475	-
	FPI-P – versão 1	[0,56216 ; 0,65892]	[3,39898 ; 5,66728]
	FPI-P – versão 2	[0,56006 ; 0,65243]	[3,75984 ; 4,62651]
	FPI-IC – versão 1	[0,56810 ; 0,65330]	[2,37726 ; 4,76535]
	FPI-IC – versão 2	[0,56333 ; 0,64843]	[3,19724 ; 3,98467]
	MC	[0,58194 ; 0,62358]	-

Tabela IV.18 – 1768 – Perda de potência reativa

Linha	Método	Q_{k-m}^{Perdas} (MVar)	D(%)
40 – 2502	PSAT	0,85536	-
	FPI-P – versão 1	[0,79002 ; 0,91805]	[3,85659 ; 3,54843]
	FPI-P – versão 2	[0,78978 ; 0,91421]	[3,88580 ; 3,11531]
	FPI-IC – versão 1	[0,79581 ; 0,91381]	[3,15188 ; 3,06981]
	FPI-IC – versão 2	[0,79243 ; 0,91100]	[3,56392 ; 2,75312]
	MC	[0,82171 ; 0,88659]	-
86 – 488	PSAT	0,76643	-
	FPI-P – versão 1	[0,69982 ; 0,84703]	[4,63979 ; 2,83609]
	FPI-P – versão 2	[0,70186 ; 0,84451]	[4,36181 ; 2,53014]
	FPI-IC – versão 1	[0,70293 ; 0,84321]	[4,21633 ; 2,37241]
	FPI-IC – versão 2	[0,70506 ; 0,84228]	[3,92630 ; 2,25959]
	MC	[0,73387 ; 0,82367]	-
274 – 1673	PSAT	4,86432	-
	FPI-P – versão 1	[3,94281 ; 5,49672]	[9,10283 ; 4,25935]
	FPI-P – versão 2	[4,02168 ; 5,49725]	[7,28457 ; 4,26941]
	FPI-IC – versão 1	[3,97237 ; 5,49396]	[8,42153 ; 4,20693]
	FPI-IC – versão 2	[4,06438 ; 5,49467]	[6,30033 ; 4,22053]
	MC	[4,33766 ; 5,27216]	-
85 – 1103	PSAT	0,27543	-
	FPI-P – versão 1	[0,24306 ; 0,35846]	[8,22730 ; 7,01896]
	FPI-P – versão 2	[0,23861 ; 0,36401]	[9,90749 ; 8,67592]
	FPI-IC – versão 1	[0,23229 ; 0,36394]	[12,29375 ; 8,65502]
	FPI-IC – versão 2	[0,24194 ; 0,36016]	[8,65018 ; 7,52650]
	MC	[0,26485 ; 0,33495]	-
424 – 426	PSAT	0,38638	-
	FPI-P – versão 1	[0,34001 ; 0,44249]	[6,36429 ; 7,24171]
	FPI-P – versão 2	[0,33312 ; 0,43729]	[8,26173 ; 5,98144]
	FPI-IC – versão 1	[0,34250 ; 0,44022]	[5,67723 ; 6,69049]
	FPI-IC – versão 2	[0,33677 ; 0,43451]	[7,25582 ; 5,30747]
	MC	[0,36312 ; 0,41261]	-

Tabela IV.19 – 1768 – Ponto Máximo de Carregamento

Método	PMC (%)	D(%)
PSAT	8,72351	-
FPI-P – versão 1	[6,57024 ; 10,00127]	[2,40239 ; 4,28198]
FPI-P – versão 2	[6,57024 ; 10,00127]	[2,40239 ; 4,28198]
FPI-IC – versão 1	[6,56356 ; 10,13235]	[2,29828 ; 3,02746]
FPI-IC – versão 2	[6,56356 ; 10,13235]	[2,29828 ; 3,02746]
MC	[6,41610 ; 10,44868]	-

Das Tabelas IV.1 a IV.19 é possível extrair alguns comentários. Com relação ao módulo e à fase da tensão, os desvios apresentados por ambas as metodologias são

muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo é 7,69220% correspondente à fase da tensão na barra 353 do sistema de 1768 barras, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 2.

Com relação às gerações ativa e reativa da barra de referência, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 5,10946% correspondente à geração ativa, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 2 e sistema CEMIG. É possível também observar que os desvios associados à geração ativa são menores que aqueles associados à geração reativa, para uma mesma metodologia e uma mesma forma de inicialização.

Com relação à geração reativa das barras PV, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 7,75684% correspondente à geração reativa da barra 403 do sistema de 1768 barras, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 2.

Com relação aos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 9,79535% correspondente ao fluxo de potência reativa no ramo 442-443 do sistema 1768 barras, calculada pela metodologia FPI-IC com inicialização versão 1.

Em relação às perdas de potência ativa e reativa nos ramos, os desvios apresentados por ambas as metodologias são os maiores, quando comparados com os desvios associados às outras variáveis intervalares calculadas pelo fluxo de potência. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, entre todas as variáveis intervalares calculadas, é 12,29375% correspondente à perda de potência reativa no ramo 85-1103 do sistema de 1768 barras, calculada pela metodologia FPI-IC com inicialização versão 1.

Os desvios apresentados no cálculo do ponto de máximo carregamento intervalar, por ambas as metodologias, também são muito pequenos. O maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 4,28198% referente à metodologia FPI-P, versão 1 e 2, para o sistema de 1768 barras. Tanto para o sistema de distribuição como para o sistema de transmissão, os menores desvios são produzidos pela metodologia FPI-IC.

Independentemente da formulação de solução do problema de fluxo de potência e do processo inicialização das variáveis intervalares, as Tabelas IV.1 a IV.19 demonstram que as metodologias desenvolvidas apresentam um desempenho muito bom, tanto para o sistema de distribuição quanto para o sistema de transmissão. Esse desempenho está sendo medido em termos das faixas geradas pela simulação de Monte Carlo, para cada uma das variáveis intervalares.

IV.4. Desempenho das metodologias para diferentes variações nos parâmetros de carga e de linha

As Tabelas IV.20 a IV.36 apresentam as variáveis intervalares do fluxo de potência geradas por ambas metodologias, para diferentes variações nos dados de demanda ativa e reativa em todas as barras, e para diferentes variações nos dados de resistência, reatância e susceptância em todos os ramos. Para isto, o sistema IEEE 30 barras, composto de 1 barra de referência, 5 barras de geração e 41 ramos, será utilizado. Variações de $\pm 2\%$ e $\pm 10\%$ serão utilizadas, de forma a verificar o desempenho de ambas metodologias.

Tabela IV.20 – IEEE 30 – 10% de variação – Módulo das tensões

Barra	Método	V_k (pu)	D(%)
3	PSAT	0,97633	-
	FPI-P – versão 1	[0,95133 ; 1,00416]	[1,58573 ; 1,39246]
	FPI-P – versão 2	[0,95210 ; 1,00323]	[1,59378 ; 1,48379]
	FPI-IC – versão 1	[0,95900 ; 0,99457]	[2,40475 ; 2,33419]
	FPI-IC – versão 2	[0,95832 ; 0,99384]	[2,25095 ; 2,40588]
	MC	[0,94648 ; 1,01834]	-
10	PSAT	0,97297	-
	FPI-P – versão 1	[0,92093 ; 1,02926]	[1,15886 ; 1,39204]
	FPI-P – versão 2	[0,92045 ; 1,02345]	[1,10613 ; 1,94867]
	FPI-IC – versão 1	[0,91769 ; 1,03055]	[0,80296 ; 1,26845]
	FPI-IC – versão 2	[0,91847 ; 1,03006]	[0,88864 ; 1,31540]
	MC	[0,91038 ; 1,04379]	-
19	PSAT	0,94871	-
	FPI-P – versão 1	[0,90000 ; 1,01010]	[0,00000 ; 1,44020]
	FPI-P – versão 2	[0,90000 ; 1,00384]	[0,00000 ; 2,05101]
	FPI-IC – versão 1	[0,90000 ; 1,01190]	[0,00000 ; 1,26456]
	FPI-IC – versão 2	[0,90000 ; 1,01093]	[0,00000 ; 1,35921]
	MC	[0,90000 ; 1,02486]	-
25	PSAT	0,93478	-
	FPI-P – versão 1	[0,90000 ; 0,99463]	[0,00000 ; 1,89478]
	FPI-P – versão 2	[0,90000 ; 0,99327]	[0,00000 ; 1,05296]
	FPI-IC – versão 1	[0,90000 ; 0,99422]	[0,00000 ; 1,93522]
	FPI-IC – versão 2	[0,90000 ; 0,99374]	[0,00000 ; 1,00614]
	MC	[0,90000 ; 1,00384]	-
30	PSAT	0,90000	-
	FPI-P – versão 1	[0,90000 ; 0,96721]	[0,00000 ; 1,39968]
	FPI-P – versão 2	[0,90000 ; 0,96702]	[0,00000 ; 1,40373]
	FPI-IC – versão 1	[0,90000 ; 0,96686]	[0,00000 ; 1,43536]
	FPI-IC – versão 2	[0,90000 ; 0,96643]	[0,00000 ; 1,46450]
	MC	[0,90000 ; 0,97094]	-

Tabela IV.21 – IEEE 30 – 10% de variação – Fase das tensões

Barra	Método	θ_k (°)	D(%)
3	PSAT	-9,85029	-
	FPI-P – versão 1	[-11,88004 ; -7,57023]	[2,66132 ; 2,87805]
	FPI-P – versão 2	[-11,84855 ; -7,60385]	[2,91933 ; 3,33494]
	FPI-IC – versão 1	[-11,90188 ; -7,82477]	[2,48237 ; 6,33720]
	FPI-IC – versão 2	[-11,89574 ; -7,78744]	[2,53268 ; 5,82990]
	MC	[-12,20485 ; -7,35845]	-
10	PSAT	-21,46185	-
	FPI-P – versão 1	[-25,77096 ; -17,87470]	[1,61822 ; 11,37974]
	FPI-P – versão 2	[-25,73952 ; -17,84869]	[1,73824 ; 11,21767]
	FPI-IC – versão 1	[-25,79864 ; -17,20772]	[1,51255 ; 7,22370]
	FPI-IC – versão 2	[-25,79568 ; -17,19483]	[1,52385 ; 7,14338]
	MC	[-26,19485 ; -16,04843]	-
19	PSAT	-23,01858	-
	FPI-P – versão 1	[-26,81074 ; -18,97291]	[4,41235 ; 5,49455]
	FPI-P – versão 2	[-26,82475 ; -18,96574]	[4,36240 ; 5,45468]
	FPI-IC – versão 1	[-27,60211 ; -18,55001]	[1,59090 ; 3,14311]
	FPI-IC – versão 2	[-27,59483 ; -18,53856]	[1,61685 ; 3,07945]
	MC	[-28,04833 ; -17,98473]	-
25	PSAT	-22,06919	-
	FPI-P – versão 1	[-26,01965 ; -18,18067]	[4,12295 ; 6,02297]
	FPI-P – versão 2	[-26,00382 ; -18,20485]	[4,18128 ; 6,16398]
	FPI-IC – versão 1	[-26,50443 ; -17,74759]	[2,33664 ; 3,49740]
	FPI-IC – versão 2	[-26,53827 ; -17,86903]	[2,21194 ; 4,20560]
	MC	[-27,13856 ; -17,14786]	-
30	PSAT	-24,57874	-
	FPI-P – versão 1	[-29,09496 ; -20,56668]	[4,23824 ; 6,84683]
	FPI-P – versão 2	[-29,10385 ; -20,67483]	[4,20898 ; 7,40869]
	FPI-IC – versão 1	[-29,50032 ; -19,81030]	[2,90406 ; 2,91733]
	FPI-IC – versão 2	[-29,49382 ; -19,82464]	[2,92545 ; 2,99183]
	MC	[-30,38265 ; -19,24875]	-

Tabela IV.22 – IEEE 30 – 2% de variação – Módulo das tensões

Barra	Método	V_k (pu)	D(%)
3	PSAT	0,97633	-
	FPI-P – versão 1	[0,97214 ; 0,97853]	[1,29518 ; 1,23441]
	FPI-P – versão 2	[0,97256 ; 0,97829]	[1,33895 ; 1,25863]
	FPI-IC – versão 1	[0,97277 ; 0,97989]	[1,36083 ; 1,09714]
	FPI-IC – versão 2	[0,97243 ; 0,97971]	[1,32540 ; 1,11531]
	MC	[0,95971 ; 0,99076]	-
9	PSAT	0,98706	-
	FPI-P – versão 1	[0,97096 ; 0,99396]	[0,72826 ; 1,64849]
	FPI-P – versão 2	[0,97121 ; 0,99304]	[0,75420 ; 1,73953]
	FPI-IC – versão 1	[0,97777 ; 0,99636]	[1,43474 ; 1,41102]
	FPI-IC – versão 2	[0,97764 ; 0,99593]	[1,42125 ; 1,45356]
	MC	[0,96394 ; 1,01062]	-
20	PSAT	0,95367	-
	FPI-P – versão 1	[0,92510 ; 0,96101]	[1,19514 ; 2,05669]
	FPI-P – versão 2	[0,92431 ; 0,95998]	[1,27952 ; 2,16166]
	FPI-IC – versão 1	[0,94149 ; 0,96592]	[0,55538 ; 1,55627]
	FPI-IC – versão 2	[0,94218 ; 0,96534]	[0,62908 ; 1,61539]
	MC	[0,93629 ; 0,98119]	-
23	PSAT	0,95147	-
	FPI-P – versão 1	[0,92690 ; 0,96274]	[1,85822 ; 1,58247]
	FPI-P – versão 2	[0,92524 ; 0,96383]	[2,03399 ; 1,47104]
	FPI-IC – versão 1	[0,93947 ; 0,96353]	[0,52729 ; 1,50171]
	FPI-IC – versão 2	[0,93768 ; 0,96482]	[0,71682 ; 1,36984]
	MC	[0,94445 ; 0,97822]	-
30	PSAT	0,90000	-
	FPI-P – versão 1	[0,90000 ; 0,91621]	[0,00000 ; 1,35020]
	FPI-P – versão 2	[0,90000 ; 0,91528]	[0,00000 ; 1,45034]
	FPI-IC – versão 1	[0,90000 ; 0,91251]	[0,00000 ; 1,74859]
	FPI-IC – versão 2	[0,90000 ; 0,91323]	[0,00000 ; 1,67106]
	MC	[0,90000 ; 0,92875]	-

Tabela IV.23 – IEEE 30 – 2% de variação – Fase das tensões

Barra	Método	θ_k (°)	D(%)
3	PSAT	-9,85029	-
	FPI-P – versão 1	[-10,20513 ; -9,63223]	[2,93364 ; 4,33807]
	FPI-P – versão 2	[-10,22946 ; -9,67246]	[2,70222 ; 4,77385]
	FPI-IC – versão 1	[-10,25824 ; -9,44254]	[2,42848 ; 2,28332]
	FPI-IC – versão 2	[-10,26457 ; -9,47653]	[2,36827 ; 2,65150]
	MC	[-10,51356 ; -9,23175]	-
9	PSAT	-19,12476	-
	FPI-P – versão 1	[-19,83242 ; -18,73228]	[1,82554 ; 3,83592]
	FPI-P – versão 2	[-19,79482 ; -18,75432]	[2,01166 ; 3,95809]
	FPI-IC – versão 1	[-19,91143 ; -18,34056]	[1,43442 ; 1,66455]
	FPI-IC – versão 2	[-19,88473 ; -18,40385]	[1,56659 ; 2,01538]
	MC	[-20,20120 ; -18,04027]	-
20	PSAT	-22,71205	-
	FPI-P – versão 1	[-23,71982 ; -22,42455]	[0,87446 ; 1,39840]
	FPI-P – versão 2	[-23,67395 ; -22,48375]	[1,06615 ; 1,66609]
	FPI-IC – versão 1	[-23,61077 ; -21,82009]	[1,33018 ; 1,33482]
	FPI-IC – versão 2	[-23,62138 ; -21,79583]	[1,28584 ; 1,44452]
	MC	[-23,92907 ; -22,11529]	-
23	PSAT	-22,43130	-
	FPI-P – versão 1	[-23,42135 ; -22,14766]	[1,90679 ; 4,39244]
	FPI-P – versão 2	[-23,47864 ; -22,19846]	[2,15606 ; 4,63188]
	FPI-IC – versão 1	[-23,31952 ; -21,55016]	[1,46373 ; 1,57614]
	FPI-IC – versão 2	[-23,32943 ; -21,56048]	[1,50685 ; 1,62478]
	MC	[-22,98311 ; -21,21577]	-
30	PSAT	-24,57874	-
	FPI-P – versão 1	[-25,80080 ; -24,38272]	[2,68816 ; 3,78218]
	FPI-P – versão 2	[-25,82485 ; -24,41835]	[2,78388 ; 3,93383]
	FPI-IC – versão 1	[-25,55271 ; -23,91073]	[1,70075 ; 1,77321]
	FPI-IC – versão 2	[-25,61925 ; -24,00383]	[1,96558 ; 2,16948]
	MC	[-25,12539 ; -23,49413]	-

Tabela IV.24 – Geração ativa da barra de referência

Sistema	Método	P_g (MW)	D(%)
IEEE 30 10% de variação	PSAT	345,33000	-
	FPI-P – versão 1	[292,75331 ; 395,17633]	[4,41128 ; 2,98788]
	FPI-P – versão 2	[291,34785 ; 394,29186]	[3,91002 ; 3,20500]
	FPI-IC – versão 1	[272,22731 ; 418,38276]	[2,90937 ; 2,70909]
	FPI-IC – versão 2	[270,34985 ; 417,27428]	[3,57897 ; 2,43697]
	MC	[280,38475 ; 407,34736]	-
IEEE 30 2% de variação	PSAT	345,33000	-
	FPI-P – versão 1	[332,19219 ; 352,96341]	[1,18478 ; 1,08851]
	FPI-P – versão 2	[331,45735 ; 351,45378]	[0,96095 ; 1,51156]
	FPI-IC – versão 1	[330,68186 ; 359,92821]	[0,72474 ; 0,86324]
	FPI-IC – versão 2	[331,14586 ; 360,05742]	[0,86607 ; 0,89945]
	MC	[328,30252 ; 356,84774]	-

Tabela IV.25 – Geração reativa da barra de referência

Sistema	Método	Q _g (MVar)	D(%)
IEEE 30 10% de variação	PSAT	56,75700	-
	FPI-P – versão 1	[48,63067 ; 62,32784]	[3,82612 ; 6,34198]
	FPI-P – versão 2	[48,64832 ; 62,68532]	[3,86380 ; 5,80480]
	FPI-IC – versão 1	[47,49304 ; 66,05103]	[1,39729 ; 0,74726]
	FPI-IC – versão 2	[47,38467 ; 66,12053]	[1,16592 ; 0,64283]
	MC	[46,83857 ; 66,54832]	-
IEEE 30 2% de variação	PSAT	56,75700	-
	FPI-P – versão 1	[54,07638 ; 56,81041]	[1,35056 ; 5,39715]
	FPI-P – versão 2	[54,14836 ; 56,79584]	[1,48546 ; 5,42142]
	FPI-IC – versão 1	[54,91646 ; 58,62761]	[2,92504 ; 2,37108]
	FPI-IC – versão 2	[54,89476 ; 58,64382]	[2,88437 ; 2,34409]
	MC	[53,35578 ; 58,05148]	-

Tabela IV.26 – IEEE 30 – 10% de variação – Geração reativa das barras de geração

Barra	Método	Q _g (MVar)	D(%)
2	PSAT	50,00000	-
	FPI-P – versão 1	[21,45006 ; 50,00000]	[3,88178 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[21,42836 ; 50,00000]	[3,77669 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[21,19270 ; 50,00000]	[2,63539 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[21,18674 ; 50,00000]	[2,60653 ; 0,00000]
	MC	[20,64853 ; 50,00000]	-
5	PSAT	40,00000	-
	FPI-P – versão 1	[15,74858 ; 40,00000]	[5,17059 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[15,73754 ; 40,00000]	[5,09686 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[15,10247 ; 40,00000]	[0,85580 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[15,15832 ; 40,00000]	[1,22877 ; 0,00000]
	MC	[14,97432 ; 40,00000]	-
8	PSAT	40,00000	-
	FPI-P – versão 1	[24,69468 ; 40,00000]	[4,91084 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[24,70496 ; 40,00000]	[4,95452 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[24,44383 ; 40,00000]	[3,84515 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[24,46584 ; 40,00000]	[4,95452 ; 0,00000]
	MC	[23,53873 ; 40,00000]	-
11	PSAT	24,00000	-
	FPI-P – versão 1	[21,42037 ; 24,00000]	[5,59839 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[21,49386 ; 24,00000]	[5,96068 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[20,91076 ; 24,00000]	[3,08611 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[20,85735 ; 24,00000]	[2,82281 ; 0,00000]
	MC	[20,28475 ; 24,00000]	-
13	PSAT	24,00000	-
	FPI-P – versão 1	[18,65542 ; 24,00000]	[3,93779 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[18,73752 ; 24,00000]	[4,39521 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[18,48205 ; 24,00000]	[2,97187 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[18,50395 ; 24,00000]	[3,09388 ; 0,00000]
	MC	[17,94864 ; 24,00000]	-

Tabela IV.19 – IEEE 30 – 2% de variação – Geração reativa das barras de geração

Barra	Método	Q_g (MVar)	D(%)
2	PSAT	50,00000	-
	FPI-P – versão 1	[44,92381 ; 50,00000]	[2,32627 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[44,83457 ; 50,00000]	[2,12300 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[44,22732 ; 50,00000]	[0,73982 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[44,27584 ; 50,00000]	[0,85034 ; 0,00000]
	MC	[43,90252 ; 50,00000]	-
5	PSAT	40,00000	-
	FPI-P – versão 1	[36,51256 ; 40,00000]	[5,05464 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[36,64832 ; 40,00000]	[5,44525 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[35,01936 ; 40,00000]	[0,75838 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[35,12583 ; 40,00000]	[1,06471 ; 0,00000]
	MC	[34,75578 ; 40,00000]	-
8	PSAT	40,00000	-
	FPI-P – versão 1	[37,86039 ; 40,00000]	[4,23895 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[37,78535 ; 40,00000]	[4,03235 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[36,92510 ; 40,00000]	[1,66387 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[37,01386 ; 40,00000]	[1,90825 ; 0,00000]
	MC	[36,32077 ; 40,00000]	-
11	PSAT	24,00000	-
	FPI-P – versão 1	[23,61422 ; 24,00000]	[2,81827 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[23,58469 ; 24,00000]	[2,68969 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[23,41328 ; 24,00000]	[1,94336 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[23,43585 ; 24,00000]	[2,04163 ; 0,00000]
	MC	[22,96695 ; 24,00000]	-
13	PSAT	24,00000	-
	FPI-P – versão 1	[22,88266 ; 24,00000]	[1,05517 ; 0,00000]
	FPI-P – versão 2	[22,86743 ; 24,00000]	[0,98791 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 1	[22,90593 ; 24,00000]	[1,15794 ; 0,00000]
	FPI-IC – versão 2	[22,89742 ; 24,00000]	[1,12035 ; 0,00000]
	MC	[22,64373 ; 24,00000]	-

Tabela IV.28 – IEEE 30 – 10% de variação – Fluxo de potência ativa

Linha	Método	P_{k-m} (MW)	D(%)
1 - 2	PSAT	229,59392	-
	FPI-P – versão 1	[192,33013 ; 264,88409]	[4,02136 ; 2,78621]
	FPI-P – versão 2	[190,28742 ; 262,46237]	[2,91656 ; 3,67499]
	FPI-IC – versão 1	[178,23693 ; 280,91333]	[3,60092 ; 3,09660]
	FPI-IC – versão 2	[176,38536 ; 282,48396]	[2,91656 ; 3,67499]
	MC	[184,89485 ; 272,47583]	-
1 - 3	PSAT	115,72369	-
	FPI-P – versão 1	[100,38549 ; 130,30515]	[3,43833 ; 2,79263]
	FPI-P – versão 2	[101,47583 ; 129,46793]	[4,56183 ; 3,41719]
	FPI-IC – versão 1	[93,97798 ; 137,45703]	[3,16404 ; 2,54266]
	FPI-IC – versão 2	[92,04832 ; 136,83958]	[5,15239 ; 2,08204]
	MC	[97,04864 ; 134,04863]	-
2 - 5	PSAT	107,48928	-
	FPI-P – versão 1	[95,11822 ; 119,23309]	[2,45441 ; 2,27472]
	FPI-P – versão 2	[95,29385 ; 120,01036]	[2,64358 ; 1,63766]
	FPI-IC – versão 1	[90,59640 ; 124,38983]	[2,41617 ; 1,95182]
	FPI-IC – versão 2	[90,52053 ; 123,98467]	[2,49789 ; 1,61975]
	MC	[92,83956 ; 122,00844]	-
4 - 6	PSAT	93,09386	-
	FPI-P – versão 1	[82,41561 ; 105,40878]	[4,34524 ; 2,35259]
	FPI-P – versão 2	[81,58363 ; 104,99842]	[3,29189 ; 2,73273]
	FPI-IC – versão 1	[76,02660 ; 110,15539]	[3,74379 ; 2,04452]
	FPI-IC – versão 2	[75,98473 ; 111,04739]	[3,79680 ; 2,87084]
	MC	[78,98358 ; 107,94836]	-
6 - 28	PSAT	24,10153	-
	FPI-P – versão 1	[20,96240 ; 26,53215]	[4,82547 ; 3,30409]
	FPI-P – versão 2	[21,00395 ; 26,48357]	[5,03325 ; 3,48114]
	FPI-IC – versão 1	[20,17473 ; 28,03591]	[0,88661 ; 2,17634]
	FPI-IC – versão 2	[20,28536 ; 28,28477]	[1,43984 ; 3,08330]
	MC	[19,99743 ; 27,43875]	-

Tabela IV.29 – IEEE 30 – 10% de variação – Fluxo de potência reativa

Linha	Método	Q_{k-m} (MVar)	D(%)
1 - 2	PSAT	27,73581	-
	FPI-P – versão 1	[17,43314 ; 38,44689]	[3,30958 ; 1,21670]
	FPI-P – versão 2	[17,58473 ; 38,58435]	[4,20791 ; 1,57858]
	FPI-IC – versão 1	[17,11617 ; 38,36323]	[1,43120 ; 0,99645]
	FPI-IC – versão 2	[17,20184 ; 38,40365]	[1,93888 ; 1,10286]
	MC	[16,87466 ; 37,98473]	-
1 - 3	PSAT	28,96670	-
	FPI-P – versão 1	[26,66290 ; 31,30661]	[2,23905 ; 1,48786]
	FPI-P – versão 2	[26,56853 ; 31,32493]	[2,58507 ; 1,54725]
	FPI-IC – versão 1	[26,89803 ; 31,05767]	[1,37694 ; 0,68086]
	FPI-IC – versão 2	[26,80482 ; 31,14839]	[1,71870 ; 0,97495]
	MC	[27,27357 ; 30,84764]	-
2 - 5	PSAT	17,09759	-
	FPI-P – versão 1	[16,89329 ; 17,31281]	[3,09757 ; 3,80468]
	FPI-P – versão 2	[16,90138 ; 17,48754]	[3,14695 ; 2,83383]
	FPI-IC – versão 1	[16,80358 ; 17,39148]	[2,55008 ; 3,36757]
	FPI-IC – versão 2	[16,84736 ; 17,40038]	[2,81727 ; 3,31812]
	MC	[16,38573 ; 17,99756]	-
4 - 6	PSAT	-2,66760	-
	FPI-P – versão 1	[-11,98021 ; 6,52527]	[8,51787 ; 8,76393]
	FPI-P – versão 2	[-11,96438 ; 6,54013]	[8,37448 ; 9,01161]
	FPI-IC – versão 1	[-11,50054 ; 6,17047]	[4,17297 ; 2,85008]
	FPI-IC – versão 2	[-11,52486 ; 6,28493]	[4,39327 ; 4,75791]
	MC	[-11,03985 ; 5,99948]	-
6 - 28	PSAT	3,95609	-
	FPI-P – versão 1	[1,38163 ; 6,49224]	[4,54137 ; 0,19136]
	FPI-P – versão 2	[1,38274 ; 6,50382]	[4,46468 ; 0,37007]
	FPI-IC – versão 1	[1,39722 ; 6,48648]	[3,46424 ; 0,10247]
	FPI-IC – versão 2	[1,39689 ; 6,49021]	[3,48704 ; 0,16003]
	MC	[1,44736 ; 6,47984]	-

Tabela IV.30 – IEEE 30 – 2% de variação – Fluxo de potência ativa

Linha	Método	P_{k-m} (MW)	D(%)
3 - 4	PSAT	106,85779	-
	FPI-P – versão 1	[103,38246 ; 108,87220]	[2,24469 ; 2,68271]
	FPI-P – versão 2	[104,08324 ; 109,12853]	[2,93776 ; 2,45359]
	FPI-IC – versão 1	[102,91651 ; 110,78730]	[1,78387 ; 0,97086]
	FPI-IC – versão 2	[103,00473 ; 110,65873]	[1,87112 ; 1,08579]
	MC	[101,11279 ; 111,87344]	-
5 - 7	PSAT	-19,15199	-
	FPI-P – versão 1	[-21,38817 ; -16,80524]	[3,84442 ; 5,20772]
	FPI-P – versão 2	[-21,40385 ; -16,98435]	[3,92055 ; 6,32903]
	FPI-IC – versão 1	[-21,65810 ; -16,64847]	[5,15499 ; 4,22628]
	FPI-IC – versão 2	[-21,75842 ; -16,79305]	[5,64206 ; 5,13141]
	MC	[-20,59636 ; -15,97339]	-
15 - 18	PSAT	7,96728	-
	FPI-P – versão 1	[6,95242 ; 7,74653]	[4,39690 ; 5,18045]
	FPI-P – versão 2	[6,85739 ; 7,80437]	[5,70366 ; 4,47247]
	FPI-IC – versão 1	[7,44480 ; 8,48867]	[2,37384 ; 3,90354]
	FPI-IC – versão 2	[7,45832 ; 8,50386]	[2,55976 ; 4,08947]
	MC	[7,27217 ; 8,16976]	-
15 - 23	PSAT	6,75879	-
	FPI-P – versão 1	[6,18531 ; 7,11138]	[4,67376 ; 5,69012]
	FPI-P – versão 2	[6,20483 ; 7,14836]	[4,37292 ; 5,19970]
	FPI-IC – versão 1	[6,19130 ; 7,32356]	[4,58144 ; 2,87622]
	FPI-IC – versão 2	[6,21836 ; 7,37684]	[4,16440 ; 2,16963]
	MC	[6,48857 ; 7,54044]	-
6 - 28	PSAT	24,10153	-
	FPI-P – versão 1	[23,04194 ; 24,17415]	[1,79649 ; 3,85225]
	FPI-P – versão 2	[23,12864 ; 24,20042]	[2,17952 ; 3,74777]
	FPI-IC – versão 1	[23,31864 ; 24,89200]	[3,01891 ; 0,99715]
	FPI-IC – versão 2	[23,29857 ; 24,99483]	[2,93025 ; 0,58816]
	MC	[22,63530 ; 25,14271]	-

Tabela IV.31 – IEEE 30 – 2% de variação – Fluxo de potência reativa

Linha	Método	Q_{k-m} (MVar)	D(%)
3 - 4	PSAT	10,51710	-
	FPI-P – versão 1	[8,36870 ; 10,22506]	[3,68472 ; 6,96321]
	FPI-P – versão 2	[8,33584 ; 10,38535]	[4,06290 ; 5,50474]
	FPI-IC – versão 1	[9,25553 ; 11,76888]	[6,52180 ; 7,08386]
	FPI-IC – versão 2	[9,18593 ; 11,65836]	[5,72077 ; 6,07825]
	MC	[8,68886 ; 10,99034]	-
5 - 7	PSAT	13,41671	-
	FPI-P – versão 1	[11,10548 ; 12,74578]	[4,06553 ; 8,29688]
	FPI-P – versão 2	[11,00485 ; 12,70385]	[4,93482 ; 8,59856]
	FPI-IC – versão 1	[12,24507 ; 14,60981]	[5,77880 ; 5,11441]
	FPI-IC – versão 2	[12,23476 ; 14,59843]	[5,68974 ; 5,03253]
	MC	[11,57611 ; 13,89896]	-
15 - 18	PSAT	3,04736	-
	FPI-P – versão 1	[2,70366 ; 3,48669]	[6,06914 ; 5,45698]
	FPI-P – versão 2	[2,69747 ; 3,58484]	[5,82630 ; 2,79560]
	FPI-IC – versão 1	[2,66585 ; 3,42510]	[4,58579 ; 7,12701]
	FPI-IC – versão 2	[2,63567 ; 3,48432]	[3,40178 ; 5,52124]
	MC	[2,54896 ; 3,68794]	-
15 - 23	PSAT	5,15104	-
	FPI-P – versão 1	[4,62483 ; 5,54901]	[2,20009 ; 4,03256]
	FPI-P – versão 2	[4,60285 ; 5,55385]	[1,71437 ; 3,94886]
	FPI-IC – versão 1	[4,72056 ; 5,57512]	[4,31554 ; 3,58100]
	FPI-IC – versão 2	[4,74833 ; 5,58392]	[4,92921 ; 3,42881]
	MC	[4,52527 ; 5,78218]	-
6 - 28	PSAT	3,95609	-
	FPI-P – versão 1	[3,57964 ; 4,36420]	[5,70792 ; 3,30207]
	FPI-P – versão 2	[3,60192 ; 4,40356]	[6,36585 ; 2,42997]
	FPI-IC – versão 1	[3,43366 ; 4,45004]	[1,39708 ; 1,40011]
	FPI-IC – versão 2	[3,46843 ; 4,46093]	[2,42385 ; 1,15882]
	MC	[3,38635 ; 4,51323]	-

Tabela IV.32 – IEEE 30 – 10% de variação – Perda de potência ativa

Linha	Método	P_{k-m}^{Perdas} (MW)	D(%)
1 - 2	PSAT	9,16870	-
	FPI-P – versão 1	[6,32568 ; 11,86114]	[5,71820 ; 6,22663]
	FPI-P – versão 2	[6,33587 ; 11,90375]	[5,88850 ; 5,88976]
	FPI-IC – versão 1	[5,25045 ; 13,08408]	[12,25163 ; 3,44185]
	FPI-IC – versão 2	[5,26848 ; 13,10183]	[11,95030 ; 3,58218]
	MC	[5,98353 ; 12,64873]	-
1 - 3	PSAT	5,78037	-
	FPI-P – versão 1	[4,27366 ; 7,14209]	[7,96515 ; 4,86537]
	FPI-P – versão 2	[4,30942 ; 7,19486]	[8,86855 ; 4,16245]
	FPI-IC – versão 1	[3,70636 ; 7,85379]	[6,36651 ; 4,61468]
	FPI-IC – versão 2	[3,71985 ; 7,87493]	[6,02571 ; 4,89627]
	MC	[3,95837 ; 7,50735]	-
2 - 5	PSAT	5,53015	-
	FPI-P – versão 1	[4,30050 ; 6,69745]	[6,50470 ; 4,09952]
	FPI-P – versão 2	[4,29846 ; 6,70319]	[6,45418 ; 4,01733]
	FPI-IC – versão 1	[3,85104 ; 7,21001]	[4,62647 ; 3,23981]
	FPI-IC – versão 2	[3,82746 ; 7,24836]	[5,21045 ; 3,78894]
	MC	[4,03785 ; 6,98375]	-
4 - 6	PSAT	1,12325	-
	FPI-P – versão 1	[0,84800 ; 1,42405]	[13,00941 ; 5,30638]
	FPI-P – versão 2	[0,84695 ; 1,42193]	[12,86948 ; 5,44735]
	FPI-IC – versão 1	[0,69303 ; 1,55340]	[7,64279 ; 3,29488]
	FPI-IC – versão 2	[0,69285 ; 1,55478]	[7,66678 ; 3,38664]
	MC	[0,75038 ; 1,50385]	-
6 - 28	PSAT	0,11293	-
	FPI-P – versão 1	[0,08182 ; 0,13329]	[3,07382 ; 7,96796]
	FPI-P – versão 2	[0,08175 ; 0,13401]	[2,98564 ; 7,47083]
	FPI-IC – versão 1	[0,07674 ; 0,14915]	[3,32577 ; 2,98281]
	FPI-IC – versão 2	[0,07662 ; 0,14936]	[3,47695 ; 3,12781]
	MC	[0,07938 ; 0,14483]	-

Tabela IV.33 – IEEE 30 – 10% de variação – Perda de potência reativa

Linha	Método	Q_{k-m}^{Perdas} (MVar)	D(%)
1 - 2	PSAT	21,80537	-
	FPI-P – versão 1	[13,29112 ; 29,86868]	[14,79207 ; 5,89145]
	FPI-P – versão 2	[13,30483 ; 30,09285]	[11,07324 ; 5,18515]
	FPI-IC – versão 1	[10,07102 ; 33,53113]	[13,01912 ; 5,64799]
	FPI-IC – versão 2	[10,10385 ; 33,40285]	[12,64963 ; 5,24381]
	MC	[11,97843 ; 31,73854]	-
1 - 3	PSAT	16,88978	-
	FPI-P – versão 1	[11,35294 ; 21,87723]	[13,71430 ; 7,27567]
	FPI-P – versão 2	[11,28469 ; 22,04385]	[13,03069 ; 6,56947]
	FPI-IC – versão 1	[9,28368 ; 24,49387]	[7,01200 ; 3,81468]
	FPI-IC – versão 2	[9,30284 ; 24,46483]	[6,82009 ; 3,69160]
	MC	[9,98374 ; 23,59384]	-
2 - 5	PSAT	19,24943	-
	FPI-P – versão 1	[14,08335 ; 24,15358]	[8,35705 ; 5,59008]
	FPI-P – versão 2	[14,10375 ; 23,99983]	[8,51401 ; 6,19104]
	FPI-IC – versão 1	[12,19506 ; 26,30700]	[6,17142 ; 2,82707]
	FPI-IC – versão 2	[12,20194 ; 26,35935]	[6,11849 ; 3,03169]
	MC	[12,99717 ; 25,58373]	-
4 - 6	PSAT	3,08931	-
	FPI-P – versão 1	[2,12178 ; 4,13551]	[14,45880 ; 6,09330]
	FPI-P – versão 2	[2,11385 ; 4,11385]	[14,03102 ; 6,58515]
	FPI-IC – versão 1	[1,58366 ; 4,59477]	[14,56993 ; 4,33530]
	FPI-IC – versão 2	[1,60382 ; 4,60138]	[13,48240 ; 4,48539]
	MC	[1,85375 ; 4,40385]	-
6 - 28	PSAT	-0,76126	-
	FPI-P – versão 1	[-0,88630 ; -0,69035]	[0,74361 ; 4,52247]
	FPI-P – versão 2	[-0,87742 ; -0,68758]	[1,73808 ; 4,10308]
	FPI-IC – versão 1	[-0,89708 ; -0,62527]	[0,46364 ; 5,33097]
	FPI-IC – versão 2	[-0,90482 ; -0,63295]	[1,33044 ; 4,16818]
	MC	[-0,89294 ; -0,66048]	-

Tabela IV.34 – IEEE 30 – 2% de variação – Perda de potência ativa

Linha	Método	P_{k-m}^{Perdas} (MW)	D(%)
3 - 4	PSAT	1,59773	-
	FPI-P – versão 1	[1,48063 ; 1,64541]	[1,30120 ; 2,43930]
	FPI-P – versão 2	[1,47847 ; 1,63847]	[1,44519 ; 2,85079]
	FPI-IC – versão 1	[1,48039 ; 1,71480]	[1,31720 ; 1,67502]
	FPI-IC – versão 2	[1,47898 ; 1,72183]	[1,41119 ; 2,09184]
	MC	[1,50015 ; 1,68655]	-
5 - 7	PSAT	0,29607	-
	FPI-P – versão 1	[0,23859 ; 0,32695]	[5,04094 ; 4,48158]
	FPI-P – versão 2	[0,24018 ; 0,32582]	[5,74095 ; 4,81171]
	FPI-IC – versão 1	[0,23474 ; 0,35776]	[3,34595 ; 4,51956]
	FPI-IC – versão 2	[0,23518 ; 0,35810]	[3,53967 ; 4,61889]
	MC	[0,22714 ; 0,34229]	-
15 - 18	PSAT	0,08313	-
	FPI-P – versão 1	[0,07674 ; 0,09316]	[5,13769 ; 3,01891]
	FPI-P – versão 2	[0,07701 ; 0,09289]	[5,50760 ; 2,72034]
	FPI-IC – versão 1	[0,07319 ; 0,09302]	[0,27401 ; 2,86409]
	FPI-IC – versão 2	[0,07420 ; 0,09284]	[1,65776 ; 2,66504]
	MC	[0,07299 ; 0,09043]	-
15 - 23	PSAT	0,07689	-
	FPI-P – versão 1	[0,06611 ; 0,08444]	[4,54808 ; 5,37875]
	FPI-P – versão 2	[0,06592 ; 0,08501]	[4,82241 ; 4,74003]
	FPI-IC – versão 1	[0,06789 ; 0,08578]	[1,97805 ; 3,87719]
	FPI-IC – versão 2	[0,06721 ; 0,08601]	[2,95986 ; 3,61945]
	MC	[0,06926 ; 0,08924]	-
6 - 28	PSAT	0,11293	-
	FPI-P – versão 1	[0,10068 ; 0,11130]	[2,19545 ; 3,51942]
	FPI-P – versão 2	[0,10126 ; 0,11114]	[1,63202 ; 3,65811]
	FPI-IC – versão 1	[0,10570 ; 0,12019]	[2,68117 ; 4,18689]
	FPI-IC – versão 2	[0,10601 ; 0,11942]	[2,98232 ; 3,51942]
	MC	[0,10294 ; 0,11536]	-

Tabela IV.35 – IEEE 30 – 2% de variação – Perda de potência reativa

Linha	Método	Q_{k-m}^{Perdas} (MVar)	D(%)
3 - 4	PSAT	3,80122	-
	FPI-P – versão 1	[3,45813 ; 3,93466]	[4,21265 ; 2,61297]
	FPI-P – versão 2	[3,40385 ; 3,92493]	[2,57689 ; 2,85380]
	FPI-IC – versão 1	[3,46228 ; 4,13944]	[4,33771 ; 2,45555]
	FPI-IC – versão 2	[3,45893 ; 4,14836]	[4,23676 ; 2,67633]
	MC	[3,31834 ; 4,04023]	-
5 - 7	PSAT	-1,05134	-
	FPI-P – versão 1	[-1,20003 ; -0,97748]	[1,01603 ; 3,93527]
	FPI-P – versão 2	[-1,20126 ; -0,97603]	[1,11957 ; 3,78109]
	FPI-IC – versão 1	[-1,20574 ; -0,89595]	[1,49668 ; 4,73380]
	FPI-IC – versão 2	[-1,20683 ; -0,90105]	[1,58844 ; 4,19152]
	MC	[-1,18796 ; -0,94047]	-
15 - 18	PSAT	0,16928	-
	FPI-P – versão 1	[0,14518 ; 0,18861]	[4,71252 ; 2,61269]
	FPI-P – versão 2	[0,14489 ; 0,18794]	[4,90286 ; 2,95864]
	FPI-IC – versão 1	[0,14904 ; 0,18943]	[2,17905 ; 2,18929]
	FPI-IC – versão 2	[0,14875 ; 0,18894]	[2,36939 ; 2,44230]
	MC	[0,15236 ; 0,19367]	-
15 - 23	PSAT	0,15531	-
	FPI-P – versão 1	[0,13695 ; 0,17390]	[5,21179 ; 6,12686]
	FPI-P – versão 2	[0,13706 ; 0,17423]	[5,13566 ; 5,94872]
	FPI-IC – versão 1	[0,13714 ; 0,17327]	[5,08029 ; 6,46694]
	FPI-IC – versão 2	[0,13721 ; 0,17453]	[5,03184 ; 5,78677]
	MC	[0,14448 ; 0,18525]	-
6 - 28	PSAT	-0,76126	-
	FPI-P – versão 1	[-0,81541 ; -0,73476]	[1,80027 ; 4,03534]
	FPI-P – versão 2	[-0,82483 ; -0,73677]	[2,97632 ; 4,31994]
	FPI-IC – versão 1	[-0,78839 ; -0,73397]	[1,57305 ; 3,92348]
	FPI-IC – versão 2	[-0,79151 ; -0,73424]	[1,18354 ; 3,96171]
	MC	[-0,80099 ; -0,70626]	-

Tabela IV.36 – Ponto Máximo de Carregamento

Sistema	Método	PMC (%)	D(%)
IEEE 30 10% de variação	PSAT	28,56302	-
	FPI-P – versão 1	[16,85606 ; 42,82407]	[5,10568 ; 2,08761]
	FPI-P – versão 2	[16,85606 ; 42,82407]	[5,10568 ; 2,08761]
	FPI-IC – versão 1	[15,20160 ; 40,80195]	[5,21068 ; 2,73288]
	FPI-IC – versão 2	[15,20160 ; 40,80195]	[5,21068 ; 2,73288]
	MC	[16,03725 ; 41,94835]	-
IEEE 30 2% de variação	PSAT	28,56302	-
	FPI-P – versão 1	[26,02124 ; 31,16497]	[3,44883 ; 3,66471]
	FPI-P – versão 2	[26,02124 ; 31,16497]	[3,44883 ; 3,66471]
	FPI-IC – versão 1	[24,23702 ; 29,30792]	[3,64443 ; 2,51244]
	FPI-IC – versão 2	[24,23702 ; 29,30792]	[3,64443 ; 2,51244]
	MC	[25,55373 ; 30,56324]	-

Das Tabelas IV.20 a IV.36 é possível extrair alguns comentários. Com relação ao módulo e à fase da tensão, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo é 11,37974% correspondente à fase da tensão na barra 10 do sistema IEEE 30 com $\pm 10\%$ de variação, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 1.

Com relação às gerações ativa e reativa da barra de referência, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 6,34198% correspondente à geração reativa, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 1 e sistema IEEE 30 com $\pm 10\%$ de variação. É possível também observar que os desvios associados à geração ativa são menores que aqueles associados à geração reativa, para uma mesma metodologia e uma mesma forma de inicialização.

Com relação à geração reativa das barras PV, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 5,96068% correspondente à geração reativa da barra 11 do sistema IEEE 30 com $\pm 10\%$ de variação, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 2.

Com relação aos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos, os desvios apresentados por ambas as metodologias são muito pequenos. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 9,01161% correspondente ao fluxo de potência reativa no ramo 4-6 do sistema IEEE 30 com $\pm 10\%$ de variação, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 2.

Em relação às perdas de potência ativa e reativa nos ramos, os desvios apresentados por ambas as metodologias são os maiores, quando comparados com os desvios associados às outras variáveis intervalares calculadas pelo fluxo de potência. No caso específico, o maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, entre todas as variáveis intervalares calculadas, é 14,79207% correspondente à perda de potência reativa no ramo 1-2 do sistema IEEE 30 com $\pm 10\%$ de variação, calculada pela metodologia FPI-P com inicialização versão 1.

Os desvios apresentados no cálculo do ponto de máximo carregamento intervalar, por ambas as metodologias, também são muito pequenos. O maior desvio, comparativamente à simulação de Monte Carlo, é 5,21068% referente à metodologia FPI-IC, versão 1 e 2, para o sistema IEEE 30 com $\pm 10\%$ de variação. Tanto para a

variação de $\pm 10\%$ como para a variação de $\pm 2\%$, os menores desvios são produzidos pela metodologia FPI-IC.

Independentemente da formulação de solução do problema de fluxo de potência e do processo inicialização das variáveis intervalares, as Tabelas IV.20 a IV.36 demonstram que as metodologias desenvolvidas apresentam um desempenho muito bom, tanto para a variação de 2% quanto para a variação de 10%. Esse desempenho está sendo medido em termos das faixas geradas pela simulação de Monte Carlo, para cada uma das variáveis intervalares.

IV.5. Desempenho computacional

A Tabela IV.37 apresenta o número de iterações e as relações de tempo, tomando o FPI-IC – versão 2 como referência, necessário à convergência dos fluxos de potência intervalares, considerando as variações de demanda e dos parâmetros de linha descrito anteriormente.

Tabela IV.37 – Desempenho Computacional

Sistema Teste	Método	Iterações	Relações de Tempo
CEMIG	FPI-P – versão 1	2	1,51
	FPI-P – versão 2	2	1,41
	FPI-IC – versão 1	2	1,06
	FPI-IC – versão 2	2	1
1768 barras	FPI-P – versão 1	8	1,94
	FPI-P – versão 2	7	1,68
	FPI-IC – versão 1	6	1,22
	FPI-IC – versão 2	5	1
IEEE 30 10% de variação	FPI-P – versão 1	4	1,54
	FPI-P – versão 2	4	1,37
	FPI-IC – versão 1	2	1,07
	FPI-IC – versão 2	2	1
IEEE 30 2% de variação	FPI-P – versão 1	2	1,46
	FPI-P – versão 2	2	1,40
	FPI-IC – versão 1	2	1,12
	FPI-IC – versão 2	2	1

O algoritmo FPI-IC se mostrou o mais eficiente, tanto no tempo computacional como no número de iterações. Isto se deve ao fato que a Jacobiana polar possui termos compostos de funções transcendentais. Por outro lado, a Jacobiana injeção de correntes possui somente termos quadráticos e a maioria dos seus elementos constantes ao longo do processo iterativo. Comparando as duas inicializações, a inicialização versão 2 se mostrou mais eficiente. Em termos ilustrativos, a simulação de Monte Carlo demandou

um tempo de 51 horas e 12 minutos, para gerar as variáveis intervalares do sistema de 1768 barras.

IV.6. Análise geral dos resultados

A Tabela IV.38 apresenta os dados gerais dos sistemas testes e a quantidade de grandezas intervalares calculada, considerando os limites inferior e superior, calculada pelas metodologias.

Tabela IV.38 – Dados gerais e variáveis calculadas

Sistema Teste	Barras	Barras V0	Barras PV	Linhas	Variáveis calculadas
CEMIG Inicialização versão 1	37	1	0	36	440
CEMIG Inicialização versão 2	37	1	0	36	440
1768 barras Inicialização versão 1	1768	1	96	2527	27484
1768 barras Inicialização versão 2	1768	1	96	2527	27484
IEEE 30 barras 10% de variação Inicialização versão 1	30	1	5	41	462
IEEE 30 barras 10% de variação Inicialização versão 2	30	1	5	41	462
IEEE 30 barras 2% de variação Inicialização versão 1	30	1	5	41	462
IEEE 30 barras 2% de variação Inicialização versão 2	30	1	5	41	462
Total	3730	8	212	5290	57696

Portanto, em função da Tabela IV.38, as metodologias propostas calculam 115392 grandezas intervalares. Para o FPI-IC, versão 1, 96,21% das grandezas apresentam desvios menores que 1% e 99,66% menores que 5%. Para o FPI-IC, versão 2, tais percentagens são 96,04% e 99,62%, respectivamente. Por outro lado, para o FPI-P, versão 1, 94,51% das grandezas apresentaram desvios menores que 1% e 99,45% menores que 5%. Para o FPI-P, versão 2, tais percentagens são 94,32% e 99,38%, respectivamente. Apenas dezoito limites apresentaram desvios superiores a 10%, quatro

do FPI-IC, versão 1, três do FPI-IC, versão 2, cinco do FPI-P, versão 1, e seis do FPI-P, versão 2. Assim sendo, estes resultados validam os algoritmos propostos.

Capítulo V

Conclusões

V.1. Considerações finais

Este trabalho apresenta duas metodologias para cálculo do fluxo de potência intervalar. Uma das metodologias utiliza as equações de potência (FPI-P), enquanto a outra utiliza as equações de injeção de corrente (FPI-IC). Para cada uma das metodologias, há duas formas de inicialização das variáveis intervalares, versões 1 e 2. As metodologias podem ser aplicadas em qualquer carregamento do sistema, incluindo o ponto de máximo carregamento. Limites de geração de potência reativa em barras de geração e limites de tensão em barras de carga são considerados no processo de solução.

As incertezas consideradas no trabalho referem-se às demandas ativa e reativa das barras e aos parâmetros resistência, reatância e susceptância dos ramos. Em função disso, todas as variáveis do fluxo de potência devem ser calculadas na forma intervalar. Se tais dados de entrada variam dentro de intervalos relativamente pequenos, a matemática intervalar é uma ferramenta muito útil, pois apresenta resultados que incluem todas as soluções possíveis. As metodologias propostas utilizam o método de Krawczyk para resolver sistemas não-lineares na matemática intervalar.

Os resultados do fluxo de potência intervalar devem corresponder à solução mais próxima possível da situação real. Assim sendo, para efeitos de comparação e validação dos resultados, o método de simulação de Monte Carlo é empregado. Procurou-se executar um número expressivo de simulações, de modo a obter resultados os mais corretos possíveis.

Uma das contribuições deste trabalho é o cálculo das condições de operação no ponto de máximo carregamento na forma intervalar, decorrente das incertezas

anteriormente citadas. De forma simples, para um sistema de duas barras, este ponto representa a máxima transferência de potência possível para a barra de carga, de modo que o sistema ainda tenha solução. Estes resultados são muito importantes, pois como os sistemas de energia elétrica operam muito perto de seus limites, quaisquer incertezas nos dados podem causar sérios transtornos. A outra contribuição igualmente importante é a forma de inicialização das variáveis intervalares, referidas no trabalho como versões 1 e 2.

De modo geral, as metodologias desenvolvidas neste trabalho apresentam resultados muito bons, no que diz respeito à exatidão dos intervalos gerados, para cada uma das variáveis associadas ao problema de fluxo de potência. Como mostrado no capítulo anterior, a grande maioria dos intervalos gerados, cerca de 95%, apresenta um desvio menor que 1% quando comparado ao método de simulação de Monte Carlo. Poucos resultados apresentaram um desvio maior que 10%. Além disso, ambas metodologias, independentemente da forma de inicialização das variáveis intervalares, mostraram-se aptas na solução do fluxo de potência intervalar, tanto para sistemas de transmissão, quanto para sistemas radiais.

Um outro ponto importante a ser analisado no problema de fluxo de potência refere-se ao tempo computacional para a obtenção da solução convergida. Neste contexto, a metodologia que utiliza as equações de corrente (FPI-IC) mostrou-se a mais eficiente, demandando um menor número de iterações e convergindo num menor tempo computacional. Esses ganhos podem ser atribuídos à estrutura da matriz Jacobiana, na qual a maioria de seus elementos são constantes e a sua forma de atualização, a cada iteração, é muito simples. Não há funções transcendentais do tipo seno e cosseno em qualquer um de seus elementos.

Em síntese, as metodologias desenvolvidas neste trabalho podem ser vistas como ferramentas adicionais nos estudos de fluxo de potência em sistemas de energia elétrica, sujeitos às incertezas nos dados de carga e de linha.

V.2. Proposta para trabalhos futuros

Visando dar continuidade à pesquisa iniciada no presente trabalho, são apresentadas, a seguir, algumas possíveis sugestões para o desenvolvimento do Fluxo de Potência Intervalar, dentre as quais destacam-se:

- Utilizar a aritmética afim em conjunto com a matemática intervalar na solução do fluxo de potência com dados incertos;
- Comparar a eficiência computacional e os resultados do Fluxo de Potência Intervalar com outros métodos, como o Fluxo de Potência *Fuzzy* e o Fluxo de Potência Probabilístico;
- Inserir outras formas de controle no Fluxo de Potência Intervalar.

Apêndice A

Obtenção do ponto de máximo carregamento

A Figura A.1 apresenta um sistema elétrico de energia, composto de duas barras, suprindo uma carga modelada como potência constante.

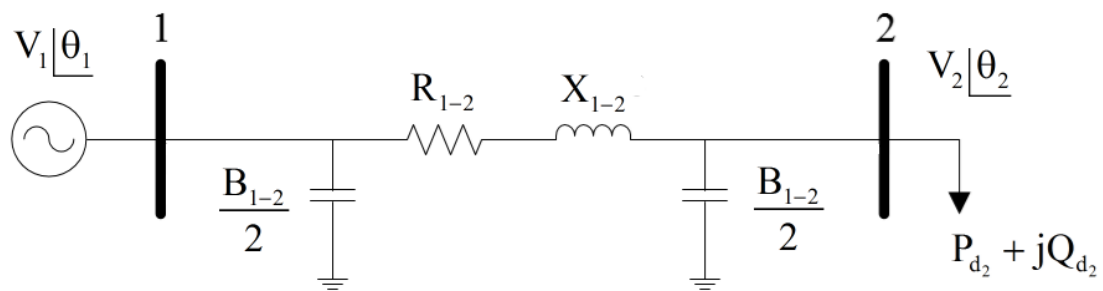


Figura A.1 – Sistema elétrico de duas barras

O objetivo é calcular a tensão na barra 2, em módulo e fase, sendo conhecida a tensão na barra de referência, os dados de linha e os dados de carga na barra 2. Assim, escrevendo a equação nodal para a barra 2

$$\frac{P_{d_2} - jQ_{d_2}}{V_2 \angle -\theta_2} + j \frac{B_{1-2}}{2} V_2 \angle \theta_2 + \frac{V_2 \angle \theta_2 - V_1 \angle \theta_1}{R_{1-2} + jX_{1-2}} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Desenvolvendo (A.1)

$$\frac{(P_{d_2} - jQ_{d_2})V_2 \angle \theta_2}{(V_2)^2} + j \frac{B_{1-2}}{2} V_2 \angle \theta_2 + \frac{(V_2 \angle \theta_2 - V_1 \angle \theta_1)(R_{1-2} - jX_{1-2})}{(R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Expandindo (A.2)

$$\frac{(P_{d_2} - jQ_{d_2})(V_2 \cos \theta_2 + jV_2 \sin \theta_2)}{(V_2)^2} + j \frac{B_{1-2}}{2} (V_2 \cos \theta_2 + jV_2 \sin \theta_2) + \frac{((V_2 \cos \theta_2 + jV_2 \sin \theta_2) - (V_1 \cos \theta_1 + jV_1 \sin \theta_1))(R_{1-2} - jX_{1-2})}{(R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2} = 0 \quad (\text{A.3})$$

Manipulando (A.3)

$$\begin{aligned} & \frac{(P_{d_2} V_2 \cos \theta_2 + Q_{d_2} V_2 \sin \theta_2) + j(P_{d_2} V_2 \sin \theta_2 - Q_{d_2} V_2 \cos \theta_2)}{(V_2)^2} + \\ & + \left(j \frac{B_{1-2}}{2} V_2 \cos \theta_2 - \frac{B_{1-2}}{2} V_2 \sin \theta_2 \right) + \\ & + \frac{R_{1-2}(V_2 \cos \theta_2 - V_1 \cos \theta_1) + jR_{1-2}(V_2 \sin \theta_2 - V_1 \sin \theta_1)}{(R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2} + \\ & + \frac{-jX_{1-2}(V_2 \cos \theta_2 - V_1 \cos \theta_1) + X_{1-2}(V_2 \sin \theta_2 - V_1 \sin \theta_1)}{(R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Fazendo com que as componentes real e imaginária em (A.4) sejam nulas

$$\frac{(P_{d_2} V_2 \cos \theta_2 + Q_{d_2} V_2 \sin \theta_2)}{(V_2)^2} + \left(-\frac{B_{1-2}}{2} V_2 \sin \theta_2 \right) + \frac{R_{1-2}(V_2 \cos \theta_2 - V_1 \cos \theta_1) + X_{1-2}(V_2 \sin \theta_2 - V_1 \sin \theta_1)}{(R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2} = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{(P_{d_2} V_2 \sin \theta_2 - Q_{d_2} V_2 \cos \theta_2)}{(V_2)^2} + \left(\frac{B_{1-2}}{2} V_2 \cos \theta_2 \right) + \frac{R_{1-2}(V_2 \sin \theta_2 - V_1 \sin \theta_1) - X_{1-2}(V_2 \cos \theta_2 - V_1 \cos \theta_1)}{(R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Considerando que $\theta_2 = 0^\circ$, então (A.5) e (A.6) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\frac{P_{d_2}}{V_2} + \frac{R_{1-2}(V_2 - V_1 \cos \theta_1) - X_{1-2} V_1 \sin \theta_1}{(R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2} = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{-Q_{d_2}}{V_2} + \frac{B_{1-2}}{2} V_2 - \frac{R_{1-2} V_1 \sin \theta_1 + X_{1-2} (V_2 - V_1 \cos \theta_1)}{(R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2} = 0 \quad (\text{A.8})$$

Desenvolvendo (A.7)

$$P_{d_2} \left((R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2 \right) + R_{1-2} (V_2)^2 = R_{1-2} (V_2 V_1 \cos \theta_1) + X_{1-2} V_2 V_1 \sin \theta_1 \quad (\text{A.9})$$

Desenvolvendo (A.8)

$$\begin{aligned} -Q_{d_2} \left((R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2 \right) + \frac{B_{1-2}}{2} (V_2)^2 \left((R_{1-2})^2 + (X_{1-2})^2 \right) - X_{1-2} (V_2)^2 &= \\ = R_{1-2} V_2 V_1 \sin \theta_1 - X_{1-2} V_2 V_1 \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Para facilitar o desenvolvimento, vamos definir que $\eta_R = \frac{X_{1-2}}{R_{1-2}}$ e $\eta_P = \frac{Q_{d_2}}{P_{d_2}}$.

Logo, (A.9) e (A.10) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$P_{d_2} \left((R_{1-2})^2 + \eta_R^2 (R_{1-2})^2 \right) + R_{1-2} (V_2)^2 = R_{1-2} (V_2 V_1 \cos \theta_1) + \eta_R R_{1-2} V_2 V_1 \sin \theta_1 \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \left(-\eta_P P_{d_2} + \frac{B_{1-2}}{2} (V_2)^2 \right) \left((R_{1-2})^2 + \eta_R^2 (R_{1-2})^2 \right) - \eta_R R_{1-2} (V_2)^2 &= \\ = R_{1-2} V_2 V_1 \sin \theta_1 - \eta_R R_{1-2} V_2 V_1 \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Dividindo as Eqs. (A.11) e (A.12) por R_{1-2} .

$$P_{d_2} \left(R_{1-2} + \eta_R^2 R_{1-2} \right) + (V_2)^2 = V_2 V_1 (\cos \theta_1 + \eta_R \sin \theta_1) \quad (\text{A.13})$$

$$\left(-\eta_P P_{d_2} + \frac{B_{1-2}}{2} (V_2)^2\right) (R_{1-2} + \eta_R^2 R_{1-2}) - \eta_R (V_2)^2 = V_2 V_1 (\sin \theta_1 - \eta_R \cos \theta_1) \quad (A.14)$$

Elevando ao quadrado ambos os lados de (A.13) e (A.14) e fazendo sua soma

$$\begin{aligned} & \left[P_{d_2} (R_{1-2} + \eta_R^2 R_{1-2}) + (V_2)^2 \right]^2 + \\ & + \left[\left(-\eta_P P_{d_2} + \frac{B_{1-2}}{2} (V_2)^2\right) (R_{1-2} + \eta_R^2 R_{1-2}) - \eta_R (V_2)^2 \right]^2 = (V_2)^2 (V_1)^2 (1 + \eta_R^2) \end{aligned} \quad (A.15)$$

Desenvolvendo (A.15)

$$\begin{aligned} & (V_2)^4 \left[1 + \left(\frac{B_{1-2}}{2}\right)^2 (R_{1-2})^2 (1 + \eta_R^2) - 2 \frac{B_{1-2}}{2} \eta_R R_{1-2} \right] + \\ & + (V_2)^2 \left[2 \eta_P P_{d_2} \eta_R R_{1-2} - 2 \eta_P P_{d_2} \frac{B_{1-2}}{2} (R_{1-2})^2 (1 + \eta_R^2) + 2 (P_{d_2})^2 R_{1-2} - (V_1)^2 \right] + \\ & + (P_{d_2})^2 (R_{1-2})^2 (1 + \eta_R^2) (1 + \eta_P^2) = 0 \end{aligned} \quad (A.16)$$

Em forma compacta, (A.16) pode ser reescrita como

$$a(V_2)^4 + b(V_2)^2 + c = 0 \quad (A.17)$$

onde

$$a = \left[1 + \left(\frac{B_{1-2}}{2}\right)^2 (R_{1-2})^2 (1 + \eta_R^2) - 2 \frac{B_{1-2}}{2} \eta_R R_{1-2} \right] \quad (A.18)$$

$$b = \left[2 \eta_P P_{d_2} \eta_R R_{1-2} - 2 \eta_P P_{d_2} \frac{B_{1-2}}{2} (R_{1-2})^2 (1 + \eta_R^2) + 2 (P_{d_2})^2 R_{1-2} - (V_1)^2 \right] \quad (A.19)$$

$$c = (P_{d_2})^2 (R_{1-2})^2 (1 + \eta_R^2) (1 + \eta_P^2) \quad (A.20)$$

No ponto de máximo carregamento, a seguinte igualdade é verificada

$$b^2 - 4ac = 0 \quad (\text{A.21})$$

O que corresponde a uma tensão no PMC dada por

$$V_{2(\text{PMC})} = \sqrt{\frac{-b}{2a}} \quad (\text{A.22})$$

As potências no PMC são dadas por

$$P_{d_2(\text{PMC})} = P_{d_2} (1 + \gamma_{\text{máx}}) \quad (\text{A.23})$$

O valor de $P_{d_2(\text{PMC})}$ é obtido através da relação (A.21). Para um dado fator de potência, então $Q_{d_2(\text{PMC})}$ é calculado em função de $P_{d_2(\text{PMC})}$.

Para exemplificar a aplicação destas expressões, seja o sistema composto de duas barras apresentado na seção III.4.2, onde $V_1 = 1$ pu, $R_{1-2} = 0,095$ pu, $X_{1-2} = 0,95$ pu, $B_{1-2} = 0,0190$ pu, $P_{d2} = 0,0475$ pu e $Q_{d2} = 0,019$ pu. Assim, de (A.18), (A.19) e (A.20) obtém-se $a = 0,98203$, $b = -0,96380$ e $c = 0,002386$, respectivamente. De (A.17), $V_2 = 0,98942$ pu, que concorda com o valor apresentado na seção III.4.2, levando em conta a tolerância utilizada para a convergência do problema de fluxo de potência.

O cálculo de $P_{d_2(\text{PMC})}$, correspondente ao fator de potência 0,9285 indutivo, ou seja, relativo a Q_{d2}/P_{d2} igual a 0,40, é feito utilizando as Eqs. (A.17), (A.18) e (A.19) com $P_{d_2(\text{PMC})}$ sendo calculado de modo a satisfazer (A.21). Assim, $a = 0,98203$, $b = 0,75307 P_{d_2(\text{PMC})} + 0,19 (P_{d_2(\text{PMC})})^2 - 1$ e $c = 1,057369 (P_{d_2(\text{PMC})})^2$. Substituindo a , b e c em (A.21) obtém-se $P_{d_2(\text{PMC})} = 0,33452$ pu. Como a relação entre as potências reativa e ativa é 0,40, então $Q_{d_2(\text{PMC})} = 0,13381$ pu. Portanto, de (A.23) é possível calcular o fator de carregamento, ou seja, $\gamma_{\text{máx}} = 6,04253$. O cálculo de $V_{2(\text{PMC})}$ é feito utilizando (A.22). Assim, $a = 0,98203$ e $b = -0,72682$. Logo, $V_{2(\text{PMC})} = 0,60833$ pu.

Para confirmar os resultados apresentados neste apêndice, em especial para o fator de potência igual a 0,9285 indutivo, foi utilizado o programa PSAT na função fluxo de

potência continuado. As curvas PV para diferentes fatores de potência estão mostrados na Figura A.2. É possível observar a concordância existente entre a curva PV para fator de potência 0,9285 indutivo e os resultados calculados.

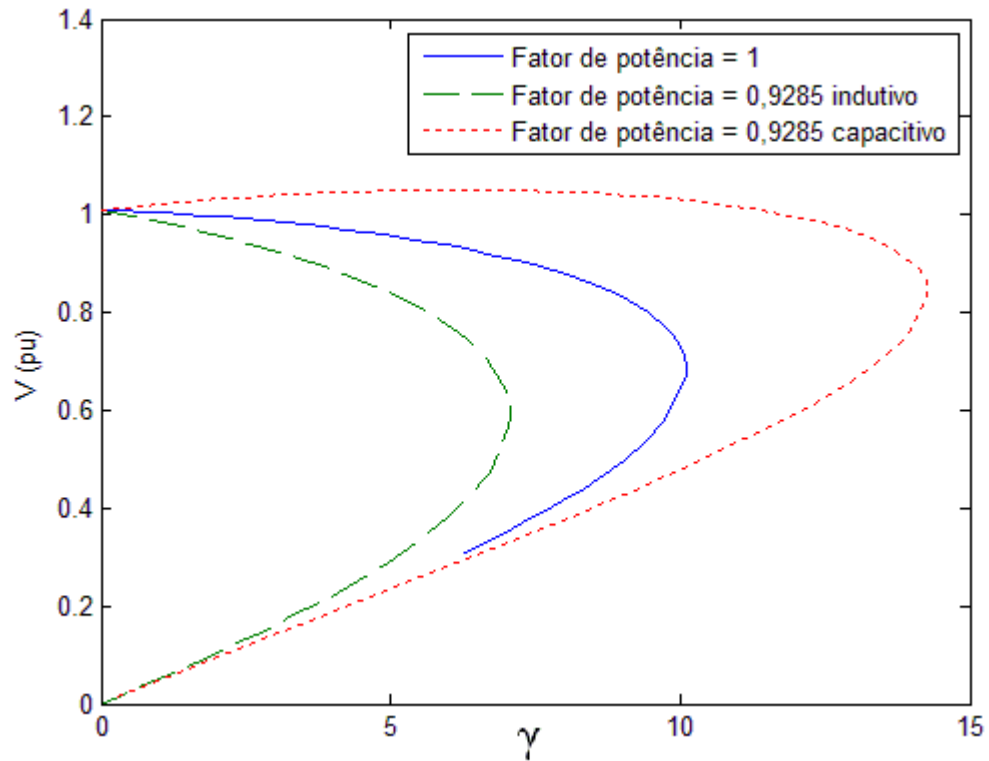


Figura A.2 – Sistema de 2 barras – Curvas PV para diferentes fatores de potência

Apêndice B

Fluxo de potência convencional

O problema do fluxo de potência pode ser expresso em função das equações de potência ou de corrente, escritas em termos das coordenadas polares ou retangulares das tensões nas barras. A seguir será apresentada uma rápida revisão das técnicas empregadas para a solução do fluxo de potência.

B.1. Coordenadas polares

As expressões para as potências ativa e reativa líquidas injetadas em uma barra genérica k , em função das coordenadas polares das tensões, são dadas por [62]:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \phi_k} V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \operatorname{sen} \theta_{km}) \quad (\text{B.1})$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \phi_k} V_m (g_{km} \operatorname{sen} \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{B.2})$$

Linearizando-se as equações (B.1) e (B.2), por intermédio da série de Taylor, obtém-se o seguinte sistema de equações a ser resolvido a cada iteração do método de Newton-Raphson:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & \cdots & H_{1n} & N_{1n} \\ M_{11} & L_{11} & M_{12} & L_{12} & \cdots & M_{1n} & L_{1n} \\ \hline H_{21} & N_{21} & H_{22} & N_{22} & \cdots & H_{2n} & N_{2n} \\ M_{21} & L_{21} & M_{22} & L_{22} & \cdots & M_{2n} & L_{2n} \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \hline H_{n1} & N_{n1} & H_{n2} & N_{n2} & \cdots & H_{nn} & N_{nn} \\ M_{n1} & L_{n1} & M_{n2} & L_{n2} & \cdots & M_{nn} & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta V_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

A matriz apresentada na equação (B.3) é denominada matriz Jacobiana polar (J_p). Os vetores P e Q são as injeções de potência ativa e reativa. As submatrizes H, N, M e L, são as derivadas parciais de P e Q em relação ao ângulo de fase θ e à magnitude V da tensão complexa expressa em coordenadas polares.

Após o cálculo dos incrementos das tensões das barras através de (B.3), a atualização das tensões em uma iteração genérica ($h+1$) é dada por:

$$\theta_k^{(h+1)} = \theta_k^h + \Delta\theta_k^h \quad (B.4)$$

$$V_k^{(h+1)} = V_k^h + \Delta V_k^h \quad (B.5)$$

B.2. Fluxo de potência via equações de injeção de correntes

B.2.1. Representação das barras tipo PQ

Esta formulação para o cálculo do fluxo de potência utiliza um conjunto de $2n$ equações de injeção de corrente, escritas em coordenadas retangulares das tensões. As equações básicas são dadas por [14].

$$I'_{r_k} = \sum_{i \in \phi_k} (g_{ki} V_{r_i} - b_{ki} V_{m_i}) - \frac{V_{r_k} P_k + V_{m_k} Q_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} \quad (B.6)$$

$$I'_{m_k} = \sum_{i \in \phi_k} (g_{ki} V_{m_i} + b_{ki} V_{r_i}) - \frac{V_{m_k} P_k - V_{r_k} Q_k}{V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2} \quad (B.7)$$

Linearizando-se as equações (B.6) e (B.7), por intermédio da série de Taylor, obtém-se o seguinte sistema de equações a ser resolvido a cada iteração do método de Newton Raphson:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{m_1} \\ \Delta I_{r_1} \\ \Delta I_{m_2} \\ \Delta I_{r_2} \\ \vdots \\ \Delta I_{m_n} \\ \Delta I_{r_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b'_{11} & g'_{11} & b_{12} & g_{12} & \cdots & b_{1n} & g_{1n} \\ g''_{11} & b''_{11} & g_{12} & -b_{12} & \cdots & g_{1n} & -b_{1n} \\ b_{21} & g_{21} & b_{22} & g_{22} & \cdots & b_{2n} & g_{2n} \\ g_{21} & -b_{21} & g''_{22} & b''_{22} & \cdots & g_{2n} & -b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & g_{n1} & b_{n2} & g_{n2} & \cdots & b_{nn} & g_{nn} \\ g_{n1} & -b_{n1} & g_{n2} & -b_{n2} & \cdots & g_{nn} & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r_1} \\ \Delta V_{m_1} \\ \Delta V_{r_2} \\ \Delta V_{m_2} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_n} \\ \Delta V_{m_n} \end{bmatrix} \quad (B.8)$$

onde, de:

$$\mathbf{b}'_{kk} = \frac{\partial I'_{m_k}}{\partial V_{r_k}} = \mathbf{b}_{kk} - \mathbf{a}_k \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{g}'_{kk} = \frac{\partial I'_{m_k}}{\partial V_{m_k}} = \mathbf{g}_{kk} - \mathbf{b}_k \quad (\text{B.10})$$

$$\mathbf{g}''_{kk} = \frac{\partial I'_{r_k}}{\partial V_{r_k}} = \mathbf{g}_{kk} - \mathbf{c}_k \quad (\text{B.11})$$

$$\mathbf{b}''_{kk} = \frac{\partial I'_{r_k}}{\partial V_{m_k}} = -\mathbf{b}_{kk} - \mathbf{d}_k \quad (\text{B.12})$$

Os parâmetros \mathbf{a}_k , \mathbf{b}_k , \mathbf{c}_k , e \mathbf{d}_k são calculados em função do modelo de carga adotado. Para modelo de carga do tipo potência constante, tais parâmetros são dados por:

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{d}_k = \frac{Q_k (V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) - 2V_{r_k} V_{m_k} P_k}{V_k^4} \quad (\text{B.13})$$

$$\mathbf{b}_k = -\mathbf{c}_k = \frac{P_k (V_{r_k}^2 - V_{m_k}^2) + 2V_{r_k} V_{m_k} Q_k}{V_k^4} \quad (\text{B.14})$$

B.2.2. Inclusão das barras tipo PV

Para uma barra do tipo PV, o resíduo de potência reativa é desconhecido, sendo tratado, portanto, como uma nova variável de estado. Com a inserção dessa nova variável, uma equação adicional deve também ser introduzida. A equação (B.15) é utilizada para impor a restrição de tensão em uma barra k , do tipo PV.

$$(\Delta V_k)^2 = 2V_{r_k} \Delta V_{r_k} + 2V_{m_k} \Delta V_{m_k} \quad (\text{B.15})$$

Assim, o sistema de equações linearizado a ser resolvido a cada iteração do método de Newton-Raphson, considerando-se a barra k do tipo PV, é dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{m_1} \\ \Delta I_{r_1} \\ \Delta I_{m_2} \\ \Delta I_{r_2} \\ \vdots \\ \Delta I_{m_k} \\ \Delta I_{r_k} \\ \vdots \\ \Delta I_{m_n} \\ \Delta I_{r_n} \\ (\Delta V_k)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & g_{11} & b_{12} & g_{12} & \cdots & b_{1k} & g_{1k} & \cdots & b_{1n} & g_{1n} & 0 \\ g_{11} & b_{11} & g_{12} & -b_{12} & \cdots & g_{1k} & -b_{1k} & \cdots & g_{1n} & -b_{1n} & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{21} & g_{21} & b_{22} & g_{22} & \cdots & b_{2k} & g_{2k} & \cdots & b_{2n} & g_{2n} & 0 \\ g_{21} & -b_{21} & g_{22} & b_{22} & \cdots & g_{2k} & -b_{2k} & \cdots & g_{2n} & -b_{2n} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{k1} & g_{k1} & b_{k2} & g_{k2} & \cdots & b_{kk} & g_{kk} & \cdots & b_{kn} & g_{kn} & \frac{V_{r_k}}{V_k^2} \\ g_{k1} & -b_{k1} & g_{k2} & -b_{k2} & \cdots & g_{kk} & b_{kk} & \cdots & g_{kn} & -b_{kn} & \frac{-V_{m_k}}{V_k^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & g_{n1} & b_{n2} & g_{n2} & \cdots & b_{nk} & g_{nk} & \cdots & b_{nn} & g_{nn} & 0 \\ g_{n1} & -b_{n1} & g_{n2} & -b_{n2} & \cdots & g_{nk} & -b_{nk} & \cdots & g_{nn} & b_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2V_{r_k} & 2V_{m_k} & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r_1} \\ \Delta V_{m_1} \\ \Delta V_{r_2} \\ \Delta V_{m_2} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_k} \\ \Delta V_{m_k} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_n} \\ \Delta V_{m_n} \\ \Delta Q_k \end{bmatrix} \quad (B.16)$$

A matriz apresentada na equação (B.16) é denominada matriz Jacobiana injeção de correntes (J_i).

Conforme pode ser observado, os blocos (2x2) fora da diagonal são constituídos por elementos da matriz admitância nodal, permanecendo constantes durante todo o processo iterativo. Essa é uma das características mais importantes do método de injeção de corrente. Por outro lado, os elementos dos blocos diagonais (2x2) devem ser atualizados a cada iteração, segundo as equações (B.9), (B.10), (B.11) e (B.12).

B.2.3. Atualizações das tensões

Após o cálculo dos incrementos das tensões das barras através de (B.16), a atualização das tensões em coordenadas retangulares, em uma iteração genérica, (h+1), é feita conforme as equações (B.17) e (B.18).

$$V_{r_k}^{(h+1)} = V_{r_k}^h + \Delta V_{r_k}^h \quad (B.17)$$

$$V_{m_k}^{(h+1)} = V_{m_k}^h + \Delta V_{m_k}^h \quad (B.18)$$

Apêndice C

Derivadas das equações das variáveis dependentes funcionais

Este apêndice apresenta as equações e as respectivas derivadas das variáveis funcionais f , descritas por (III.22) e (III.36), utilizadas nesta tese.

C.1. Cálculo do fluxo de potência nas linhas

C.1.1. Coordenadas polares

O fluxo de potência ativa no ramo $k-m$ é dado por:

$$P_{k-m} = (a_{km} V_k)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{C.1})$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial P_{k-m}}{\partial V_k} = (a_{km})^2 2V_k g_{km} - a_{km} V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}}{\partial V_m} = -a_{km} V_k (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}}{\partial \theta_k} = -a_{km} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{C.4})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}}{\partial \theta_m} = -a_{km} V_k V_m (g_{km} \text{sen} \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{C.5})$$

O fluxo de potência reativa no ramo $k-m$ é dado por:

$$Q_{k-m} = -(a_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.6)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial Q_{k-m}}{\partial V_k} = -(a_{km})^2 2V_k (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.7)$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}}{\partial V_m} = a_{km} V_k (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.8)$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}}{\partial \theta_k} = -a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.9)$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}}{\partial \theta_m} = a_{km} V_k V_m (b_{km} \sin \theta_{km} + g_{km} \cos \theta_{km}) \quad (C.10)$$

O fluxo de potência ativa no ramo $m-k$ é dado por:

$$P_{m-k} = (V_m)^2 g_{km} - a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.11)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial P_{m-k}}{\partial V_k} = -a_{km} V_m (g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.12)$$

$$\frac{\partial P_{m-k}}{\partial V_m} = 2V_m g_{km} - a_{km} V_k (g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.13)$$

$$\frac{\partial P_{m-k}}{\partial \theta_k} = -a_{km} V_k V_m (-b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.14)$$

$$\frac{\partial P_{m-k}}{\partial \theta_m} = -a_{km} V_k V_m (b_{km} \sin \theta_{km} + g_{km} \cos \theta_{km}) \quad (C.15)$$

O fluxo de potência reativa no ramo $m-k$ é dado por:

$$Q_{m-k} = -(V_m)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + a_{km} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} + g_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.16)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial Q_{m-k}}{\partial V_k} = a_{km} V_m (b_{km} \cos \theta_{km} + g_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{C.17})$$

$$\frac{\partial Q_{m-k}}{\partial V_m} = -2V_m (b_{km} + b_{km}^{\text{sh}}) + a_{km} V_k (b_{km} \cos \theta_{km} + g_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{C.18})$$

$$\frac{\partial Q_{m-k}}{\partial \theta_k} = a_{km} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} - b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (\text{C.19})$$

$$\frac{\partial Q_{m-k}}{\partial \theta_m} = a_{km} V_k V_m (b_{km} \text{sen} \theta_{km} - g_{km} \cos \theta_{km}) \quad (\text{C.20})$$

C.1.2. Coordenadas retangulares

O fluxo de potência ativa no ramo $k-m$ é dado por:

$$P_{k-m} = -a_{km} \left[g_{km} (V_{r_k} V_{r_m} + V_{m_k} V_{m_m}) + b_{km} (V_{m_k} V_{r_m} - V_{r_k} V_{m_m}) \right] + a_{km}^2 g_{km} (V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2) \quad (\text{C.21})$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial P_{k-m}}{\partial V_{r_k}} = -a_{km} \left[g_{km} V_{r_m} - b_{km} V_{m_m} \right] + a_{km}^2 g_{km} 2V_{r_k} \quad (\text{C.22})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}}{\partial V_{r_m}} = -a_{km} \left[g_{km} V_{r_k} + b_{km} V_{m_k} \right] \quad (\text{C.23})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}}{\partial V_{m_k}} = -a_{km} \left[g_{km} V_{m_m} + b_{km} V_{r_m} \right] + a_{km}^2 g_{km} 2V_{m_k} \quad (\text{C.24})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}}{\partial V_{m_m}} = -a_{km} \left[g_{km} V_{m_k} - b_{km} V_{r_k} \right] \quad (\text{C.25})$$

O fluxo de potência reativa no ramo $k-m$ é dado por:

$$Q_{k-m} = a_{km} \left[-g_{km} \left(-V_{r_k} V_{m_m} + V_{m_k} V_{r_m} \right) + b_{km} \left(V_{r_k} V_{r_m} + V_{m_k} V_{m_m} \right) \right] + a_{km}^2 \left(b_{km} + b_{km}^{sh} \right) \left(V_{r_k}^2 + V_{m_k}^2 \right) \quad (C.26)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial Q_{k-m}}{\partial V_{r_k}} = a_{km} \left[g_{km} V_{m_m} + b_{km} V_{r_m} \right] - a_{km}^2 \left(b_{km} + b_{km}^{sh} \right) 2V_{r_k} \quad (C.27)$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}}{\partial V_{r_m}} = -a_{km} \left[g_{km} V_{m_k} - b_{km} V_{r_k} \right] \quad (C.28)$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}}{\partial V_{m_k}} = -a_{km} \left[g_{km} V_{r_m} - b_{km} V_{m_m} \right] - a_{km}^2 \left(b_{km} + b_{km}^{sh} \right) 2V_{m_k} \quad (C.29)$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}}{\partial V_{m_m}} = a_{km} \left[g_{km} V_{r_k} + b_{km} V_{m_k} \right] \quad (C.30)$$

O fluxo de potência ativa no ramo $m-k$ é dado por:

$$P_{m-k} = a_{km} \left[-g_{km} \left(V_{r_k} V_{r_m} + V_{m_k} V_{m_m} \right) + b_{km} \left(V_{m_k} V_{r_m} - V_{r_k} V_{m_m} \right) \right] + g_{km} \left(V_{r_m}^2 + V_{m_m}^2 \right) \quad (C.31)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial P_{m-k}}{\partial V_{r_k}} = a_{km} \left[-g_{km} V_{r_m} - b_{km} V_{m_m} \right] \quad (C.32)$$

$$\frac{\partial P_{m-k}}{\partial V_{r_m}} = a_{km} \left[-g_{km} V_{r_k} + b_{km} V_{m_k} \right] + g_{km} 2V_{r_m} \quad (C.33)$$

$$\frac{\partial P_{m-k}}{\partial V_{m_k}} = a_{km} \left[-g_{km} V_{m_m} + b_{km} V_{r_m} \right] \quad (C.34)$$

$$\frac{\partial P_{m-k}}{\partial V_{m_m}} = a_{km} \left[-g_{km} V_{m_k} - b_{km} V_{r_k} \right] + g_{km} 2V_{m_m} \quad (C.35)$$

O fluxo de potência reativa no ramo $m-k$ é dado por:

$$Q_{m-k} = a_{km} \left[g_{km} (V_{m_k} V_{r_m} - V_{r_k} V_{m_m}) + b_{km} (V_{r_k} V_{r_m} + V_{m_k} V_{m_m}) \right] - (b_{km} + b_{km}^{sh}) (V_{r_m}^2 + V_{m_m}^2) \quad (C.36)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial Q_{m-k}}{\partial V_{r_k}} = a_{km} \left[-g_{km} V_{m_m} + b_{km} V_{r_m} \right] \quad (C.37)$$

$$\frac{\partial Q_{m-k}}{\partial V_{r_m}} = a_{km} \left[g_{km} V_{m_k} + b_{km} V_{r_k} \right] - (b_{km} + b_{km}^{sh}) (2V_{r_m}) \quad (C.38)$$

$$\frac{\partial Q_{m-k}}{\partial V_{m_k}} = a_{km} \left[g_{km} V_{r_m} + b_{km} V_{m_m} \right] \quad (C.39)$$

$$\frac{\partial Q_{m-k}}{\partial V_{m_m}} = a_{km} \left[-g_{km} V_{r_k} + b_{km} V_{m_k} \right] - (b_{km} + b_{km}^{sh}) (2V_{m_m}) \quad (C.40)$$

C.2. Cálculo da geração ativa e reativa

C.2.1. Coordenadas polares

A geração ativa da barra k é dada por:

$$P_{g_k} = V_k \sum_{m \in \phi_k} V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) + P_{d_k} \quad (C.41)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial P_{g_k}}{\partial V_k} = \frac{P_k + V_k^2 g_{kk}}{V_k} \quad (C.42)$$

$$\frac{\partial P_{g_k}}{\partial V_m} = V_k (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (C.43)$$

$$\frac{\partial P_{g_k}}{\partial \theta_k} = -V_k^2 b_{kk} - Q_k \quad (C.44)$$

$$\frac{\partial P_{g_k}}{\partial \theta_m} = V_k V_m (g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (C.45)$$

A geração reativa da barra k é dada por:

$$Q_{g_k} = V_k \sum_{m \in \phi_k} V_m (g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) + Q_{d_k} \quad (C.46)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial Q_{g_k}}{\partial V_k} = \frac{Q_k - V_k^2 b_{kk}}{V_k} \quad (C.47)$$

$$\frac{\partial Q_{g_k}}{\partial V_m} = V_k (g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \quad (C.48)$$

$$\frac{\partial Q_{g_k}}{\partial \theta_k} = -V_k^2 g_{kk} + P_k \quad (C.49)$$

$$\frac{\partial Q_{g_k}}{\partial \theta_m} = -V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \quad (C.50)$$

C.2.2. Coordenadas retangulares

A geração ativa da barra k é dada por:

$$P_{g_k} = \sum_{m \in \phi_k} V_{i_k} (g_{km} V_{r_m} - b_{km} V_{m_m}) + V_{m_k} (g_{km} V_{m_m} + b_{km} V_{r_m}) + P_{d_k} \quad (C.51)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial P_{g_k}}{\partial V_{i_k}} = V_{i_k} g_{kk} + V_{m_k} b_{kk} + I_{i_k} \quad (C.52)$$

$$\frac{\partial P_{g_k}}{\partial V_{r_m}} = V_{r_k} g_{km} + V_{m_k} b_{km} \quad (C.53)$$

$$\frac{\partial P_{g_k}}{\partial V_{m_k}} = -V_{r_k} b_{kk} + V_{m_k} g_{kk} + I_{m_k} \quad (C.54)$$

$$\frac{\partial P_{g_k}}{\partial V_{m_m}} = -V_{r_k} b_{km} + V_{m_k} g_{km} \quad (C.55)$$

A geração reativa da barra k é dada por:

$$Q_{g_k} = \sum_{m \in \phi_k} V_{m_k} (g_{km} V_{r_m} - b_{km} V_{m_m}) - V_{r_k} (g_{km} V_{m_m} + b_{km} V_{r_m}) + Q_{d_k} \quad (C.56)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial Q_{g_k}}{\partial V_{r_k}} = -V_{r_k} b_{kk} + V_{m_k} g_{kk} - I_{m_k} \quad (C.57)$$

$$\frac{\partial Q_{g_k}}{\partial V_{r_m}} = -V_{r_k} b_{km} + V_{m_k} g_{km} \quad (C.58)$$

$$\frac{\partial Q_{g_k}}{\partial V_{m_k}} = -V_{r_k} g_{kk} - V_{m_k} b_{kk} + I_{r_k} \quad (C.59)$$

$$\frac{\partial Q_{g_k}}{\partial V_{m_m}} = -V_{r_k} g_{km} - V_{m_k} b_{km} \quad (C.60)$$

C.3. Cálculo das perdas

C.3.1. Coordenadas polares

A perda de potência ativa no ramo $k - m$ é dada por:

$$P_{k-m}^{Perdas} = g_{km} \left((a_{km})^2 V_k^2 + V_m^2 - 2a_{km} V_k V_m \cos\theta_{km} \right) \quad (C.61)$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial P_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_k} = 2g_{km} \left((a_{km})^2 V_k - a_{km} V_m \cos\theta_{km} \right) \quad (\text{C.62})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_m} = 2g_{km} (V_m - a_{km} V_k \cos\theta_{km}) \quad (\text{C.63})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial \theta_k} = g_{km} (2a_{km} V_k V_m \text{sen}\theta_{km}) \quad (\text{C.64})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial \theta_m} = -g_{km} (2a_{km} V_k V_m \text{sen}\theta_{km}) \quad (\text{C.65})$$

A perda reativa no ramo $k - m$ é dada por:

$$Q_{k-m}^{\text{Perdas}} = -b_{km}^{\text{sh}} (V_k^2 + V_m^2) - b_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos\theta_{km}) \quad (\text{C.66})$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial Q_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_k} = -2b_{km}^{\text{sh}} (a_{km})^2 V_k - b_{km} (2V_k - 2a_{km} V_m \cos\theta_{km}) \quad (\text{C.67})$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_m} = -2b_{km}^{\text{sh}} V_m - b_{km} (2V_m - 2a_{km} V_k \cos\theta_{km}) \quad (\text{C.68})$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial \theta_k} = -2b_{km} a_{km} V_k V_m \text{sen}\theta_{km} \quad (\text{C.69})$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial \theta_m} = 2b_{km} a_{km} V_k V_m \text{sen}\theta_{km} \quad (\text{C.70})$$

C.3.2. Coordenadas retangulares

A perda de potência ativa no ramo $k - m$ é dada por:

$$P_{k-m}^{\text{Perdas}} = -2a_{km} g_{km} (V_k V_{r_k} + V_m V_{r_m}) + g_{km} (a_{km}^2 V_k^2 + V_{r_k}^2 + a_{km}^2 V_m^2 + V_{r_m}^2) \quad (\text{C.71})$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial P_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_{r_k}} = 2a_{km}g_{km} (a_{km} V_{r_k} - V_{r_m}) \quad (\text{C.72})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_{r_m}} = 2a_{km}g_{km} (V_{r_m} - V_{r_k}) \quad (\text{C.73})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_{m_k}} = 2a_{km}g_{km} (a_{km} V_{m_k} - V_{m_m}) \quad (\text{C.74})$$

$$\frac{\partial P_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_{m_m}} = 2a_{km}g_{km} (V_{m_m} - V_{m_k}) \quad (\text{C.75})$$

A perda reativa no ramo $k - m$ é dada por:

$$Q_{k-m}^{\text{Perdas}} = 2a_{km}b_{km} (V_{r_k} V_{r_m} + V_{m_k} V_{m_m}) - (b_{km} + b_{km}^{\text{sh}}) (a_{km}^2 V_{r_k}^2 + a_{km}^2 V_{r_m}^2 + V_{m_k}^2 + V_{m_m}^2) \quad (\text{C.76})$$

As derivadas associadas são dadas por:

$$\frac{\partial Q_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_{r_k}} = 2a_{km}b_{km} V_{r_m} - (b_{km} + b_{km}^{\text{sh}}) 2a_{km}^2 V_{r_k} \quad (\text{C.77})$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_{r_m}} = 2a_{km}b_{km} V_{r_k} - (b_{km} + b_{km}^{\text{sh}}) 2V_{r_m} \quad (\text{C.78})$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_{m_k}} = 2a_{km}b_{km} V_{m_m} - (b_{km} + b_{km}^{\text{sh}}) 2a_{km}^2 V_{m_k} \quad (\text{C.79})$$

$$\frac{\partial Q_{k-m}^{\text{Perdas}}}{\partial V_{m_m}} = 2a_{km}b_{km} V_{m_k} - (b_{km} + b_{km}^{\text{sh}}) 2V_{m_m} \quad (\text{C.80})$$

Apêndice D

Sistema de distribuição modificado CEMIG

Neste apêndice são apresentados os dados de barra e de linha do sistema de distribuição modificado CEMIG. A Figura D.1 apresenta o diagrama unifilar e as Tabelas D.1 e D.2 apresentam os dados de barra e de linha.

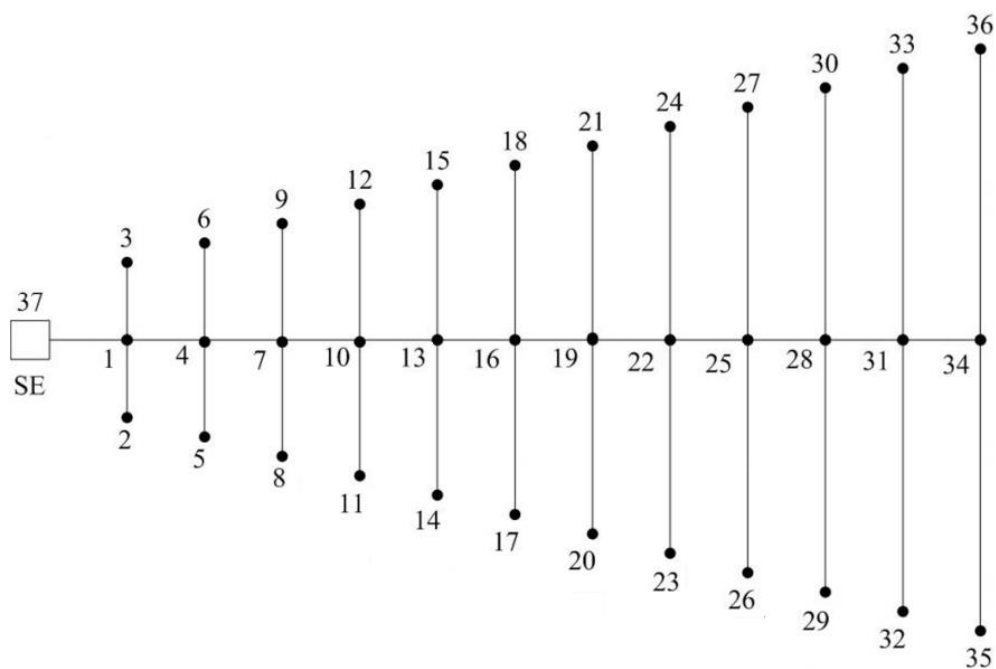


Figura D.1 – CEMIG – Diagrama unifilar

Tabela D.1 – CEMIG – Dados de barras

Barra	Tipo	V(pu)	$\theta(^{\circ})$	$P_g(\text{pu})$	$P_d(\text{pu})$	$Q_g(\text{pu})$	$Q_d(\text{pu})$
1	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
2	PQ	-	-	-	0,15000	-	0,09000
3	PQ	-	-	-	0,15000	-	0,09000
4	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
5	PQ	-	-	-	0,30000	-	0,17000
6	PQ	-	-	-	0,30000	-	0,17000
7	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
8	PQ	-	-	-	0,45000	-	0,26000
9	PQ	-	-	-	0,45000	-	0,26000
10	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
11	PQ	-	-	-	0,60000	-	0,34000
12	PQ	-	-	-	0,60000	-	0,34000
13	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
14	PQ	-	-	-	0,75000	-	0,43000
15	PQ	-	-	-	0,75000	-	0,43000
16	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
17	PQ	-	-	-	0,90000	-	0,51000
18	PQ	-	-	-	0,90000	-	0,51000
19	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
20	PQ	-	-	-	1,06000	-	0,60000
21	PQ	-	-	-	1,06000	-	0,60000
22	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
23	PQ	-	-	-	1,21000	-	0,68000
24	PQ	-	-	-	1,21000	-	0,68000
25	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
26	PQ	-	-	-	1,36000	-	0,77000
27	PQ	-	-	-	1,36000	-	0,77000
28	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
29	PQ	-	-	-	1,51000	-	0,85000
30	PQ	-	-	-	1,51000	-	0,85000
31	PQ	-	-	-	0,37000	-	0,21000
32	PQ	-	-	-	1,66000	-	0,94000
33	PQ	-	-	-	1,66000	-	0,94000
34	PQ	-	-	-	0,30000	-	0,21000
35	PQ	-	-	-	1,81000	-	1,02000
36	PQ	-	-	-	1,81000	-	1,02000
37	V θ	1,00000	0,00000	-	-	-	-

Tabela D.2 – CEMIG – Dados de linhas

De	Para	R_{k-m}(pu)	X_{k-m}(pu)	B_{k-m}(pu)
37	1	0,0000791	0,0001520	0,00000
1	2	0,0001630	0,0000826	0,00000
1	3	0,0001630	0,0000826	0,00000
1	4	0,0000791	0,0001520	0,00000
4	5	0,0003250	0,0001650	0,00000
4	6	0,0003250	0,0001650	0,00000
4	7	0,0000791	0,0001520	0,00000
7	8	0,0004880	0,0002480	0,00000
7	9	0,0004880	0,0002480	0,00000
7	10	0,0000791	0,0001520	0,00000
10	11	0,0006500	0,0003300	0,00000
10	12	0,0006500	0,0003300	0,00000
10	13	0,0000791	0,0001520	0,00000
13	14	0,0008130	0,0004130	0,00000
13	15	0,0008130	0,0004130	0,00000
13	16	0,0000791	0,0001520	0,00000
16	17	0,0009760	0,0004960	0,00000
16	18	0,0009760	0,0004960	0,00000
16	19	0,0000791	0,0001520	0,00000
19	20	0,0011380	0,0005780	0,00000
19	21	0,0011380	0,0005780	0,00000
19	22	0,0000791	0,0001520	0,00000
22	23	0,0013010	0,0006610	0,00000
22	24	0,0013010	0,0006610	0,00000
22	25	0,0000791	0,0001520	0,00000
25	26	0,0014640	0,0007430	0,00000
25	27	0,0014640	0,0007430	0,00000
25	28	0,0000791	0,0001520	0,00000
28	29	0,0016260	0,0008260	0,00000
28	30	0,0016260	0,0008260	0,00000
28	31	0,0000791	0,0001520	0,00000
31	32	0,0017890	0,0009090	0,00000
31	33	0,0017890	0,0009090	0,00000
31	34	0,0000791	0,0001520	0,00000
34	35	0,0019510	0,0009910	0,00000
34	36	0,0019510	0,0009910	0,00000

Referências Bibliográficas

- [1] Van Ness JE; Griffin JH. "Elimination methods for load flow studies". IEEE Transaction of the American Insitute of Electrical Engineers, Vol. 80, pp. 299-304, 1961.
- [2] Tinney WF; Hart CE. "Power flow solution by Newton's method". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 86, pp. 1449-1460, 1967.
- [3] Tinney WF; Walker JW. "Direct solution of sparse network equation by optimally ordered triangular factorization". Proc. IEEE, Vol. 55, pp. 1801-1809, 1967.
- [4] Despotovic ST; Babic BB; Mastilovic VP. "A rapid and realiable method for solving load flow problems". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 90, pp. 123-130, 1971.
- [5] Stott B; Hobson E. "Solution of large power system networks by ordered elimination: a comparison of ordering schemes". Proc. IEEE, Vol. 118, pp. 125 – 136, 1971
- [6] Hanson JR. "A new procedure for topologically controlled eliminations". Fourth Power System Computation Conference, 1972.
- [7] Tinney WF; Powell WL; Peterson NM. "Sparsity-oriented network reduction". IEEE PICA, 1972.
- [8] Jolissaint CH; Arvanitidis NV; Luenberger DG. "Decompostion of real and reactive power flows: a method suited for on-line applications". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 91, pp. 661-670, 1972.
- [9] Stott B; Alsac O. "Fast decoupled load flow". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol 93, pp. 859-867, 1974.
- [10] Kersting WH; Mendive DL. "An application of ladder network theory to the solution of three-phase radial load flow problems". IEEE Winter Power Meeting, 1976.
- [11] Shirmohammadi D. "A compensation based power flow method for weakly meshed distribution and transmtion network". IEEE PICA, 1987.
- [12] Broadwater PR. "Power flow analysis of unbalanced multiphase radial distribution systems". Electric Power Systems Research Journal, Vol. 14, 1988.
- [13] Broadwater PR. "A comparative study of three radial power flow methods". IASTED International Symposium on High Technology in the Power Industry, 1988.
- [14] Da Costa VM; Martins N; Pereira JLR. "Developments in the Newton-Raphson power flow formulation based on current injections". IEEE Trans on Power Syst, Vol 14, nº 4:1320-1326, 1999.
- [15] Da Costa VM; Pereira JLR; Martins N. "An augmented Newton-Raphson power flow formulation based on current injections". Int J Electr Power Energy Syst 2001; 23(4):305-12.

- [16]Variz AM; Da Costa VM; Pereira JLR; Martins N. “Improved representation of control adjustments into the Newton-Raphson power flow”. *Int. J. Electr Power Energy Syst* 2003; 25(7):501-13.
- [17]Ferreira CA; Da Costa VM. “A second order power flow based on current injection equations”. *Int. J. Electr Power Energy Syst* 2005; 27(2):254-63.
- [18]Da Costa VM; Oliveira ML; Guedes MR. “Developments in the analysis of unbalanced three-phase power flow solutions”. *Int. J. Electr Power Energy Syst* 2007; 29(2):501-13.
- [19]Ghiocel SG; Chow JH. “A power flow method using a new bus type for computing steady-state voltage stability margins”. *IEEE Trans Power Syst* 2014;29(2)958-965.
- [20]Chiang HD; Zhao TQ; Deng JJ; Koyanagi K. “Homotopy-enhanced powerflow methods for general distribution networks with distributed generators”. *IEEE Trans Power Syst* 2014;29(1)93-100.
- [21]Xu T; Venkatesh B; Opathella C; Sing, BN. “Artificial neural network model of photovoltaic generator for power flow analysis in PSS SINCAL”. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2014;8(7)1346 – 1353.
- [22]Dimitrovski A; Tomsovic K. “Boundary Load Flow Solutions”. *IEEE Trans Power System*, Vol. 19, No. 1 pp. 348-355, 2004.
- [23]Stefopoulos GK; Meliopoulos AP; Cokkinedes GJ. “Probabilistic Power Flow With Non-conforming Electric Loads”. *International Journal of Electrical Power and Energy System*, Vol. 27, No. 2 pp. 627-634, 2005.
- [24]Su CL. “Probabilistic Load Flow Computation Using Point Estimate Method”. *IEEE Trans Power Syst*, Vol. 20, No. 4 pp. 1843-1851, 2005.
- [25]Hu Z; Wang X. “A Probabilistic Load Flow Method Considering Branch Outages”. *IEEE Trans Power Syst*, Vol. 21, No. 2 pp. 507-514, 2006.
- [26]Usaola J. “Probabilistic Load Flow With Wind Production Uncertainty Using Cumulants and Cornish-Fisher Expansion”. *International Journal of Electrical Power and Energy System*, Vol. 31, No. 2 pp. 474-481, 2009.
- [27]Ramaswamy, M; Nayar, KR. “On Line Estimation Of Bus Voltages Based On Fuzzy Logic”. *International Journal of Electrical Power and Energy System*, Vol. 26, No. 3 pp. 681-684, 2004.
- [28]Bijwe PR.; Hanmandlu M; Pande VN. “Fuzzy Power Flow Solutions With Reactive Limits And Multiple Uncertainties”. *Electric Power Systems Research*, Vol. 76, No. 3 pp. 145-152, 2005.
- [29]Cortés-Carmona M; Palma-Behnke R; Jimenez-Estévez G. “Fuzzy Arithmetic For The DC Load Flow”. *IEEE Trans Power Syst*, Vol. 25, No. 1 pp. 206-214, 2010.
- [30]Kalesar BM; Seife AR. “Fuzzy Load Flow In Balanced And Unbalanced Radial Distribution Systems Incorporating Composite Load Model”. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Vol. 9, No. 1 pp. 348-355, 2010.
- [31]Sunaga T. “Theory of an Interval Algebra and its Application to Numerical Analysis”. *Chapter Interval Calculus*, p. 547-564. *RAAG Memoirs*, 1958.

- [32]Moore R. “Automatic Error Analysis in Digital Computation”. Sunnyvale, CA, USA: Lockheed Missiles and Space Co., 1959. Technical Report. (Space Div. Report LMSD84821).
- [33]Moore R. “Interval arithmetic and automatic error analysis in digital computing”. Technical Report NR-044-211, Stanford University 1962.
- [34]Moore R. “Interval Analysis”. Philadelphia, PA, USA: pub-PH, 1966. p.xi–145.
- [35]Moore R. “Methods and Applications of Interval Analysis”. Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1979. xi-190p.
- [36]Rump S. “Fast and Parallel Interval Arithmetic”. [S.l.]: BIT, 1999. 539-560p.
- [37]Oliveira R.; Diverio T; Claudio D. “Fundamentos da Matemática Intervalar”. Instituto de Informática da UFRGS, Porto Alegre, Brasil: Editora Sagra Luzzato, 2001.
- [38]Hargreaves GI. “Interval Analysis in MATLAB”. Numerical Analysis Report N° 416, 2002.
- [39]Wang Z; Alvarado FL. “Interval Arithmetic in Power Flow Analysis”, *Trans Power Syst*, Vol. 7, No. 3, pp. 1341-1349, 1992
- [40]Mori H, Yuihara A. “Calculation of Multiple Power Flow Solutions with the Krawczyk Method”. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vol. 5, pp. 94-97, 1999.
- [41]Mori H, Yuihara A. “Contingency screening using interval analysis in power systems”. *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Monterey, CA, USA, vol. 3, pp. 444–447, 1998.
- [42]Barboza, L; Dimuro G; Reiser R. “Power Flow with Load Uncertainty”. *Tend. Mat. Apl. Comput.*, 5, N° 1 (2004), 27-36.
- [43]Barboza, L; Dimuro G.; Reiser R. “Towards Interval Analysis of the Load Uncertainty in Power Electric Systems”. *8th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power System*, Ames, Iowa, 2004.
- [44]Das B. “Radial distribution system power flow using interval arithmetic”. *Int. J. Electr Power Energy Syst*, 2002, 24(10):827-836.
- [45]Barboza L; Dimuro G; Reiser R. “Incerteza de Dados em Fluxo de Potência: uma Abordagem com a Matemática Intervalar do C-XSC”. *Tend. Mat. Apl. Comput.*, 9, N° 3 (2008), 491-502.
- [46]Zhang P, Li W, Wang S. “Reliability-oriented distribution network reconfiguration considering uncertainties of data by interval analysis”. *Int. J. Electr Power Energy Syst*. 2012, 34(1):138-44.
- [47]Canizares CA; Bhattacharya K; Vaccaro A. “A novel affine arithmetic method to solve optimal power flow problems with uncertainties”. *IEEE Trans on Power Syst*, Vol. 29, No 6, November 2014.
- [48]Pereira LES; Da Costa VM; Rosa ALS. “Interval arithmetic in current injection power flow analysis”. *Int. J. Electr. Power Energy Syst*. 2012; 43 (1) : 1106 – 13.

- [49]Pereira, LES; Da Costa VM. “Interval analysis applied to the maximum loading point of electric power systems considering load data uncertainties”. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* 2014; 54: 334-340.
- [50]Kundur P. “Power System Stability and Control”. McGraw-Hill, 1994.
- [51]Tavares B; Bedriñana M; Castro CA. “Practical method for computing the maximum loading point using a load flow with step size optimisation”. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2011;5(12)1250-1258.
- [52]Prasad JV; Sekhar KC. “Optimal allocation of FACTS controllers for critical loading margin enhancement”. *Conference on Power, Energy and Control (ICPEC)*, 2013, 86-91.
- [53]Ajarapu V; Christy C. “The continuation power flow: A tool for steady state voltage stability analysis”. *IEEE Trans on Power Syst*, vol. 7, nº. 1: 416-423, 1992.
- [54]Yuntao J; Wenchuan W; Boming Z; Hongbin S. “Loop-analysis-based continuation power flow algorithm for distribution networks”. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2014;8(7)1284-1292.
- [55]Xu P; Wang X; Ajarapu V. “Continuation power flow with adaptive step size control via convergence monitor”. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2012;6(7)673-679.
- [56]Aly MM; Abdel-Akher M. “A continuation power flow for distribution systems voltage stability analysis”. *IEEE International Conference PECon*, 2012, 470 – 475.
- [57]Kearfott RB. “Interval computations: Introduction, uses and resources, 1997. University of Southwestern Louisiana.
- [58]Dimuro GP; Dias AM. “Um ambiente integrado para o ensino e pesquisa em matemática intervalar”. Universidade Católica de Pelotas, 2001.
- [59]Milano F. “Power system analysis toolbox (PSAT)”. Disponível em: <http://faraday1.ucd.ie/psat.html>. [Acessado 05 de Junho de 2014].
- [60]Sobol I. “O método de Monte Carlo”. Editora Mir Moscou, 1983.
- [61]Dos Santos MJ. “Modelagem de Incertezas no Problema de Fluxo de Potência”. Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.
- [62]Monticelli A. “Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica”. São Paulo, Brasil: Edgard Blucher LTDA, 1983.