

**Ferramenta para Avaliação da Energia Firme Baseada em Técnica de
Pontos Interiores**



Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Autor: *Rafael Santos Rocha*

Orientador: *Prof. Edimar José de Oliveira*

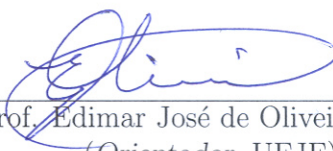
JUIZ DE FORA, MG - BRASIL
AGOSTO 2008

Ferramenta para Avaliação da Energia Firme Baseada em Técnica de Pontos
Interiores

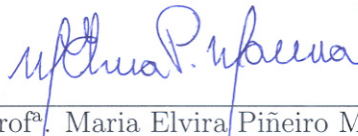
RAFAEL SANTOS ROCHA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.


Aprovada por:



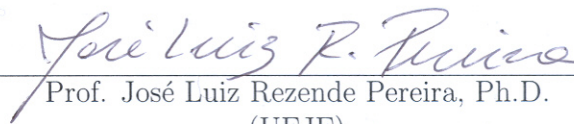
Prof. Edimar José de Oliveira, D.Sc.
(Orientador, UFJF)



Prof.^a Maria Elvira Piñeiro Maceira, D.Sc.
(CEPEL)



Prof. André Luís Marques Marcato, D.Sc.
(UFJF)



Prof. José Luiz Rezende Pereira, Ph.D.
(UFJF)

JUIZ DE FORA, MG - BRASIL
AGOSTO 2008.

*Dedico este trabalho à minha querida família, em especial aos meus pais, irmãos e à
minha namorada.*

Minha sincera gratidão

Aos meus pais, Rocha e Suely, a quem devo todo respeito e admiração, pelo afeto, dedicação, compreensão e aos seus valiosos conselhos; aos meus irmãos Rodrigo e Thiago, pela grande amizade; à Hayala, pelo amor e carinho;

Aos amigos Lucas Aurélio e Augusto de Caux, pelo companheirismo, pela força nas horas difíceis, pela grande amizade e a todos os momentos de diversão;

Ao pessoal do Galpão do Mestrado, em especial aos amigos Jéferson de Souza, Marcelo Neves, Eduardo Viana, Geano Rocha, Janison Carvalho, Rômulo Miranda, Thiago Castro, Filipe La-Gatta, Frederico Ghetti, Danton Ferreira, Welton Verly, Leonardo Willer e Rodrigo Fortunato, pelo apoio e amizade no decorrer do mestrado;

Aos demais amigos e familiares que me apoiaram direta e indiretamente;

Ao L^AT_EX;

Aos Profs. Edimar José de Oliveira e André Luís Marques Marcato pela orientação;

À CAPES pelo apoio financeiro;

À Deus, pela grande alegria de viver.

“O estudo em geral, a busca da verdade e da beleza são domínios em que nos é consentido ficar crianças toda a vida.”

Albert Einstein.

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Ferramenta para Avaliação da Energia Firme Baseada em Técnica de Pontos Interiores

Rafael Santos Rocha
Agosto 2008

Orientador: Prof. Edimar José de Oliveira
Área de Concentração: Sistemas Elétricos de Potência

O planejamento do setor energético é fundamental para assegurar o suprimento de energia ao menor custo, com o menor risco e com os menores impactos sócio-econômicos e ambientais para a sociedade. Estes fatores assim como a complexidade dos aspectos envolvidos no funcionamento da indústria de produção de energia elétrica explicam a importância do planejamento do setor energético.

Atualmente, o sistema elétrico brasileiro é operado de maneira centralizada por agentes reguladores que atuam com grande poder institucional sobre as variáveis do sistema através de decisões que trazem impactos e influenciam fortemente o futuro dos sistemas. O fato de o sistema brasileiro ser predominantemente hidrelétrico faz com que essas decisões, na maioria das vezes, sejam tomadas num ambiente de incertezas e assim necessitam de processos sistemáticos de apoio à decisão, em especial sobre as perspectivas do futuro com relação aos riscos de suprimento de energia.

Neste contexto, a energia firme, definida como a máxima capacidade de produção contínua de energia, sem a ocorrência de déficits energéticos, influencia diretamente na remuneração das usinas hidrelétricas e na realização dos contratos de venda de energia elétrica pois é utilizada no cálculo da energia assegurada, que representa o lastro de geração de energia destas usinas no Brasil.

Hoje, o cálculo da energia firme de cada usina hidrelétrica do sistema elétrico brasileiro é feito através de modelos de simulação, em particular, os modelos *Modelo de Simulação de Usinas Individualizadas (MSUI)* desenvolvido pela Eletrobrás e o *Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados (SUIHSI-O)* desenvolvido pelo *Centro de Pesquisas em Energia Elétrica (CEPEL)*. A topologia das usinas é respeitada e, através de regras heurísticas, é simulada a operação das mesmas, considerando-se a série histórica de vazões desde janeiro de 1931.

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional destinada ao cálculo da energia firme das usinas hidrelétricas. Para isto, é proposta uma solução, através de um único problema de programação não linear, com

a representação das não linearidades inerentes à produtividade das usinas hidrelétricas e a representação individualizada dos reservatórios juntamente com a série histórica de vazões desde o mês de janeiro de 1931. A solução do problema de otimização não linear é obtida através do *Método Primal-Dual de Pontos Interiores* (MPI). A metodologia proposta foi implementada em linguagem C++, permitindo aplicar o cálculo de energia firme ao *Sistema Interligado Nacional Brasileiro* (SIN).

Será apresentado um estudo de caso abrangendo o Sistema Interligado Nacional (SIN), resultando em um problema com mais de 400 mil variáveis, onde poderá ser observada a importância de se resolver o problema considerando-se as não linearidades em um problema de otimização. Estes resultados foram comparados com os obtidos através do modelo linear do cálculo da energia firme. Resultados adicionais com a entrada de novas usinas no sistema (Estreito Tocantins e Peixe Angical) são avaliados para validar a aplicação da metodologia a sistemas reais. Os resultados obtidos mostram que a metodologia proposta é promissora.

Adicionalmente, o sistema computacional desenvolvido é uma ferramenta capaz de receber aperfeiçoamentos e modificações para incorporação de diversas outras funcionalidades relacionadas ao planejamento e operação de sistemas elétricos de potência.

Abstract of the Dissertation presented to the Program of Electrical Engineering of the Federal University of Juiz de Fora as a partial fulfillment of the requirements for the Master's Degree in Electrical Engineering.

A TOOL FOR EVALUATION OF FIRM ENERGY BASED ON INTERIOR POINT TECHNIQUE

Rafael Santos Rocha
August 2008

Advisor: Prof. Edimar José de Oliveira
Concentration Area: Electrical Power Systems

The energy sector planning is fundamental to assure the energy supply at the smallest costs and risks and with the smallest socioeconomic and environmental impacts for the society. These factors as well as the aspects complexity involved in the industry operation of the electrical energy production explain the importance of the energy sector planning.

Nowadays, the Brazilian electrical system is operated centralized by regulators agents that acts with great institutional power on the system's variables through decisions that brings impacts and strongly influence the future of the systems. The fact of the Brazilian system predominantly being hydroelectric does those decisions, in most of the time, to be taken in an uncertain environment and then requires systematic processes of decision support, especially above the future perspectives regarding the energy supply risks.

In this context, the firm energy, defined as the maximum continuous capacity of energy production, without the occurrence of energy deficits, influence directly the remuneration of the hydroelectric power stations and the electric power sales contracts because it is used in the evaluation of the assured energy, that represents the energy generation ballast of these plants in Brazil.

Today, the firm energy evaluation of each hydroelectric power station of the Brazilian electrical system is accomplished through simulation models, in particular, the MSUI model, developed by Eletrobrás and the SUISHI-O model, developed by CEPEL. The power stations topology is respected and, through heuristic rules, is simulated its operation, considering the historical flow series since January of 1931.

This work has as objective the development of a computational tool destined to the firm energy evaluation of the hydroelectric power stations. For this, a solution is proposed, through a single nonlinear programming problem, with the representation of the nonlinearities inherent to the hydroelectric power stations productivity and the individualized reservoirs representation together with the historical flow series since January of 1931. The solution of the nonlinear optimization problem is obtained through Primal-Dual Interior Point Method. The proposed methodology was implemented

in computational language C++, allowing to apply the firm energy evaluation to the Brazilian Interconnected National System.

A study case will be presented extending the Brazilian Interconnected National System, resulting in a problem with more than 400 thousand variables, in which it will be observed the importance to solve the problem considering the nonlinearities in a unique optimization problem. These results were compared to the obtained ones with the linear model of the firm energy evaluation. Additional results with the entrance of new power stations in the system (Estreito Tocantins and Peixe Angical) are evaluated to validate the methodology appliance to real systems. The obtained results shows that the proposed methodology is promising.

Additionally, the developed software is a tool capable to receive improvements and modifications for incorporation of several other functionalities related to the planning and operation of electrical power systems.

Sumário

I	Introdução	1
I.1	Considerações iniciais	1
I.2	Topologia do Sistema Hidrelétrico Brasileiro	2
I.3	Etapas de Planejamento na Operação do Sistema	3
I.4	Motivação para o Trabalho	9
I.5	Contribuições do Trabalho	9
I.6	Objetivos do Trabalho	9
I.7	Publicações	10
I.8	Organização do Trabalho	10
II	Critérios de Avaliação de Energia Firme	12
II.1	Introdução	12
II.2	Cotas do Reservatório e do Canal de Fuga	12
II.3	Descrição do Problema de Otimização	16
II.4	Energia Firme Individualizada	18
II.5	Tratamento do Problema Linear	18
II.6	Metodologias de Solução	19
II.7	O modelo SUISHI-O	22
II.8	Conclusão	23
III	Metodologia Proposta	24
III.1	Introdução	24
III.2	O Método de Pontos Interiores Aplicado ao Cálculo da Energia Firme	24
III.2.1	Modelo Não Linear da Função de Produtividade	25
III.3	Exemplo Tutorial	26
III.3.1	Aspectos Computacionais	26
III.3.2	Exemplo Numérico	29
III.4	Conclusões	38
IV	Estudo de Casos	39
IV.1	Introdução	39
IV.2	O Sistema Interligado Nacional Brasileiro	39
IV.2.1	Aspectos Computacionais	40
IV.2.2	Resultados	40
IV.3	Análise do Impacto da Entrada de Novas Usinas na Energia Firme	50
IV.3.1	Entrada da Usina de Estreito Tocantins	50
IV.3.2	Entrada das Usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical	52
IV.4	Análise Descentralizada por Bacias Hidrográficas	53

V	Conclusões	55
V.1	Considerações Gerais	55
V.2	Desenvolvimentos Futuros	56
	Apêndice	61
A	Funções de Produção de Energia Elétrica	62
B	Correção das Cotas do Canal de Fuga	67
C	Caracterização do Período Crítico	69
D	Resultados Adicionais das Simulações	71

Lista de Figuras

I.1	Configuração hidráulica típica no Brasil - Usinas do subsistema Sudeste.	3
II.1	Esquema de Usina Hidrelétrica.	13
II.2	Polinômios Cota-Volume.	14
II.3	Polinômios Vazão-Nível Jusante.	15
II.4	Energia Firme nas iterações da Metodologia Linear com Ajustes Alternados.	20
III.1	Sistema com duas usinas hidrelétricas.	26
III.2	Estrutura da matriz Hessiana.	27
IV.1	Energia Armazenada do SIN durante o período crítico.	41
IV.2	Evolução do Volume útil do reservatório da usina de Furnas durante o período crítico.	42
IV.3	Evolução do Volume útil do reservatório da usina de Ilha Solteira durante o período crítico.	42
IV.4	Evolução do Volume útil do reservatório da usina de Itaparica durante o período crítico.	43
IV.5	Evolução do Volume útil do reservatório da usina de São Simão durante o período crítico.	43
IV.6	Evolução do Volume útil do reservatório da usina de Tucuruí durante o período crítico.	45
IV.7	Evolução do volume útil, volume afluyente e volume defluente da usina de Tucuruí durante o período crítico.	45
IV.8	Geração de Ilha Solteira durante o Período Crítico.	46
IV.9	Geração de Porto Primavera durante o Período Crítico.	46
IV.10	Geração de energia da usina de Itaipu durante o período crítico.	47
IV.11	Geração de Xingó durante o Período Crítico.	47
IV.12	Produtividade da usina de Furnas durante o período crítico.	48
IV.13	Produtividade da usina de Ilha Solteira durante o período crítico.	48
IV.14	Produtividade da usina de Tucuruí durante o período crítico.	49
IV.15	Geração de Estreito Tocantins durante o Período Crítico.	51
B.1	Exemplo da correção da cota do canal de fuga da usina Xingó.	68
B.2	Exemplo da correção da cota do canal de fuga da usina Sobradinho.	68

Lista de Tabelas

III.1	Dados construtivos das usinas hidrelétricas	29
III.2	Coefficientes do Polinômio Cota x Volume	30
III.3	Coefficientes do Polinômio Vazão x Nível Jusante	30
III.4	Afluências nas usinas hidrelétricas	30
III.5	Resultados do exemplo numérico	37
III.6	A produtividade nas usinas de Serra da Mesa e Cana Brava	38
III.7	Energia Firme nas usinas de Serra da Mesa e Cana Brava	38
IV.1	Resultados SIN.	40
IV.2	Desvio padrão de volume armazenado das usinas hidrelétricas.	44
IV.3	Energia Firme Individualizada para algumas usinas hidrelétricas do sistema.	50
IV.4	Inclusão da Usina de Estreito Tocantins no SIN.	50
IV.5	Resultados SIN com a Inclusão da Usina de Estreito Tocantins.	51
IV.6	Inclusão das Usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical no SIN.	52
IV.7	Resultados SIN com a Inclusão das Usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical.	52
IV.8	Resultados por Bacias Hidrográficas.	53
D.1	Resultados de energia firme para a metodologia linear seqüencial e não linear.	71

Lista de Abreviaturas e Siglas

ANEEL *Agência Nacional de Energia Elétrica*

CEA *Certificado de Energia Assegurada*

CEPEL *Centro de Pesquisas em Energia Elétrica*

MAE *Mercado Atacadista de Energia Elétrica*

NEWAVE *Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Interligados*

MME *Ministério de Minas e Energia*

MPI *Método Primal-Dual de Pontos Interiores*

MRE *Mecanismo de Realocação de Energia*

MSUI *Modelo de Simulação de Usinas Individualizadas*

PCV *Polinômio Cota-Volume*

PDDE *Programação Dinâmica Dual Estocástica*

PDE *Programação Dinâmica Estocástica*

PLA *Programação Linear com Ajustes Alternados*

PMO *Programa Mensal de Operação*

PNL *Programação Não Linear*

PVNJ *Polinômio Vazão-Nível Jusante*

SIN *Sistema Interligado Nacional Brasileiro*

SUISHI-O *Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados*

Capítulo I

Introdução

I.1 Considerações iniciais

O planejamento do setor energético é fundamental para assegurar o abastecimento e/ou suprimento de energia ao menor custo, com o menor risco e com os menores impactos sócio-econômicos e ambientais para a sociedade brasileira. Tanto as características técnicas e econômicas, como os impactos sócio-econômicos e ambientais, além da complexidade dos aspectos envolvidos no funcionamento da indústria de produção de energia elétrica explicam a importância do planejamento do setor energético. Destaca-se nas características técnicas e econômicas a necessidade da coordenação da operação de maneira centralizada por instituições reguladoras. Esta característica faz com que os agentes formuladores das políticas de operação possam atuar com grande poder institucional sobre as variáveis do sistema com decisões que trazem impactos e influenciam sobremaneira o futuro dos sistemas. O fato de o sistema brasileiro ser predominantemente hidrelétrico faz com que essas decisões, na maioria das vezes, sejam tomadas num ambiente de incertezas e assim necessitam de processos sistemáticos de apoio à decisão, em especial sobre as perspectivas do futuro com relação aos riscos de suprimento de energia [1].

O sistema brasileiro é composto por usinas que operam de forma integrada e cerca de 80% da sua geração é constituída de geração hidráulica. A outra parte da demanda do sistema brasileiro é suprida em grande parte pela energia das usinas térmicas. A operação coordenada do sistema possibilita um melhor aproveitamento da existência da diversidade hidrológica apresentada entre as usinas hidrelétricas situadas em diversas regiões hidrológicas do país, o que também permite a regulação das suas vazões afluentes. Desta forma, as usinas conseguem atender a uma demanda maior que o somatório das demandas que cada usina hidrelétrica atenderia se operasse individualmente. Conseqüentemente, quando algumas usinas atravessam períodos de estiagem, outras usinas em bacias hidrológicas em condições mais favoráveis podem compensar gerando mais energia, o que favorece o sistema como um todo [2].

O planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro, possui várias etapas que abrangem desde o planejamento plurianual até a programação diária da operação da geração dos reservatórios. Isto se deve ao porte do sistema brasileiro e também devido à sua grande complexidade (não linearidades e a forte interconexão hidráulica). Em cada etapa são utilizados modelos com diferentes graus de detalhamento na representação do sistema e de suas usinas hidrelétricas. A representação das usinas hidrelétricas pode ser realizada de maneira individualizada ou através de sistemas equivalentes de energia. Portanto, uma técnica é empregada em detrimento da outra de acordo com a necessidade do nível de detalhamento referente a cada etapa de planejamento na operação do sistema elétrico brasileiro [2].

É importante notar que, para assegurar a factibilidade da operação hidráulica das usinas, se faz necessário considerar detalhadamente todas as suas condições operacionais, ou seja, determinar um modelo que represente o comportamento do sistema como um todo evidenciando também os modelos individuais de cada usina. Para que esta modelagem seja fiel, deve ser respeitada a topologia destas usinas assim como as diversas restrições físicas e operativas envolvidas [2].

I.2 Topologia do Sistema Hidrelétrico Brasileiro

O parque gerador hidrelétrico no Brasil é constituído de diversas usinas interligadas ao longo dos cursos dos rios. Um exemplo de uma configuração hidráulica típica no Brasil pode ser visualizado na Fig. I.1, que apresenta uma importante parcela do subsistema Sudeste do SIN.

As usinas hidrelétricas podem ser classificadas como usinas de reservatório ou a fio d'água, ou seja, as usinas são respectivamente de reservatórios de acumulação ou de reservatórios de compensação, conforme a topologia do seu reservatório e da sua capacidade de regularização. Os reservatórios que possuem grande capacidade de armazenar energia na forma de água armazenada são denominados de reservatórios de acumulação, e a sua capacidade de regularização é caracterizada pela elevada relação entre o seu volume útil e a vazão média afluyente ao seu reservatório. Este tipo de reservatório é responsável pela transferência de grandes blocos de água do período úmido para o período seco, através do armazenamento nos períodos úmidos e deplecionamento nos períodos de estiagem de acordo com as diretrizes definidas pelo emprego do planejamento energético de médio e longo prazo. Os reservatórios que têm pouca capacidade de armazenamento de água são denominados reservatórios de compensação, pois permitem apenas a regulação de pequenas descargas de água. Estas usinas operam com o nível do seu reservatório constante e normalmente fazem a regularização a nível semanal, acumulando água no seu reservatório nos finais de semana e feriados para utilizá-la nos dias úteis, ou mesmo de regulação diária, acumulando água nos períodos de baixa carga para utilizá-la nos períodos de ponta da carga [3].

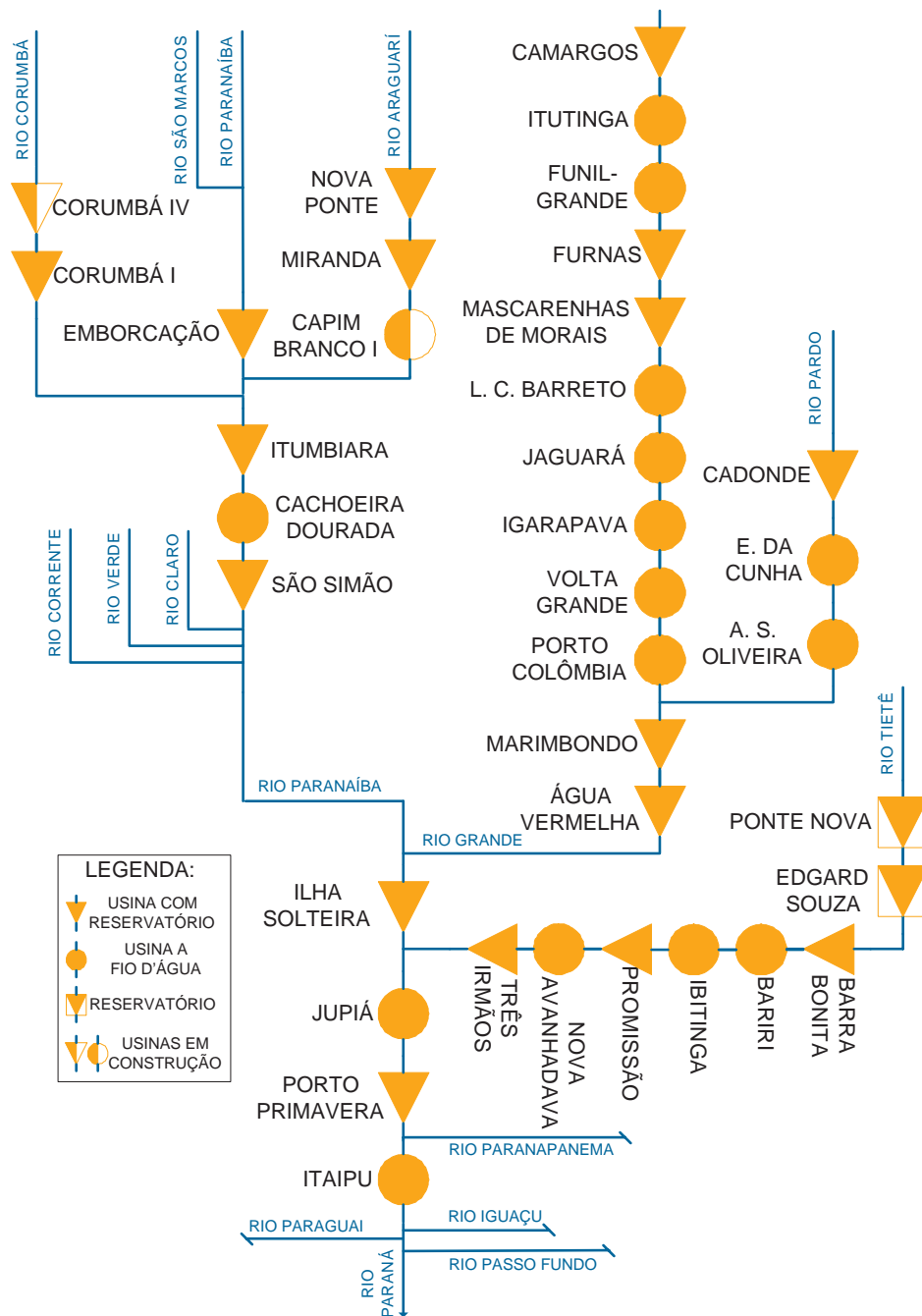


Figura I.1: Configuração hidráulica típica no Brasil - Usinas do subsistema Sudeste.

I.3 Etapas de Planejamento na Operação do Sistema

Nos modelos de curto prazo e de despacho horário, existe a representação individualizada dos reservatórios, ou seja, determinam-se as metas individuais de geração das usinas hidrelétricas e térmicas do sistema, bem como o intercâmbio energético entre elas [4].

No caso do planejamento da operação de médio e longo prazo, o objetivo é determinar as metas de geração de todas as usinas de um sistema hidrotérmico sujeito às afluências de natureza estocástica de forma a minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Nesta etapa, há a representação das usinas hidrelétricas através de sistemas equivalentes de energia [5].

Uma das questões associadas ao planejamento energético de curto prazo, especificamente em problemas de despacho hidrotérmico, consiste na escolha da abordagem da modelagem do sistema, divergindo-se entre a representação agregada em sistemas equivalentes de energia versus a representação individualizada das usinas hidrelétricas. O que coloca de um lado a representação agregada das usinas hidrelétricas, no todo ou por partes, com uma consideração estocástica das vazões, e de outro lado, a representação individualizada das usinas com a utilização de técnicas de resolução determinísticas, mas nestes caso, perde-se o tratamento estocástico das afluências [6].

Uma das técnicas utilizadas para contemplar a aleatoriedade das vazões é a *Programação Dinâmica Estocástica (PDE)*, porém, esta consegue representar apenas uma pequena quantidade de usinas de maneira individualizada. A *PDE* apresenta como desvantagem a necessidade da discretização do espaço de estados o que ocasiona o crescimento exponencial do esforço computacional com o número de variáveis de estado considerado. Ou seja, apresenta a conhecida "maldição da dimensionalidade", que limita a sua utilização a sistemas com reservatórios de energia equivalentes, empregando uma ou duas variáveis de estado em seu modelo. No entanto, a distribuição irregular da chuva numa grande bacia pode causar distorções na representação agregada dos sistemas hidrelétricos [7]. Por outro lado, as técnicas que conseguem representar as usinas hidrelétricas de forma individualizada têm dificuldade de tratar o aspecto estocástico das vazões [4].

Claramente, uma situação ideal seria aquela na qual se pudesse conciliar as vantagens dos métodos anteriormente mencionados. Para tanto, são observadas algumas técnicas na literatura que incluem duas diferentes abordagens de realimentação da malha de controle que são utilizadas no problema de despacho hidrotérmico, o controle de malha fechada e o controle de malha aberta [8], além da implementação da *Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)*, que é atualmente a ferramenta utilizada pelos especialistas na operação do sistema hidrotérmico brasileiro para um horizonte de longo prazo, médio prazo, curto prazo e na programação da operação [9].

A estratégia de controle de malha fechada preserva a natureza estocástica do problema de despacho hidrotérmico, em que há a consideração da formação de uma lei de controle que considera todas as informações disponíveis sobre as variáveis de decisão que compõem o sistema dinâmico. Estas informações são empregadas de forma a originar uma política ótima de malha-fechada como solução do problema a partir da aplicação do Princípio da Otimalidade de Bellman [10], ou seja, aplica-se um algoritmo de *PDE*.

O trabalho descrito em [11] considera uma abordagem adaptativa que faz uso

de modelos de previsão de vazões juntamente com técnicas de otimização da operação de sistemas hidrotérmicos baseadas em PDE. Nesta abordagem as vazões afluentes estocásticas são modeladas usando a metodologia de Yevjevich [12] onde a componente estocástica é modelada como um processo auto-regressivo periódico. Neste contexto, modelos usuais para descrever séries temporais periodicamente estacionárias são os modelos periódicos auto-regressivos.

A estratégia de controle de malha aberta, também nominada como estratégia de Controle Preditivo [13], permite a utilização de um modelo de otimização a usinas individualizadas, pois está associada a um problema essencialmente determinístico. Neste caso, a transformação do problema dinâmico em um problema determinístico é realizada através da fixação da variável de perturbação em um valor previamente conhecido, ou seja, trabalha-se com as vazões afluentes conhecidas em cada problema de otimização de modo a eliminar a perturbação causada pela sua estocasticidade. A técnica de malha aberta aplica correções de sua solução, para isto, são realizadas observações no sistema ao longo dos períodos de planejamento de tal forma a retificar as novas medidas do sistema. Assim, quaisquer métodos aplicáveis da programação matemática podem ser utilizados como técnica de solução do mesmo. Neste sentido, o trabalho descrito em [14] emprega um método de *Programação Não Linear* (PNL) que é associado a uma estratégia de controle de malha aberta na determinação do despacho da geração hidrotérmica. Esta técnica visa diminuir os vertimentos através de regras heurísticas baseadas em simulação de Monte Carlo.

O planejamento da operação e expansão possui ainda outra etapa muito importante que visa garantir o suprimento de um mercado de energia elétrica. Esta é uma etapa que influencia diretamente na contratação de energia elétrica das usinas hidrelétricas, e que dá origem aos critérios de suprimento de energia elétrica. Neste sentido, a determinação da melhor metodologia para avaliar a capacidade de suprimento de um determinado sistema hidrelétrico e das usinas que o compõem frente à um comportamento hidrológico estocástico tem sido um dos desafios desta área. Esta capacidade, no Brasil, pode ser medida através do cálculo da energia assegurada total do sistema e os respectivos certificados de energia assegurada das usinas hidrelétricas [15].

De acordo com as regras de comercialização de energia elétrica no Brasil, cada usina hidrelétrica tem um limite para o estabelecimento de contratos. Este limite ou lastro não corresponde à capacidade instalada de cada usina hidrelétrica, visto que a geração de energia é fortemente influenciada pelo regime hidrológico. O lastro ou a garantia física ou a energia assegurada é calculada admitindo-se um risco de déficit de energia de 5% [16] [17].

No Brasil, a energia assegurada é calculada pelo modelo de simulação *Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Interligados* (NEWAVE) [18], desenvolvido pelo CEPEL. Este modelo computacional é baseado em *Programação Dinâmica Dual Estocástica* (PDDE) que resolve um problema de despacho hidrotérmico [6] [19] e representa as usinas hidrelétricas através de subsistemas equivalentes com limites de interligação elétrica entre os subsistemas.

O algoritmo de **PDDE** torna-se a solução computacionalmente viável para problemas de grandes dimensões, pois este pode contornar a explosão combinatória do algoritmo de **PDE**. O algoritmo propõe que se utilize amostras aleatórias independentes dos cenários hidrológicos produzidos a partir da série histórica. A idéia é ajustar um modelo pelo qual a série histórica tenha sido “produzida” e, a partir deste modelo gerar séries sintéticas que representam as séries temporais que podem ser amostradas pelo processo, constituindo os cenários de afluências futuras do sistema. Desta forma, é obtida uma solução através da **PDDE** que estima a forma aproximada do valor esperado do custo operativo em função de uma gama de estados de armazenamento e de afluência relevantes determinados por simulação. Esta aproximação, é obtida através da técnica de Benders, que aproxima a função de custo, de natureza convexa, por um conjunto de funções lineares por partes [20].

Atualmente, a energia assegurada deve corresponder à garantia de 95% de atendimento ao mercado, ou seja, admite um risco de déficit de 5% ao ano em uma simulação estática probabilística da operação do sistema. Atualmente no caso brasileiro são considerados quatro subsistemas equivalentes de energia, os subsistemas Sul, Sudeste, Norte e Nordeste. A utilização de sistemas equivalentes de energia na representação do sistema não oferece resultados para usinas individualizadas, tornando-se necessário um rateio da energia gerada pelos subsistemas equivalentes [21] [16].

A partir da contabilização do rateio da energia assegurada, as usinas hidrelétricas recebem o chamado *Certificado de Energia Assegurada (CEA)*, que limita a máxima contratação bilateral de energia dos agentes geradores no mercado de energia elétrica. Este certificado tem um importante papel no setor elétrico brasileiro, e com a inserção de agentes reguladores na repartição dos benefícios energéticos das usinas hidrelétricas que resultou na criação do *Mecanismo de Realocação de Energia (MRE)*, houve a possibilidade de permitir uma reforma do mercado de energia elétrica brasileiro sem o risco de descontinuidades operacionais ou comerciais, ou seja, permitir remunerar a todos os agentes geradores de maneira justa através destes certificados [22].

O **MRE** foi estabelecido a partir das regras do *Mercado Atacadista de Energia Elétrica (MAE)* [23], do qual participarão as usinas hidrelétricas com o objetivo de compartilhar entre elas os riscos hidrológicos. Desta forma, o **MRE** a partir da energia assegurada de cada usina hidrelétrica, há repartição da produção de energia acima desses certificados entre as usinas que estiveram produzindo menor montante de energia que a sua respectiva energia assegurada. Somente quando há sobras generalizadas de energia, ou seja, quando o sistema todo produz mais que sua energia assegurada total, os geradores podem vender esses excedentes no mercado a curto prazo (Mercado Spot). Nessas situações, cada usina hidrelétrica fica com uma quota da sobra, a energia secundária, do sistema, podendo assim comercializá-la [24].

Desta forma, o **CEA** passou a ser um parâmetro de grande impacto comercial, pois determina o nível de participação da mesma no **MRE**, que por sua vez está diretamente relacionado com o fluxo de pagamentos à usina no mercado de energia. Adicionalmente, o **CEA** passou a ter grande importância para a confiabilidade de aten-

dimento ao consumo de energia, pois se a capacidade física de produção sustentada das usinas hidrelétricas não corresponder de fato ao indicado comercialmente por cada CEA, o risco de déficit de energia será superior ao projetado pelos estudos de planejamento. Portanto, passa a ser de suma importância para o funcionamento adequado do sistema que estes certificados reflitam da maneira mais realista possível a capacidade efetiva de produção sustentada das usinas hidrelétricas. Portanto, é imprescindível que os agentes tenham um respaldo contratual para que se estime de maneira precisa a quantidade de energia a ser comercializada de maneira a não influenciar uma possível sinalização equivocada para a contratação de nova energia [25].

Alguns órgãos institucionais como o *Ministério de Minas e Energia (MME)* e a *Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL)*, vêm criando discussões a respeito do valor máximo do risco de déficit admitido para o sistema brasileiro, sendo que alguns agentes defendem a manutenção do valor adotado de 5%, e outros defendem a sua redução para valores mais próximos de zero [26].

Enquanto isto, o critério determinístico é aplicado para que possa ser feita a desagregação da energia assegurada entre as usinas hidrelétricas do sistema, ou seja, o rateio da energia assegurada a usinas individualizadas é realizado com base no valor da energia firme de cada usina hidrelétrica [21]. Portanto, a energia firme da usina torna-se um parâmetro importante para a realização dos contratos de venda de energia no Brasil [27] [28].

A energia firme é a maior capacidade de produção contínua de energia das usinas de modo a garantir o atendimento à demanda, com as mesmas características de mercado e sem a ocorrência de déficits na hipótese de repetição das aflúncias observadas no registro histórico de vazões [2]. A energia firme está associada, portanto, à capacidade das usinas em atender a demanda do mercado consumidor.

Antes da reforma do setor elétrico brasileiro, o conceito de energia firme era usado na assinatura de contratos de suprimento entre empresas concessionárias de tal forma que se uma empresa concessionária possuía uma demanda de energia elétrica superior à sua energia firme total, ou seja, se a soma das energias firmes das usinas pertencentes à empresa era inferior à sua demanda, esta concessionária era considerada “deficitária”, devendo assinar contratos de suprimento com empresas “superavitárias”. Embora os contratos de suprimento de energia tivessem repercussões comerciais, a importância da energia firme era limitada aos excessos, pois o ajuste das tarifas de energia estava associado ao custo do serviço e assim também a remuneração das empresas do setor [25].

Atualmente, o conceito ainda é utilizado em estudos econômicos de dimensionamento e inventário de usinas hidrelétricas no setor elétrico brasileiro, de maneira a considerar a relação do custo da construção da usina *versus* o benefício energético do empreendimento. Adicionalmente, a energia firme é o parâmetro que influencia diretamente na remuneração dos agentes geradores de acordo com as regras que regulam os arranjos comerciais de energia elétrica no Brasil [29]. A energia firme é empregada

no rateio da energia assegurada, que é definido através de uma cota de participação da energia firme proveniente de cada usina hidrelétrica com relação à sua energia firme total [21].

Em alguns sistemas elétricos de países como a Argentina e a Nova Zelândia, a energia firme é usada como limite máximo para os contratos de suprimento de energia elétrica firmados pelas usinas hidrelétricas [29]. Nos Estados Unidos, a energia firme é uma designação contratual que recorre a uma quantidade segura nas condições hidrológicas mais secas e pode ser considerado um substituto razoável para o caso de pior performance de um sistema hidrelétrico (considerando pelo menos um período histórico fixo) [30]. A energia firme é um conceito que continua sendo usada para medir o desempenho do sistema e devido à importante influência hidrológica, a quantidade de energia contratada é calculada como uma porcentagem da demanda e é distribuída entre as unidades de produção de energia de maneira proporcional às suas respectivas capacidades de energia firme [31] [32].

É preciso ainda destacar que o conceito da energia firme é empregado no mercado de energia da Colômbia influenciando fortemente as relações contratuais entre os agentes, de mercado sinalizando adequadamente a remuneração dos mesmos, de forma a atrair investimentos ao setor, o que confere maior confiabilidade e eficiência ao modelo operacional do mercado de energia [33].

O problema do cálculo da energia firme envolve a alocação ótima dos recursos hídricos abrangendo uma análise de longo prazo para obtenção de estimativas de geração das usinas hidrelétricas, os valores de mercado de energia e a evolução do estado de armazenamento dos reservatórios das usinas hidrelétricas [25] [16]. Este é um problema complexo devido as não linearidades intrínsecas ao problema do despacho hidráulico (polinômios cota-volume, vazão-nível jusante), mas também devido à interconexão de usinas em cascata em uma mesma bacia hidrográfica e à aleatoriedade inerente às vazões afluentes nas usinas hidrelétricas do sistema [34].

No Brasil, a energia firme é calculada através do **SUISHI-O** [35] e do **MSUI** [36] [37]. Nestes modelos, os processos são baseados em heurísticas operativas, há a representação individualizada das usinas hidrelétricas. Adicionalmente, são consideradas as não linearidades da função de produção de energia ao longo do período de estudo.

O trabalho em [25] realiza um estudo do impacto da representação do uso múltiplo da água no cálculo da energia firme. Neste caso, a energia firme é calculada através de um pacote comercial para resolução de problemas de otimização. O trabalho em [16] propõe uma metodologia de cálculo da energia firme baseada em programação linear com ajustes alternados.

Os modelos de simulação até aqui propostos têm representado as usinas hidrelétricas através de unidades geradoras individualizadas. Alguns autores retratam uma abordagem linear da produtividade das usinas hidrelétricas do sistema, ou seja, consideram produtividade constante na representação das usinas hidráulicas. A metodologia

em vigor que aborda a variação da produtividade das usinas emprega regras heurísticas para a sua simulação [35].

No planejamento energético brasileiro, o critério de energia firme ainda é utilizado como parâmetro de grande importância econômica na determinação de contratos de energia elétrica, e o desenvolvimento de técnicas para o cálculo da energia firme tem sido objeto de investigação por vários pesquisadores [25] [16]. Neste sentido, é de grande interesse e importância buscar uma metodologia que incorpora a representação não linear da produtividade das usinas hidrelétricas nos estudos de cálculo da energia firme das mesmas.

I.4 Motivação para o Trabalho

A representação mais detalhada das usinas hidrelétricas de um sistema real conduz a um sistema de equações de grande porte da ordem de quatrocentas mil variáveis. A inclusão das não-linearidades do despacho hidráulico torna o problema ainda mais complexo. Portanto, a solução deste problema de cálculo da energia firme associado às não-linearidades constitui-se em um tema desafiador.

I.5 Contribuições do Trabalho

Este trabalho contribuiu com os seguintes tópicos:

- Representação das não linearidades inerentes às funções de produção de energia das usinas hidrelétricas em um modelo de otimização não linear;
- Desenvolvimento de um pacote computacional C++ de otimização não linear para o cálculo de energia firme de sistemas hidrelétricos reais.

I.6 Objetivos do Trabalho

Tendo sido identificado a necessidade de investigação de novas metodologias para o tratamento do cálculo da energia firme, esta dissertação tem o objetivo de aprofundar o detalhamento referente ao sistema hidrelétrico para o cálculo da energia firme das usinas hidrelétricas do *Sistema Interligado Nacional Brasileiro (SIN)*. A proposta consiste em representar o sistema hidrelétrico com unidades geradoras individualizadas e com produtividade variável de acordo com a altura de queda efetiva das usinas em um único problema de otimização não linear. A solução do problema de otimização

não linear será obtida através do *Método Primal-Dual de Pontos Interiores (MPI)* [38] [39].

I.7 Publicações

Destacam-se os trabalhos em preparação e submetidos para Congressos e Periódicos:

- Rafael S. Rocha, Edimar J. Oliveira, André L. M. Marcato, Leonardo W. Oliveira, Ivo C. S. Júnior e José L. R. Pereira, "Influência da Variação da Produtividade das Usinas Hidrelétricas no Cálculo da Energia Firme", artigo submetido ao SBA, fevereiro, 2008. Primeira revisão em julho de 2008.
- Rafael S. Rocha, Edimar J. Oliveira, André L. M. Marcato, Leonardo W. Oliveira e José L. R. Pereira, "Methodology to firm energy evaluation based on Nonlinear Programming", artigo em preparação a ser submetido a um periódico internacional.

I.8 Organização do Trabalho

Este trabalho possui mais quatro Capítulos e dois Apêndices.

O Capítulo II descreve o planejamento energético brasileiro, de forma a abordar o problema do planejamento da operação e expansão do ponto de vista dos critérios de suprimento de energia elétrica, especificamente no cálculo da energia firme.

O Capítulo III apresenta a metodologia proposta para o cálculo de energia firme de sistemas hidrelétricos com representação individualizada das usinas hidrelétricas. São desenvolvidas as funções de produção de energia elétrica de origem hidráulica e mostrada a sua dependência com relação às cotas dos reservatórios e dos canais de fuga nas usinas hidrelétricas. Adicionalmente, serão mostrados os aspectos computacionais do problema através de um caso tutorial.

O Capítulo IV apresenta os principais resultados obtidos com a metodologia proposta bem como comparações com outras metodologias obtidas na literatura.

O Capítulo V apresenta as conclusões gerais e as propostas para continuidade da pesquisa nesta área.

O Apêndice A descreve detalhadamente as funções de produção de energia elétrica necessárias ao desenvolvimento do trabalho.

O Apêndice D apresenta resultados adicionais das simulações realizadas com o *Sistema Interligado Nacional Brasileiro (SIN)*.

Capítulo II

Critérios de Avaliação de Energia Firme

II.1 Introdução

Tendo em vista a importância da energia firme para o planejamento energético brasileiro, este capítulo tratará da formalização matemática do problema do cálculo da energia firme.

Aqui são apresentadas as diferentes técnicas empregadas na solução do problema do cálculo da energia firme. Destaca-se a apresentação neste capítulo da modelagem não linear das cotas do reservatório e do canal de fuga das usinas hidrelétricas que são empregadas nas funções de produção de energia das usinas hidrelétricas. Desta forma, são identificadas a dependência da produtividade com a altura de queda líquida nas usinas hidrelétricas. Adicionalmente, é apresentado a simplificação do modelo não linear da altura de queda das usinas hidrelétricas e sua aplicação na função linear de produção de energia elétrica.

Finalmente, apresenta-se como o modelo de simulação oficial é utilizado para o cálculo da energia firme no Brasil.

II.2 Cotas do Reservatório e do Canal de Fuga

As usinas hidrelétricas possuem a altura de queda determinada a partir dos níveis de montante e jusante da usina. Ou seja, a partir das cotas do reservatório e do canal de fuga é determinada a altura de queda efetiva em uma usina hidrelétrica. Esta queda efetiva resulta na produção de energia elétrica, como pode ser observado através

da Fig. II.1.

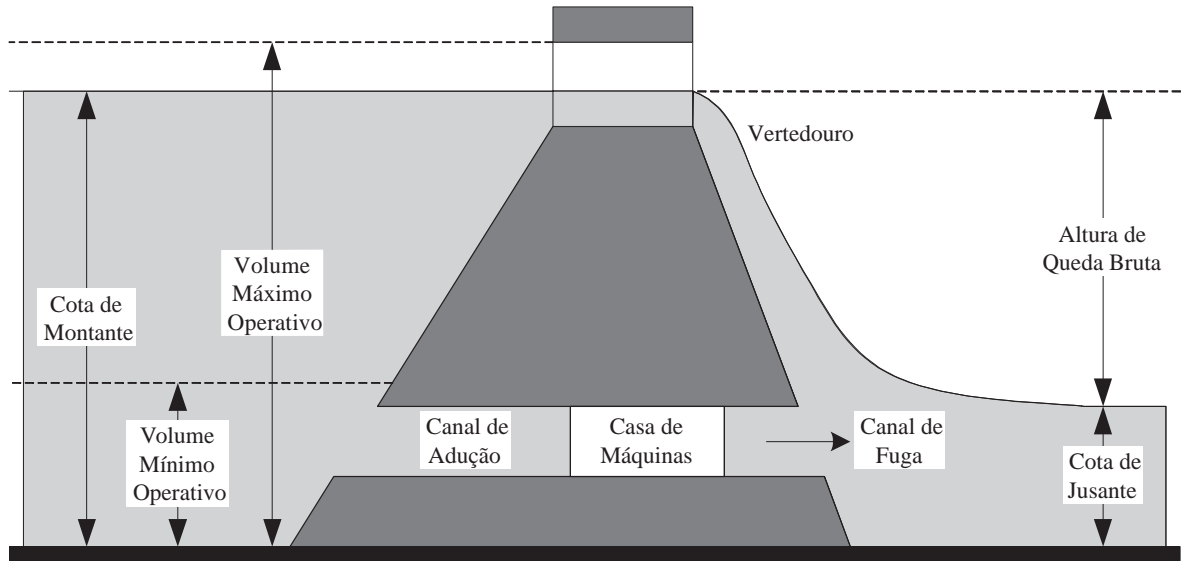


Figura II.1: Esquema de Usina Hidrelétrica.

A dedução da expressão matemática que representa a função de geração de uma unidade geradora hidrelétrica começa a partir da energia potencial armazenada no reservatório. No Apêndice A são apresentadas as equações que originam a produção de energia elétrica através de cursos d'água.

A cota do reservatório, em relação ao nível do mar, é também denominado cota de montante (ϕ). Esta cota é uma função não linear do volume de água armazenado no reservatório, sendo essa relação representada pelo *Polinômio Cota-Volume (PCV)* de cada usina hidrelétrica. A unidade adotada para a cota do reservatório é o metro (m) e para o volume, o hectômetro cúbico (hm^3).

A cota do canal de fuga, em relação ao nível do mar, é também denominado cota de jusante (θ). Esta cota é uma função não linear da vazão defluente. A relação entre a cota do canal de fuga e sua vazão defluente é representada pelo *Polinômio Vazão-Nível Jusante (PVNJ)* de cada usina hidrelétrica.

As cotas do reservatório e do canal de fuga são representadas respectivamente por (II.1) e (II.2). No Brasil, os estudos determinaram a utilização de polinômios de até quarto grau para a representação de (ϕ) e (θ) [40].

$$\phi_i = \sum_{k=1}^5 (CR_{k,i} \cdot (V_i)^{k-1}) \quad (II.1)$$

$$\theta_i = \sum_{k=1}^5 (CF_{k,i} \cdot (S_i + Q_i)^{k-1}) \quad (II.2)$$

Onde,

ϕ_i Representa a cota do reservatório em uma dada usina $[m]$;

$CR_{k,i}$ Representa o k-ésimo coeficiente do polinômio de 4ª ordem de Cota-Volume da usina i ;

V_i representa o volume armazenado no reservatório da usina i $[hm^3]$;

θ_i Representa a cota do canal de fuga da usina i $[m]$;

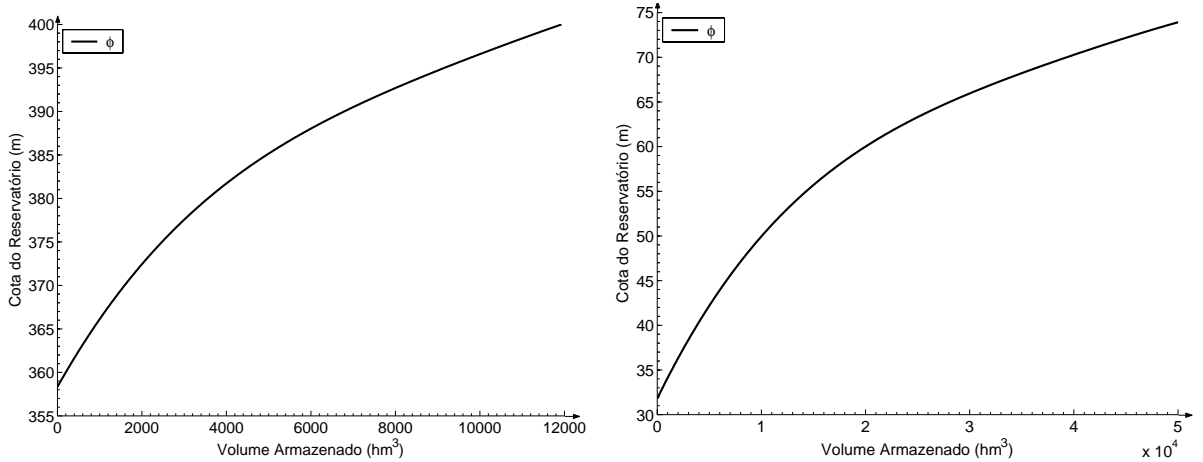
$CF_{k,i}$ Representa o k-ésimo coeficiente do polinômio de 4ª ordem de Vazão-Nível Jusante da usina i ;

S_i Representa o volume vertido do reservatório da usina i $[m^3/s]$;

Q_i Representa o volume turbinado do reservatório da usina i $[m^3/s]$.

A determinação dos coeficientes $CR_{k,i}$ para composição do *Polinômio Cota-Volume (PCV)* é feita a partir de estudos topográficos da região alagada pelo reservatório, os quais têm a finalidade de determinar o volume de alagamento para diferentes posições do nível de água do reservatório [3].

A não linearidade do *PCV* pode ser ilustrada através de gráficos de Cota do reservatório *versus* Volume Armazenado para as usinas hidrelétricas de São Simão e Tucuruí, através da Fig. II.2(a) e da Fig. II.2(b), respectivamente.



(a) Polinômio Cota-Volume para a usina hidrelétrica de São Simão.

(b) Polinômio Cota-Volume para a usina hidrelétrica de Tucuruí.

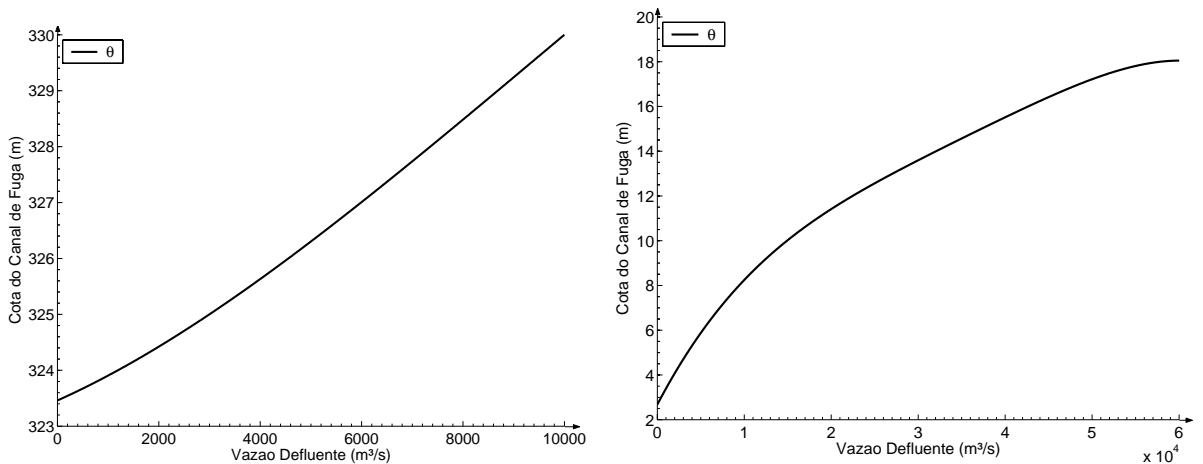
Figura II.2: Polinômios Cota-Volume.

A Fig. II.2 apresenta a sensibilidade da cota dos reservatórios de São Simão e Tucuruí à variação do volume armazenado, o que justifica o emprego da metodologia não linear devido às grandes variações possíveis nos níveis dos seus reservatórios.

Observa-se ainda a relação não linear da variação da cota do reservatório vinculado ao volume armazenado útil de cada usina hidrelétrica e a grande capacidade de armazenamento útil do reservatório de Tucuruí.

Os coeficientes $CF_{k,i}$ do *Polinômio Vazão-Nível Jusante (PVNJ)* são obtidos a partir de regressões aplicadas a um conjunto real de dados que representam medidas da cota do canal de fuga para diferentes volumes de água defluídos das usinas hidrelétricas [40]. A defluência é composta pela vazão de água que passa através das turbinas mais a vazão sendo descarregada pelo vertedouro, num dado instante. A vazão vertida em uma usina hidrelétrica pode não influenciar no nível do canal de fuga da mesma, pois depende das características de projeto da usina no que diz respeito à localização do vertedouro. Quando o vertimento se dá em um ponto distante das descargas das unidades geradoras a influência pode ser mínima, assim não afetando no nível do canal de fuga e conseqüentemente na altura de queda.

A não linearidade do PVNJ pode ser ilustrada através de gráficos de Nível Jusante *versus* Vazão Defluente para as usinas hidrelétricas de São Simão e Tucuruí, através da Fig. II.3(a) e da Fig. II.3(b), respectivamente.



(a) Polinômio Vazão-Nível Jusante para a usina hidrelétrica de São Simão. (b) Polinômio Vazão-Nível Jusante para a usina hidrelétrica de Tucuruí.

Figura II.3: Polinômios Vazão-Nível Jusante.

A análise da Fig. II.3 mostra a relação não linear da variação da cota do canal de fuga vinculado à defluência de cada usina hidrelétrica.

A partir da cota do reservatório e cota do canal de fuga são definidos os valores de altura de queda bruta (h) e a altura de queda líquida (h_l) do reservatório. Neste caso, como não são consideradas as perdas hidráulicas nas tubulações dos canais de adução, tem-se (II.3).

$$h = h_l = \phi - \theta \tag{II.3}$$

Onde, h representa a altura de queda bruta em uma dada usina, definida como a diferença entre os níveis da cota do reservatório e da cota do canal de fuga [m].

Desta forma, a função de produção de energia é apresentada em (A.15), conforme é descrito no Apêndice A. Para o caso linear, a altura de queda bruta de cada usina hidrelétrica é considerada constante.

II.3 Descrição do Problema de Otimização

O problema do cálculo da energia firme é modelado de maneira genérica através de um problema de simulação/otimização para um conjunto de usinas hidrelétricas, onde são representadas as restrições operativas das usinas. A formulação do problema é apresentada através de (II.4).

$$\max D \quad (\text{II.4a})$$

Sujeito a:

$$V_i^t + Q_i^t + S_i^t - V_i^{t-1} - \sum_{m \in M_i} (Q_m^t + S_m^t) - A_i^t = 0 \quad (\lambda_{h_i}^t) \quad (\text{II.4b})$$

$$\sum_{i=1}^{NP} PG_i^t - D = 0 \quad (\lambda_d^t) \quad (\text{II.4c})$$

$$0 \leq S_i^t \leq \infty \quad (\text{II.4d})$$

$$0 \leq Q_i^t \leq Q_{i_{\max}} \quad (\text{II.4e})$$

$$V_{i_{\min}} \leq V_i^t \leq V_{i_{\max}} \quad (\text{II.4f})$$

$$D \geq 0 \quad (\text{II.4g})$$

Onde,

D Representa a energia firme total do sistema [MW];

i Denota o índice de usinas;

t Denota o índice de estágios;

V_i^t Representa o volume armazenado no reservatório da usina i , no estágio t [$hm^3/mês$];

Q_i^t Representa o volume turbinado na usina i , no estágio t [$hm^3/mês$];

S_i^t Representa o volume vertido na usina i , no estágio t [$hm^3/mês$];

- M_i Representa o conjunto de usinas imediatamente a montante da usina i ;
- A_i^t Representa a vazão incremental no rio que abastece a usina i , no estágio t [$hm^3/mês$];
- U Representa o conjunto total de usinas consideradas no estudo;
- $\lambda_{h_i}^t$ Representa o multiplicador de Lagrange associado à cada equação de balanço hídrico no modelo de otimização;
- NP Representa o número total de usinas consideradas no estudo;
- PG_i^t Representa a potência gerada na usina i , no estágio t [MW];
- λ_d^t Representa o multiplicador de Lagrange associado à cada equação de atendimento de demanda no modelo de otimização;
- $V_{i\min}$ Representa o volume armazenado mínimo na usina i [$hm^3/mês$];
- $Q_{i\max}$ Representa o volume turbinado máximo na usina i [$hm^3/mês$];
- $V_{i\max}$ Representa o volume armazenado máximo na usina i [$hm^3/mês$].

A energia firme é definida como a máxima capacidade de suprimento de energia que um conjunto de usinas hidrelétricas pode atender com as mesmas características de mercado e sem a ocorrência de déficits na hipótese de repetição das aflúncias observadas no registro histórico de vazões. Neste sentido, a formulação matemática do termo da função objetivo (II.4a) corresponde à demanda a ser atendida, ou seja, corresponde ao mercado de energia que o conjunto de usinas é capaz de atender de maneira contínua.

A equação (II.4b) representa o princípio da conservação da água nos reservatórios das usinas hidrelétricas. Ressalta-se que o volume armazenado inicial de cada reservatório é adotado com valor igual à capacidade máxima de armazenamento dos mesmos ($V_i^0 = V_{i\max}$).

A equação (II.4c) representa o princípio da conservação de energia, ou seja, a capacidade de produção de energia e atendimento à demanda das usinas hidrelétricas.

Finalmente, as restrições (II.4d)-(II.4g) definem os limites, inferior e superior das variáveis do problema.

II.4 Energia Firme Individualizada

A solução do problema II.4 fornece, os valores de armazenamento do sistema, potência gerada das usinas hidrelétricas e o valor da capacidade total do sistema (a energia firme global). Através do cálculo da energia armazenada, apresentado no Apêndice C, verifica-se então o período crítico do sistema.

Este período é compreendido entre o mês onde se observa a máxima energia armazenada no sistema e o mês de menor energia armazenada no sistema sem reenchimentos intermediários. Isto é realizado considerando-se todo o histórico de vazões das usinas hidrelétricas.

A partir destes resultados, pode-se determinar o valor da energia firme individualizada das usinas. Para tanto, considera-se a geração média de cada usina hidrelétrica durante o período crítico como a sua energia firme individualizada (EF_i) [29]. A energia firme individualizada é, portanto, calculada através de (II.4h).

$$EF_i = \sum_{t=T_0}^{T_f} \frac{PG_i^t}{(T_f - T_0)} \quad (\text{II.4h})$$

Onde EF_i representa a energia firme individualizada da usina i [MW].

II.5 Tratamento do Problema Linear

O problema de otimização (II.4) é considerado linear quando a potência gerada (PG_i^t) na usina hidrelétrica i para cada estágio t for determinada através de (II.5a), ou seja, é uma função linear em relação ao volume turbinado Q_i^t na usina hidrelétrica.

$$PG_i^t = \rho_{eq}^i \cdot Q_i^t \quad (\text{II.5a})$$

Onde ρ_{eq}^i representa a produtividade equivalente da usina i [MW · mês/hm³].

A produtividade equivalente ρ_{eq}^i das usinas hidrelétricas é calculada através de (II.5b).

$$\rho_{eq}^i = \rho_{sp}^i \cdot h_{eq}^i \quad (\text{II.5b})$$

Onde,

ρ_{sp}^i Representa a produtividade específica da usina i [MW · mês/(hm³ · m)];

h_{eq}^i Representa a altura de queda equivalente da usina i [m].

Uma vez que a altura de queda das usinas hidrelétricas é uma função não linear, no cálculo linear é adotada uma simplificação, emprega-se a altura de queda equivalente h_{eq}^i das usinas hidrelétricas, calculada através de (II.5c) [26].

$$h_{eq}^i = \frac{\int_{V_{i\min}}^{V_{i\max}} \phi_i dV_i}{V_{i\max} - V_{i\min}} - \bar{\theta}_i \quad (\text{II.5c})$$

Onde,

$\bar{\theta}_i$ Representa a cota média do canal de fuga da usina i [m].

II.6 Metodologias de Solução

A referência [16] propõe uma metodologia de cálculo da energia firme baseada em programação linear com ajustes alternados. Neste caso, o problema descrito em (II.4), utiliza o modelo linear da função de produção de energia, de acordo com (II.5).

A técnica utilizada realiza sucessivas execuções do problema de programação linear. Ao final de cada solução do problema linear, são realizados ajustes de maneira a atualizar os valores da produtividade das usinas hidrelétricas baseadas nos valores de altura de queda líquida obtidos na simulação anterior. Para isto, a altura de queda líquida das usinas hidrelétricas é calculada através de (II.3) para cada estágio de planejamento.

Desta forma, a produtividade das usinas hidrelétricas é calculada através de (II.5b), e assume valores compatíveis com os resultados de volume armazenado V_i^t e do volume defluente ($Q_i^t + S_i^t$) na evolução dos estágios de planejamento. Estes valores são utilizados na resolução do novo problema de otimização idêntico à (II.4). Este processo é realizado por 100 vezes e requer um grande esforço computacional. Apesar de apresentar uma boa aproximação para a energia firme do sistema, o processo é realizado sem que haja garantia da obtenção da convergência.

A energia firme global do sistema obtida no decorrer das 100 iterações do processo iterativo da metodologia linear com ajustes alternados é apresentada através da Fig. II.4 e pode se observar claramente que o processo não atinge convergência.

O trabalho descrito em [25] realiza um estudo do impacto da representação do uso múltiplo da água no cálculo da energia firme. Neste caso, a energia firme é calculada através de um pacote comercial para resolução de problemas de otimização chamado LOQO [41] [42]. A modelagem empregada no sistema é baseada em programação não

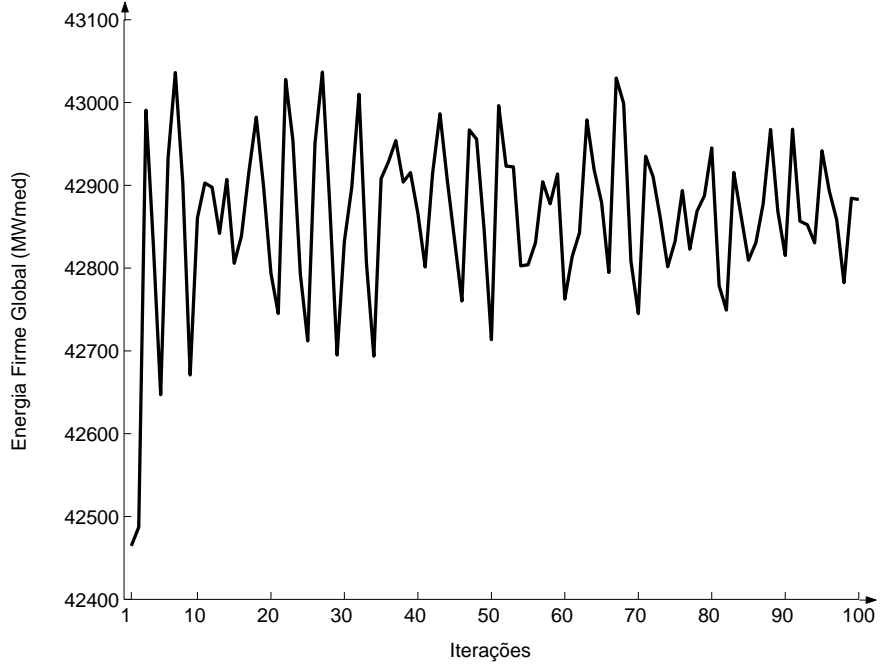


Figura II.4: Energia Firme nas iterações da Metodologia Linear com Ajustes Alternados.

linear e é descrita através de (II.6).

$$\max \sum_{k=1}^K d_k \quad (\text{II.6a})$$

Sujeito a:

$$v_i^t + q_i^t + s_i^t - v_i^{t-1} - \sum_{m \in M_i} (q_m^t + s_m^t) - d_i^t = 0 \quad (\text{II.6b})$$

$$\sum_{i \in U_k} pg_i^t - d_k + \sum_{j \in \Omega_k} (f_{j,k}^t - f_{k,j}^t) = 0 \quad (\text{II.6c})$$

$$0 \leq s_i^t \leq \infty \quad (\text{II.6d})$$

$$0 \leq q_i^t \leq q_{i_{\max}} \quad (\text{II.6e})$$

$$v_{i_{\min}} \leq v_i^t \leq v_{i_{\max}} \quad (\text{II.6f})$$

$$0 \leq f_{j,k}^t \leq f_{\max} \quad (\text{II.6g})$$

$$d \geq 0 \quad (\text{II.6h})$$

Onde,

- k Denota o índice da região energética;
- d_k Representa a energia firme total das usinas da região k [MW];
- U_k Representa o conjunto de usinas hidrelétricas da região k no estudo;
- Ω_k Representa o conjunto de regiões com intercâmbio de energia;
- $f_{j,k}^t$ Representa o fluxo de energia da região j para a região k no estágio t [MW];
- f_{\max} Representa o intercâmbio máximo da região j para a região k [MW].

O termo da função objetivo (II.6a) corresponde à composição da demanda a ser atendida nas diferentes regiões do sistema, isto é, ao mercado de energia que os conjuntos de usinas são capazes de atender de maneira contínua. O termo em (II.6c) representa o princípio da conservação de energia, isto é, a capacidade de produção de energia e atendimento à demanda das usinas hidrelétricas assim como representa os intercâmbios de energia entre as regiões do sistema.

Em (II.6i), a potência gerada (pg_i^t) na usina hidrelétrica i para cada estágio t é determinada através de (II.6i).

$$pg_i^t = \rho_{sp}^i \cdot h_i^t \cdot q_i^t \quad (\text{II.6i})$$

A variável h_i^t é composta por funções não lineares e é determinada através de (II.6j).

$$h_i^t = p_1^i(v_i^t, v_i^{t+1}) - p_2^i(q_i^t, s_i^t) - hp_i^t \quad (\text{II.6j})$$

Onde p_1^i e p_2^i representam, respectivamente, os polinômios de cota do reservatório e do canal de fuga da usina i [m]. Neste caso, considera-se a média do volume armazenado entre dois meses consecutivos para fins de cálculo da cota do reservatório no polinômio descrito em (II.6j). Finalmente, hp_i^t representa a perda hidráulica da usina i [m].

A metodologia para solução de (II.6) considera quatro subsistemas energéticos e impõe limites de intercâmbio entre os mesmos. Também é representado o uso múltiplo da água nos reservatórios para irrigação e navegação. Esta modelagem faz a utilização de valores médios entre meses consecutivos para volumes armazenados na equação polinomial da altura de queda líquida (II.6j). Adicionalmente, ressalta-se que a metodologia emprega um pacote computacional comercial, cuja implementação é encapsulada. Nota-se ainda que o modelo emprega um registro histórico de vazões de 66 anos desde janeiro de 1931, em 792 etapas mensais juntamente com 79 usinas hidrelétricas.

II.7 O modelo SUISHI-O

O modelo de simulação **SUISHI-O** [35], realiza o cálculo da energia firme e faz uso da representação individualizada das usinas hidrelétricas com a consideração da variação da produtividade ao longo do período de estudo. Este é um processo baseado em heurísticas operativas. As principais regras operativas adotadas no modelo de simulação para reprodução do processo de decisão são:

- Utilizar prioridades de enchimento/deplecionamento e faixas operativas nos reservatórios do sistema;
- Manter todos os reservatórios do sistema, tanto quanto possível, dentro de uma mesma faixa de operação;
- Considerar o efeito do deplecionamento de um reservatório em reservatórios a jusante, evitando vertimentos em algum reservatório a jusante, exceto para se evitar um déficit de geração;
- Manter livre a faixa de operação superior dos reservatórios para prover capacidade de armazenamento ao excesso de aflúncias durante o período úmido, minimizando-se os vertimentos de água a jusante neste período;
- Manter cheia a faixa inferior dos reservatórios para evitar uma excessiva perda de potência no sistema devido à redução das alturas de queda líquida e conseqüentemente das produtividades das usinas hidrelétricas.

Neste processo de simulação, inicialmente, é especificado um mercado consumidor e, em seguida, a simulação baseada em heurísticas é iniciada. Após a primeira simulação, verifica-se a existência de algum déficit de energia nos estágios de planejamento. Caso seja verificado o déficit de energia, o mercado de energia é reajustado, e então a simulação é reiniciada. Este processo continua até que seja encontrado um “mercado consumidor ideal” que não impõe risco de déficit de energia ao sistema. A simulação realizada é baseada no despacho hidrelétrico das usinas do **SIN** e adota-se todo o histórico de vazões afluentes do sistema, ou seja, com um cenário de 70 anos desde o mês de janeiro de 1931, e utilizando discretização mensal [35]. A modelagem proposta em [35] e [9] embora apresente resultados com uma elevada robustez metodológica e um reduzido esforço computacional, a energia firme alocada entre as usinas pode não retratar o ponto ótimo de operação global, uma vez que todo o processo é baseado em heurísticas operativas.

Tendo em vista aspectos apresentados dos modelos existentes, foi identificada a necessidade de um modelo capaz de representar as usinas hidrelétricas do **SIN**, as não linearidades da função de produção de energia elétrica, através de todo o período desde 1931 em um único problema de otimização não linear. Neste sentido, é proposto nesta dissertação uma metodologia para o cálculo da energia firme através da resolução de um único problema de otimização não linear a fim de contemplar os variados

aspectos da representação do sistema hidrelétrico brasileiro. Desta forma, o modelo de otimização proposto contempla as não linearidades da função de produção hidrelétrica, a representação individual das usinas existentes e a serem construídas juntamente com a série histórica de vazões desde o mês de janeiro de 1931.

O problema de otimização proposto será resolvido através do *Método Primal-Dual de Pontos Interiores (MPI)* [38] [43]. Serão discutidos os aspectos computacionais envolvidos na solução do problema. Serão apresentados estudos de casos do cálculo da energia firme abrangendo todo o SIN, considerando a topologia do sistema hidrelétrico brasileiro de janeiro de 2006 com 107 usinas hidrelétricas. Adicionalmente, serão avaliados o impacto da entrada de uma e duas novas usinas no sistema. Os resultados obtidos mostram que a metodologia proposta é promissora, tendo em vista que apresenta um valor de mercado de energia mais realista.

II.8 Conclusão

Este capítulo apresentou algumas metodologias encontradas para o cálculo da energia firme. A metodologia linear considera uma simplificação do modelo da produtividade das usinas, e que será confrontado o impacto desta representação na energia firme individualizada através do modelo de otimização não linear proposto.

A metodologia baseada em heurísticas apresenta robustez, no entanto, não há garantia de que se alcance o ótimo global do sistema.

A metodologia linear com ajustes alternados aproxima as não linearidades pertinentes do problema real, adequando os níveis das quedas a cada iteração do processo e conseqüentemente as produtividades das usinas hidrelétricas. Esta metodologia requer um grande esforço computacional e o processo é realizado sem que haja garantia de obtenção da convergência.

A metodologia não linear apresentada em [41] emprega pacotes computacionais em que o método de solução do problema é encapsulado.

Identificadas algumas limitações das metodologias de cálculo de energia firme, verifica-se a necessidade de desenvolvimento de mais ferramentas que considerem a otimização do sistema através da dependência não linear da produtividade das usinas além de permitir a análise da inclusão de novas usinas hidrelétricas no sistema brasileiro.

Capítulo III

Metodologia Proposta

III.1 Introdução

Este capítulo descreve o modelo não linear do problema de otimização que é utilizado na metodologia proposta para solução do cálculo de energia firme de um sistema composto por um conjunto de usinas hidrelétricas.

Neste trabalho, tendo em vista uma abordagem sobre o impacto da variação da produtividade das usinas hidrelétricas no cálculo da energia firme através da solução de um problema de *Programação Não Linear* (PNL), não são considerados o uso múltiplo da água dos rios (evaporação, irrigação) e as perdas hidráulicas nas tubulações das usinas.

Finalmente, este capítulo apresenta uma avaliação dos aspectos computacionais do *Método Primal-Dual de Pontos Interiores* (MPI) através da solução de um exemplo numérico.

III.2 O Método de Pontos Interiores Aplicado ao Cálculo da Energia Firme

No problema de otimização descrito em (II.4), pode ser observado que as restrições de desigualdade que aparecem são do tipo (≥ 0), ou seja, as restrições de desigualdade originais foram transformadas em variáveis não negativas, sendo tratadas através de penalização interna. Desta forma, este tipo de restrição pode ser incluída ao problema através de uma função penalidade conhecida como barreira logarítmica ($-\sum \ln(s)$).

Com a inclusão da função barreira logarítmica, o problema original é transformado em uma seqüência de problemas parametrizados pelo parâmetro barreira μ . O conjunto de pontos obtidos para cada valor de μ define a trajetória de convergência no interior da região viável em relação as restrições de canalização. A condição de otimalidade do problema original será alcançada quando $\mu = 0$. Por este motivo, durante o processo iterativo, deve ser imposto um decréscimo do parâmetro barreira ($\mu_{k+1} < \mu_k$) de tal forma que $\mu_k \rightarrow 0$ quando $k \rightarrow \infty$.

Adicionalmente, com o objetivo de transformar um determinado problema de otimização sujeito a apenas restrições de igualdade em um problema de otimização sem restrições, utiliza-se a função Lagrangeana. Esta função é originada através de uma combinação linear entre as restrições do problema original, onde os coeficientes desta combinação são os multiplicadores de Lagrange (λ , π_l e π_u). Assim, a função Lagrangeana referente ao problema (II.4) pode ser escrita através de (III.1a).

$$L = D - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{NP} \left[\lambda_{h_i}^t \cdot \left(V_i^t + Q_i^t + S_i^t - V_i^{t-1} - \sum_{m \in M_i} (Q_m^t + S_m^t) - A_i^t \right) \right] - \sum_{t=1}^T \left[\lambda_d^t \cdot \left(\sum_{i=1}^{NP} PG_i^t - D \right) \right] \quad (\text{III.1a})$$

Onde,

- T Representa o número total de estágios de planejamento;
- L Representa a função Lagrangeana.

III.2.1 Modelo Não Linear da Função de Produtividade

A potência gerada (PG_i^t) nas usinas hidrelétricas para cada estágio é determinada através de (III.1b).

$$PG_i^t = \rho_i^t \cdot Q_i^t \quad (\text{III.1b})$$

Onde ρ_i^t representa a produtividade da usina i , no estágio t [$MW \cdot m\acute{e}s/hm^3$]. Esta variável é dependente dos níveis das cotas do reservatório e do canal de fuga e das perdas hidráulicas nas tubulações da instalação e é representada através de (III.1c).

$$\rho_i^t = \rho_{sp}^i \cdot (\phi_i^t - \theta_i^t) \quad (\text{III.1c})$$

Onde,

- ϕ_i^t Representa o nível da cota do reservatório da usina i , no estágio t [m];
- θ_i^t Representa o nível da cota do canal de fuga da usina i , no estágio t [m].

As cotas do reservatório e do canal de fuga são representadas respectivamente por (III.1d) e (III.1e), e são definidas também respectivamente como os polinômios Cota x Volume e Vazão x Nível Jusante.

$$\phi_i^t = \sum_{k=1}^5 (CR_{k,i} \cdot (V_i^t)^{k-1}) \quad (\text{III.1d})$$

$$\theta_i^t = \sum_{k=1}^5 (CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-1}) \quad (\text{III.1e})$$

III.3 Exemplo Tutorial

Esta seção apresenta um caso tutorial para mostrar as características de formação da matriz Hessiana evidenciando o número de variáveis de otimização correspondentes ao problema. Em particular, estas características tornam possível a resolução do cálculo da energia firme em um único problema de otimização.

A análise considera um horizonte de planejamento de dois meses para um sistema composto por uma usina com reservatório de acumulação e uma com reservatório de compensação (usina a fio d'água). A configuração em cascata deste sistema é apresentada na Fig. III.1.

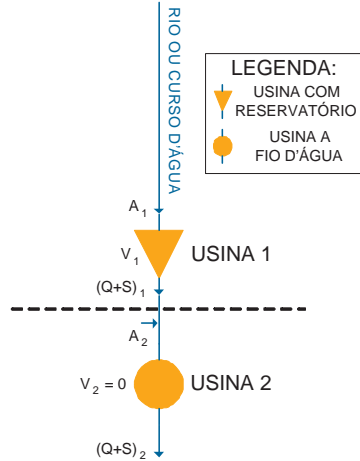


Figura III.1: Sistema com duas usinas hidrelétricas.

III.3.1 Aspectos Computacionais

A formulação descrita em (II.4) torna-se um problema de grandes proporções devido ao horizonte de planejamento. Para cada usina hidrelétrica, existem quatro variáveis (S_i^t, Q_i^t, V_i^t e λ_{hi}^t) associadas a cada estágio, portanto o número total de variáveis

hidráulicas (NVH) no problema (II.4) pode ser obtido como segue em (III.2a).

$$NVH = 4 \cdot (NP \cdot NS) \quad (III.2a)$$

Onde NS representa o número de estágios de planejamento. Adicionalmente, existem (NS) variáveis relacionadas aos multiplicadores de Lagrange (λ_d^t) associados à (II.4c). Finalmente, existe uma variável associada à energia firme (D). Portanto, o número total de variáveis (NV) do problema de otimização pode ser calculado através de (III.2b) de acordo com o número de usinas hidrelétricas e estágios com discretização mensal. Esta grandeza é utilizada para dimensionar a matriz Hessiana do problema de otimização.

$$NV = NVH + NS + 1 \quad (III.2b)$$

Neste caso, utilizando-se (III.2b), o número de variáveis é 19, portanto, a matriz possui 361 elementos. Entretanto, somente 63 são elementos não nulos, ou seja, aproximadamente 17,45%. Para sistemas de grande porte estes elementos representam uma parcela menor que 0,01% do número total de elementos na matriz Hessiana. A Fig. III.2 enfatiza uma importante característica, a esparsidade da matriz Hessiana, onde o símbolo (\bullet) representa um elemento não nulo.

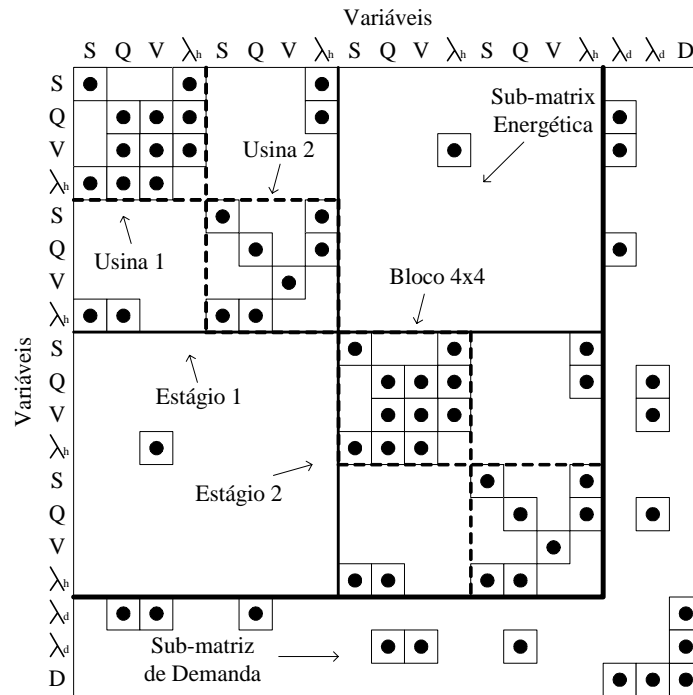


Figura III.2: Estrutura da matriz Hessiana.

A maneira como são preenchidos os elementos possibilita um bom padrão de esparsidade na matriz Hessiana que pode permitir melhores ganhos durante a resolução do sistema linear. Esta matriz possui elementos preenchidos devido às contribuições do método de pontos interiores, ao acoplamento operativo hidráulico e elétrico e das não linearidades das funções de produção de energia das usinas hidrelétricas.

Para melhor detalhar a sua estrutura e seus elementos, a sua composição pode também ser definida conforme mostrado em (III.3a). Esta matriz é composta fundamentalmente por duas sub-matrizes, correspondentes ao problema com relação às restrições hidráulicas e de demanda.

$$W = \left[\begin{array}{cc|cc|ccc} W_{u1}^{e1} & W_{u2,u1}^{e1} & W_{u1}^{e2,e1} & 0 & W_{u1,e1}^\rho & 0 & 0 \\ W_{u1,u2}^{e1} & W_{u2}^{e1} & 0 & 0 & W_{u2,e1}^\rho & 0 & 0 \\ \hline W_{u1}^{e1,e2} & 0 & W_{u1}^{e2} & W_{u2,u1}^{e2} & 0 & W_{u1,e2}^\rho & 0 \\ 0 & 0 & W_{u1,u2}^{e2} & W_{u2}^{e2} & 0 & W_{u2,e2}^\rho & 0 \\ \hline W_{u1,e1}^\rho & W_{u2,e1}^\rho & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & W_{u1,e2}^\rho & W_{u2,e2}^\rho & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & W_D \end{array} \right] \quad (\text{III.3a})$$

Onde, e denota o índice de estágio e u denota o índice de usina.

Na primeira sub-matriz, definida como sub-matriz energética, o bloco de uma usina é composto por quatro elementos, e é representado pelo bloco do tipo W_{ui}^{et} . Os elementos que compõem este bloco são as variáveis de volume vertido (S), volume turbinado (Q), volume armazenado (V) e o multiplicador de Lagrange correspondente à equação de conservação de água da usina no estágio de planejamento (λ_h). Agrupados em seqüência de numeração das usinas, estes blocos criam estruturas simétricas por estágio. Em (III.3b) é mostrada a construção do bloco W_{ui}^{et} .

$$W_{ui}^{et} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \partial^2 L / \partial S_i^t & \partial^2 L / \partial Q_i^t \partial S_i^t & 0 & \partial^2 L / \partial \lambda h_i^t \partial S_i^t \\ \partial^2 L / \partial S_i^t \partial Q_i^t & \partial^2 L / \partial Q_i^{t2} & \partial^2 L / \partial V_i^t \partial Q_i^t & \partial^2 L / \partial \lambda h_i^t \partial Q_i^t \\ 0 & \partial^2 L / \partial V_i^t \partial Q_i^t & \partial^2 L / \partial V_i^{t2} & \partial^2 L / \partial \lambda h_i^t \partial V_i^t \\ \hline \partial^2 L / \partial S_i^t \partial \lambda h_i^t & \partial^2 L / \partial Q_i^t \partial \lambda h_i^t & \partial^2 L / \partial V_i^t \partial \lambda h_i^t & 0 \end{array} \right] \quad (\text{III.3b})$$

Onde, L denota a equação lagrangeana resultante do problema de otimização, t denota o estágio, e i denota a usina.

Pode-se observar ainda o acoplamento temporal, que representa a interligação do armazenamento de água em uma usina em estágios imediatamente vizinhos, através dos blocos do tipo $W_{ui}^{et,et+1}$. Em (III.3c) é mostrada a construção deste bloco.

$$W_{ui}^{et,et+1} = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \partial^2 L / \partial V_i^t \partial \lambda h_i^{t+1} & 0 \end{array} \right] \quad (\text{III.3c})$$

O acoplamento hidráulico é observado nos blocos do tipo $W_{ui,um}^{et}$, que representam a interconexão hidráulica entre usinas em uma mesma cascata, e que associam os volumes vertido e turbinado das usinas imediatamente a montante nas equações de balanço hídrico. Em (III.3d) é mostrada a construção deste bloco.

$$W_{ui,um}^{et} = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \partial^2 L / \partial S_m^t \partial \lambda h_i^t & \partial^2 L / \partial Q_m^t \partial \lambda h_i^t & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (\text{III.3d})$$

Onde, m denota a usina imediatamente a montante da usina i .

A segunda sub-matriz, definida como sub-matriz de demanda, é composta pelos blocos do tipo $W_{ui,et}^{\rho}$, e representa a função de produção de energia hidrelétrica, dependente das variáveis de volume vertido (S), volume turbinado (Q), volume armazenado (V) e do multiplicador de Lagrange da equação de conservação de energia correspondente ao estágio (λ_d). Em (III.3e) é mostrada a construção deste bloco.

$$W_{ui,et}^{\rho} = \begin{bmatrix} \partial^2 L / \partial S_i^t \partial \lambda_d^t & \partial^2 L / \partial Q_i^t \partial \lambda_d^t & \partial^2 L / \partial V_i^t \partial \lambda_d^t & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.3e})$$

Finalmente, o bloco de demanda W_D , é composto pelos multiplicadores de Lagrange da equação de conservação de energia de cada estágio (λ_d), ordenados em ordem crescente de estágios, seguido pelo elemento de demanda ou energia firme (D). Em (III.3f) é mostrada a construção deste bloco.

$$W_D = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & \partial^2 L / (\partial D \partial \lambda_d^t) \\ 0 & 0 & \partial^2 L / (\partial D \partial \lambda_d^{t+1}) \\ \hline \partial^2 L / \partial \lambda_d^t \partial D & \partial^2 L / \partial \lambda_d^{t+1} \partial D & \partial^2 L / \partial D^2 \end{array} \right] \quad (\text{III.3f})$$

III.3.2 Exemplo Numérico

Dando continuidade a apresentação do caso tutorial, apresenta-se nesta subseção o exemplo numérico correspondente ao sistema de topologia apresentado na Fig. III.1. Para o estudo, foram escolhidas as usinas de Serra da Mesa e Cana Brava, situadas no rio Tocantins. Os dados construtivos das usinas hidrelétricas e seus limites operativos são apresentados na Tabela III.1 [44].

Tabela III.1: Dados construtivos das usinas hidrelétricas

Usina	$PG_{i\max}$ (MW)	$Q_{i\max}$ (m^3/s)	$V_{i\max}$ (hm^3)	$V_{i\min}$ (hm^3)	$V_{i\text{útil}}$ (hm^3)	ρ_i^{esp} $\left(\frac{MW}{m \cdot (m^3/s)}\right)$
Serra da Mesa	1275,0	1164,96	54400,0	11150,0	43250,0	$9,124 \cdot 10^{-3}$
Cana Brava	471,6	1181,85	2300,0	2300,0	0,0	$8,927 \cdot 10^{-3}$

As Tabelas III.2 e III.3 apresentam respectivamente os coeficientes dos polinômios Cota-Volume e Vazão-Nível Jusante das usinas.

O horizonte de estudo utilizado para exemplificar numericamente o problema é de dois meses de planejamento. Para tanto, a Tabela III.4 apresenta os dados de aflúências referentes aos dois meses de planejamento bem como o volume inicial para as duas usinas hidrelétricas.

O primeiro passo é a construção do problema de otimização a partir da montagem do sistema de equações composto pela função objetivo, pelas restrições de balanço

Tabela III.2: Coeficientes do Polinômio Cota x Volume

Usina	$CR_{1,i}$	$CR_{2,i}$	$CR_{3,i}$	$CR_{4,i}$	$CR_{5,i}$
Serra da Mesa	391,405	$2,77216 \cdot 10^{-3}$	$-4,35725 \cdot 10^{-8}$	$2,90304 \cdot 10^{-13}$	0,0
Cana Brava	333,000	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabela III.3: Coeficientes do Polinômio Vazão x Nível Jusante

Usina	$CF_{1,i}$	$CF_{2,i}$	$CF_{3,i}$	$CF_{4,i}$	$CF_{5,i}$
Serra da Mesa	332,798	$1,34297 \cdot 10^{-3}$	$8,81956 \cdot 10^{-8}$	$-1,62767 \cdot 10^{-11}$	0,0
Cana Brava	284,110	$4,42560 \cdot 10^{-3}$	$-7,80760 \cdot 10^{-7}$	$6,61660 \cdot 10^{-11}$	0,0

hídrico, restrições de balanço de demanda e restrições de canalização. Desta forma, tem-se que a função objetivo é dada através de (III.4a).

$$\max D \quad (\text{III.4a})$$

As restrições de balanço hídrico são dadas através de (III.4b)-(III.4e).

$$V_1^1 + Q_1^1 + S_1^1 - V_1^0 - A_1^1 = 0 \quad (\lambda_{h_1}^1) \quad (\text{III.4b})$$

$$V_2^1 + Q_2^1 + S_2^1 - V_2^0 - (Q_1^1 + S_1^1) - A_2^1 = 0 \quad (\lambda_{h_2}^1) \quad (\text{III.4c})$$

$$V_1^2 + Q_1^2 + S_1^2 - V_1^1 - A_1^2 = 0 \quad (\lambda_{h_1}^2) \quad (\text{III.4d})$$

$$V_2^2 + Q_2^2 + S_2^2 - V_2^1 - (Q_1^2 + S_1^2) - A_2^2 = 0 \quad (\lambda_{h_2}^2) \quad (\text{III.4e})$$

Tabela III.4: Afluências nas usinas hidrelétricas

Usina	$A_i^1(m^3/s)$	$A_i^2(m^3/s)$	$V_i^0(hm^3)$
Serra da Mesa	1049,0	1426,0	54400,0
Cana Brava	142,0	174,0	2300,0

As restrições de balanço de demanda são dadas através de (III.4f) e (III.4g).

$$\begin{aligned}
& Q_1^1 \cdot \rho_{sp}^1 \cdot \left(\begin{array}{c} \sum_{k=1}^5 (CR_{k,1} \cdot V_1^{1k-1}) \\ - \sum_{k=1}^5 (CF_{k,1} \cdot (S_1^1 + Q_1^1)^{k-1}) \end{array} \right) + \\
& + Q_2^1 \cdot \rho_{sp}^2 \cdot \left(\begin{array}{c} \sum_{k=1}^5 (CR_{k,2} \cdot V_2^{1k-1}) \\ - \sum_{k=1}^5 (CF_{k,2} \cdot (S_2^1 + Q_2^1)^{k-1}) \end{array} \right) - D = 0 \quad (\lambda_d^1) \quad (\text{III.4f})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Q_1^2 \cdot \rho_{sp}^1 \cdot \left(\begin{array}{c} \sum_{k=1}^5 (CR_{k,1} \cdot V_1^{2k-1}) \\ - \sum_{k=1}^5 (CF_{k,1} \cdot (S_1^2 + Q_1^2)^{k-1}) \end{array} \right) + \\
& + Q_2^2 \cdot \rho_{sp}^2 \cdot \left(\begin{array}{c} \sum_{k=1}^5 (CR_{k,2} \cdot V_2^{2k-1}) \\ - \sum_{k=1}^5 (CF_{k,2} \cdot (S_2^2 + Q_2^2)^{k-1}) \end{array} \right) - D = 0 \quad (\lambda_d^2) \quad (\text{III.4g})
\end{aligned}$$

A matriz Hessiana do problema é então obtida de acordo com (III.3). A seguir são apresentados os elementos de cada bloco da matriz.

O bloco do tipo W_{ui}^{et} composto pelos elementos mostrados em (III.3b). Estes elementos são descritivamente apresentados em (III.5).

$$\frac{\partial^2 L}{\partial S_i^{t2}} = \left(\frac{\pi_l^{S_i^t}}{s_l^{S_i^t}} - \frac{\pi_u^{S_i^t}}{s_u^{S_i^t}} \right) - Q_i^t \cdot \rho_{sp}^i \cdot \lambda_d^t \cdot \sum_{k=3}^5 \left(\prod_{p=1}^2 (k-p) \cdot CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-3} \right) \quad (\text{III.5a})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial Q_i^{t2}} = \frac{\pi_l^{Q_i^t}}{s_l^{Q_i^t}} - \frac{\pi_u^{Q_i^t}}{s_u^{Q_i^t}} - \rho_{sp}^i \cdot \lambda_d^t \cdot \left(\begin{array}{c} Q_i^t \cdot \sum_{k=3}^5 \left(\prod_{p=1}^2 (k-p) \cdot CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-3} \right) \\ + 2 \cdot \sum_{k=2}^5 \left((k-1) \cdot CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-2} \right) \end{array} \right) \quad (\text{III.5b})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial V_i^{t2}} = \left(\frac{\pi_l^{V_i^t}}{s_l^{V_i^t}} - \frac{\pi_u^{V_i^t}}{s_u^{V_i^t}} \right) - Q_i^t \cdot \rho_{sp}^i \cdot \lambda_d^t \cdot \sum_{k=3}^5 \left(\prod_{p=1}^2 (k-p) \cdot CR_{k,i} \cdot (V_i^t)^{k-3} \right) \quad (\text{III.5c})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial S_i^t \partial Q_i^t} = -\rho_{sp}^i \cdot \lambda_d^t \cdot \left(\begin{aligned} & Q_i^t \cdot \sum_{k=3}^5 \left(\prod_{p=1}^2 (k-p) \cdot CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-3} \right) \\ & + \sum_{k=2}^5 ((k-1) \cdot CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-2}) \end{aligned} \right) \quad (\text{III.5d})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial V_i^t \partial Q_i^t} = -\rho_{sp}^i \cdot \lambda_d^t \cdot \sum_{k=2}^5 ((k-1) \cdot CR_{k,i} \cdot (V_i^t)^{k-2}) \quad (\text{III.5e})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda h_i^t \partial S_i^t} = -1 \quad (\text{III.5f})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda h_i^t \partial Q_i^t} = -1 \quad (\text{III.5g})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda h_i^t \partial V_i^t} = -1 \quad (\text{III.5h})$$

A partir dos dados de entrada e das condições iniciais, substituindo-se os valores das variáveis de (III.5) em (III.3b) obtém-se (III.6a) e (III.6b). O bloco W_{u1}^{e1} possui na 1ª iteração os mesmos valores que o bloco W_{u1}^{e2} , assim como os blocos W_{u2}^{e1} e W_{u2}^{e2} .

$$W_{u1}^{e1} = W_{u1}^{e2} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^6 & -5,5931 \cdot 10^{-6} & 0 & -1 \\ -5,5931 \cdot 10^{-6} & -6,29 \cdot 10^{-6} & -2,1121 \cdot 10^{-6} & -1 \\ 0 & -2,1121 \cdot 10^{-6} & -3,6082 \cdot 10^{-8} & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.6a})$$

$$W_{u2}^{e1} = W_{u2}^{e2} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^6 & -5,1252 \cdot 10^{-6} & 0 & -1 \\ -5,1252 \cdot 10^{-6} & -1,311 \cdot 10^{-5} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.6b})$$

O acoplamento temporal representando a interligação do armazenamento de água nas usinas entre os estágios 1 e 2, é realizado através dos blocos do tipo $W_{ui}^{et,et+1}$. Estes blocos são compostos pelos elementos mostrados em (III.3c). O elemento não nulo é apresentado em (III.7).

$$\frac{\partial^2 L}{\partial V_i^t \partial \lambda h_i^{t+1}} = 1 \quad (\text{III.7})$$

Portanto, como o elemento é sempre constante, substituindo-se (III.7) em (III.3c), obtém-se (III.8).

$$W_{u1}^{e1,e2} = W_{u2}^{e1,e2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

O acoplamento hidráulico entre as duas usinas é observado nos blocos do tipo $W_{ui,um}^{et}$. Estes associam o volume vertido e o volume turbinado para cada estágio entre as usinas de Serra da Mesa, a montante, e Cana Brava a jusante. Estes blocos são compostos pelos elementos mostrados em (III.3d). Os elementos não nulos são apresentados em (III.9a) e (III.9b).

$$\frac{\partial^2 L}{\partial S_m^t \partial \lambda h_i^t} = 1 \quad (\text{III.9a})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial Q_m^t \partial \lambda h_i^t} = 1 \quad (\text{III.9b})$$

Portanto, como os elementos são sempre constantes, substituindo-se (III.9a) e (III.9b) em (III.3d), obtém-se (III.10).

$$W_{u2,u1}^{e1} = W_{u2,u1}^{e2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Os blocos do tipo $W_{ui,et}^\rho$ representam a função de produção de energia hidrelétrica na matriz Hessiana. Estes blocos são compostos pelos elementos mostrados em (III.3e). Os elementos não nulos são apresentados em (III.11a), (III.11b) e (III.11c).

$$\frac{\partial^2 L}{\partial S_i^t \partial \lambda_d^t} = -Q_i^t \cdot \rho_{sp}^i \cdot \sum_{k=2}^5 ((k-1) \cdot CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-2}) \quad (\text{III.11a})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial Q_i^t \partial \lambda_d^t} = -\rho_{sp}^i \cdot \left(\begin{array}{l} Q_i^t \cdot \sum_{k=2}^5 ((k-1) \cdot CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-2}) \\ + \sum_{k=1}^5 (CR_{k,i} \cdot (V_i^t)^{k-1}) - \sum_{k=1}^5 (CF_{k,i} \cdot (S_i^t + Q_i^t)^{k-1}) \end{array} \right) \quad (\text{III.11b})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial V_i^t \partial \lambda_d^t} = -Q_i^t \cdot \rho_{sp}^i \cdot \sum_{k=2}^5 ((k-1) \cdot CR_{k,1} \cdot (V_i^t)^{k-2}) \quad (\text{III.11c})$$

Portanto, substituindo-se os valores das variáveis de (III.11) em (III.3e) obtém-se (III.12a) e (III.12b).

$$W_{u1,e1}^\rho = W_{u1,e2}^\rho = [-7,5953 \cdot 10^{-3} \quad -0,44608 \quad -3,2356 \cdot 10^{-3} \quad 0] \quad (\text{III.12a})$$

$$W_{u2,e1}^\rho = W_{u2,e2}^\rho = [-0,018844 \quad -0,17679 \quad 0 \quad 0] \quad (\text{III.12b})$$

O bloco do tipo W_D representa o bloco de demanda da matriz Hessiana. Este bloco é composto pelos elementos mostrados em (III.3f). Os elementos não nulos são apresentados em (III.13a), (III.13b) e (III.13c).

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_d^t \partial D} = -1 \quad (\text{III.13a})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda_d^{t+1} \partial D} = -1 \quad (\text{III.13b})$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial D^2} = \begin{pmatrix} \pi_l^D \\ s_l^D \end{pmatrix} = 2,2087 \cdot 10^{-4} \quad (\text{III.13c})$$

Portanto, substituindo-se os valores das variáveis de (III.13a), (III.13b) e (III.13c) em (III.3f) obtém-se (III.14).

$$W_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2,2087 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

Finalmente, conhecidos todos os valores dos elementos pertencentes à matriz Hessiana, esta é apresentada de maneira completa através de (III.15).

O vetor gradiente é composto pelas derivadas primeiras da função Lagrangeana com relação às variáveis de otimização. O vetor independente é formado pelos sub-vetores do tipo $GRAD_{ui}^{et}$ correspondentes às equações de balanço hídrico de cada usina em cada estágio, e pelo sub-vetor do tipo $GRAD_d^{et,et+1}$ correspondente às equações balanço de demanda. O sub-vetor do tipo $GRAD_{ui}^{et}$ é apresentado em (III.16).

$$GRAD_{ui}^{et} = \begin{bmatrix} \partial L / \partial S_i^t \\ \partial L / \partial Q_i^t \\ \partial L / \partial V_i^t \\ \partial L / \partial \lambda h_i^t \end{bmatrix} \quad (III.16)$$

Desta forma, os sub-vetores do tipo $GRAD_{ui}^{et}$, tomam a forma numérica de acordo com (III.17).

$$GRAD_{u1}^{e1} = \begin{bmatrix} 5000 \\ 0,44608 \\ 3,2593 \cdot 10^{-3} \\ -1226,9 \end{bmatrix} \quad (III.17a)$$

$$GRAD_{u2}^{e1} = \begin{bmatrix} 5001 \\ 1,1768 \\ 0 \\ -3728,2 \end{bmatrix} \quad (III.17b)$$

$$GRAD_{u1}^{e2} = \begin{bmatrix} 5000 \\ 0,44608 \\ 1,0033 \\ 1158,5 \end{bmatrix} \quad (III.17c)$$

$$GRAD_{u2}^{e2} = \begin{bmatrix} 5001 \\ 1,1768 \\ 0 \\ -435,41 \end{bmatrix} \quad (III.17d)$$

O sub-vetor do tipo $GRAD_d^{et,et+1}$ é apresentado por (III.18).

$$GRAD_d^{et,et+1} = \begin{bmatrix} \partial L / \partial \lambda_d^t \\ \partial L / \partial \lambda_d^{t+1} \\ \partial L / \partial D \end{bmatrix} \quad (III.18)$$

Desta forma, o sub-vetor do tipo $GRAD_d^{et,et+1}$ toma a forma numérica de acordo com (III.19).

$$GRAD_d^{et,et+1} = \begin{bmatrix} 766,06 \\ 766,06 \\ 0,97005 \end{bmatrix} \quad (III.19)$$

O vetor gradiente totalmente preenchido com os elementos da 1ª iteração é apresentado em (III.20).

$$GRAD = \begin{bmatrix} 5000 \\ 0,44608 \\ 3,2593 \cdot 10^{-3} \\ -1226,9 \\ 5001 \\ 1,1768 \\ 0,0 \\ -3728,2 \\ 5000 \\ 0,44608 \\ 1,0033 \\ 1158,5 \\ 5001 \\ 1,1768 \\ 0,0 \\ -435,41 \\ 766,06 \\ 766,06 \\ 0,97005 \end{bmatrix} \quad (III.20)$$

O processo iterativo do *Método Primal-Dual de Pontos Interiores (MPI)* atinge a convergência na 17ª iteração. A energia firme do sistema é $D = 1746,60MW$. Os valores das variáveis primais na solução ótima do problema são mostrados na Tabela III.5.

Tabela III.5: Resultados do exemplo numérico

Usina	Estágio	PG_i^t (MW)	Q_i^t (m^3/s)	V_i^t (hm^3)	S_i^t (m^3/s)
Serra da Mesa	1	1308,2	1143,18	54152,0	0,0
	2	1279,3	1131,81	51549,0	0,0
Cana Brava	1	438,38	1181,84	2300,0	1387,34
	2	467,33	1181,84	2300,0	123,97

A Tabela III.6 apresenta os resultados da produtividade das usinas (ρ_i^t), destaque-se os valores das cotas dos reservatórios (ϕ_i^t) e dos canais de fuga (θ_i^t), assim como a altura de queda líquida resultante (h_i^t).

É importante observar que a usina de Cana Brava, que opera a fio d'água, turbina a vazão máxima de água para a produção de energia elétrica, havendo ainda vertimentos na mesma. Como no primeiro estágio há um maior volume defluente que no segundo estágio, o nível do canal de fuga aumenta e conseqüentemente a altura de queda diminui, portanto, a produção de energia no segundo estágio torna-se maior que

Tabela III.6: A produtividade nas usinas de Serra da Mesa e Cana Brava

Usina	Estágio	ϕ_i^t (m)	θ_i^t (m)	h_i^t (m)	$\rho_i^t \left(\frac{MW}{(m^3/s)} \right)$
Serra da Mesa	1	459,85	334,42	125,42	1,144376
	2	458,29	334,41	123,88	1,130288
Cana Brava	1	333,00	291,45	41,55	0,370929
	2	333,00	288,71	44,29	0,395421

no primeiro estágio. Este fato é identificado pelo modelo proposto porque é considerado a não linearidade da produtividade.

A partir dos resultados obtidos, pode-se determinar a energia firme individual a partir de (II.4h). A Tabela III.7 apresenta a energia firme individual das usinas hidrelétricas de Serra da Mesa e Cana Brava.

Tabela III.7: Energia Firme nas usinas de Serra da Mesa e Cana Brava

Usina	Energia Firme (MW)	Energia Firme (%)
Serra da Mesa	1293,70	74,07
Cana Brava	452,85	25,93

III.4 Conclusões

Este capítulo apresentou a metodologia proposta para o cálculo de energia firme envolvendo a variação da produtividade das usinas hidrelétricas.

Neste trabalho, tendo em vista uma abordagem sobre o impacto da variação da produtividade das usinas hidrelétricas no cálculo da energia firme, não são considerados o uso múltiplo da água dos rios (evaporação, irrigação) e as perdas hidráulicas nas tubulações das usinas. Nota-se ainda que esta suposição não é um fator limitante para a metodologia proposta.

Adicionalmente, foram mostrados os aspectos computacionais e numéricos do problema de *Programação Não Linear* (PNL) através de um caso tutorial.

Capítulo IV

Estudo de Casos

IV.1 Introdução

Este capítulo apresenta os resultados obtidos com o modelo não linear proposto. O estudo de caso utiliza o *Sistema Interligado Nacional Brasileiro (SIN)* segundo a versão do conjunto de dados **NEWAVE** do *Programa Mensal de Operação (PMO)* de janeiro de 2006 [44]. São apresentados os resultados referentes à simulação da energia firme por bacias hidrográficas evidenciando assim os benefícios provenientes da operação coordenada do **SIN**. Este capítulo ainda mostra uma análise realizada para determinação do impacto na energia firme devido à entrada de novas usinas hidrelétricas no sistema.

IV.2 O Sistema Interligado Nacional Brasileiro

A validação do modelo computacional empregado neste trabalho apresenta uma análise considerando o sistema com cenário de 70 anos desde o mês de janeiro de 1931, e utilizando discretização mensal. O **SIN**, nesta configuração, é composto por 107 plantas hidráulicas, representado por 46 usinas hidrelétricas com reservatórios de acumulação, 5 reservatórios de regulação, sem capacidade de produção de energia, e 56 usinas hidrelétricas operando a fio d'água. A capacidade total instalada é de 79,50 GW.

Os dados cadastrais das usinas hidrelétricas e reservatórios do sistema em estudo e todas as suas características operativas e construtivas foram obtidos de [44].

IV.2.1 Aspectos Computacionais

A estrutura da matriz Hessiana do sistema em estudo possui uma porcentagem de elementos não nulos de 0,001%, isto é, apresenta uma estrutura altamente esparsa que através de rotinas específicas de ordenação e fatoração permitem um alto desempenho computacional no método iterativo. O número de variáveis deste problema é calculado através de (III.2b), atingindo um valor de 360 mil e 361 variáveis. A simulação foi realizada em um Intel Dual Core 1,86GHz / 2048 MB, desenvolvida em plataforma C++ e ambiente DOS. O tempo computacional gasto foi de 85 minutos e 25 segundos para determinação do ponto ótimo de operação e foram necessárias 259 iterações do *Método Primal-Dual de Pontos Interiores (MPI)*.

A escolha das condições iniciais das variáveis primais de todas as usinas hidrelétricas foi feita como a seguir: a vazão turbinada sendo igual à metade da vazão máxima turbinável ($Q_i = 0,5 \cdot Q_{i \max}$), vazão vertida igual a zero ($S_i = 0$), volume armazenado inicial nos reservatórios igual a capacidade máxima de armazenamento dos mesmos ($V_i^0 = V_{i \max}$), e energia firme igual a zero ($D = 0$). No processo de otimização para o cálculo da energia firme, todas as usinas hidrelétricas têm no início do período de planejamento 100% da capacidade total de armazenamento de volume. As variáveis duais foram todas inicializadas iguais a 1 ($\lambda_{h_i}^t = \lambda_d^t = 1$).

IV.2.2 Resultados

A energia firme global do SIN e o período crítico são obtidos através de uma única simulação da plataforma computacional proposta. A partir destes resultados, a energia firme individualizada e a evolução da energia armazenada no SIN são obtidas. A Tabela IV.1 [16] mostra os resultados das simulações realizadas com o modelo de *Programação Linear com Ajustes Alternados (PLA)* e com o modelo de *Programação Não Linear (PNL)*.

Tabela IV.1: Resultados SIN.

Item	PLA	PNL
Energia Firme Global do SIN (MW)	42570,25	42866,59
Período Crítico	Maio/1952 a Novembro/1956	Maio/1952 a Novembro/1956
Tempo de Simulação	26h40min	1h26min

Conforme esperado, foi obtida uma diferença na energia firme global de 296,34 MW entre as duas metodologias, o que representa 0,7%. Esta diferença percentual é observada tanto nas usinas a fio d'água quanto nas usinas com reservatório. Em relação ao período crítico, as duas metodologias apontaram o mesmo resultado. Em relação

ao tempo computacional, a metodologia proposta apresentou um desempenho muito melhor, pois o problema é solucionado em uma única simulação.

Em relação à energia armazenada do sistema, a Fig. IV.1 mostra que as duas metodologias são bastante similares. No entanto, observa-se que no início do período crítico o armazenamento de energia do sistema é superior para a metodologia proposta. Este fato justifica o melhor desempenho das usinas do sistema, pois maiores níveis de água nos reservatórios levam o sistema a maiores alturas de queda, o que aumenta a produtividade e a eficiência das usinas hidrelétricas. Portanto, existe um ganho de eficiência do modelo não linear em relação ao armazenamento de energia durante o período crítico.

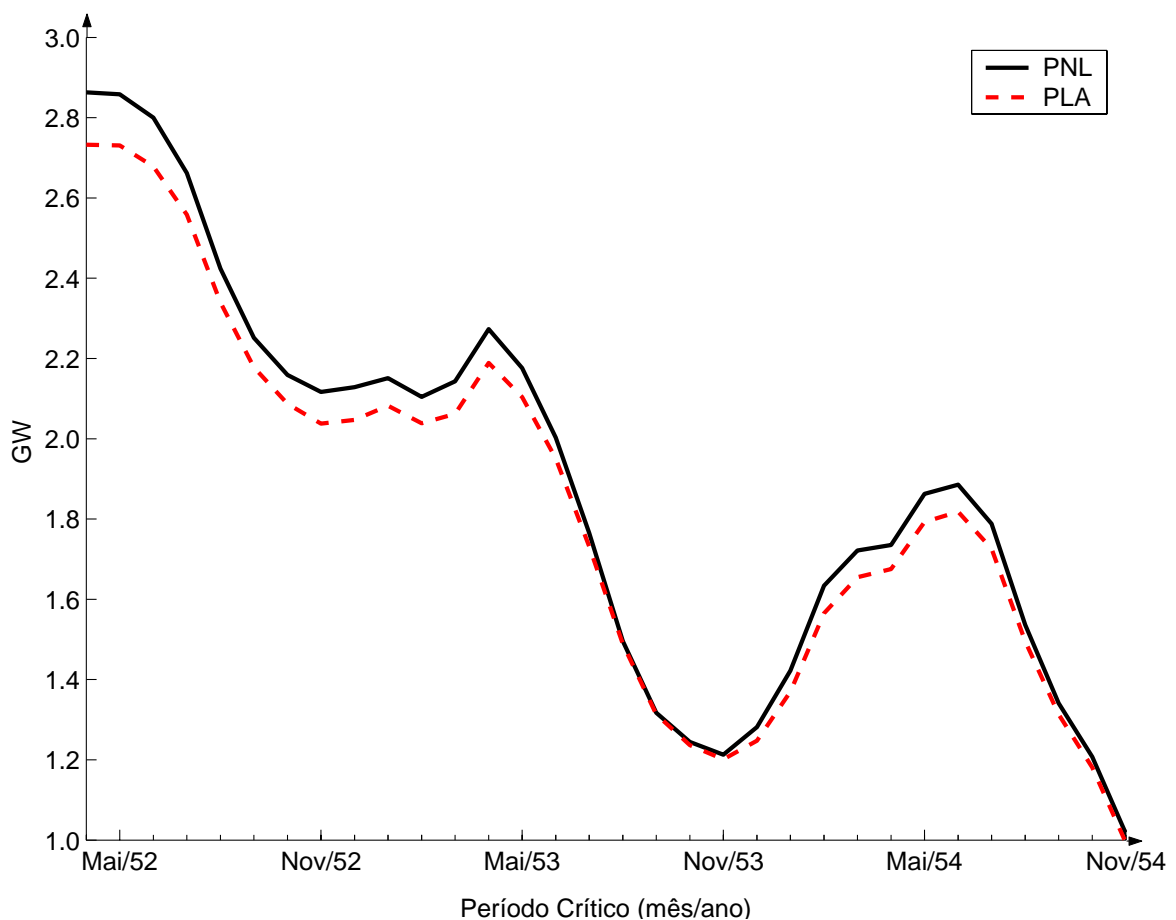


Figura IV.1: Energia Armazenada do SIN durante o período crítico.

Os resultados da metodologia proposta são mais realistas, pois consideram a dependência da produtividade das usinas em relação aos níveis das cotas do reservatório e do canal de fuga. No modelo não linear, a relação entre a produtividade e as cotas da usina implica em uma mudança de estados de armazenamento suavizada entre os estágios e desta forma não permite variações bruscas nos níveis dos reservatórios, pois estas variações afetam negativamente a produtividade das usinas. Este fato, contemplado pela metodologia proposta, está em consonância com a prática atual de operação dos reservatórios.

A Fig. IV.2 e a Fig. IV.3 mostram os resultados obtidos de volume armazenado para as usinas de Furnas e Ilha Solteira, respectivamente. Pode-se observar claramente a vantagem da metodologia proposta de PNL sobre a metodologia de PLA.

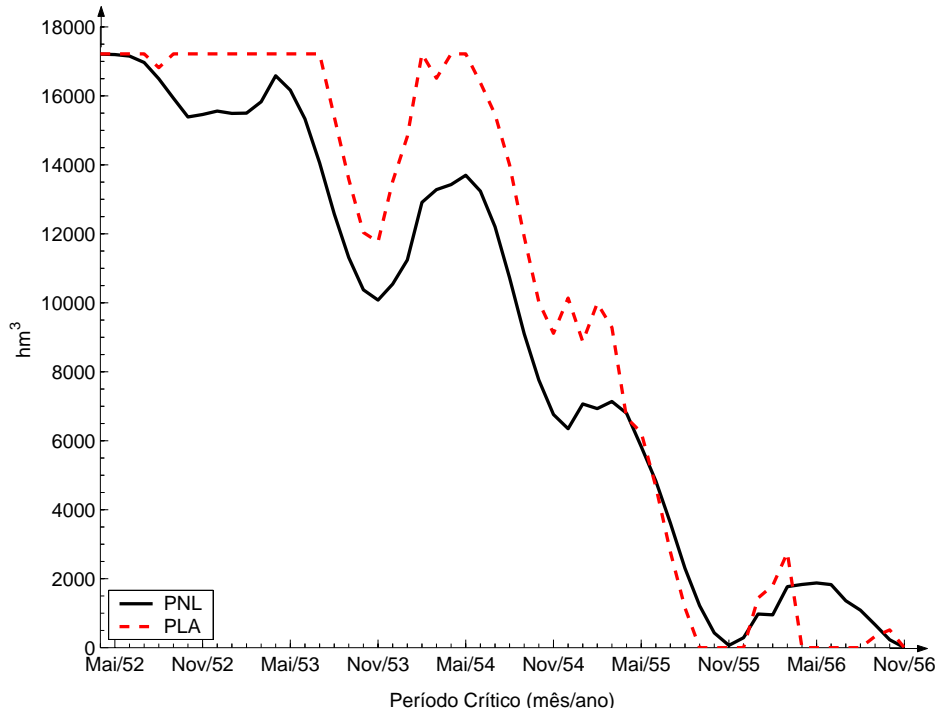


Figura IV.2: Evolução do Volume útil do reservatório da usina de Furnas durante o período crítico.

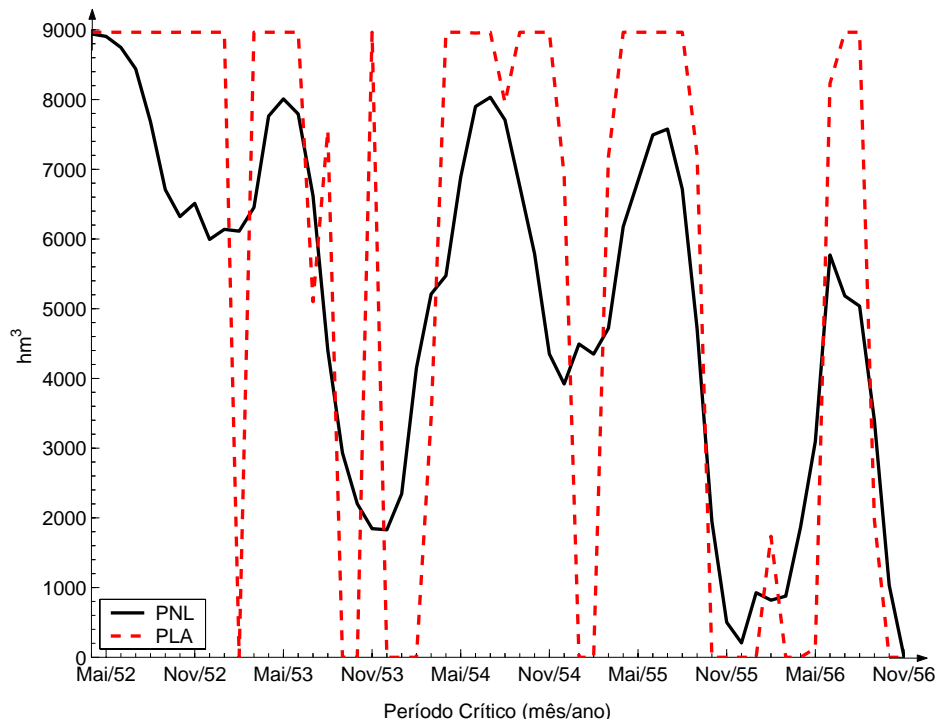


Figura IV.3: Evolução do Volume útil do reservatório da usina de Ilha Solteira durante o período crítico.

Esta vantagem pode também ser observada na utilização da metodologia proposta através da Fig. IV.4 e da Fig. IV.5, que apresentam a evolução do volume útil durante o período crítico das usinas de Itaparica e São Simão, respectivamente.

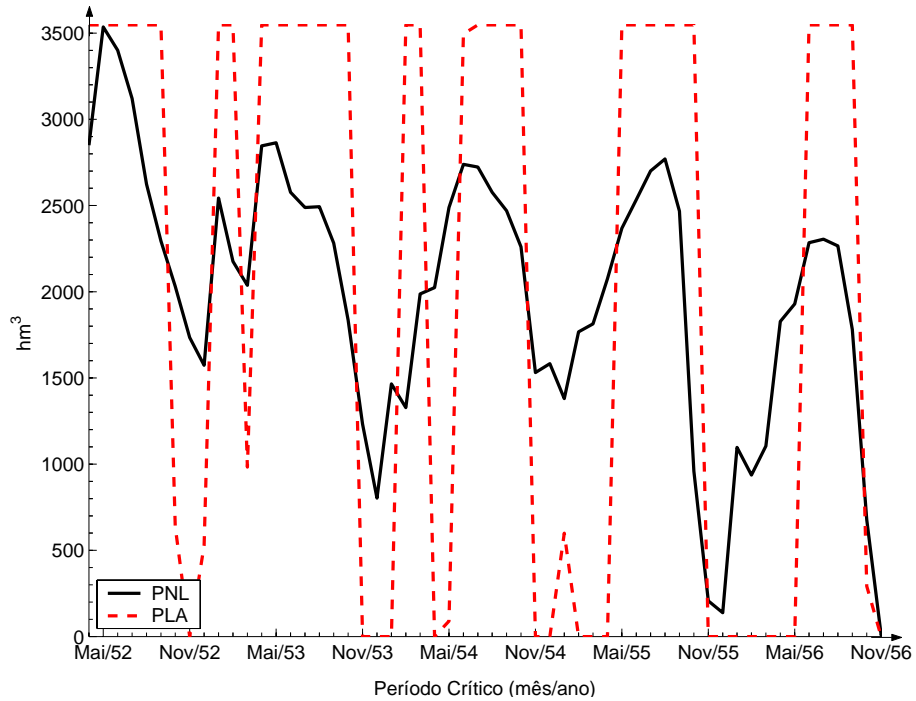


Figura IV.4: Evolução do Volume útil do reservatório da usina de Itaparica durante o período crítico.

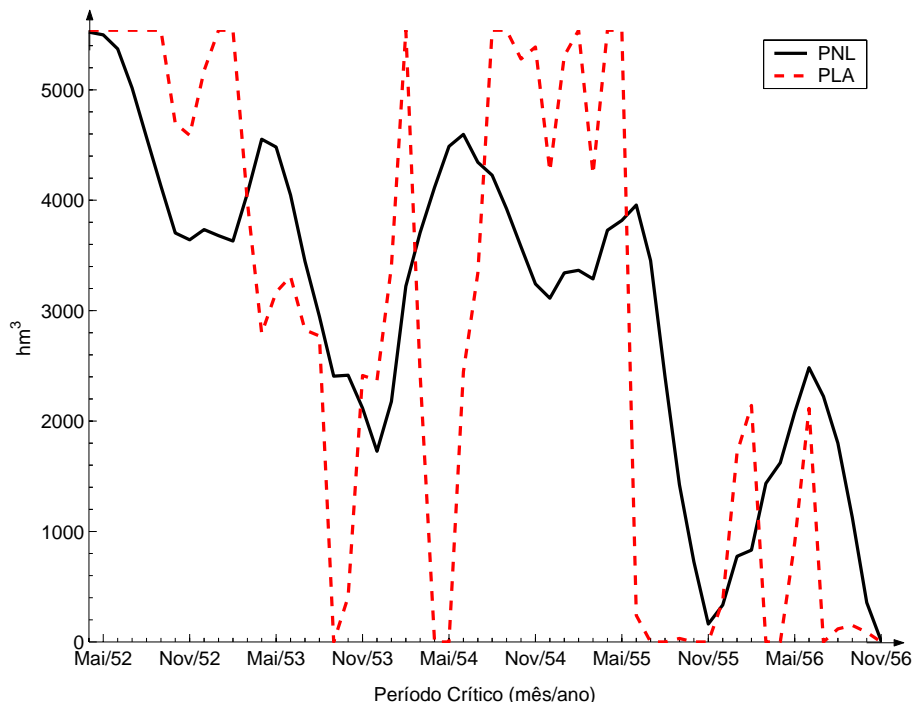


Figura IV.5: Evolução do Volume útil do reservatório da usina de São Simão durante o período crítico.

Foram calculados os desvios padrão do volume útil armazenado durante todo o período de planejamento. A Tabela IV.2 mostra estes valores para algumas usinas hidrelétricas do sistema. Estes resultados enfatizam a dispersão do volume armazenado encontrados nas duas metodologias analisadas para estas usinas hidrelétricas.

Tabela IV.2: Desvio padrão de volume armazenado das usinas hidrelétricas.

Usina		Desvio Padrão (hm^3)		Média (hm^3)	
Nome	V _{útil} (hm^3)	PNL	PLA	PNL	PLA
Ilha Solteira	43.397,00	2.215,50	3.806,20	30.190,00	30.065,00
Itaparica	14.330,00	477,05	1.628,30	9.069,30	8.951,80
Itumbiara	29.481,00	3.316,80	4.389,80	11.298,00	11.948,00
Salto Santiago	10.888,00	908,66	1.572,10	4.775,60	4.851,20
São Simão	18.080,00	1.157,80	2.308,00	9.909,30	9.767,70
Tucuruí	89.257,00	6.894,60	14.331,00	31.127,00	33.951,00

Através destes dados, observam-se na metodologia de *Programação Não Linear* (PNL), menores dispersões de volume relativas à metodologia de *Programação Linear com Ajustes Alternados* (PLA). Isto está relacionado ao fato de não haver enchimentos e esvaziamentos bruscos nos reservatórios das usinas na metodologia não linear.

Na prática, o operador do sistema não utiliza do recurso de enchimento ou esvaziamento brusco dos reservatórios, pelo contrário, busca manter os reservatórios operando em paralelo, de maneira a manter os reservatórios com o mesmo percentual de armazenamento.

Adicionalmente, a Fig. IV.6 apresenta o volume armazenado útil da usina de Tucuruí em um comparativo entre as metodologias de PNL e de PLA durante o período crítico. Podem ser observados nas duas metodologias grandes variações de volume entre os períodos de transição anual. Neste caso, a usina de Tucuruí torna-se um caso especial no sistema brasileiro pois possui algumas peculiaridades devido ao grande montante de água no leito do seu rio e também à grande capacidade de armazenamento e às características de operação de seu reservatório.

Observa-se que a decisão ótima da metodologia de PNL faz com que o eixo de armazenamento de volume seja deslocado alguns meses no período crítico em relação à metodologia PLA, desta forma, esta usina atua compensando e regularizando o sistema durante cada período de seca anual.

Este fato pode ser melhor explicado através da Fig. IV.7 que apresenta a evolução da vazão afluente, do volume útil e do volume defluente da usina Tucuruí durante o período crítico.

Pode ser observado no início do período de seca anual há diminuição do volume afluente, e a decisão ótima proposta consiste em manter o volume defluente menor

que o montante de volume afluente, de maneira que haja elevação no nível d'água do reservatório para que possa ser compensada a escassez de armazenamento no sistema.

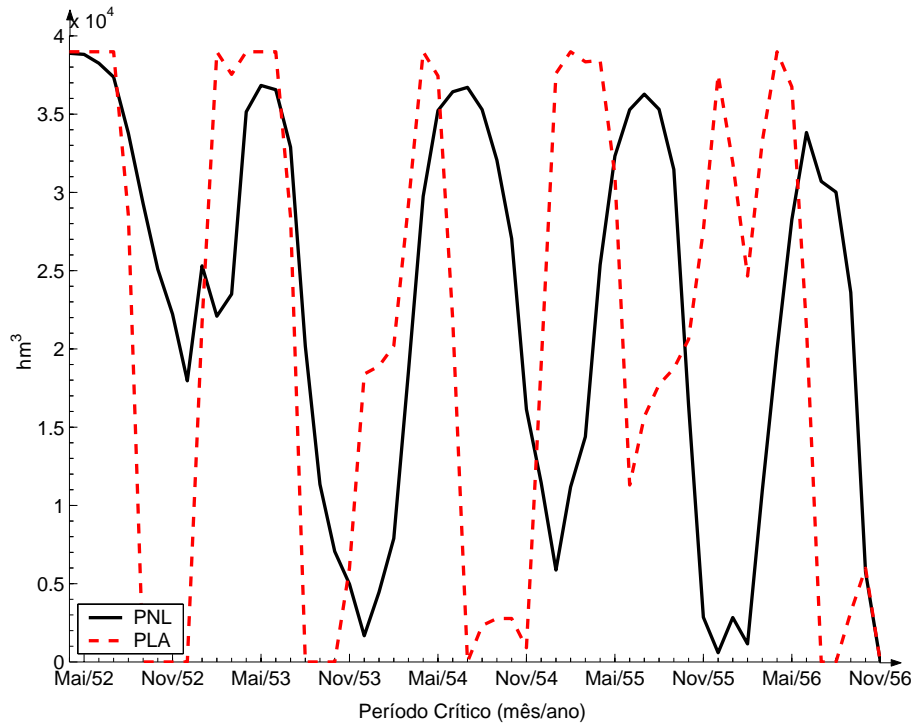


Figura IV.6: Evolução do Volume útil do reservatório da usina de Tucuruí durante o período crítico.

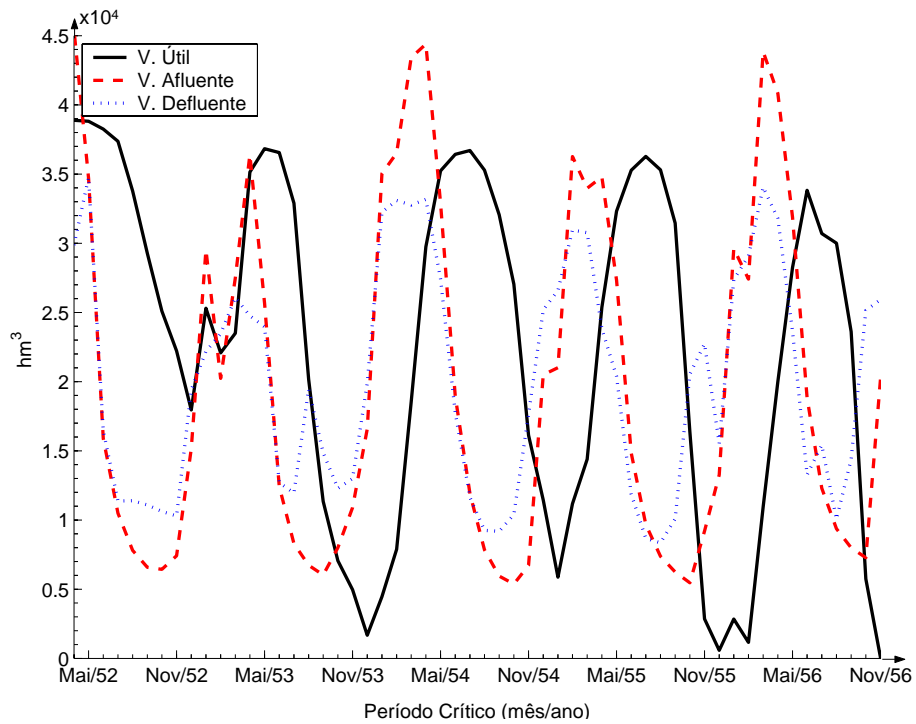


Figura IV.7: Evolução do volume útil, volume afluente e volume defluente da usina de Tucuruí durante o período crítico.

A Fig. IV.8 e a Fig. IV.9 mostram a geração hidráulica durante o período crítico para as usinas de Ilha Solteira e Porto Primavera, respectivamente.

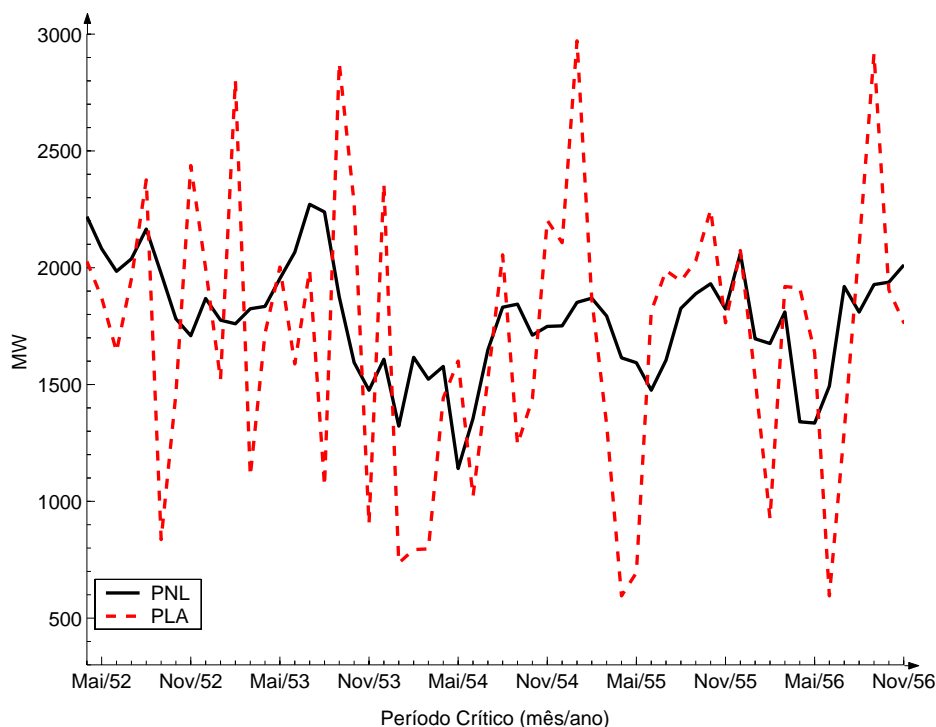


Figura IV.8: Geração de Ilha Solteira durante o Período Crítico.

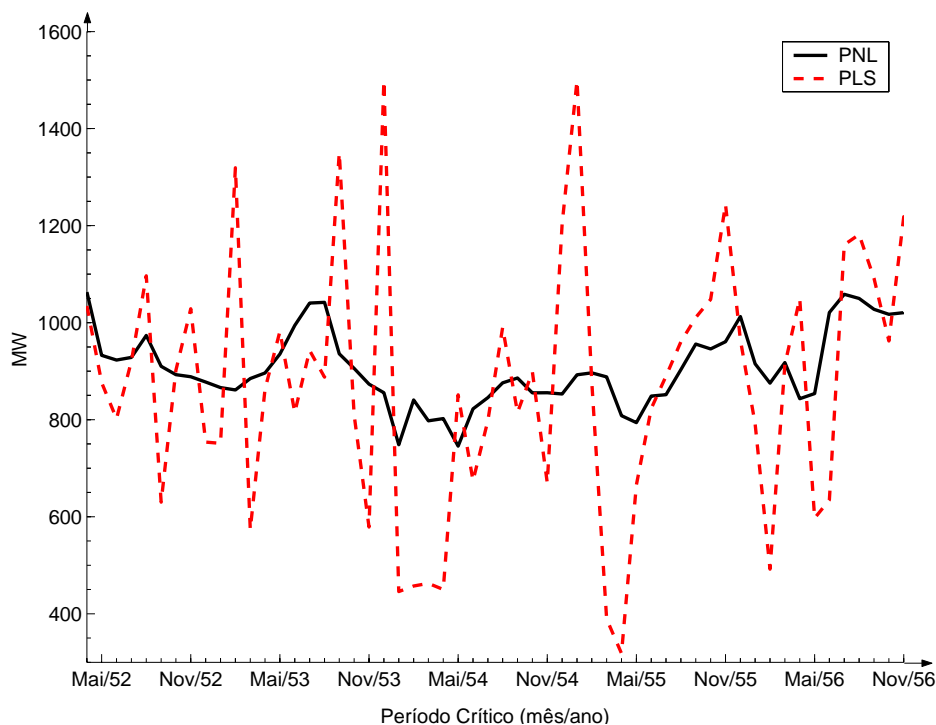


Figura IV.9: Geração de Porto Primavera durante o Período Crítico.

Pode-se verificar um comportamento mais firme da geração das usinas quando o modelo de PNL é considerado. Mais uma vez observa-se que este resultado está em consonância com a prática de operação.

A Fig. IV.10 e a Fig. IV.11 apresentam a geração de energia nas usinas de Itaipu e Xingó, respectivamente.

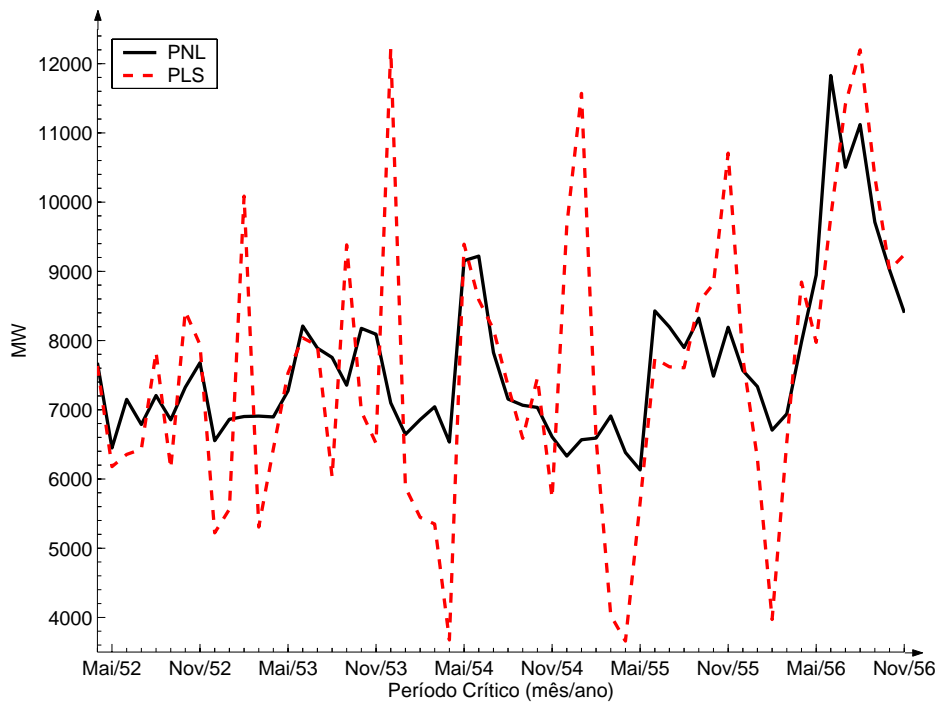


Figura IV.10: Geração de energia da usina de Itaipu durante o período crítico.

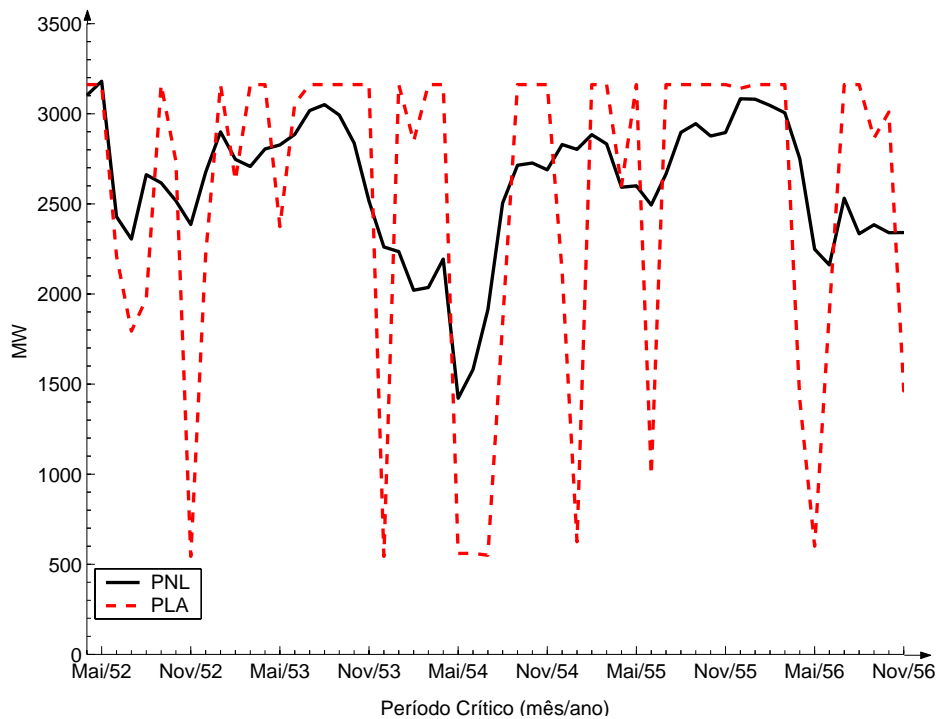


Figura IV.11: Geração de Xingó durante o Período Crítico.

Observa-se na metodologia proposta menores variações da geração de energia tendo em vista o maior equilíbrio de armazenamento. Desta forma, a usina hidrelétrica apresenta uma maior média na geração de energia devido à eficiência obtida pela

representação da variação da produtividade do modelo de PNL em relação ao modelo de PLA.

A Fig. IV.12 e a Fig. IV.13 apresentam respectivamente a evolução da produtividade das usinas hidrelétricas de Furnas e Ilha Solteira durante o período crítico.

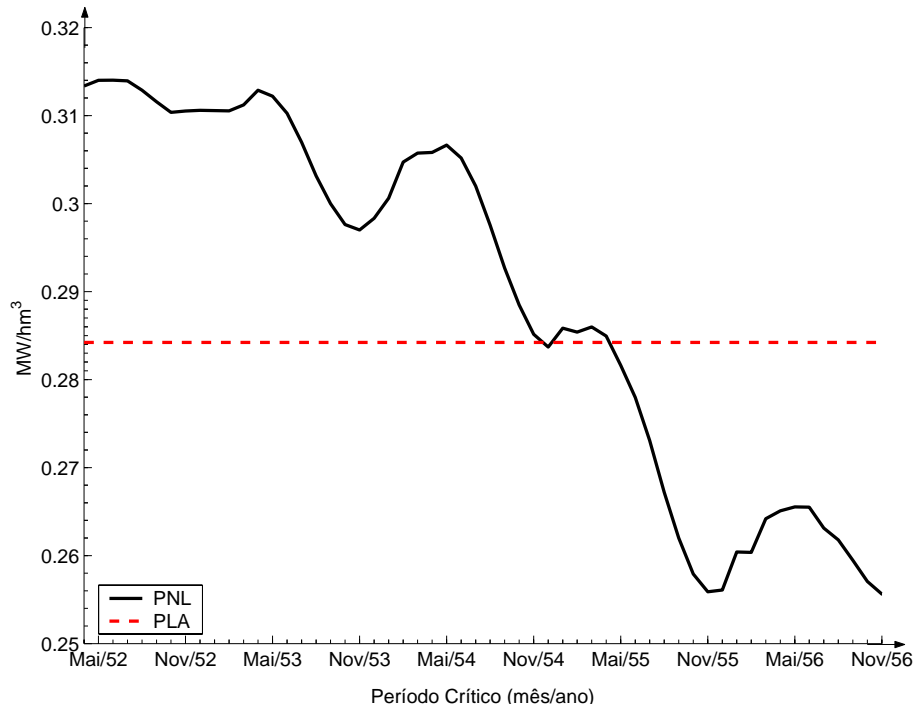


Figura IV.12: Produtividade da usina de Furnas durante o período crítico.

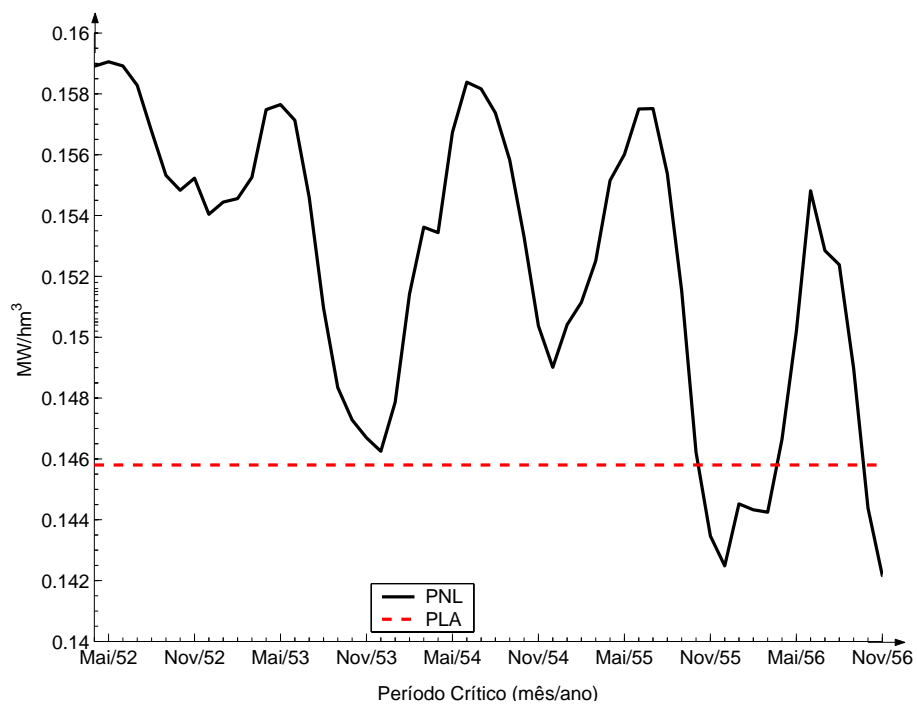


Figura IV.13: Produtividade da usina de Ilha Solteira durante o período crítico.

Enquanto o modelo de **PLA** apresenta a produtividade constante, a produtividade real das usinas identificadas pela metodologia proposta apresenta grande variação. Observa-se ainda que durante grande parte do período crítico a produtividade da usina de Ilha Solteira permanece com valores superiores aos apresentados pela metodologia de **PLA**. Isto pode também enfatizar a eficácia da capacidade de regulação do sistema a montante desta usina, trazendo grandes benefícios à sua função de produção de energia, ou seja, elevando a sua produtividade a um patamar mais alto.

A Fig. IV.14 apresenta a evolução da produtividade da usina hidrelétrica de Tucuruí durante o período crítico. Esta usina recebe um tratamento para a sua produtividade dentro do processo de otimização. É realizado o cálculo não linear da sua produtividade de forma que ao final do processo iterativo, toma-se o valor da produtividade de cada estágio de planejamento como sendo o valor final de produtividade de cada mês na usina.

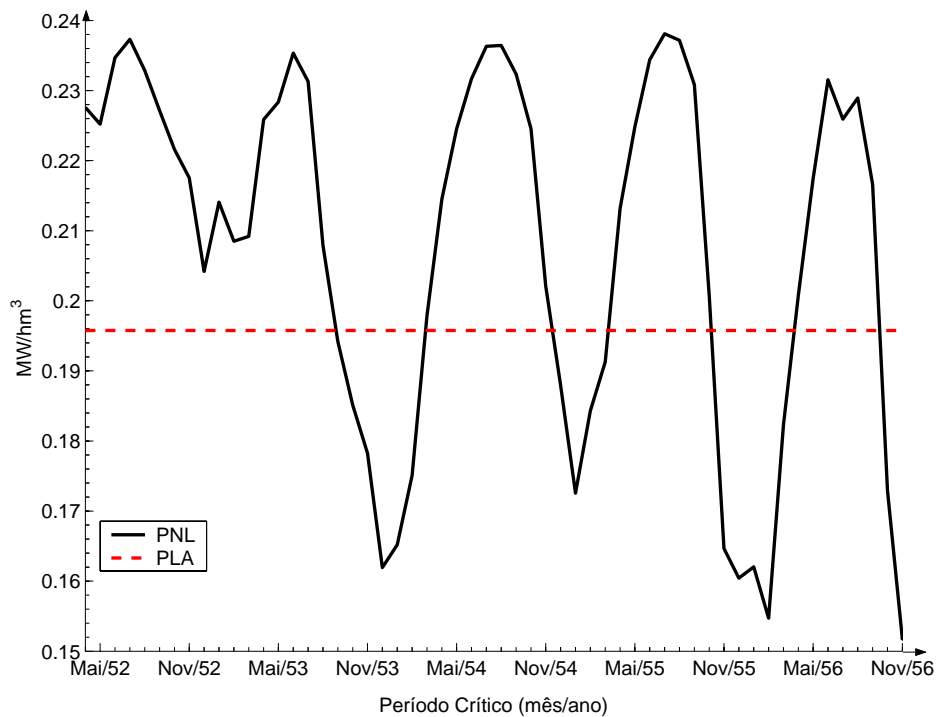


Figura IV.14: Produtividade da usina de Tucuruí durante o período crítico.

A Tabela IV.3 mostra os valores da energia firme individualizada para algumas usinas do **SIN** e o seu percentual em relação à energia firme global mostrada na Tabela IV.1. A diferença no percentual de contribuição da Energia Firme individualizada tem impacto direto sobre o *Certificado de Energia Assegurada (CEA)* atribuída a cada uma das usinas hidrelétricas. Os resultados da energia firme individualizada são diferentes para as duas metodologias, conforme era esperado.

A Tabela D.1 no Apêndice D apresenta a energia firme individualizada para as metodologias de *Programação Não Linear (PNL)* e de *Programação Linear com Ajustes Alternados (PLA)* das usinas hidrelétricas do sistema. Identifica-se que a adoção de uma metodologia poderá ser benéfica para uma usina hidrelétrica em detrimento de

Tabela IV.3: Energia Firme Individualizada para algumas usinas hidrelétricas do sistema.

Usina	PLA		PNL	
	EF _i (MW)	EF _i (%)	EF _i (MW)	EF _i (%)
Camargos	18,34	0,043	14,80	0,035
Furnas	524,33	1,232	527,32	1,230
Ilha Solteira	1708,80	4,014	1775,80	4,143
Itaipu	7582,60	17,812	7637,90	17,818
Marimbondo	580,33	1,363	582,43	1,359
P. Afonso-Moxotó	2382,40	5,596	2436,00	5,683
Tucuruí	3883,20	9,122	3911,10	9,124
Xingó	2524,80	5,931	2608,30	6,085

outra. No entanto, a metodologia proposta é a que tem a melhor representação do modelo real do sistema.

IV.3 Análise do Impacto da Entrada de Novas Usinas na Energia Firme

Esta seção apresenta os resultados obtidos com o modelo não linear dos estudos de casos considerando a entrada de uma e duas novas usinas hidrelétricas no SIN a partir da versão do conjunto de dados apresentados na seção IV.2. A análise é realizada para determinação do impacto na energia firme, primeiramente devido à inclusão no sistema da usina de Estreito Tocantins, e em seguida, considera-se a entrada simultânea das usinas hidrelétricas de Estreito Tocantins e Peixe Angical.

IV.3.1 Entrada da Usina de Estreito Tocantins

A usina de Estreito Tocantins, localizada no rio Tocantins opera a fio d'água e possui potência instalada de 1087,2 MW. A sua inclusão no sistema faz com que o SIN, seja composto por 108 plantas hidráulicas. A Tabela IV.4 apresenta o panorama do sistema atual e o sistema com a implantação da usina de Estreito Tocantins (EST-TO).

Tabela IV.4: Inclusão da Usina de Estreito Tocantins no SIN.

Sistema	Nº de Usinas	PG _{max} (GW)
Atual	107	79,50
C/ EST-TO	108	80,59

Observa-se um aumento no número de variáveis hidráulicas que pode ser computado através de (III.2a), totalizando 362 mil e 880 variáveis. Portanto, empregando (III.2b), obtém-se 363 mil e 721 variáveis englobadas no problema. O acréscimo de uma usina hidrelétrica no problema significa um aumento total de 3 mil e 360 variáveis de origem hidráulica.

A energia firme global do SIN e o período crítico são obtidos através de uma única simulação da plataforma computacional proposta. A partir destes resultados, a energia firme individualizada e a evolução da energia armazenada no SIN são obtidas. A Tabela IV.5 mostra um comparativo dos resultados das simulações realizadas com o modelo empregando o SIN e o mesmo com o acréscimo da usina de Estreito Tocantins. Adicionalmente, nota-se que não houve um aumento significativo no tempo computacional.

Tabela IV.5: Resultados SIN com a Inclusão da Usina de Estreito Tocantins.

Item	Sistema Atual	Sistema C/ EST-TO
Energia Firme Global do SIN (MW)	42866,59	43563,71
Período Crítico	Mai/1952 a Novembro/1956	Abril/1951 a Novembro/1956
Tempo de Simulação	1h26min	1h36min

A Fig. IV.15 apresenta a geração hidráulica da usina de Estreito Tocantins. Observa-se na geração desta usina uma condição sazonal bastante equilibrada.

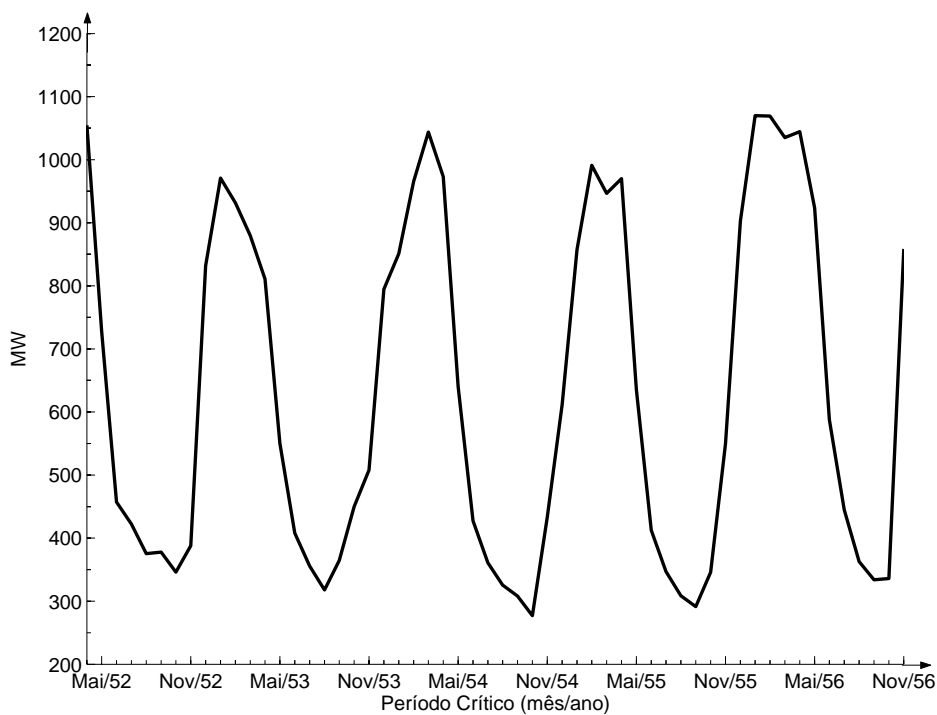


Figura IV.15: Geração de Estreito Tocantins durante o Período Crítico.

A energia firme individualizada da usina de Estreito Tocantins é de 605,85 MW (1,41%).

IV.3.2 Entrada das Usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical

A usina de Peixe Angical, localizada no rio Tocantins possui potência instalada de 452,1 MW. A inclusão das usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical no sistema faz com que o **SIN**, seja composto por 109 plantas hidráulicas. A Tabela IV.6 apresenta o panorama do sistema atual e o sistema com a implantação das usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical.

Tabela IV.6: Inclusão das Usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical no SIN.

Sistema	Nº de Usinas	PG_{max} (GW)
Atual	107	79,50
C/ adição das usinas	109	81,04

Observa-se um aumento no número de variáveis hidráulicas que pode ser computado através de (III.2a), totalizando 366 mil e 240 variáveis. Portanto, empregando (III.2b), obtém-se 367 mil e 81 variáveis englobadas no problema.

A energia firme global do **SIN** e o período crítico são obtidos através de uma única simulação da plataforma computacional proposta. A partir destes resultados, a energia firme individualizada e a evolução da energia armazenada no **SIN** são obtidas. A Tabela IV.7 mostra um comparativo dos resultados das simulações realizadas com o modelo empregando o **SIN** e o mesmo com o acréscimo simultâneo das usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical. Novamente, nota-se que não houve um aumento significativo no tempo computacional.

Tabela IV.7: Resultados SIN com a Inclusão das Usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical.

Item	Sistema Atual	Sistema c/ adição das usinas
Energia Firme Global do SIN (MW)	42866,59	43890,28
Período Crítico	Maio/1952 a Novembro/1956	Abril/1951 a Novembro/1956
Tempo de Simulação	1h26min	1h42min

A energia firme individualizada das usinas de Estreito Tocantins e Peixe Angical são de 606,75 MW (1,42%) e 305,94 MW (0,71%), respectivamente.

IV.4 Análise Descentralizada por Bacias Hidrográficas

Foram realizadas simulações adicionais utilizando o mesmo conjunto de dados apresentado na seção IV.2. No entanto, nestas simulações foram consideradas o sistema descentralizado por bacias hidrográficas e com cenário de 70 anos desde o mês de janeiro de 1931, utilizando discretização mensal. O SIN, nesta configuração, foi decomposto nas bacias do rio Paraná, rio Uruguai, do Atlântico Leste, do Atlântico Sudeste, do Atlântico Norte e Nordeste, do rio São Francisco, do rio Tocantins, e do rio Amazonas.

A energia firme global do SIN e o período crítico são obtidos através de uma simulação para cada uma das bacias adotadas. A partir destes resultados, a energia firme individualizada e a evolução da energia armazenada para cada uma das bacias do SIN são obtidas. Na Tabela IV.8 são apresentados os resultados das simulações realizadas com o modelo proposto para todas as bacias empregadas. A soma da energia firme de cada bacia individualmente é somada de forma a obter uma energia firme total do SIN.

Tabela IV.8: Resultados por Bacias Hidrográficas.

Bacia Hidrográfica	Número de Usinas	D(MW)	D(%)	Período Crítico
Rio Paraná	57	24277,31	63,03	4/1952 a 11/1956
Rio Uruguai	6	868,05	2,25	3/1944 a 7/1945
Atlântico Leste	24	1049,28	2,72	4/1931 a 10/1956
Atlântico Sudeste	7	426,86	1,11	10/1942 a 7/1945
Atlântico Norte e Nordeste	1	113,72	0,30	4/1961 a 11/1963
Rio São Francisco	6	6747,85	17,52	5/1952 a 11/1999
Rio Tocantins	4	5033,07	13,07	6/1949 a 10/1956
Rio Amazonas	2	41,40	0,11	5/1998 a 10/1998
TOTAL	107	38516,14	100,00	— —

Conforme esperado, foi obtida uma redução na energia firme global quando comparada com a simulação realizada de forma integrada de 4350,45 MW, o que representa uma redução percentual de 10,15%. Esta diferença é observada tanto nas usinas a fio d'água quanto nas usinas com reservatório. Portanto, é consideravelmente significativo o impacto causado pela coordenação centralizada no cálculo da energia firme de um

sistema. Neste sentido, se faz necessário empregar uma metodologia centralizada que provenha maiores benefícios para o sistema como todo.

Em relação ao período crítico, as simulações encontraram variações nos períodos, conforme era esperado. Isto ocorre devido à localização das usinas em diferentes bacias hidrográficas e assim, estas possuem diferentes períodos e comportamentos hidrológicos provocando esta diferenciação. A operação interligada transfere energia de uma bacia a outra realizando uma regularização global.

Capítulo V

Conclusões

V.1 Considerações Gerais

Esta dissertação apresentou uma aplicação do *Método Primal-Dual de Pontos Interiores* (MPI) para o cálculo da energia firme do *Sistema Interligado Nacional Brasileiro* (SIN). A metodologia utilizada permitiu a representação individualizada das usinas hidrelétricas considerando as não linearidades das funções de produtividade. Os resultados mostram a importância da representação não linear das funções de produção hidrelétrica no cálculo da energia firme e os seguintes aspectos podem ser destacados:

- O modelo matemático proposto para a modelagem do problema de cálculo da energia firme mostrou-se bastante abrangente na representação dos vários componentes que compõem o sistema hidrelétrico de geração.
- As estimativas das metas de geração são dimensionadas adequadamente ao empregar uma metodologia com maiores detalhamentos do sistema.
- O armazenamento de água nas usinas hidrelétricas tornou-se mais eficiente com a metodologia proposta devido a representação da variação da produtividade das usinas.
- O valor da energia firme encontrado pela metodologia proposta é maior que o valor encontrado pela modelagem linear seqüencial tendo em vista a modelagem mais realista do sistema.
- A energia firme das usinas hidrelétricas sinaliza de forma mais correta a distribuição da energia assegurada conduzindo a um rateio mais justo.
- A resolução do problema em um único passo propicia benefícios oriundos da operação coordenada do SIN. A capacidade de regularização de uma usina ou depende da comparação entre o tamanho de seu reservatório e a magnitude da

afluência que este recebe. Assim, a capacidade de regularização afeta o comportamento da usina, quando operada em conjunto com outras usinas, visto que a operação descentralizada fornece valores de energia firme significativamente inferiores aos valores apresentados através da operação centralizada.

- O deplecionamento dos reservatórios é dependente da magnitude da afluência de cada usina. Quanto maiores as afluências, maiores são os deplecionamentos nas usinas escolhidas pela ferramenta computacional para regular suas afluências.
- A implementação do modelo em uma linguagem computacional robusta permitiu a estruturação do problema que se encontra preparado para sofrer alterações em seus componentes. A alteração de componentes como, por exemplo, o método de cálculo da direção de caminhada do algoritmo de otimização, pode ser feita diretamente através do arquivo de entrada de dados para a determinação da nova operação.
- Outro componente importante no modelo, com essa facilidade de modificação, é a análise do impacto da implantação de novas usinas hidrelétricas no sistema que agrega valor comercial à plataforma computacional desenvolvida. Observou-se impactos significativos da entrada de usinas nos valores de energia firme total e de energia firme individualizados ao SIN.

V.2 Desenvolvimentos Futuros

A complexidade da metodologia proposta exigiu a utilização de técnicas de esparsidade para a solução do sistema de equações. Uma sugestão para a continuidade deste trabalho seria a de se adicionar, ao modelo de otimização, componentes que melhorassem sua eficiência computacional, pois este tempo computacional poderá ser reduzido através da utilização de técnicas orientadas a objetos e rotinas de fatoração mais específicas. No entanto, o tempo atual não é fator impeditivo para a utilização da técnica proposta.

Adicionalmente, os efeitos não lineares provocados pela evaporação, irrigação, e perdas hidráulicas podem ser melhor explorados afim de tornar a análise do cálculo da energia firme ainda mais completa. Nota-se ainda que a inclusão destas considerações não é um fator impeditivo na utilização da metodologia adotada.

Tendo em vista que o modelo computacional desenvolvido fornece os coeficientes de Lagrange relativos ao problema, eventualmente, estes poderão ser melhor investigados, no sentido de fornecer uma importante ferramenta no auxílio da análise de índices de desempenho do sistema.

A metodologia proposta poderá ser investigada para realizar a individualização das decisões geradas no processo de simulação da operação utilizado no modelo *Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Interligados (NEWAVE)* de

forma análoga ao modelo *Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subistemas Hidrotérmicos Interligados (SUSHI-O)*, em que a geração hidráulica por série hidrológica poderá ser desagregada.

Referências Bibliográficas

- [1] M. Tolmasquim, A. Guerreiro, J. Azevedo, A. Junior, C. Velloso, J. Marreco, R. Oliveira, and V. Neto, *Mercado de energia elétrica: 2006-2015*. Rio de Janeiro: EPE/MME, 2005, vol. 1.
- [2] L. A. M. Fortunato, T. A. A. Neto, J. C. R. Albuquerque, and M. V. F. Pereira, *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*. Niterói-RJ, Brasil: EDUFF, 1990.
- [3] G. P. Schreiber, *Usinas Hidrelétricas*. São Paulo: Edgard Blüncher, 1977.
- [4] A. L. M. Marcato, “Representação híbrida de sistemas equivalentes e individualizados para o planejamento da operação de médio prazo de sistemas de potência de grande porte,” Ph.D. dissertation, Pontifícia Universidade Católica do Rio De Janeiro, 2002.
- [5] N. V. Arvanitidis and J. Rosing, “Composite representation of multireservoir hydroelectric power system,” *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, no. 2, pp. 319–326, 1970.
- [6] T. A. A. Neto, C. Cotia, M. V. F. Pereira, and J. Kelman, “Comparison of stochastic and deterministic approaches in hydrothermal generation scheduling,” in *IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems*, Rio de Janeiro, July 1985, pp. 201–206.
- [7] T. C. Marques, “Uma política operativa a usinas individualizadas para planejamento da operação energética do sistema interligado nacional,” Ph.D. dissertation, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Campinas, SP, Dezembro 2006.
- [8] L. Martinez and S. Soares, “Comparison between closed-loop and partial open-loop feedback control policies in long term hydrothermal scheduling,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 330–336, 2002.
- [9] M. Maceira and L. Xavier, “Aprimoramento na metodologia para cálculo da energia assegurada,” in *Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - XIX SNPTEE*, no. GPL-07, Rio de Janeiro, RJ, 2007.
- [10] D. Bertsekas, *Dynamic Programming: Deterministic and Stochastic Models*. Englewoods Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall, 1987, vol. 1.

- [11] M. G. Andrade, T. G. Sirqueira, and S. Soares, “A influência da estocasticidade das vazões no planejamento da operação de sistemas hidrelétricos,” *CBA - XVI Congresso Brasileiro de Automática*, pp. 583–588, 2006.
- [12] V. Yevjevich, *Structural Analysis of Hydrologic Time Series*. Fort Collin: Colorado State University, 1972.
- [13] T. C. Marques, M. A. Cicogna, and S. Soares, “Planejamento da operação energética através da otimização das principais usinas com reservatório de acumulação do sin,” *X SEPOPE*, no. SP-108, 2006.
- [14] T. Siqueira, S. Soares, and M. G. Andrade, “Analysis of inflow modeling in stochastic dynamic programming for long term hydrothermal scheduling,” in *VI Latin American Congress Electricity Transport and Generation - CLAGTEE*, 2005, pp. 1–7.
- [15] D. Mendes and E. Santana, “Regulatory and economic issues regarding the submarkets in the brazilian electricity industry,” in *IEEE Power Tech Conference Proceedings*, vol. 3, Bologna, 2003, p. 6.
- [16] M. P. Soares and A. L. M. Marcato, “Otimização linear sequencial para cálculo de energia firme das usinas hidrelétricas do sistema interligado nacional,” *CBA - XVI Congresso Brasileiro de Automática*, pp. 1962–1967, 2006.
- [17] E. Hreinsson and L. Barroso, “Defining optimal production capacity in a purely hydroelectric power system,” in *International IEEE DRPT 2004 Conference*, vol. 1, Hong Kong, April 2004, pp. 178–183.
- [18] M. E. P. Maceira, “Manual de referência do modelo newave - modelo estratégico de geração hidrotérmica a subsistemas equivalentes,” Centro de Pesquisas em Energia Elétrica - CEPEL - Grupo Eletrobrás, Rio de Janeiro, Relatório Técnico 23/2002, 2002.
- [19] M. E. P. Maceira, V. S. Duarte, R. M. Marcato, A. L. M. Marcato, and V. M. da Costa, “Comparação entre abordagens estocástica e determinística no planejamento da operação de médio prazo de sistemas hidrotérmicos interligados,” *XVII SNPTEE*, no. GOP-03, 2003.
- [20] M. V. F. Pereira and L. M. V. G. Pinto, “Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: A decomposition approach,” *Water Resources Research*, vol. 21, no. 6, pp. 779–792, 1985.
- [21] M. de Minas e Energia, “Portaria nº 303,” Diário Oficial da União, 18 DE NOVEMBRO 2004.
- [22] A. C. M. de Araújo, “Comercialização de energia elétrica para os consumidores finais no novo modelo,” Master’s thesis, Faculdade de Engenharia - Mestrado em Engenharia de Produção - Universidade Federal Fluminense, Niterói, Setembro 2001.
- [23] M. de Minas e Energia, “Decreto nº 3.653/2000,” Diário Oficial da União, 07 DE NOVEMBRO 2000.

- [24] C. F. Szczerbacki, “Formação de preços de energia elétrica para o mercado brasileiro,” Master’s thesis, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio De Janeiro, Rio de Janeiro, Março 2007.
- [25] J. Kelman, R. Kelman, and M. V. F. Pereira, “Energia firme de sistemas hidrelétricos e usos múltiplos dos recursos hídricos,” *RBRH - Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, vol. 9, no. 1, pp. 189–198, Jan/Mar 2004.
- [26] M. P. Soares, “Otimização linear para o cálculo da energia firme de usinas hidrelétricas utilizando programação orientada a objetos,” Monografia submetida ao Departamento de Energia Elétrica, Juiz de Fora – MG, Dezembro 2004.
- [27] D. Mendes, E. Santana, I. Camargo, C. Andrade, and H. Nunes, “Modelling issues of the brazilian market design,” in *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, vol. 1, 2003, pp. 447–452.
- [28] I. Camargo and D. Mendes, “Risk responsibility for supply in the brazilian energy market,” in *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, vol. 1, 2003, pp. 520–524.
- [29] E. T. Faria, “Aplicação de teoria dos jogos à repartição da energia firme de um sistema hidrelétrico,” Master’s thesis, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.
- [30] J. Villar and H. Rudnick, “Hydrothermal market simulator using game theory: assessment of market power,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 1, pp. 91–98, Feb. 2003.
- [31] B. F. Hobbs, M.-C. Hu, J. G. Inon, S. E. Stoft, and M. P. Bhavaraju, “A dynamic analysis of a demand curve-based capacity market proposal: The pjm reliability pricing model,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 3–14, Feb. 2007.
- [32] J. T. Payne, A. W. Wood, A. F. Hamlet, R. N. Palmer, and D. P. Lettenmaier, “Mitigating the effects of climate change on the water resources of the columbia river basin,” *Climatic Change*, vol. 62, no. 1-3, pp. 233–256, January 2004.
- [33] P. Cramton and S. Stoft, “Comlumbia firm energy market,” *Proceedings of the 40th Hawaii International Conference on System Sciences*, 2007.
- [34] M. E. P. Maceira, L. A. Terry, F. S. Costa, J. M. Damázio, and A. C. G. Melo, “Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the brazilian system,” in *14th Power Systems Computation Conference*, Sevilla - Spain, June 2002.
- [35] M.E.P.Maceira and S.H.F.Cunha, “Simulating the energy generation of interconnect hydro-thermal systems - suishi model,” in *XIII Brazilian National Seminar on Electrical Power Production and Transmission -SNPTEE*, Balneário de Camboriú, Brazil, October 1995.

- [36] G. G. C. do Planejamento de Sistemas Elétricos/Centrais Elétricas Brasileiras S.A., “Critérios e procedimentos para o planejamento da expansão da geração,” Eletrobrás - Centrais Elétricas Brasileiras S.A., Rio de Janeiro, Relatório Técnico, Dezembro 1999.
- [37] E. C. E. B. S.A., “Manual de inventários hidrelétrico de bacias hidrográficas da eletrobrás,” Eletrobrás - Centrais Elétricas Brasileiras S.A., Rio de Janeiro, Relatório Técnico, 1997.
- [38] S. Granville, “Optimal reactive dispatch through interior point methods,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 1, pp. 136–146, February 1994.
- [39] V. H. Quintana, G. Torres, and J. Medina-Palomo, “Interior-point methods and their applications to power systems: a classification of publications and software codes,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 170–176, 2000.
- [40] R. M. Marcato, “Redistribuição Ótima em patamares de carga da geração mensal de usinas hidrelétricas,” Master’s thesis, Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro - RJ, Brasil, Janeiro 2007.
- [41] R. J. Vanderbei, “Loqo user’s manual - version 3.10,” Princeton University, Princeton, New Jersey, Technical Report SOR-97-08, 1997.
- [42] ———, “LOQO: An interior point code for quadratic programming,” *Optimization Methods and Software*, vol. 11, pp. 451–484, 1999. [Online]. Available: citeseer.ist.psu.edu/252949.html
- [43] S. J. Wright, *Primal-dual Interior-point Methods*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997.
- [44] C. de Comercialização de Energia Elétrica CCEE, “Comercialização de energia - download do deck de preços,” acesso em: 20 de fevereiro de 2008. [Online]. Available: http://www.ccee.org.br/StaticFile/Arquivo/biblioteca_virtual/Precos/NW200601.zip
- [45] Z. de Souza, R. D. Fuchs, and A. H. M. Santos, *Centrais Hidro e Termelétricas*. São Paulo: Edgard Blücher, 1983.
- [46] A. S. A. Encina, “Despacho Ótimo de unidades geradoras em sistemas hidrelétricos via heurística baseada em relaxação lagrangeana e programação dinâmica,” Ph.D. dissertation, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Campinas, SP, 2006.

Apêndice A

Funções de Produção de Energia Elétrica

A dedução da expressão matemática que representa a função de geração de uma unidade geradora hidrelétrica começa a partir da energia potencial armazenada no reservatório. Segundo [2][45], a variação desta energia potencial em relação à variação da massa de água no reservatório como em (A.1).

$$d\varepsilon_p = dm \cdot g \cdot h \quad (\text{A.1})$$

Onde,

$d\varepsilon_p$ Representa a variação incremental na energia potencial [J];

dm Representa a variação incremental da massa de água armazenada no reservatório [kg];

g Representa a aceleração da gravidade [m/s^2].

A variação da massa d'água é convertida em variação de volume através de (A.2).

$$\rho_{H_2O} = m/v \quad (\text{A.2})$$

Onde,

ρ_{H_2O} Representa o peso específico da água [kg/m^3];

m Representa a massa d'água [kg];

v Representa o volume [m^3].

Portanto, uma relação incremental pode ser obtida de (A.2), resultando em (A.3).

$$dm = \rho_{H_2O} \cdot dv \quad (A.3)$$

Onde,

dv Representa a variação incremental de volume de água armazenado no reservatório [m^3].

Substituindo (A.3) em (A.1), obtem-se (A.4)

$$d\varepsilon_p = \rho_{H_2O} \cdot dv \cdot g \cdot h \quad (A.4)$$

A variação da energia potencial em um intervalo de tempo infinitesimal provoca uma variação de volume de água num intervalo de tempo igualmente infinitesimal, tal como em (A.5).

$$d\varepsilon_p/dt = \rho_{H_2O} \cdot dv/dt \cdot g \cdot h \quad (A.5)$$

Onde,

$d\varepsilon_p/dt$ Representa a variação da energia potencial em um intervalo de tempo [J/s];

dv/dt Representa a variação do volume de água em um intervalo de tempo [m^3/s].

A partir de (A.5), define-se respectivamente (A.6) e (A.7) como a potência gerada e a vazão de água.

$$p = d\varepsilon_p/dt \quad (A.6)$$

$$q = dv/dt \quad (A.7)$$

$$(A.8)$$

Onde,

- p Representa a potência gerada [$J/s = W$];
- q Representa a vazão de água [m^3/s].

Substituindo-se (A.6) e (A.7) em (A.5) obtém-se (A.9)

$$p_b = \rho_{H_2O} \cdot q \cdot g \cdot h \quad (\text{A.9})$$

Onde,

- p_b Representa a potência bruta gerada [W].

A potência bruta (p_b) é expressa por (A.9) e está associada com uma determinada vazão d'água turbinada q desde uma altura de queda h . A condução d'água até a turbina é feita através de túneis ou sistema de dutos. Devido à fricção d'água no sistema de adução verificam-se perdas expressas em termos de altura de queda. A altura de queda líquida é definida como sendo a diferença entre a altura de queda bruta e a perda hidráulica no canal de adução e é representada por (A.10).

$$h_l = h - h_{ph} \quad (\text{A.10})$$

Onde,

- h_l Representa a altura de queda líquida [m];
- h_{ph} Representa a altura de perdas hidráulicas [m].

A perda hidráulica refere-se à redução da energia potencial pelo atrito da água ao escoar no interior do conduto forçado e caixa espiral. Esta perda é calculada levando-se em conta dados referentes ao comprimento, diâmetro, curvas, rugosidade das paredes internas do conduto forçado e da caixa espiral [3],[46]. Nesta dissertação, as perdas hidráulicas são abatidas diretamente da altura de queda bruta e são consideradas constantes em relação à vazão turbinada.

A transformação da potência hidráulica em potência mecânica é realizada pela turbina e essa transformação depende da vazão turbinada q , da altura de queda líquida h_l , e da eficiência η_t dessa transformação. Assim pode-se obter a expressão matemática para a potência mecânica desenvolvida pela turbina como em (A.11)

$$p_m = \rho_{H_2O} \cdot q \cdot g \cdot h_l \cdot \eta_t \quad (\text{A.11})$$

Onde,

p_m Representa a potência mecânica na turbina hidráulica [W];

η_t Representa a eficiência da transformação da energia potencial em energia mecânica, ou o rendimento da turbina [%].

O gerador elétrico está acoplado mecanicamente ao eixo da turbina hidráulica nas instalações da usina hidrelétrica, este transforma a energia mecânica em energia elétrica. Essa transformação depende da eficiência do gerador, e está relacionada em (A.12).

$$p_e = \eta_g \cdot p_m \quad (\text{A.12})$$

Onde,

p_e Representa a potência elétrica gerada [W];

η_g Representa a eficiência da transformação da energia mecânica em energia elétrica, ou o rendimento do gerador [%].

Substituindo-se (A.11) na equação em (A.12) obtemos a expressão matemática da potência produzida por uma unidade geradora hidrelétrica, expressa por (A.13).

$$p_e = \rho_{H_2O} \cdot q \cdot g \cdot h_l \cdot \eta_t \cdot \eta_g \quad (\text{A.13})$$

São conhecidos os valores do peso específico da água e da aceleração da gravidade, respectivamente, $\rho_{H_2O} = 1000 \text{kg/m}^3$ e $g = 9,81 \text{m/s}^2$. Portanto, obtém-se (A.14), expressão da potência gerada em mega Watts, dividindo-se (A.13) por $1 \cdot 10^{-6}$.

$$PG = 9,81 \cdot 10^{-3} \cdot q \cdot h_l \cdot \eta_t \cdot \eta_g \quad (\text{A.14})$$

Onde,

PG Representa a potência elétrica gerada [MW].

Finalmente, pode-se dizer que simplificadaamente, a energia elétrica gerada por uma usina hidrelétrica é o produto da vazão turbinada (q), da altura de queda líquida (h_l) e da produtividade específica da usina (ρ_{sp}), como em (A.15).

$$PG = \rho_{sp} \cdot q \cdot h_l \quad (\text{A.15})$$

Onde (ρ_{sp}) representa a produtividade específica da usina, e é expressa por (A.16), em que é o produto do rendimento conjunto turbina-gerador de cada usina hidrelétrica pela ação da gravidade ($g = 9,81m/s^2$). A unidade da produtividade específica da usina é expressa em $[MW \cdot s/(hm^3 \cdot m)]$.

$$\rho_{sp} = 9,81 \cdot 10^{-3} \cdot \eta_t \cdot \eta_g \quad (\text{A.16})$$

Apêndice B

Correção das Cotas do Canal de Fuga

Os coeficientes do *Polinômio Vazão-Nível Jusante (PVNJ)* foram produzidos ajustando-se um modelo sobre um conjunto de vazões defluentes para as quais se conhece o nível de jusante correspondente [40].

Como as cotas dos níveis de jusante das usinas hidrelétricas do *Sistema Interligado Nacional Brasileiro (SIN)* são representadas através de polinômios de 4º grau, pode ocorrer uma cota negativa para grandes volumes defluentes em períodos favoráveis. A Fig. B.1 mostra o comportamento do polinômio da usina hidrelétrica de Xingó quando o nível de volume defluente é alto. Nestes casos torna-se necessário corrigir o polinômio (curva tracejada) a fim de retratar o real comportamento da cota do canal de fuga, ou seja, a partir de uma certa quantidade de volume, a água se espalha e transborda do leito do rio à jusante [40].

Da Fig. B.1 observa-se que a cota do canal de fuga aumenta à medida que o volume defluente aumenta. A partir de um nível de vazão de aproximadamente $6000m^3/s$, na curva de linha contínua do PVNJ, a cota começa a decrescer segundo a equação polinomial. Portanto, verifica-se que a partir deste ponto o polinômio não é mais válido e então a curva é ajustada e ganha um novo perfil, de maneira que a cota do canal de fuga permaneça constante.

A Fig. B.2 mostra a mesma representação do PVNJ para a usina de Sobradinho. Pode-se observar o mesmo comportamento a partir de um nível de vazão de aproximadamente $14000m^3/s$. E da mesma forma, verifica-se não conformidade do PVNJ a partir deste ponto e então a curva é ajustada e ganha um novo perfil, de maneira que a cota do canal de fuga permaneça constante.

Este processo é realizado em todas as usinas hidrelétricas para verificação do limite da cota do canal de fuga das mesmas.

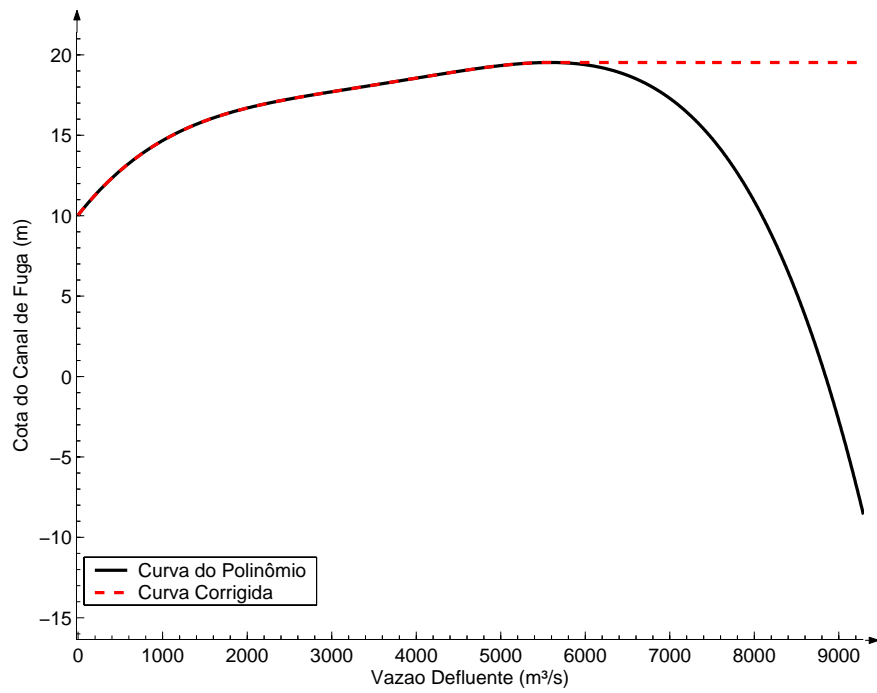


Figura B.1: Exemplo da correção da cota do canal de fuga da usina Xingó.

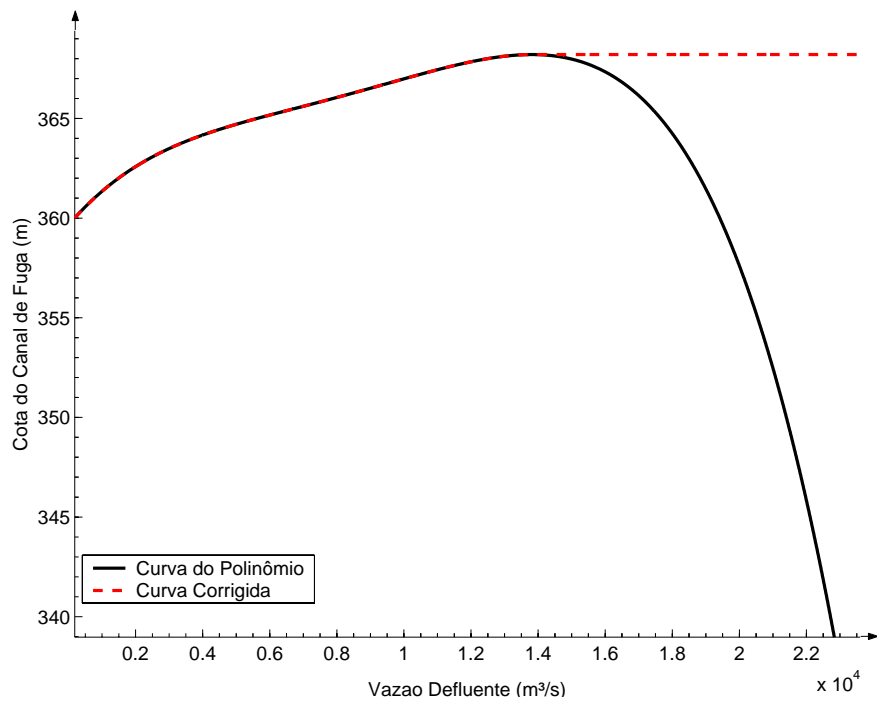


Figura B.2: Exemplo da correção da cota do canal de fuga da usina Sobradinho.

Apêndice C

Caracterização do Período Crítico

A energia armazenada no sistema hidrelétrico reflete a quantidade de energia produzida através do completo esvaziamento dos reservatórios que compõem o sistema a partir da condição de operação em que o mesmo se encontra.

De maneira análoga, calcula-se a energia armazenada máxima em um dado sistema considerando que esta mede a capacidade total de armazenamento do conjunto de reservatórios do sistema. O cálculo da energia armazenada é realizado adotando-se a idéia de que a água utilizada para gerar energia em uma usina de cabeceira atravessará todo o trecho do rio e, portanto, admite-se que esta água irá gerar energia em todas as usinas à jusante.

Então, o modelo para o cálculo da energia armazenada de uma usina é primeiramente baseado na definição da produtividade acumulada. Esta é a soma da produtividade da própria usina e as produtividades de todas as usinas à jusante até o final da cascata hidráulica, como mostrado em (C.1).

$$\rho_{iacu}^t = \sum_{j \in J_i} \rho_j \quad (C.1)$$

Onde,

ρ_{iacu}^t Representa a produtividade acumulada da usina i , no estágio t ;

J_i Representa o conjunto composto pela usina i e todas as usinas à jusante da usina i na cascata hidráulica.

Já as usinas a fio d'água não possuem energia armazenada visto que estas não possuem reservatório e seu volume armazenado útil definido em (C.2) é igual à zero, ou seja, apenas as usinas com reservatório possuem contribuição para a energia armazenada do sistema.

$$VU_i = V_{i_{\max}} - V_{i_{\min}} \quad (C.2)$$

Onde,

VU_i Representa o volume útil no reservatório da usina i [$hm^3/mês$];

A energia armazenada de uma usina é definida através de (C.3) e é calculada pelo produto do volume útil de operação da usina pela sua produtividade acumulada.

$$EA_i^t = (V_i^t - V_{i_{\min}}) \cdot \rho_{iacu}^t \quad (C.3)$$

Onde,

EA_i^t Representa a energia armazenada da usina i , no estágio t [MW].

A partir da energia armazenada de uma usina define-se a energia armazenada do sistema como sendo a soma dos produtos do volume armazenado de cada usina com reservatório pela sua produtividade acumulada, ou seja, a soma das energias armazenadas de todas as usinas do sistema, como é apresentada em (C.4).

$$EA^t = \sum_{i=1}^{NP} (V_i^t - V_{i_{\min}}) \cdot \rho_{iacu}^t \quad (C.4)$$

Onde,

EA^t Representa a energia armazenada do sistema no estágio t [MW].

A energia armazenada é utilizada para que se possa realizar a identificação do período crítico do sistema. Esta etapa é fundamental para o cálculo da energia firme individualizada das usinas hidrelétricas. Neste sentido, o conhecimento da energia armazenada em cada estágio de planejamento do sistema é fundamental para que o período crítico seja determinado. De maneira direta, verifica-se o período crítico através do período compreendido entre o mês de máximo armazenamento do sistema e o mês de máximo deplecionamento do sistema, representados respectivamente por (T_0) e (T_f) , considerando todo o histórico de vazões às usinas hidrelétricas, sem reenchimentos intermediários.

Apêndice D

Resultados Adicionais das Simulações

Neste apêndice serão apresentados os resultados de energia firme de todas as usinas hidrelétricas do *Sistema Interligado Nacional Brasileiro (SIN)*.

Tabela D.1: Resultados de energia firme para a metodologia linear seqüencial e não linear.

Usina	PLA		PNL	
	EF _i (MW)	EF _i (%)	EF _i (MW)	EF _i (%)
A. A. Laydner	50,76	0,119	45,11	0,105
A. S. Lima	54,19	0,127	52,49	0,122
A. S. Oliveira	13,02	0,031	10,00	0,023
A. Vermelha	659,25	1,549	704,06	1,642
Aimorés	155,94	0,366	162,49	0,379
Barra Bonita	40,37	0,095	38,36	0,089
Barra Grande	418,54	0,983	407,07	0,950
Billings	0,00	0,000	0,00	0,000
Boa Esperança	131,73	0,309	129,37	0,302
Cach. Dourada	414,01	0,973	413,46	0,965
Caconde	28,81	0,068	23,23	0,054
Camargos	18,34	0,043	14,80	0,035
Campos Novos	407,68	0,958	400,81	0,935
Cana Brava	319,99	0,752	317,59	0,741
Candongá	57,00	0,134	52,15	0,122
Canoas I	62,90	0,148	57,05	0,133
Canoas II	51,92	0,122	46,41	0,108
Capim Branco 1	158,95	0,373	152,73	0,356

Continua na próxima página...

Tabela D.1 – Continuação

Usina	PLA		PNL	
	EF _i (MW)	EF _i (%)	EF _i (MW)	EF _i (%)
Capivara	338,38	0,795	334,10	0,779
Chavantes	188,02	0,442	181,34	0,423
Corumbá I	204,66	0,481	214,64	0,501
Corumbá IV	65,37	0,154	60,77	0,142
Curua-Úna	23,46	0,055	18,24	0,043
D. Francisca	111,34	0,262	101,25	0,236
E. Da Cunha	46,31	0,109	39,87	0,093
Emborcação	529,39	1,244	500,66	1,168
Ernestina	0,00	0,000	0,00	0,000
Estreito	454,65	1,068	455,42	1,062
Fontes	58,06	0,136	55,52	0,130
Funil	95,39	0,224	91,24	0,213
Funil-Grande	69,85	0,164	66,04	0,154
Furnas	524,33	1,232	527,32	1,230
G. B. Munhoz	693,15	1,628	663,69	1,548
G. P. Souza	108,29	0,254	101,86	0,238
Guaporé	60,00	0,141	56,90	0,133
Guarapiranga	0,00	0,000	0,00	0,000
Guilman-Amorin	65,37	0,154	60,98	0,142
Henry Borden	214,45	0,504	207,96	0,485
Ibitinga	64,32	0,151	68,12	0,159
Igarapava	126,80	0,298	124,88	0,291
Ilha Pombos	68,85	0,162	65,18	0,152
Ilha Solteira	1708,80	4,014	1775,80	4,143
Irapé	195,65	0,460	193,34	0,451
Itá	959,78	2,255	954,29	2,226
Itaipu	7582,60	17,812	7637,90	17,818
Itaparica	1027,10	2,413	1059,20	2,471
Itapebí	224,10	0,526	221,51	0,517
Itaúba	244,74	0,575	235,76	0,550
Itiquira I	43,73	0,103	39,17	0,091
Itiquira II	66,38	0,156	63,76	0,149
Itumbiara	911,11	2,140	924,68	2,157
Itutinga	25,17	0,059	21,46	0,050
Jacuí	177,53	0,417	169,57	0,396
Jaguará	327,55	0,769	334,72	0,781
Jaguari	12,27	0,029	8,04	0,019
Jauru	76,23	0,179	72,12	0,168
Jordão	0,00	0,000	0,00	0,000
Jupia	914,82	2,149	948,88	2,214
L. N. Garcez	58,73	0,138	54,19	0,126

Continua na próxima página...

Tabela D.1 – Continuação

Usina	PLA		PNL	
	EF _i (MW)	EF _i (%)	EF _i (MW)	EF _i (%)
Lajeado	575,76	1,352	581,39	1,356
Lajes	0,00	0,000	0,00	0,000
M. De Moraes	250,68	0,589	259,13	0,605
Machadinho	687,95	1,616	653,04	1,523
Manso	92,75	0,218	86,11	0,201
Marimbondo	580,33	1,363	582,43	1,359
Mascarenhas	122,30	0,287	121,65	0,284
Miranda	189,39	0,445	188,52	0,440
Monte Claro	77,14	0,181	72,90	0,170
Navanhandava	112,88	0,265	123,26	0,288
Nilo Peçanha	369,00	0,867	375,31	0,876
Nova Ponte	262,88	0,618	249,86	0,583
Ourinhos	29,28	0,069	26,53	0,062
P. Afonso-Moxotó	2382,40	5,596	2436,00	5,683
P. Cavalo	89,61	0,210	80,25	0,187
P. Estrela	51,74	0,122	47,50	0,111
P. Passos	52,26	0,123	60,75	0,142
Paraibuna	45,60	0,107	39,96	0,093
Passo Fundo	154,40	0,363	146,88	0,343
Passo Real	82,27	0,193	75,43	0,176
Picada	23,82	0,056	18,47	0,043
Piraju	42,25	0,099	37,88	0,088
Ponte Pedra	152,24	0,358	148,40	0,346
Porto Colômbia	196,44	0,461	172,62	0,403
Porto Primavera	874,04	2,053	906,57	2,115
Promissão	83,21	0,195	83,51	0,195
Quebra Queixo	69,86	0,164	63,36	0,148
Queimado	90,35	0,212	82,40	0,192
Rosal	27,42	0,064	23,19	0,054
Rosana	196,30	0,461	202,87	0,473
Sá Carvalho	56,39	0,132	52,14	0,122
Salto Caxias	784,79	1,844	816,82	1,905
Salto Grande	76,55	0,180	74,06	0,173
Salto Osório	655,31	1,539	700,24	1,634
Salto Santiago	840,47	1,974	908,59	2,120
Santa Branca	25,86	0,061	19,97	0,047
Santa Clara/MG	27,88	0,065	22,66	0,053
Santa Clara/PR	81,48	0,191	75,68	0,177
São Simão	1172,70	2,755	1248,40	2,912
Segredo	833,12	1,957	823,86	1,922
Serra Mesa	743,15	1,746	725,93	1,693

Continua na próxima página...

Tabela D.1 – Continuação

Usina	PLA		PNL	
	EF_i (MW)	EF_i (%)	EF_i (MW)	EF_i (%)
Sobradinho	507,15	1,191	522,75	1,219
Sobragi	34,36	0,081	30,66	0,072
Taquaruçu	221,24	0,520	215,99	0,504
Três Marias	212,11	0,498	209,41	0,489
Tucuruí	3883,20	9,122	3911,10	9,124
Volta Grande	215,01	0,505	216,38	0,505
Xingó	2524,80	5,931	2608,30	6,085