

Janaína de Andrade Silva

**Modelagem computacional de escoamento sanguíneo em fístulas
arteriovenosas para o processo de hemodiálise**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Doutora em Modelagem Computacional.

Orientador: Prof. D. Sc. Carlos Cristiano Hasenclever
Borges

Coorientador: Prof. D. Sc. José Karam Filho

Juiz de Fora

2017

Ficha catalográfica elaborada através do programa de geração automática da Biblioteca Universitária da UFJF, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, Janaína de Andrade.

Modelagem computacional de escoamento sanguíneo em fístulas arteriovenosas para o processo de hemodiálise / Janaína de Andrade Silva. -- 2017.

145 p. : il.

Orientador: Carlos Cristiano H. Borges

Coorientador: José Karam Filho

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Juiz de Fora, ICE/Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2017.

1. Reologia Sanguínea Computacional. 2. Método de Volumes Finitos. 3. Hemodiálise. 4. Modelos de viscosidade. I. Borges, Carlos Cristiano H., orient. II. Karam Filho, José, coorient. III. Título.

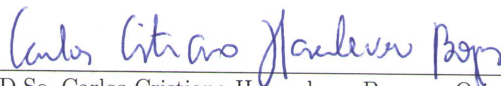
Janaína de Andrade Silva

**Modelagem computacional de escoamento sanguíneo em fístulas
arteriovenosas para o processo de hemodiálise**

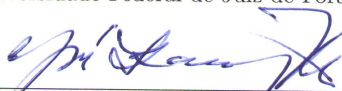
Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do grau de Doutora em Modelagem Computacional.

Aprovada em 17 de fevereiro de 2017.

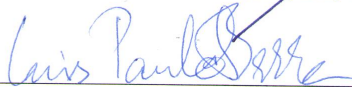
BANCA EXAMINADORA



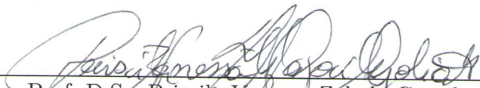
Prof. D.Sc. Carlos Cristiano Hasenclever Borges - Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. José Karam Filho - Coorientador
Laboratório Nacional de Computação Científica



Prof. D.Sc. Luís Paulo da Silva Barra
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. Priscila Vanessa Zabala Capriles Goliatt
Universidade Federal de Juiz de Fora



Prof. D.Sc. Marcio Antonio de Andrade Bortoloti
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia



Prof. D.Sc. João Nisan Correia Guerreiro
Laboratório Nacional de Computação Científica

A Odília Maria de Andrade e

Maria do Carmo de Andrade

Silva

In memoriam

AGRADECIMENTOS

À DEUS pela força espiritual.

Aos meus pais, Vera e Valdemiro, por sempre me incentivarem perante os desafios, a fazer mais e melhor, sempre me apoiando para conseguir vencer todos os obstáculos da vida.

Ao meu irmão, Jackson, pelo apoio dado durante a vida.

Aos que se foram, minha avó e tia, pessoas iluminadas que estiveram presentes na minha vida.

Aos meus amigos que, de alguma forma, contribuíram para que esta tese fosse realizada. Não sendo possível nomeá-los a todos, sintam-se todos agradecidos

Aos meus orientadores, José Karam Filho e Carlos Cristiano H. Borges, por poder sempre contar com o seu entusiasmo contagiante, com a sua alegria e com a sua palavra amiga, de reconhecimento e de incentivo a cada momento. O apoio, a disponibilidade manifestada e a confiança depositada contribuíram decisivamente para que este trabalho tenha chegado até aqui.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora que de alguma forma contribuíram para minha formação.

Agradeço, também, à CAPES pelo apoio financeiro.

*"No meio da dificuldade
encontra-se a
oportunidade." Albert Einstein*

RESUMO

A insuficiência renal crônica é uma doença que atinge 10 % da população mundial, cujo tratamento necessita da realização de procedimento de hemodiálise que é uma filtragem do sangue. Este processo é, em muitos casos, extremamente desgastante para o paciente, pois existe uma constante perda de entradas venosas (fístulas). Geralmente esta perda se dá devido a irregularidades das tensões geradas pelo escoamento sanguíneo nas paredes dos vasos, podendo causar doenças como hiperplasia intimal entre outras. Visando técnicas não invasivas, modelos computacionais que permitam prever o comportamento sanguíneo vêm tendo demanda crescente. Neste trabalho são analisadas, através de modelagem computacional e via métodos de volumes finitos, fístulas arteriovenosas utilizadas em hemodiálise considerando variações no ângulos de anastomose e condições de escoamento nos vasos para alguns modelos reológicos do sangue. Casos com vasos maduros e imaturos, com agulhas e sem agulhas, são estudados. Avaliando-se níveis de tensões cisalhantes e suas oscilações, juntamente com padrões de fluxos secundários, evidencia-se a relação entre os padrões de escoamento e a geometria das fístulas, com perspectiva de minimizar as patologias na aplicação de procedimentos de hemodiálise.

Palavras-chave: Reologia Sanguínea Computacional. Método de Volumes Finitos. Hemodiálise. Modelos de viscosidade.

ABSTRACT

Chronic renal failure is a disease that affects 10% of the world population, that requires hemodialysis procedure which is a blood filtration. This process is extremely stressful in many cases for the patient, because there is a continuous degradation of vessels and fistulae. In general, this degradation is due to the fluctuation of the stress generated by the blood flow on the vessel walls that may lead to diseases such as intimal hyperplasia, among others. In view of non invasive techniques, computational models capable to predict blood flow are becoming more required. In this work, through computational modeling by using finite volume method, arteriovenous fistulae used in hemodialysis are analyzed, considering several anastomotic angles and vessel flow conditions, for various blood rheological models. Mature and non mature vessels, as well as situations with and without needles, are also analyzed. By evaluating shear stress levels and oscillations together with secondary flow patterns, the relation between flow patterns and fistulae geometry is identified, aiming to minimize the pathologies when hemodialysis procedures are applied.

Keywords: Computational Blood Rheology. Finite Volume Method. Hemodialysis. Viscosity models.

SUMÁRIO

1	Introdução	18
2	Motivação : Hemodiálise	21
2.1	Tensão de cisalhamento	26
2.2	Importância do hematócrito em pacientes em hemodiálise	27
2.3	Hemodiálise	29
3	Equações governantes e reologia sanguínea	31
3.1	Equações Governantes	31
3.2	Modelos constitutivos	34
3.2.1	<i>Modelo newtoniano</i>	34
3.2.1.1	<i>Modelo μ_{128}</i>	35
3.2.1.2	<i>Modelo Landel</i>	36
3.2.2	<i>Modelos não newtonianos</i>	36
3.2.2.1	<i>Fluídos pseudoplásticos</i>	38
3.2.2.2	<i>Comportamento reológico do sangue</i>	40
3.2.2.3	<i>Efeitos da composição Proteica e do Hematócrito na Viscosidade</i>	41
3.2.3	<i>Modelo Power Law</i>	43
3.2.4	<i>Modelo Walburn-Schneck</i>	43
3.2.5	<i>Modelo Sisko</i>	44
3.2.6	<i>Modelo Wang-Stoltz com ajuste de Karam-Bortoloti</i>	45
3.3	Cálculo do índice de oscilação de cisalhamento na parede (OSI)	46
4	Método de volumes finitos em escoamento de fluidos	49
4.1	Volumes Finitos	49
4.1.1	<i>Métodos de volumes finitos para problemas de difusão</i>	50
4.1.2	<i>Método de volumes finitos para problemas de difusão-convecção</i>	52
4.1.2.1	<i>Malha Deslocada</i>	56
4.1.3	<i>Malha co-localizada</i>	57
4.1.4	<i>Método semi-implícito para problemas em velocidade e pressão- SIMPLE</i>	58

4.1.4.1	<i>Relaxação</i>	62
4.1.5	<i>Pressão Implícita com Separação de Operadores-PISO</i>	64
4.1.5.1	<i>Caso transiente</i>	68
5	Modelagem computacional 3D de escoamento em fístulas	72
5.1	Modelo Geométrico	73
5.2	Condições de contorno e iniciais	77
6	Resultados	80
6.1	Simulação para modelo newtoniano com fístula imatura	80
6.2	Modelos de Landel e μ_{128}	85
6.3	Modelo newtoniano μ_{128} com fístula imatura	86
6.3.1	<i>Modelo μ_{128} com 45% de hematócrito</i>	86
6.3.2	<i>Modelo μ_{128} com 40% de hematócrito</i>	88
6.3.3	<i>Modelo μ_{128} com 30% de hematócrito</i>	90
6.3.4	<i>Modelo μ_{128} com 20% de hematócrito</i>	92
6.3.5	<i>Resumo do estudo dos casos μ_{128} e newtoniano(3,45mPas)</i>	94
6.4	Simulação para o modelo Wang-Stoltz/KB com fístula imatura	95
6.4.1	<i>Modelo de Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito</i>	96
6.4.2	<i>Modelo de Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito</i>	99
6.4.3	<i>Modelo de Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito</i>	103
6.4.4	<i>Modelo de Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito</i>	107
6.5	Fístula madura	111
6.5.1	<i>Caso newtoniano com fístula madura</i>	112
6.5.2	<i>Caso Wang-Stoltz/KB com 30 % de hematócrito</i>	114
6.5.3	<i>Caso Wang-Stoltz/KB com 40 % de hematócrito</i>	118
6.6	Fístula madura com agulhas de 2mm	122
6.6.1	<i>Simulação para Caso newtoniano com fístula madura</i>	122
6.6.2	<i>Caso Wang-Stoltz/KB com 30 % de hematócrito</i>	124
6.6.3	<i>Caso Wang-Stoltz/KB com 40 % de hematócrito</i>	127
6.6.4	<i>Resumo do estudo do escoamento para o modelo Wang-Stoltz/KB</i>	130
6.7	Simulações para o modelo de Walburn-Schneck e Walburn-Schneck	

estendido	131
<i>6.7.1 Modelo Walburn-Schneck.....</i>	<i>131</i>
<i>6.7.2 Modelo Walburn-Schneck estendido.....</i>	<i>133</i>
7 Conclusões.....	136

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

2.1	Fístula radiocefálica. Adaptado de Allon e Robbin (2002)	23
2.2	Fístula braquiocefálica. Adaptado de Allon e Robbin (2002)	23
2.3	Fístula braquiobasílica. Adaptado de Allon e Robbin (2002)	24
2.4	Formação de trombos, adaptado de Malta de Sá (2015).	24
2.5	Formação de estenoses (hiperplasia intimal), adaptado de D’Souza (2015). . .	25
3.1	Escoamento newtoniano	35
3.2	Classificação de escoamentos não newtonianos. Adaptado de Skelland (1967)..	37
3.3	Comparação esquemática entre os comportamentos newtonianos e não newtoniano. Adaptado de (Faria, 2010)	38
3.4	Relação entre taxa de deformação $\dot{\gamma}$ e a viscosidade aparente μ_{ap} . Adaptado de (Bortoloti, 2006)	39
3.5	Fotomicrografia do sangue com ampliação de $\times 640$ da formação linear rouleaux em pessoas saudáveis. Fonte Picart <i>et al.</i> (1999) pag.775	41
3.6	Proteínas no sangue a temperatura de 37 °C com hematócrito de 49% influenciando sua viscosidade aparente. (Merrill <i>et al.</i> , 1963)	42
3.7	Esquema para tensão de cisalhamento na parede no caso bidimensional	47
4.1	Malha unidimensional . Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007)	51
4.2	Malha unidimensional utilizada para o escoamento difusão-convecção . Adaptado: (Versteeg e Malalasekera, 2007)	53
4.3	Malha bidimensional deslocada. Fonte: (Patankar, 1980)	57
4.4	Malha bidimensional. Fonte: (Patankar, 1980)	59
5.1	Exemplo de geometrias das malhas estudadas	75
5.2	Geometria proposta para a fístula arteriovenosa	75
5.3	Modelo de malha para fístula arteriovenosa	76
5.4	Perfil da velocidade de entrada de $u_0(t)$ para fístula imatura	77
5.5	Perfil da velocidade de entrada de $u_0(t)$ para fístula madura	78

6.1	Caso newtoniano com fistula imatura nos ângulos de 20°,25°e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	81
6.2	Caso newtoniano com fístula imatura nos ângulos de 35°, 40°e 45°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	82
6.3	Caso newtoniano com fístula imatura: OSI para ângulos de 20°, 25 °e 30°. . .	83
6.4	Caso newtoniano com fístula imatura: OSI para ângulos de 35°, 40 °e 45 °. . .	84
6.5	Caso μ_{128} com 45% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25°e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	87
6.6	Caso μ_{128} com 45% de hematócrito em fístula imatura nos angulos de 20°, 25°e 30°: OSI.	88
6.7	Caso μ_{128} com 40% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25°e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	89
6.8	Caso μ_{128} com 40% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25°e 30°: OSI.	90
6.9	Caso μ_{128} com 30% de hematócrito em fístulas imaturas no ângulos de 20°, 25°e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	91
6.10	Caso μ_{128} com 30% de hematócrito em fístulas imaturas nos ângulos de 20°, 25°e 30°: OSI.	92
6.11	Caso μ_{128} com 20% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25°e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	93
6.12	Caso μ_{128} com 20% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25°e 30°: OSI.	94
6.13	Caso Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20 °, 25 °e 30 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	96
6.14	Caso Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 35°, 40 °e 45 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	97
6.15	Caso Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: OSI.	98
6.16	Caso Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 35°, 40 °e 45 °: OSI.	99

6.17	Caso Wang-Stoltz/KB para 40% de hematócrito com fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	100
6.18	Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 35°, 40°e 45°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	101
6.19	Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: OSI.	102
6.20	Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 35°, 40°e 45°: OSI.	103
6.21	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	104
6.22	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula imatura com ângulos de 35°, 40°e 45°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	105
6.23	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: OSI.	106
6.24	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula imatura com ângulos de 35°, 40°e 45°: OSI.	107
6.25	Caso Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	108
6.26	Caso Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito para fístula imatura com ângulos de 35°, 40°e 45°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	109
6.27	Caso Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: OSI.	110
6.28	Caso Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito para fístula imatura com ângulos de 35°, 40°e 45°: OSI.	111
6.29	Caso newtoniano para fístula madura nos ângulos de 20°, 25 °, 30 °e 35 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	113
6.30	Caso newtoniano para fístula madura nos ângulos de 20°, 25 °, 30 °e 35 °: OSI	114

6.31	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	116
6.32	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.	117
6.33	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula madura: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).	118
6.34	Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).	119
6.35	Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.	120
6.36	Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito em fístula madura: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).	121
6.37	Caso newtoniano com fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e,g) e diástole (b,d,f,h).	123
6.38	Caso newtoniano com fístula madura e agulha de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.	124
6.39	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito com fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e,g) e diástole (b,d,f,h).	125
6.40	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito com fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.	126
6.41	Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito com fístula madura e agulhas de 2mm: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).	127
6.42	Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito com fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30°, 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e,g) e diástole (b,d,f,h).	128
6.43	Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito em fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.	129

6.44	Escoamento em fístula imatura para modelo de Walburn-Schneck com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: linhas de corrente. Sístole (a) e diástole (b).	131
6.45	Escoamento em fístula imatura para modelo de Walburn-Schneck com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).	132
6.46	Escoamento em fístula madura com modelo Caso de Walburn-Schneck com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: linhas de corrente. Sístole (a) e diástole (b).	132
6.47	Escoamento em fístula madura para modelo de Walburn-Schneck com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).	133
6.48	Escoamento em fístula imatura com modelo de Walburn estendido com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: linhas de corrente. Sístole (a) e diástole (b).	133
6.49	Escoamento em fístula imatura com modelo Walburn estendido com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).	134
6.50	Escoamento em fístula madura com modelo de Walburn estendido com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: linhas de corrente. Sístole (a) e diástole (b).	134
6.51	Escoamento em fístula madura com modelo de Walburn estendido com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).	134

LISTA DE TABELAS

2.1	Relação entre tipo de agulha e fluxo sanguíneo (Fresenius, 2016)	29
2.2	Relação entre o tipo de agulha e as dimensões das agulhas (Fresenius, 2016)	30
4.1	Esquemas de interpolação para volumes finitos	56
5.1	Número de células na malha para cada modelo de fístula imatura	76
5.2	Número de células na malha para cada modelo de fístula madura	76
5.3	Número de células na malha para cada modelo de fístula madura com agulha	76
6.1	Viscosidades - Modelo Landel	85
6.2	Viscosidades - Modelo μ_{128}	85
6.3	Viscosidades extremas para fístula madura, modelo Wang-Soltz/KB com 30% de hematócrito	118
6.4	Viscosidades extremas para fístula madura, modelo de Wang-Soltz/KB com 40% de hematócrito	121
6.5	Viscosidades extremas para modelo Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito em fístula madura com agulha	127
6.6	Viscosidade extremas, modelo Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito em fístula madura com agulhas	130

1 Introdução

A insuficiência renal crônica é uma enfermidade em que ocorre perda parcial da função renal, de forma lenta, progressiva e irreversível, chegando a atingir 10 % da população mundial (Brasil, 2015). Como principal alternativa de tratamento para essa enfermidade utiliza-se o processo de filtragem sanguínea denominado hemodiálise, que consiste na filtragem de sangue, retirando impurezas, na tentativa de realizar o processo executado por um rim. A partir de acessos venosos artificiais ou fístulas, o sangue é transportado para uma máquina passando por um filtro (rim artificial) (Brasil, 2015). Apesar de crucial, nesse processo o paciente portador de insuficiência renal crônica pode sofrer diversos transtornos como náuseas e a perda dos acessos venosos.

Estima-se que os problemas relacionados à perda de fístula são causados pelo atrito gerado pela força de cisalhamento do sangue nas paredes das veias, ocasionando com isto doenças como a hiperplasia intimal, responsável pelo aparecimento de estenoses. (Ene-Iordache e Remuzzi, 2011; Nordgaard *et al.*, 2010). A hiperplasia intimal consiste em um processo em que células proliferam na parede interna do vaso em resposta a um trauma, podendo diminuir a área útil da estrutura, dificultando a passagem do sangue, o que pode levar à coagulação sanguínea (Subbotin, 2007; Costa e Fagundes, 2002).

As principais áreas de formação de estenoses geradas pela hiperplasia ficam próximas à região de junção do enxerto, sendo a principal causa de falha na maturação dos enxertos vasculares para hemodiálise (Haruguchi e Teraoka, 2003). Um dos acessos vasculares mais utilizados é a junção entre a artéria radial e a veia cefálica conhecido como fístula radial-cefálica (Roy-Chaudhury *et al.*, 2007).

Para diminuir problemas relacionados à perda de acessos venosos é de interesse o desenvolvimento de estratégias de simulação que permitam compreender o fluxo sanguíneo a fim de melhorar o processo como um todo. Para tal, tendo em vista a aplicação de técnicas não invasivas pode-se utilizar modelos computacionais que consigam determinar o comportamento sanguíneo em fístulas arteriovenosas. Uma técnica computacional já consolidada em dinâmica dos fluidos e que será utilizada neste trabalho é o método de volumes finitos, que é um método de aproximação que pode ser usado para analisar o comportamento de fluidos em determinado ambiente, discretizando o domínio através do

conceito de volumes de controle.

Através desta técnica pode-se simular vários modelos, determinando velocidades, pressões, temperaturas e outras grandezas físicas. Uma grande motivação deste trabalho é a utilização de tais técnicas na análise dos processos críticos relacionados a perda de fístulas. Estudos relacionados à hemodinâmica na hemodiálise podem ser vistos em Ene-Iordache e Remuzzi (2011); Nordgaard *et al.* (2010), que dão ênfase em modelar a tensão de cisalhamento na parede dos vasos.

Outro ponto que deve ser considerado no estudo do escoamento em vasos sanguíneos são os modelos constitutivos para o sangue. Esses modelos podem levar em consideração a dependência da viscosidade, ou da viscosidade aparente em relação a parâmetros de possível relevância como, por exemplo, diâmetro de vasos, taxa de deformação, hematócrito, composição proteica, entre outros fatores. São divididos, geralmente, em modelos newtonianos e não newtonianos. Para o estudo do escoamento em fístulas nos processos de hemodiálise, há uma carência na literatura de modelos que façam estudos comparativos tanto de variação de parâmetros, ex. hematócrito, como de modelos não newtonianos diversos. Em geral, os trabalhos utilizam um tipo de modelo com apenas um valor de parâmetro, apesar de alguns estudarem influência de variação de ângulo, como nos trabalhos de Ene-Iordache e Remuzzi (2011); Nordgaard *et al.* (2010); Haruguchi e Teraoka (2003); Mikhal *et al.* (2012); Remuzzi e Ene-Iordache (2013); Ene-Iordache *et al.* (2001, 2012); Ku *et al.* (1985); He e Ku (1996).

Apesar dos calibres dos vasos envolvidos nas fístulas levarem a associação com escoamento newtoniano, devido aos ângulos em arranjos críticos e contra fluxos é de importância avaliar se escoamentos não newtonianos poderiam ser mais representativos em algumas regiões, especialmente modelos que capturam comportamentos mistos. Além disso, outras duas situações se colocam como muito relevantes: estado imaturo¹ e maduro² das fístulas. Apesar de muito pouco frequentes na literatura, são de extrema importância os estudos das fístulas em estado maduro e a presença de agulhas, podendo estes levar a um padrão diverso das imaturas, bem como a diferente abrangência no que tange regiões de perturbação e oscilação de fluxo e conseqüentemente tensões nos vasos.

Do ponto de vista da reologia computacional, é de grande importância o estudo do comportamento das diferentes equações constitutivas, aqui abordadas, quando testadas

¹Ligação entre veia e artéria após a cirurgia

²Fístula adequada para o uso

em geometrias não viscométricas ³, diferentemente do ambiente em que foram elaboradas.

Assim, objetiva-se, neste trabalho, modelar fístulas arteriovenosas para vários ângulos de anastomose, juntamente com escoamento sanguíneo considerando alguns modelos newtonianos e outros não newtonianos, bem como variações de hematócrito e fístulas imaturas e maduras. Com isso, são analisadas tensões e padrões de escoamentos que contribuam para minimizar possíveis patologias em acessos venosos.

De forma específica, objetiva-se comparar os modelos constitutivos sanguíneos newtonianos e mistos baseados no hematócrito e na taxa de deformação em fístulas arteriovenosas imaturas e maduras, analisar a angulação mais adequada para fístulas arteriovenosas radial-cefálicas término-laterais de acordo com tensões e padrões de escoamentos encontrados, e verificar o impacto da inserção de agulhas em fístulas arteriovenosas durante o procedimento de hemodiálise. Para tal, foram aqui utilizados método de volumes finitos e modelos constitutivos newtonianos e não newtonianos para o sangue.

Este trabalho está organizado em 7 capítulos, que apresentam a motivação e o embasamento teórico para a pesquisa, juntamente com a metodologia, resultados e perspectivas futuras.

No Capítulo 2 é apresentada uma breve discussão sobre hemodiálise e utilização de fístulas arteriovenosas e suas implicações. No Capítulo 3 são apresentadas equações gerais para escoamento de fluídos, assim como equações constitutivas que serão utilizadas para modelar o sangue e um índice de oscilação para tensões cisalhantes nas paredes dos vasos. No Capítulo 4 são apresentados tópicos referentes ao método de volumes finitos, sendo este utilizado na solução das equações governantes do problema estudado. No Capítulo 5 é apresentada a metodologia para abordar as fístulas, incluindo modelo geométrico e modelo computacional. No Capítulo 6 são feitas simulações e obtidos resultados para alguns arranjos geométricos de fístulas imaturas e maduras, sem e com agulhas e alguns modelos constitutivos para o sangue. No Capítulo 7 são delimitadas algumas conclusões e traçadas algumas perspectivas para continuação do trabalho.

³Geometrias viscométricas são geometrias simples e limitadas utilizadas em viscosímetros, em que as tensões e as taxas de deformação são bem definidas, permitindo o estabelecimento direto e simples das relações constitutivas.

2 Motivação : Hemodiálise

A insuficiência renal crônica é uma síndrome metabólica em que ocorre a perda total ou parcial da capacidade de filtração do rim. Geralmente, esta patologia acontece devido a influência de outras doenças como diabetes, hipertensão arterial grave, infecção renal, doenças autoimunes entre outras. Tais doenças causam lesões renais irreversíveis e progressivas. Os sintomas da insuficiência renal crônica são: mal estar geral e fadiga, coceira generalizada (prurido) e pele seca, dores de cabeça, perda de peso não intencional, perda de apetite e náuseas (Draibe e Ajzen, 2002). Por serem sintomas comuns a várias doenças, muitas vezes, faz com que os indivíduos com insuficiência renal não compreendam a gravidade da enfermidade e a importância do tratamento. Com isto a descoberta da existência destas síndromes acontece geralmente quando o paciente se encontra bastante debilitado (Maldaner *et al.*, 2008).

Pesquisas revelam que a insuficiência renal crônica atinge 10 % da população mundial (Sesso *et al.*, 2014; Brasil, 2015). Como principal alternativa de tratamento para pessoas que ainda não conseguiram o transplante renal ou são impossibilitadas do mesmo, é utilizado o procedimento de hemodiálise. Este é um processo de substituição da função renal que consiste na filtração e depuração do sangue de substâncias como a creatinina e a ureia que necessitam ser eliminadas da corrente sanguínea humana, devido à deficiência no mecanismo de filtração dos rins (Nascimento e Marques, 2005).

Como alternativa secundária pode-se utilizar o procedimento de diálise peritoneal que é aplicado no corpo do paciente através da cavidade peritoneal, onde é inserido um líquido dialisador, tendo este a função de expelir as secreções necessárias na filtração (Barros *et al.*, 2006). A escolha do tipo de tratamento vai depender das condições do paciente, sendo a hemodiálise considerada um procedimento mais efetivo, entretanto mais agressivo ao paciente. Em termos comparativos, tem-se que para realizar a mesma função de um rim normal trabalhando durante quatro horas, são necessárias vinte e quatro horas de diálise peritoneal ou quatro horas de hemodiálise (Busato, 2011).

Na hemodiálise, a transferência de solutos ocorre entre o sangue e a solução de diálise através de uma membrana semi-permeável artificial (filtro de hemodiálise ou capilar) chamado dialisador. O sangue flui através de um acesso venoso (fístula arteriovenosa,

cateter venoso ou prótese) e é impulsionado por uma bomba para o sistema de circulação extracorpórea onde se encontra o dialisador (Nascimento e Marques, 2005; Barros *et al.*, 2006; Busato, 2011). Este processo pode acontecer por três mecanismos: a difusão, a ultrafiltração e a convecção, que segundo Nascimento e Marques (2005) consistem em:

- difusão: é o fluxo do soluto de acordo com o gradiente de concentração, sendo transferida massa de um local de maior concentração para um de menor concentração; isso depende do peso molecular e de características da membrana. No sistema de hemodiálise o soluto (e.g ureia e creatinina) difunde-se no sangue do paciente para uma solução de diálise que tem menor concentração;
- ultrafiltração: é a remoção de líquidos através de um gradiente de pressão hidrostática. Faz com que o sangue passe para o compartimento do dialisador;
- convecção: é a perda de solutos durante a ultrafiltração, quando ocorre o arraste de solutos na mesma direção do fluxo de líquidos através da membrana. Neste procedimento, solutos com baixo peso molecular são arrastados.

O paciente que passa pelo procedimento de hemodiálise pode passar por diversas complicações durante o mesmo, como: hipotensão arterial, vômito, tontura, cefaleia, hipertensão arterial, hipoglicemia, desmaio (Barros *et al.*, 2006; Souza Terra *et al.*, 2010). Uma das complicações relacionadas a hemodiálise é a perda de acessos venosos.

Um dos acessos venosos mais utilizados é a fístula arteriovenosa que resulta de uma cirurgia, onde se faz a união (ou anastomose) de uma veia diretamente com uma artéria. Esta cirurgia é feita para que a pressão na veia cresça, fazendo com que o sangue flua com maior intensidade, causando com isso uma dilatação do calibre da veia. É nessa veia que normalmente se realizam as duas punções com agulhas, conseguindo-se desta forma o acesso ao fluxo do sangue que irá percorrer as linhas arterial e venosa do sistema de hemodiálise (Barros *et al.*, 2006; Koepe e Araújo, 2008).

Os tipos mais recomendados de fístulas arteriovenosas por ordem de prioridade são as fístulas radiocefálica, braquiocefálica e braquiobasílica, sendo a escolha da mais adequada dependente do tipo de paciente (Hammes, 2011). A fístula radiocefálica (Fig. 2.1) é formada pela junção entre artéria radial e veia cefálica, sendo um dos acessos vasculares mais utilizados, principalmente para pacientes diabéticos com longo tempo de hemodiálise. Já a fístula braquiocefálica (Fig. 2.2) é situada numa parte do braço, geralmente utilizada

quando o paciente não possui acesso no antebraço. Falhas neste tipo de fístula são causadas pela síndrome do roubo em que ocorre a reversão do fluxo na artéria (DeCaprio *et al.*, 1997). A fístula braquiobasílica (Fig. 2.3) é formada pela veia basílica e pela artéria braquial, sendo um tipo de cirurgia mais profunda e complicada na execução.

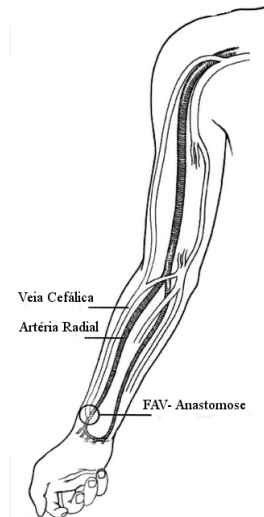


Figura 2.1: Fístula radiocefálica. Adaptado de Allon e Robbin (2002)

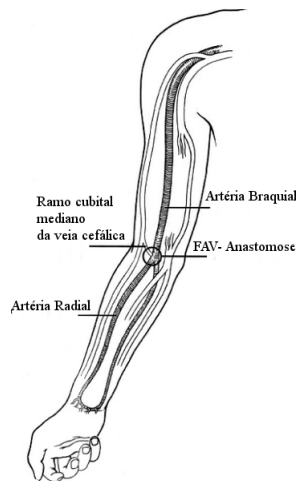


Figura 2.2: Fístula braquiocefálica. Adaptado de Allon e Robbin (2002)

Complicações desses acessos vasculares contribuem significativamente para a morbidade e mortalidade associadas à fase final de pacientes com doença renal em hemodiálise (Hammes, 2011). As fístulas arteriovenosas sofrem com a incidência de patologias como hiperplasia intimal (Fig. 2.5) e trombose (Fig. 2.4) para as quais, em muitos casos, não se conhecem todos os fatores de seu surgimento. As estenoses geradas pela hiperplasia intimal são o estreitamento patológico dos vasos e a trombose é

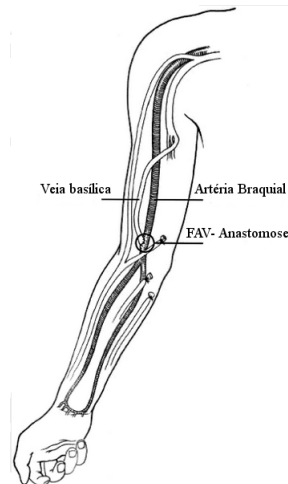


Figura 2.3: Fístula braquiobasílica. Adaptado de Allon e Robbin (2002)

o estreitamento causado por coágulos.

As causas de complicações são divididas em primárias e secundárias. As falhas primárias acontecem no período de maturação ¹ das fístulas, já as secundárias acontecem após este período. Este último tipo de falha pode ser associado a patologias como: aneurismas, síndrome do roubo, infecções, falhas cardíacas, hipertensão venosa, lesões do nervo mediano (Hammes, 2011).

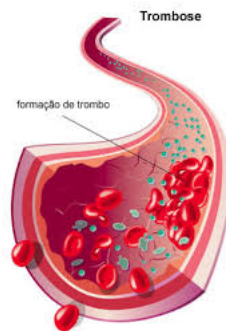


Figura 2.4: Formação de trombos, adaptado de Malta de Sá (2015).

Outras causas de falhas acontecem devido a fatores fisiológicos, como o aumento do fluxo sanguíneo, que na veia sem fístula é de aproximadamente $20 - 30\text{mL}/\text{min}$, para $200 - 300\text{mL}/\text{min}$, podendo chegar até $600 - 1200\text{mL}/\text{min}$ após o período de maturação da fístula (Hammes, 2011). Outro fator é a mudança da forma que acontece na junção entre

¹Processo de passagem (de uma estrutura, forma, função ou organismo) à maturidade. O tempo médio de maturação de uma fístula é de 1 mês.

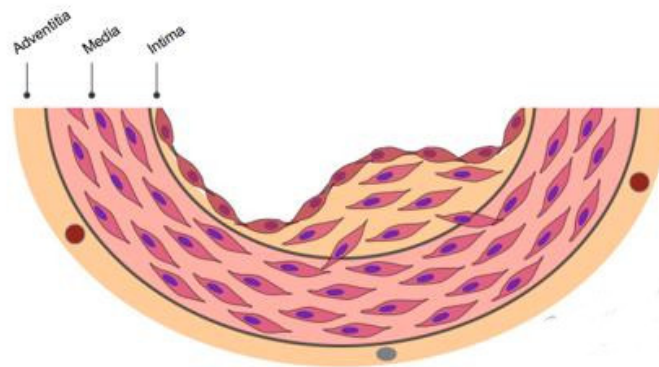


Figura 2.5: Formação de estenoses (hiperplasia intimal), adaptado de D'Souza (2015).

artéria e veia, em adição ao fato de que o fluxo na veia que naturalmente não é pulsátil, passando a ter este comportamento após a implantação da fístula. Todos esses fatores podem aumentar a probabilidade de fluxos secundários, turbulentos, e aumentar a tensão de cisalhamento global, evidenciando partes de baixas e oscilantes tensões cisalhantes causadoras de doenças como hiperplasia intimal e trombose (Hammes, 2011).

Os mecanismos que podem causar hiperplasia intimal (Fig.2.5), as quais vão desenvolver estenoses que conseqüentemente podem gerar trombozes, não são completamente entendidos. Hammes (2011) e Li *et al.* (2005) apontam que aspectos como tensão de cisalhamento, histologia do tecido dos vasos, a configuração geométrica, a remodelação vascular e fatores ligados a reologia sanguínea são fontes causadoras do desenvolvimento de estenoses e podem ser definidos como :

- tensão de cisalhamento: com a criação da fístula arteriovenosa na região próxima a anastomose surgem fluxos turbulentos juntamente com a recirculação sanguínea. Este fato tende a gerar uma diminuição da tensão cisalhante, causando assim aparecimento de hiperplasia intimal e estenoses;
- configuração geométrica: na criação da anastomose o fluxo que era completamente unidirecional se torna um fluxo com algumas áreas de recirculação e fluxos secundários. Estudos definem que o ângulo da anastomose pode influenciar no desenvolvimento de estenoses e em sua configuração;
- histologia: algumas pessoas são pré-dispostas a determinadas patologias referentes ao tecido dos vasos e com o aumento do fluxo nessas áreas, em condições adversas (diferentes das naturais), essas doenças podem aparecer com maior facilidade;

- remodelação vascular: refere-se à capacidade de um vaso alterar as dimensões por vasoconstrição ou vasodilatação, ajustando o tecido para prevenir patologias como estenose. Entretanto com o aumento repentino do diâmetro dos vasos ocorre um aumento na espessura dos mesmos modificando a capacidade de remodelação vascular (Li *et al.*, 2005);
- reologia sanguínea: a alteração da constituição do sangue devido a vários fatores, como por exemplo a agregação das hemácias e compostos formadores do plasma, interferem na taxa de deformação e conseqüentemente na viscosidade.

2.1 Tensão de cisalhamento

Tensão é definida como força sobre unidade de área (superfície) e tensão de cisalhamento como força que atua na direção paralela à superfície por unidade de área. Considerando a parede dos vasos, tensões normais, devidas à pressão arterial, são transferidas para todas as camadas da parede do vaso (íntima, média e adventícia). Já a tensão de cisalhamento atua principalmente na camada interna da parede arterial no contato entre o sangue e o endotélio vascular. Em condições normais, as tensões de cisalhamento mantêm sua direção e sua magnitude dentro de uma faixa de valores impedindo a aterogênese², a trombose, a aderência de leucócitos, a proliferação do músculo liso e apoptose³ endotelial. (Papaioannou e Stefanadis, 2005).

As árvores vasculares arteriais e venosas são expostas a diferentes níveis de tensão de cisalhamento, dependendo do tipo de fluxo. A tensão de cisalhamento arterial nas paredes varia entre 10 e 70 *dynes/cm²*, ao passo que os valores normais correspondentes para as veias são consideravelmente mais baixos, entre 1 e 6 *dynes/cm²* (Papaioannou e Stefanadis, 2005) e com a criação da fístula as tensões, principalmente na veia, aumentam juntamente com a vazão para que o procedimento de hemodiálise seja feito com eficiência.

Mais especificamente, um elevado grau de tensão de cisalhamento aumenta a espessura da parede e expande o diâmetro dos vasos até que as tensões cisalhantes voltem ao normal para aquele vaso. Entretanto uma baixa tensão de cisalhamento induz a uma redução no diâmetro dos vasos e leva a hiperplasia intimal. A presença de tensões de cisalhamento

²Caracterizada pelo acúmulo de placas de gordura, colesterol e outras substâncias nas paredes das artérias

³É um tipo de “auto-destruição celular” que ocorre de forma ordenada (Ferreira, 1986)

baixas é frequentemente acompanhada de condições instáveis de fluxo como, por exemplo, turbulência, regiões de recirculação e estagnação do sangue. Geralmente este tipo de condição acontece quando existe alguma bifurcação do fluxo como na implantação da fístula arteriovenosa (Glagov *et al.*, 1988; Zarins *et al.*, 1988; Papaioannou e Stefanadis, 2005). Juntamente com as baixas tensões de cisalhamento, fluxos com tensões oscilatórias também causam a proliferação de células formando assim estenoses (Roy-Chaudhury *et al.*, 2007).

Neste contexto, alguns estudos podem ser citados como os de Ene-Iordache *et al.* (2001); Ene-Iordache e Remuzzi (2011); Ene-Iordache *et al.* (2012); Remuzzi e Ene-Iordache (2013) que analisam tensão de cisalhamento em fístulas. Desses trabalhos, o único a estudar variações de ângulo de anastomose foi o de Ene-Iordache e Remuzzi (2011), para ângulos acima de 30° e modelo constitutivo de Carreau. Aqui serão estudados ângulos numa faixa mais extensa, incluindo também aqueles abaixo de 30°, além de diversos modelos constitutivos.

2.2 Importância do hematócrito em pacientes em hemodiálise

O hematócrito⁴ é um dos indicadores para avaliar a qualidade assistencial oferecida aos pacientes em hemodiálise, sendo utilizado como marcador de anemia (Morsch *et al.*, 2005). Os valores de referência do hematócrito em pacientes em diálise ainda são controversos, sendo sugeridos valores entre 33 e 36 % de hematócrito e 11 até 12 g/dL para hemoglobina (Foundation, 1997). Estes valores estão abaixo dos valores de referência normais que são: mulheres -12 a 16 g/dL de hemoglobina e 35 a 45 % de hematócrito ; homens: 13,5 a 18 g/dL de hemoglobina e 40 a 50% de hematócrito. Essa indicação de níveis de hematócrito mais baixos visa evitar o risco de problemas diversos como: eventos cardiovasculares, hipertensão e trombose nos acessos venosos. Um outro problema adicional é o custo do tratamento que aumenta por causa da necessidade de maiores doses de epoetina e de ferro (Moreno *et al.*, 2000).

A epoetina é um hormônio sintético que age de forma análoga à eritropoetina (Bittencourt, 2016) que é um hormônio glicoproteico sintetizado dentro dos rins. A função

⁴É a fração de volume dos eritrócitos no sangue (hemácias, glóbulos brancos entre outros).

da eritropoetina é principalmente a de regular a eritropoiese, nome que se dá à produção de células vermelhas do sangue (hemácias) na medula óssea . O mau funcionamento dos rins diminui a formação desse hormônio, causando anemia (Schmitz, 2009). Para que os glóbulos vermelhos sejam formados corretamente, outros elementos, tais como vitamina B, ácido fólico e principalmente o ferro devem estar presentes em quantidades corretas, pois são a “matéria-prima” para a “construção” do sangue.

Os problemas relacionados a estabilizar o valor do hematócrito com epoetina para os valores de referência normais são relacionados a reações adversas ao próprio medicamento e sua utilização com a heparina na hemodiálise, pois o aumento do volume de hemácias pode levar à coagulação sanguínea no dialisador e/ou no acesso vascular (Bittencourt, 2016).

Em Harford e Zager (2011) são mostradas análises relacionadas a gravidade da utilização de epoetina em maiores dosagens para alcançar um valor próximo ao valor de referência. Mesmo em dosagens apropriadas o uso da epoetina pode causar ainda várias reações adversas em pacientes com insuficiência renal crônica como hipertensão (24%), cefaleia (16%), artralgia⁵ (11%), náusea (11%), edema (9%), fadiga (9%), diarreia (9%), vômito (8%), dor no peito (7%), reação cutânea no local da administração (7%), astenia⁶(7%), tontura (7%), acesso coagulado (7%), convulsão (1,1%),AVC/ataques isquêmicos temporários (0,4%), infarto do miocárdio (0,4%). Entretanto estudos como o de Moreno *et al.* (2000) mostram que pessoas que não possuem fatores de risco (diabetes, idade maior que 65 anos, comorbidade cerebrovasculares ⁷ ou cardiovasculares ou doenças severas associadas), podem ter valores de hematócrito/hemoglobina normais; proporcionando para esses pacientes uma maior qualidade de vida baseada na melhoria da mobilidade, internações, comportamento emocional e interações sociais, pois a anemia causa fadiga, apatia, anorexia, perda significativa de habilidade cognitiva entre outros (Brasil, 2004).

O procedimento de hemodiálise possui diversas peculiaridades e tudo vai depender do paciente, do equipamento e do acesso venoso disponível. Na próxima seção serão apresentadas algumas questões pertinentes a esse procedimento

⁵dor articular.

⁶Perda ou diminuição da força física.

⁷Associação de duas ou mais patologias cerebrais e vasculares.

2.3 Hemodiálise

Como mencionado no início deste capítulo, hemodiálise é um procedimento que faz o papel de um rim artificial, em que o sangue é retirado do corpo por acessos venosos através de punções feitas com agulhas específicas. O cálculo do tempo em hemodiálise é geralmente estimado considerando a retenção de líquido do paciente, isto acontece quando o equipamento não tem módulo de ultrafiltração (Barros *et al.*, 2006).

O fluxo sanguíneo também vai depender do tipo de hemodiálise que é feita e quantas vezes na semana esse paciente passa pelo procedimento. A frequência mais convencional é de três vezes na semana com aproximadamente uma duração de 4 horas semanais dependendo do paciente. Existe um outro tipo de hemodiálise chamado de longa duração em que o paciente fica em média de 6 a 8 horas até 3 vezes por semana, este procedimento causa reações adversas menores e é muito utilizado na Europa.

Outro tipo de hemodiálise é a chamada de alta “eficiência” que aumenta o fluxo sanguíneo, entre a fístula e a máquina, para que o procedimento seja feito em um tempo menor. Esse tipo de procedimento investe em acessos venosos para uma vazão maior de sangue, mas causa um maior desgaste aos pacientes (Riella, 2003).

O tipo de agulha utilizada no processo de hemodiálise vai depender do acesso venoso e do fluxo sanguíneo requerido no processo. Como exemplo é apresentado o esquema de uso de agulhas (Fresenius, 2016) na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Relação entre tipo de agulha e fluxo sanguíneo (Fresenius, 2016)

Tipo de agulha	Fluxo sanguíneo
14 G	400 mL/min
15 G	350 mL/min
15 e 16 G	300 mL/min
16 e 17 G	252 mL/min
17 G	200 mL/min

Já as dimensões podem ser encontradas na Tabela 2.2, estas propriedades podem variar de acordo com a empresa e serão utilizadas como valores de referência no trabalho.

Tabela 2.2: Relação entre o tipo de agulha e as dimensões das agulhas (Fresenius, 2016)

Tipo de agulha	Dimensões (diâmetro x comprimento)
14 G	2,0 x 25 mm
15 G	1,8 x 25 mm
16 G	1,6 x 25 mm
17 G	1,5 x 25 mm

3 Equações governantes e reologia sanguínea

O escoamento do sangue pode ser modelado por equações advindas dos princípios de conservação de massa e de quantidade de movimento, associadas a equações constitutivas que comportam informações reológicas do fluido. Assim, neste capítulo, após uma breve introdução das equações gerais serão apresentadas as relações constitutivas para o sangue que serão utilizadas ao longo do trabalho.

3.1 Equações Governantes

Considerando uma porção de matéria que ocupa um volume arbitrário (V) em um sistema lagrangiano de referência, toma-se o enunciado do Princípio de Conservação da Massa: “Se a massa for observada enquanto se movimenta, sua forma e tamanho poderão variar, mas sua quantidade de matéria (massa) permanecerá a mesma desde que não haja reação química”.

Definindo massa específica (ρ), que relaciona a massa (m) com o volume (V):

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (3.1)$$

pode-se escrever matematicamente o princípio de conservação de massa como:

$$\frac{D}{Dt} \left(\int_{V(t)} \rho(t) dV \right) = 0, \forall V. \quad (3.2)$$

onde t é o tempo e $\frac{D}{Dt}$ representa a derivada material. Utilizando o teorema de transporte de Reynolds no lado esquerdo da equação 3.2, pode-se escrevê-la como:

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) \right) dV = 0, \quad (3.3)$$

em que \vec{u} é o vetor velocidade e div é o operador divergente. Como V é um volume de

controle arbitrário, resulta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0, \quad (3.4)$$

que é a equação de conservação da massa. Sendo a identidade:

$$\text{div}(\rho \vec{u}) = (\nabla \vec{u})\rho + \rho \text{div}(\vec{u}), \quad (3.5)$$

em que ∇ é o operador gradiente e considerando a incompressibilidade, tem-se:

$$\text{div}(\vec{u}) = 0. \quad (3.6)$$

O princípio de conservação do momento linear (momentum) para um fluido que escoar pode ser enunciado como:

“A taxa na qual o momentum da massa fluida (material) varia é igual à força líquida (resultante) que atua na massa (porção de matéria).”

Matematicamente este princípio pode ser escrito como:

$$\frac{D}{Dt} \left(\int_{V(t)} \rho \vec{u} dV \right) = \sum \vec{F} \quad (3.7)$$

Assim, identificaremos, primeiramente, os tipos de forças possíveis:

- forças de campo (ou forças de corpo) - São forças que atuam no volume do corpo como um todo. Exemplo: força gravitacional;
- forças de superfície (ou forças de contato) - São forças que atuam na superfície através do contato. Exemplo: força de atrito.

Sendo \vec{f} o vetor força de campo por unidade de massa, $\bar{\bar{\sigma}}$ o tensor das tensões e \vec{n} o vetor unitário normal a S , então:

$$\frac{D}{Dt} \left(\int_{V(t)} \rho \vec{u} dV \right) = \int_V \rho \vec{f} dV + \int_S \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n} dS. \quad (3.8)$$

Utilizando o Teorema de Gauss, tem-se:

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho \vec{u} dV = \int_V \rho \vec{f} dV + \int_V \text{div} \bar{\bar{\sigma}} dV \quad (3.9)$$

Aplicando o Teorema do Transporte de Reynolds no lado esquerdo da equação 3.9 chega-se em:

$$\int_V \left(\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \text{div}(\vec{u}\rho\vec{u}) \right) dV = \int_V \rho\vec{f}dV + \int_V \text{div}\bar{\bar{\sigma}}dV, \forall V. \quad (3.10)$$

Considerando a incompressibilidade e como V é qualquer, a equação de conservação da quantidade de movimento ficará da seguinte forma:

$$\rho \frac{\partial(\vec{u})}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = \rho\vec{f} + \text{div}\bar{\bar{\sigma}} \quad (3.11)$$

com $\bar{\bar{\sigma}}$:

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{\bar{\tau}} - p\bar{\bar{I}} \quad (3.12)$$

onde p é a pressão hidrostática e \vec{u} é o vetor velocidade, $\bar{\bar{\tau}}$ é o tensor reduzido de tensões e $\bar{\bar{I}}$ é o tensor identidade. Com isto tem-se:

$$\text{div}\bar{\bar{\sigma}} = \text{div}\bar{\bar{\tau}} - \nabla p. \quad (3.13)$$

Considerando força de campo nula, chega-se em:

$$\rho \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} - \text{div}\bar{\bar{\tau}} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} + \nabla p = 0 \quad (3.14)$$

em que

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu_{ap}\bar{\bar{\epsilon}}(\vec{u}), \quad (3.15)$$

sendo μ_{ap} a viscosidade aparente, que é uma função que pode ser definida por diversos modelos constitutivos, que serão vistos na próxima seção, e $\bar{\bar{\epsilon}}(\vec{u})$ é a parte simétrica do tensor taxa de deformação dado por:

$$\bar{\bar{\epsilon}}(\vec{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\vec{u} + \nabla\vec{u}^T). \quad (3.16)$$

Se a viscosidade, μ , for constante tem-se o modelo newtoniano em que a equação 3.15 pode ser escrita como:

$$\bar{\bar{\tau}} = \mu\bar{\bar{\epsilon}}(\vec{u}), \quad (3.17)$$

que define a própria viscosidade. Substituindo 3.17 na equação 3.14 são geradas as

equações de Navier-Stokes.

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - \mu \operatorname{div}(\nabla \vec{u}) + \nabla p = 0, \quad (3.18)$$

que devem ser consideradas juntamente com a equação 3.6, no caso incompressível. Assim, o modelo newtoniano segue as equações 3.6 e 3.18 e os modelos não newtonianos seguem as equações 3.6, 3.14, 3.15.

3.2 Modelos constitutivos

Em geral modelos constitutivos em fluidos são equações que relacionam tensão e taxa de deformação, que podem ser derivadas de uma análise da micro ou da macro reologia do fluido. A viscosidade é a propriedade associada à estrutura dos fluidos, que caracteriza maior ou menor facilidade ao escoamento. A viscosidade real de um material pode ser afetada por alguns fatores como taxa de deformação, temperatura, pressão e tempo. A variação da viscosidade com a taxa de deformação é enfoque de diversas pesquisas; e tratando-se do estudo do sangue é pertinente um maior aprofundamento (Barnes e Hutton, 1989). Aqui serão relacionados alguns modelos constitutivos utilizados.

3.2.1 Modelo newtoniano

Fluidos como a água e o ar em escoamentos isotérmicos apresentam viscosidade constante e são chamados por isso de fluidos newtonianos (Bird, 2002). O modelo newtoniano tem como base o conceito de Newton de viscosidade constante e considera uma relação linear entre o valor da tensão de cisalhamento e a taxa de deformação. Este conceito pode ser ilustrado da seguinte forma: na Fig. 3.1 é mostrado um par de placas paralelas separadas por um fluido que está presente entre elas. Uma das placas se movimenta com velocidade constante (A) enquanto a outra permanece fixa (B), gerando um fluxo laminar. Observa-se com isto que a força deve ser proporcional a área e a velocidade, sendo inversamente proporcional à distância entre as placas. Esta proporção define a viscosidade e pode ser escrita como na equação abaixo:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \dot{\gamma}, \quad (3.19)$$

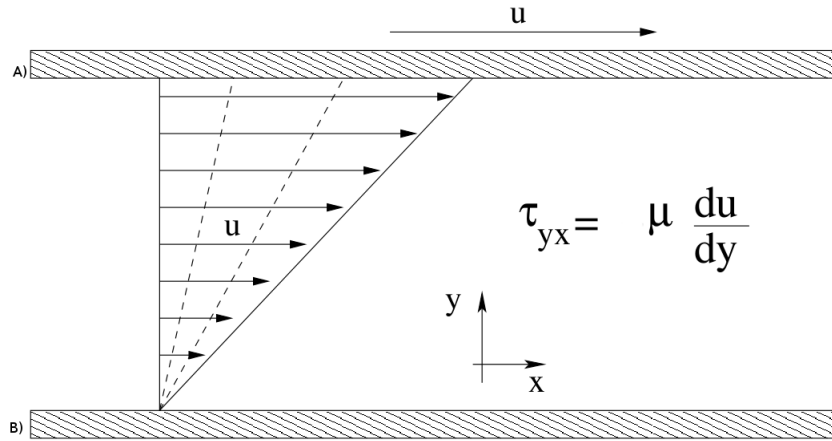


Figura 3.1: Escoamento newtoniano

em que μ é a viscosidade e u é a velocidade.

Os modelos newtonianos são comumente utilizados para caracterizar o escoamento sanguíneo em vasos largos, em geral sem acidentes geométricos gerados por patologias ou angulações pronunciadas, e em regiões de alta taxa de deformação. Quando a viscosidade não possui um comportamento constante devido a vários fatores, é chamada de viscosidade aparente e o escoamento é chamado de não newtoniano. O valor padrão utilizado para a viscosidade newtoniana considerando uma pessoa sem nenhuma insuficiência em componentes do sangue é de $3,45 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ em temperatura ambiente de 25°C .

Existem alguns modelos que foram testados em condições específicas para modelar o escoamento newtoniano, definidos em função do hematócrito, sendo alguns apresentados a seguir.

3.2.1.1 Modelo μ_{128}

O modelo μ_{128} descreve a viscosidade aparente como função somente do hematócrito, e foi construído através de dados medidos em uma taxa de deformação de 128 s^{-1} . Fixando o hematócrito em 34 %, neste modelo obtém-se o valor padrão do modelo newtoniano (Wang e Stoltz, 1993). É definido como:

$$\mu = 2,980 - 6,683H + 23,35H^2 \quad (3.20)$$

Outro modelo que também utiliza-se do hematócrito para definir a viscosidade em escoamentos newtonianos é o modelo de Landel.

3.2.1.2 Modelo Landel

O modelo de Landel (Wang e Stoltz (1993) apud. Bauman *et al.* (1965)) considera além do hematócrito, a viscosidade do plasma ($\eta_P = 1,22mPa.s$) e se baseia na teoria de suspensão. Este modelo é definido por:

$$\mu = \eta_P \left(1 - \frac{H}{H_M} \right)^{-2,5} \quad (3.21)$$

onde $H_M = 0.635$ é a concentração volumétrica máxima possível. Quando $H = 21\%$, a viscosidade padrão newtoniana do sangue é obtida. A seguir, alguns modelos não newtonianos são apresentados.

3.2.2 Modelos não newtonianos

Existem alguns fluidos na natureza que não se comportam como os fluidos newtonianos, como por exemplo: o sangue, o mel, a tinta de caneta, a pasta de dente entre outros. Como já citado anteriormente estes fluidos têm seu escoamento afetado por diversos fatores. Os comportamentos dos fluidos são divididos classicamente em três grupos ((Skelland, 1967) e (Chhabra, 2010)):

- fluidos independentes do tempo: cujas propriedades reológicas independem do tempo de aplicação da tensão de cisalhamento, possuem taxa de deformação em função, exclusivamente, da tensão aplicada no ponto em estudo. Ex: polpa de fruta, tintas à base de latex, óleos, soluções de polímeros, fluidos biológicos;
- fluidos dependentes do tempo: a taxa de deformação é função da tensão e do intervalo de tempo em que a tensão é aplicada. Ex: argila, ketchup;
- fluidos viscoelásticos : exibem recuperação parcial elástica sob a retirada da tensão de deformação. Ex: silicone, gelatina, latex, resina.

Estes três grandes grupos são divididos em grupos menores apresentados na Fig 3.2.

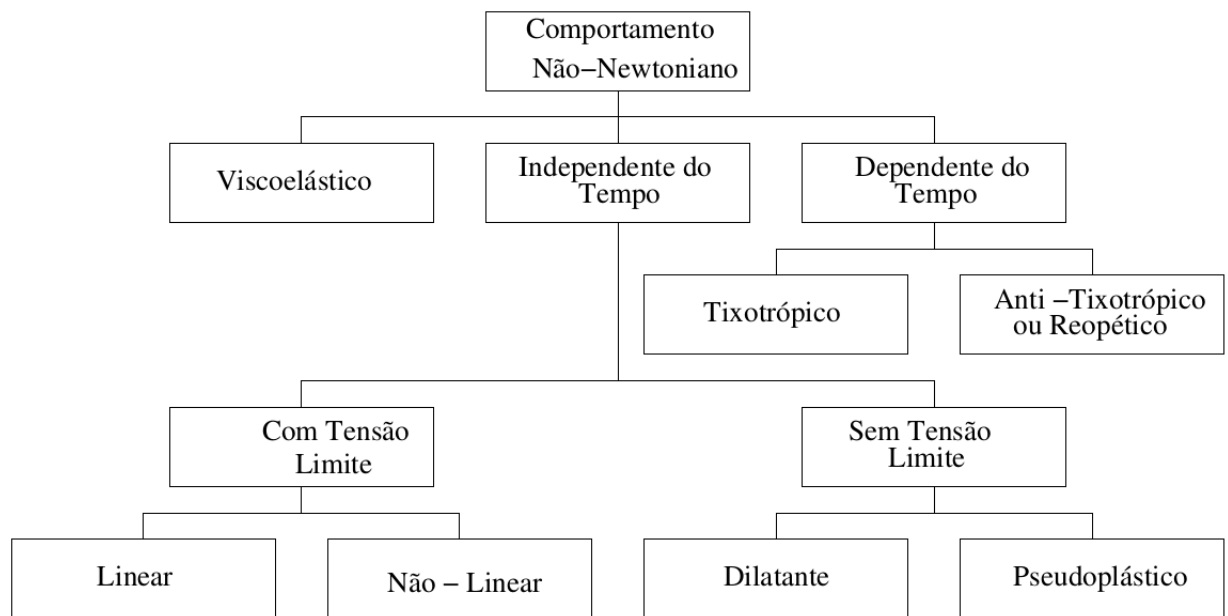


Figura 3.2: Classificação de escoamentos não newtonianos. Adaptado de Skelland (1967).

Os fluidos newtonianos juntamente com os fluidos pseudoplásticos, que tem taxa de deformação independente do tempo, terão maior ênfase neste estudo, por se aproximarem melhor da aplicação em questão, escoamento sanguíneo. A classificação dos fluidos, de forma geral, é mostrada na Fig. 3.2 e seus comportamentos, de acordo com a viscosidade e a taxa de deformação, são esquematizados na Fig. 3.3 ((Bird, 2002) e (Chhabra, 2010)), sendo :

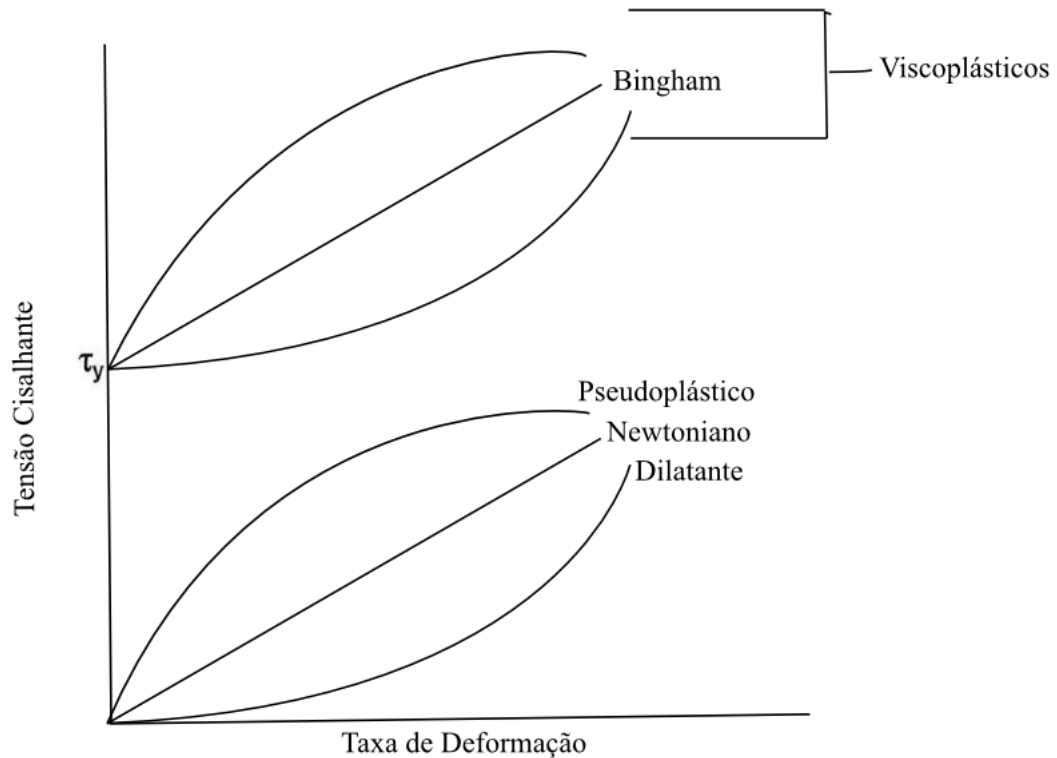


Figura 3.3: Comparação esquemática entre os comportamentos newtonianos e não newtoniano. Adaptado de (Faria, 2010)

- dilatante: a viscosidade aumenta com o aumento da taxa de deformação;
- newtoniano: a viscosidade é constante;
- pseudoplástico: a viscosidade diminui com o aumento da taxa de deformação;
- viscoplástico: após uma tensão limite ocorre escoamento, podendo haver variação da viscosidade com a taxa de deformação;
- plástico de Bingham: é um fluido viscoplástico com comportamento newtoniano enquanto escoar, chamado de fluido plástico perfeito.

3.2.2.1 Fluidos pseudoplásticos

Um fluido pseudoplástico, como já descrito anteriormente, não depende do tempo e nem de uma tensão inicial ou tensão limite $\tau > \tau_y$ para escoar. Tendo em vista que o conceito de tensão limite para o sangue ainda é muito controverso pois existe muita incerteza e dificuldade em suas medições, só serão considerados aqui fluidos newtonianos e pseudoplásticos (Barnes e Hutton, 1989). Na categoria dos fluidos não newtonianos,

muitos consideram que os fluidos pseudoplásticos são os que estão em maior quantidade na natureza, são exemplos deste tipo de fluido: cosméticos (cremes, pomadas); condimentos (ketchup, molhos), fluidos biológicos (sangue) e materiais industriais (colas, tintas, vernizes). Quando o fluido se encontra em baixas ou altas taxas de deformação podem ser verificados, em alguns casos, platôs limites μ_0 e μ_∞ como os apresentados na Fig. 3.4

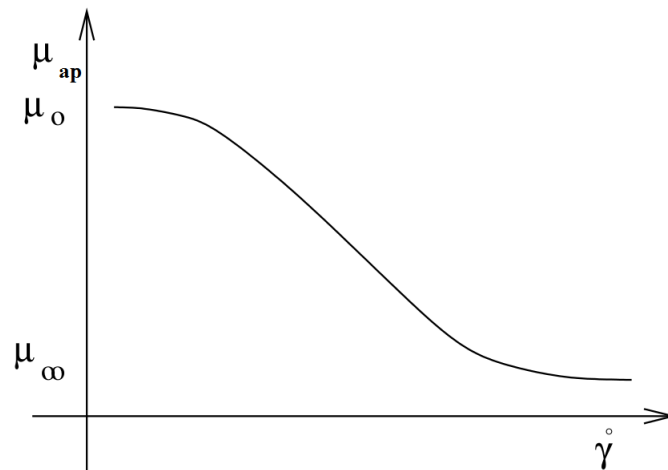


Figura 3.4: Relação entre taxa de deformação $\dot{\gamma}$ e a viscosidade aparente μ_{ap} . Adaptado de (Bortoloti, 2006)

Segundo Brydson (1981) o comportamento pseudoplástico pode ser explicado por:

- existência de partículas assimétricas que, estando em repouso, encontram-se aleatoriamente distribuídas, mas quando submetidas a um escoamento assumem uma orientação preferencial na direção do escoamento;
- existência de sistemas constituídos por moléculas grandes e flexíveis que passam de uma configuração aleatoriamente enovelada em uma situação de repouso para uma orientação conformacional na direção do escoamento com o aumento da taxa de deformação;
- existência de algumas moléculas que estão solvatados em repouso. Quando ocorre o escoamento estas camadas de solvatação são desorganizadas.

Embora já tenham sido raramente identificados alguns efeitos diversos para situações específicas de laboratório, o sangue apresenta predominantemente comportamento pseudoplástico. Assim, discute-se a seguir esta classe de fluidos.

3.2.2.2 Comportamento reológico do sangue

O sangue é uma suspensão com diversos componentes, de tamanhos variados, em um meio fluido newtoniano chamado plasma. Pode ser dividido em 55% sendo composto de plasma e 45% sendo células ou elementos formadores. Hematócrito é uma quantidade importante definida pelo percentual volumétrico de células, em relação ao volume do sangue como um todo. As células consistem de aproximadamente 95% de células vermelhas, 0,13% de células brancas e 4,9% de plaquetas, em número. O plasma é uma solução eletrolítica diluída com 8% em peso de proteínas (Stoltz *et al.*, 1999).

Nos humanos, os glóbulos vermelhos têm um formato discoide bicôncavo podendo deformar-se aproximando-se de uma esfera ou de um elipsoide quando passam em capilares profundos. Geralmente, possuem $8\mu m$ de diâmetro e $2\mu m$ de espessura. As células brancas são de diversos tipos, mas em geral arredondadas e maiores do que as vermelhas. As plaquetas são menores, de formato elipsoidal plano com aproximadamente $2,5\mu m$ de comprimento e em menor número, de importância para a coagulação sanguínea (Fung, 1981).

O estudo do sangue é complexo, pois seu comportamento depende de onde o fluido estiver escoando, sendo em vasos largos e em micro vasos os casos extremos. Enquanto nos vasos largos o sangue pode ser aproximado com grande segurança como um meio contínuo, em micro, como em capilares verdadeiros, os eritrócitos (glóbulos vermelhos) passam um a um na seção do vaso, deformando a si próprios e impulsionando o plasma. Com isto nos vasos sadios de grandes diâmetros, onde não se prevê agregação de hemácias devido a altas taxas de cisalhamento, é aceitável modelar o sangue pelas equações de Navier-Stokes, com a viscosidade constante dependendo apenas do hematócrito, do formato dos vasos e dos constituintes. Já para vasos médios e pequenos, efeitos não newtonianos começam a aparecer e em micro-capilares o sangue como um todo não é mais fisicamente nem mesmo uma suspensão, mas um pacote de partículas com um fluido entre elas (Karam-Filho, 2001).

Em faixas de baixas taxas de deformação, normalmente, a viscosidade aparente do sangue aumenta com a diminuição da taxa de deformação. Isto está associado a duas causas:

- os eritrócitos se agregam formando um empilhamento o que ficou conhecido como uma rede de rolos (*rouleaux*) mantida por um processo de adesão envolvendo

algumas proteínas (especialmente fibrinogênio e globulina)(Fig. 3.5). A rede é quebrada à medida que a taxa de deformação aumenta e conseqüentemente a viscosidade decresce novamente;

- para altas taxas de deformação, os eritrócitos que são flexíveis se deformam e tendem a se alinhar na direção do escoamento reduzindo a viscosidade.

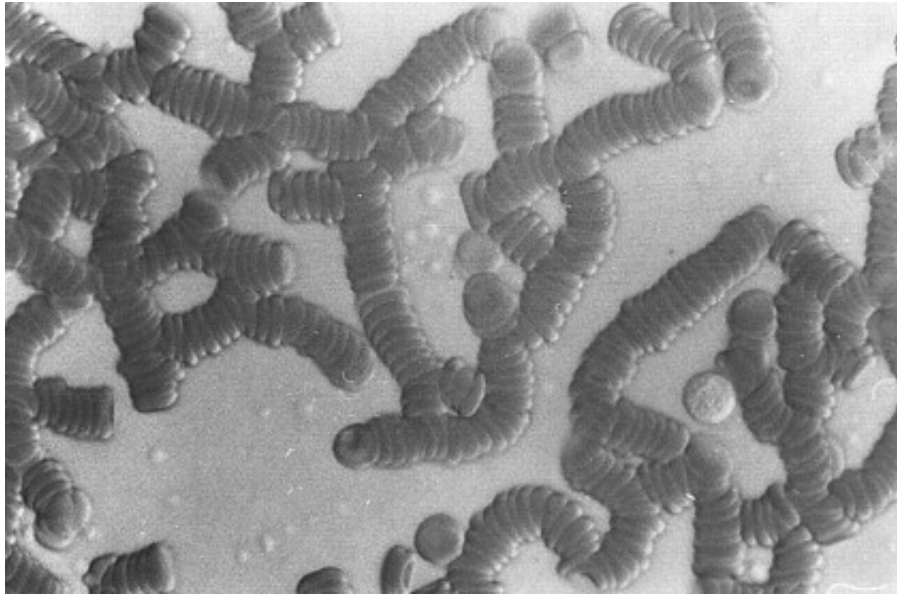


Figura 3.5: Fotomicrografia do sangue com ampliação de $\times 640$ da formação linear rouleaux em pessoas saudáveis. Fonte Picart *et al.* (1999) pag.775

Desta forma o comportamento do sangue relativo à taxa de deformação é próximo ao comportamento apresentado por Brydson (1981) relacionado aos fluidos pseudoplásticos, o que indica que o sangue tem o comportamento de pseudoplasticidade na maior parte de seu escoamento.

3.2.2.3 Efeitos da composição Proteica e do Hematócrito na Viscosidade

Para fazer medições no sangue é preciso quebrar a cadeia de coagulação, adicionando heparina ou outro anticoagulante. Para o sangue com composição proteica do plasma ‘normal’ (Merrill *et al.*, 1965) , exceto que uma proteína está presente em cada caso, a Figura 3.6 mostra que a globulina é responsável por aumentar a viscosidade do sangue e a albumina tende a diminuir a viscosidade. Isso é coerente com o conhecido fato de que a albumina não participa no processo de agregação enquanto a globulina e o fibrinogênio sim. Pode-se notar que a curva para a presença de globulina segue um formato não

newtoniano do sangue para baixas taxas de deformação e alcança um valor constante da viscosidade quando em altas taxas (Karam-Filho, 2001).

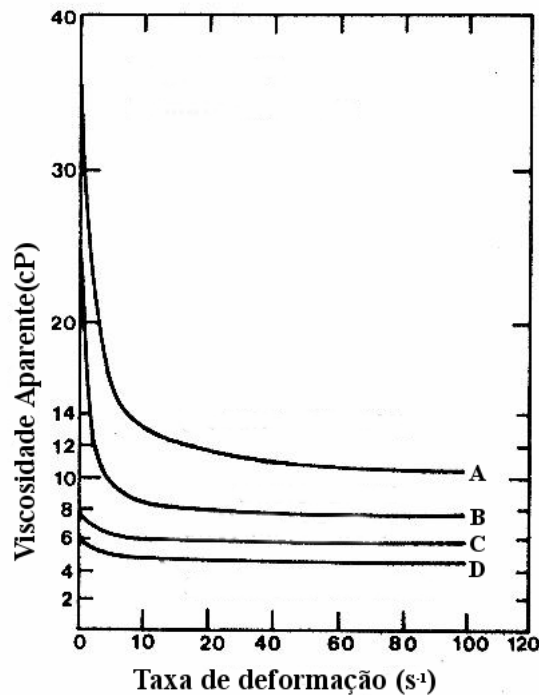


Figura 3.6: Proteínas no sangue com temperatura de 37°C com hematócrito de 49% influenciando sua viscosidade aparente. A)Globulina 2,2% B)Sangue completo C)Albumina 3,5% D)Fibrinogênio 0,6% . Adaptado de Merrill *et al.* (1965)

As interações mecânicas entre as células e as paredes dos vasos geralmente resultam na formação de uma camada de plasma em uma região próxima à parede, ou seja uma camada de baixo hematócrito, e um aumento do hematócrito na região próxima ao centro do vaso. Este efeito tem importante contribuição no comportamento do sangue em vasos de pequeno calibre, sendo consequência de diversas ações dinâmicas sobre as células dispersas (Pries *et al.*, 1992).

De acordo com o discutido até o momento, observa-se que o sangue é um fluido que pode ser modelado através de equações constitutivas de fluidos pseudoplásticos, que serão apresentadas nas seções subsequentes. Apesar do fenômeno de pseudoplasticidade ser observado de forma efetiva, alguns pesquisadores adotam modelo constitutivo viscoplástico, por supor existir tensão limite. Neste trabalho, será considerado apenas o efeito de pseudoplasticidade, principalmente devido às controvérsias a respeito da existência da tensão limite no sangue.

A primeira equação constitutiva apresentada será a lei da potência (*power-law*),

também conhecida por Ostwald-de-Waele, que é a mais comumente usada pela sua relativa simplicidade.

3.2.3 Modelo Power Law

O modelo de Ostwald-de-Waele também conhecido como lei da potência consiste em uma relação de potência entre o tensor de tensão e o tensor de taxa de deformação (Bird, 2002). É um modelo que pode reproduzir o comportamento dos pseudoplásticos, dilatantes e newtonianos, de acordo com o valor adotado para a potência. Pode ser escrito como:

$$\tau(\dot{\gamma}) = K_0 |\dot{\gamma}|^{n-1} \dot{\gamma}, \quad (3.22)$$

onde K_0 é o índice de consistência, n o índice da potência e a viscosidade aparente é dada por:

$$\mu(\dot{\gamma}) = K_0 |\dot{\gamma}|^{n-1}. \quad (3.23)$$

No caso tridimensional, como neste trabalho, este modelo é dado por

$$\bar{\tau}(\bar{\epsilon}(\vec{u})) = k_0 |\bar{\epsilon}(\vec{u})|^{n-1} \bar{\epsilon}(\vec{u}) \quad (3.24)$$

Quando $n = 1$ o comportamento é newtoniano, já quando $n > 1$ o modelo é o de fluidos dilatantes e quando $n < 1$ o fluido em questão é considerado pseudoplástico.

3.2.4 Modelo Walburn-Schneck

Um outro modelo, este desenvolvido especialmente para o sangue, foi introduzido por Walburn e Schneck (1976). Foi elaborado baseado na Lei da Potência, na qual foi inserida nos índices de consistência e de potência, além do hematócrito, uma dependência da quantidade de proteínas presentes no sangue, que pode alterar a viscosidade do mesmo:

$$\tau(\dot{\gamma}) = \left(C_1 e^{C_2 H} \left[e^{C_4 \left(\frac{TPMA}{H^2} \right)} \right] |\dot{\gamma}|^{-HC_3} \right) \dot{\gamma} = K_w |\dot{\gamma}|^{-HC_3} \dot{\gamma} \quad (3.25)$$

onde $C_1 = 0,797 mPa.s$, $C_2 = 0,0608$, $C_3 = 0,00499$, $C_4 = 14,585 lg^{-1}$ e $TPMA = 25,9 gl^{-1}$. TPMA representa o total de proteínas no sangue menos a albumina e H é o

hematócrito. A viscosidade aparente deste modelo é:

$$\mu(\dot{\gamma}) = C_1 e^{C_2 H} \left[e^{C_4 \left(\frac{TPMA}{H^2} \right)} \right] |\dot{\gamma}|^{-HC_3} \quad (3.26)$$

No caso tridimensional, este modelo é dado por:

$$\bar{\tau}(\bar{\epsilon}(\vec{u})) = K_w |\bar{\epsilon}(\vec{u})|^{-HC_3} \bar{\epsilon}(\vec{u}). \quad (3.27)$$

Na pesquisa de Pop *et al.* (2003) foi proposta uma extensão do modelo de Walburn e Schneck (1976), com o argumento de que esse modelo foi construído considerando altas taxas de deformação; assim Pop *et al.* (2003) introduziram uma extensão que modelaria mais adequadamente o sangue em baixas taxas de deformação. Tal modelo estendido é dado por:

$$\tau(\dot{\gamma}) = \left(A + C_1 e^{C_2 H} \left[e^{C_4 \left(\frac{TPMA}{H^2} \right)} \right] |\dot{\gamma}|^{-HC_3} \right) \dot{\gamma} \quad (3.28)$$

onde $A = 1,09$, $C_1 = 0,99$, $C_2 = 0,06$, $C_3 = 0,01$, $C_4 = 60,4$ e $TPMA = 25,9 \text{ gl}^{-1}$, com a viscosidade aparente dada por:

$$\mu(\dot{\gamma}) = A + C_1 e^{C_2 H} \left[e^{C_4 \left(\frac{TPMA}{H^2} \right)} \right] |\dot{\gamma}|^{-HC_3}. \quad (3.29)$$

Tridimensionalmente, este modelo é generalizado para :

$$\bar{\tau}(\bar{\epsilon}(\vec{u})) = \left(A + K_w |\bar{\epsilon}(\vec{u})|^{-HC_3} \right) \bar{\epsilon}(\vec{u}). \quad (3.30)$$

Este modelo foi pouco estudado e testado até o presente momento. Neste trabalho faz-se uma investigação se o termo A tem potencial para capturar um possível comportamento newtoniano quando o fluido apresenta altas taxas de deformação.

3.2.5 Modelo Sisko

O modelo proposto por Sisko (1958) tem como principal característica a possibilidade de se adequar tanto ao comportamento newtoniano quanto ao pseudoplástico, quando estiverem presentes no mesmo escoamento. O modelo é baseado na lei da potência e no modelo newtoniano :

$$\tau(\dot{\gamma}) = (\mu_0 + K_0 |\dot{\gamma}|^{n-1}) \dot{\gamma} \quad (3.31)$$

onde K_0 é o índice de consistência e n o índice da potência, sendo μ_0 o platô de viscosidade a altas taxas de deformação. Sendo, assim a viscosidade aparente é dada por:

$$\mu(\dot{\gamma}) = \mu_0 + K_0|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (3.32)$$

Generalizando para o caso tridimensional o modelo Sisko pode ser escrito como:

$$\bar{\tau}(\bar{\epsilon}(\vec{u})) = (\mu_0 + K_0|\bar{\epsilon}(\vec{u})|^{n-1}) \bar{\epsilon}(\vec{u}). \quad (3.33)$$

Desta forma em baixas taxas de deformação o comportamento do modelo é pseudoplástico, e com o aumento desta taxa o comportamento newtoniano é capturado. Este tipo de modelo pode ser utilizado em escoamentos com geometrias que possuem diferentes diâmetros em que o fluido muda de comportamento de acordo a taxa de deformação.

3.2.6 Modelo Wang-Stoltz com ajuste de Karam-Bortoloti

O modelo de Wang-Stoltz (Wang e Stoltz, 1994) é baseado no modelo de Sisko (1958) e é caracterizado por considerar tanto o efeito newtoniano como o pseudoplástico em função do hematócrito (H). Neste sentido a viscosidade aparente é dada por:

$$\mu(\dot{\gamma}) = \eta_p(\eta(H) + \beta(H)|\dot{\gamma}|^{-\frac{1}{2}}), \quad (3.34)$$

em que $\eta_p = 1,22mPas$ é a viscosidade do plasma, $\eta(H)$ é o platô newtoniano de viscosidade e $\beta(H)$ define o índice de consistência. Generalizando para o caso tridimensional, este modelo pode ser escrito como :

$$\mu(\bar{\epsilon}(\vec{u})) = \eta_p \left(\eta(H) + \beta(H)|\bar{\epsilon}(\vec{u})|^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.35)$$

Para o modelo de Wang-Stoltz, Karam-Filho e Bortoloti (2006) encontraram os seguintes parâmetros ajustando os dados de Wang e Stoltz (1994):

$$\beta(H) = 13,5196 - 147,9375H + 489,3956H^2 - 355,0794H^3 \quad (3.36)$$

$$\eta(H) = -2,9333 + 43,0424H - 118,2668H^2 + 110,1682H^3 \quad (3.37)$$

Este modelo será referido como modelo de Wang-Stoltz/KB.

Dos modelos apresentados, o newtoniano seria o mais natural para escoamentos sanguíneos em vasos largos com altas velocidades. Seria o limite do modelo de Wang-Stoltz para altas taxas de deformação. O modelo *power-law*, embora utilizado por alguns autores para vasos largos, é mais adequado à microcirculação onde efeitos pseudoplásticos são mais efetivos, embora não deixe margem para comportamentos em vasos no limite entre macro e microcirculação. Os modelos de Wang-Stoltz e Walburn-Schneck modificado seriam os mais adequados quando na presença de situações mistas de escoamentos, que contenham vasos de menor e de maior calibres.

3.3 Cálculo do índice de oscilação de cisalhamento na parede (OSI)

Além dos modelos matemáticos relacionados ao meio fluido, sangue, no caso em questão, presença de fístulas, é de interesse analisar os efeitos do escoamento nas paredes dos vasos, através das ações das tensões cisalhantes, que estão associadas ao estado de saúde dos vasos, como aqueles mencionados no Capítulo 2. No caso bidimensional a tensão de cisalhamento na parede, τ_w , é dada pela eq.3.19 referida à superfície interna do vaso em questão:

$$\tau_w = \tau_{xy} = \mu_{ap} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w = \mu_{ap} \dot{\gamma}_w \quad (3.38)$$

com $\dot{\gamma}_w$ sendo a taxa de deformação referente à parede.

Essa componente de tensão fornece um indicativo do nível de atrito na parede dos vasos. Pela Fig. 3.7 e considerando a condição de não deslizamento e não penetração como é a maioria dos casos naquela superfície, $\dot{\gamma}_w$ pode ser tomando como:

$$\dot{\gamma}_w = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{u(0+h) - u(0)}{h} \quad (3.39)$$

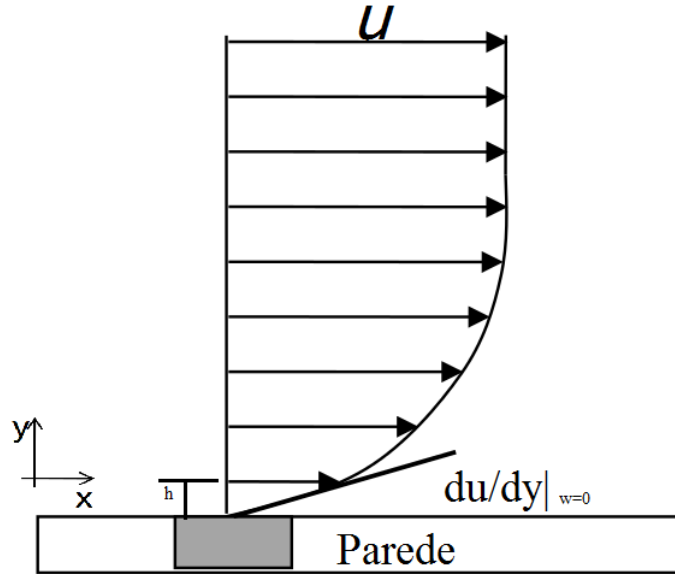


Figura 3.7: Esquema para tensão de cisalhamento na parede no caso bidimensional

Analisar τ_w em todos os instantes de tempo num determinado período é impraticável e não fornece de maneira global a ideia das oscilações do campo de tensões cisalhantes no período. Assim, torna-se importante a análise de um índice de oscilação de cisalhamento, OSI (*oscillatory shear index*), que foi primeiramente introduzido por Ku *et al.* (1985), e que aqui é determinado em cada ponto da parede dos vasos na forma proposta por He e Ku (1996):

$$OSI = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|\int_0^T \tau_w dt|}{\int_0^T |\tau_w| dt} \right) \quad (3.40)$$

No caso tridimensional, como o deste trabalho, diferentemente da eq. 3.19, outras componentes do tensor de tensão contribuem para o cisalhamento e o OSI é definido como Ku *et al.* (1985):

$$OSI = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|\int_0^T \vec{\tau}_w dt|}{\int_0^T |\vec{\tau}_w| dt} \right) \quad (3.41)$$

onde $\vec{\tau}_w$ é o vetor de tensões cisalhantes atuando na superfície da parede cuja normal é \vec{n} .

A equação 3.41 quantifica o grau de desvio da tensão cisalhante de sua direção média durante o ciclo cardíaco de período T, originário de fluxos reversos ou secundários que ocorrem devido ao pulso. O índice OSI permite uma avaliação direta das condições em

relação às tensões cisalhantes: quanto maior seu valor, maior será a variação da tensão cisalhante, variando entre 0 (para nenhuma variação) e 0,5 (para a maior variação). O OSI leva em conta a razão entre a média temporal e a média temporal absoluta da tensão de cisalhamento na parede (Nordgaard *et al.*, 2010).

4 Método de volumes finitos em escoamento de fluidos

Na resolução de equações diferenciais parciais existem vários métodos numéricos como por exemplo: diferenças finitas, volumes finitos, elementos finitos, elementos de contorno. Todos esses métodos necessitam de um processo de discretização do espaço e do tempo para viabilizar sua resolução.

O método de diferenças finitas é o mais antigo e mais simples. Baseia-se em substituir as derivadas parciais que aparecem nas equações governantes por diferenças, produzindo um sistema de equações algébricas que pode ser resolvido para as variáveis de campo em pontos específicos (Wendt, 2008).

Já no método de elementos finitos a discretização do meio contínuo é feita em elementos e a solução do problema pertencerá a um espaço que é construído através de funções de aproximação escolhidas de forma adequada (Wendt, 2008). As equações de discretização são usualmente derivadas de princípios variacionais (Patankar, 1980). Neste trabalho a estratégia numérica adotada é o método de volumes finitos, que será apresentado com mais detalhes na próxima seção.

4.1 Volumes Finitos

O método dos volumes finitos é baseado no conceito de volumes de controle em que o domínio é subdividido em um número finito desses volumes, onde são integradas as equações diferenciais associadas ao problema a ser resolvido. A equação diferencial é integrada no volume de controle, finito, (Patankar, 1980) e a equação resultante, em termos de diferenças, expressa a conservação do fluxo naquele volume. Este método foi introduzido por McDonald (1971) e Mac-Cormack e Paullay (1972) para a solução de equações de Euler dependentes do tempo em duas dimensões e estendido por Rizzi e Inouye (1973) para escoamentos em três dimensões (Hirsch, 2001). Especificamente, o método de volumes finitos mostra-se muito adequado para problemas de mecânica dos fluidos devido à maior facilidade para lidar com princípios de conservação do que diferenças finitas.

Segundo Causon *et al.* (2011) as vantagens em se utilizar volumes finitos são:

1. Discretização espacial é totalmente flexível: a malha pode acomodar contornos de formatos irregulares, reduzindo os erros geométricos, e pode ser mais facilmente refinada localmente em regiões de especial interesse. Esta característica é uma grande vantagem em relação ao método de diferenças finitas.
2. O método de volumes finitos tem uma maior facilidade em preservar a continuidade de fluxo, quando aplicado a equações diferenciais parciais que expressam leis de conservação, já que, como por exemplo duas células vizinhas compartilham uma interface comum, o fluxo total de uma quantidade conservada fora de uma célula será o mesmo que aquele que entrará em outra célula.

Pode-se dizer, além disso, que o método de volumes finitos aplicado em escoamento de fluidos busca a satisfação das leis de conservação no nível dos volumes de controle.

4.1.1 Métodos de volumes finitos para problemas de difusão

Para introduzir os conceitos básicos do método de volumes finitos será considerado o processo mais simples de transporte: difusão no estado estacionário. A equação governante para a difusão estacionária é dada por:

$$\text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) + S_\phi = 0, \quad (4.1)$$

em que ϕ é um campo genérico que pode ser definido como campos de velocidade, temperatura ou concentração e Γ pode ser a viscosidade, a condutividade ou coeficiente de difusão, S_ϕ sendo um termo de fonte. A integração no volume de controle, VC, que constitui o passo fundamental do método de volumes finitos fica:

$$\begin{aligned} & \int_{VC} \text{div}(\Gamma \text{grad}\phi) dv + \int_{VC} S_\phi dv \\ &= \int_A \vec{n} \cdot (\Gamma \text{grad}\phi) dA + \int_{VC} S_\phi dv = 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Considerando apenas uma dimensão, a equação estacionária da difusão, 4.1, se reduz a:

$$\frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) + S_\phi = 0. \quad (4.3)$$

Considerando uma malha baseada na Fig. 4.1 para a discretização do problema, pode-se identificar o ponto nodal P e os pontos vizinhos a oeste ($West$ do inglês) e a leste ($East$ do inglês), W e E , respectivamente. A face do volume de controle a oeste é denotada por w e a face a leste é denotada por e . As distâncias entre W e P , e entre os nós P e E , são identificadas como δx_{WP} e δx_{PE} , respectivamente. Similarmente, as distâncias entre as faces w e o ponto P e entre o ponto P e a face e são definidas como δx_{wP} e δx_{Pe} em que $\Delta x = \delta x_{we}$.

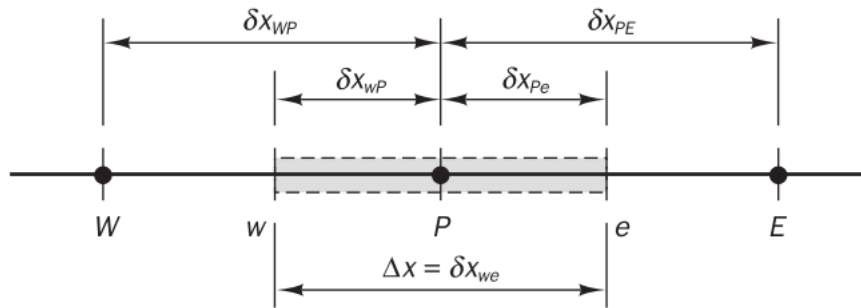


Figura 4.1: Malha unidimensional . Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007)

A discretização da equação através de um volume de controle em um ponto nodal P é definida como:

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S dV = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0, \quad (4.4)$$

em que A é a área da seção transversal do volume de controle, ΔV é o volume e \bar{S} é o valor médio do termo fonte no volume. Uma forma de discretização é através de diferenças centrais, sendo usualmente adotada por ser uma forma simples de apresentar a discretização do método. Adotando uma interpolação linear, os valores de Γ_w e Γ_e são dados por:

$$\Gamma_w = \frac{\Gamma_W + \Gamma_P}{2} \quad (4.5)$$

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2}. \quad (4.6)$$

Os termos do fluxo difusivo são aproximados por :

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx}\right)_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}}\right) \quad (4.7)$$

$$\left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx}\right)_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}}\right). \quad (4.8)$$

O termo S pode ser aproximado de forma linear, como:

$$\bar{S}\Delta V = S_u + S_p\phi_P \quad (4.9)$$

Substituindo as equações 4.7, 4.8 e 4.9 em 4.4 :

$$\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}}\right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}}\right) + (S_u + S_p\phi_P) = 0, \quad (4.10)$$

que pode ser re-arranjada como :

$$\left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w - S_p\right) \phi_P = \left(\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w\right) \phi_W + \left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e\right) \phi_E + S_u. \quad (4.11)$$

Identificando os coeficientes de ϕ_E e ϕ_W como a_W e a_E e o coeficiente de ϕ_P como a_P , pode-se escrever:

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + S_u \quad (4.12)$$

onde $a_W = \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w$, $a_E = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e$ e $a_P = a_E + a_W - S_p$.

4.1.2 Método de volumes finitos para problemas de difusão-convecção

No estudo de fluídos a convecção desempenha um papel significativo. Na natureza a convecção acontece conjuntamente com a difusão. Para o caso estacionário e com Γ constante, a equação de difusão-convecção geral pode ser escrita como:

$$div(\rho\vec{u}\phi) = div(\Gamma grad\phi) + S_\phi \quad (4.13)$$

A integração através do volume de controle é dada por:

$$\int_A \vec{n} \cdot (\rho \phi \vec{u}) dA = \int_A \vec{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \phi) dA + \int_{VC} S_\phi dV. \quad (4.14)$$

Esta equação representa o equilíbrio de fluxo em um volume de controle. O lado esquerdo representa o fluxo convectivo e o lado direito contém o fluxo difusivo e o termo de geração ou destruição dentro do volume de controle. O principal problema na discretização dos termos convectivos é o cálculo do valor da propriedade transportada ϕ nas faces do volume de controle e seu fluxo convectivo através dessas fronteiras.

Considerando a ausência de termos fonte a equação unidimensional estacionária de convecção-difusão é dada por:

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right). \quad (4.15)$$

Para escoamentos, além da equação 4.15, a equação da continuidade deve ser satisfeita:

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0 \quad (4.16)$$

Considerando o domínio unidimensional baseado na Fig.4.2 e utilizando a notação introduzida na seção anterior, a integração da equação 4.15, através do volume de controle

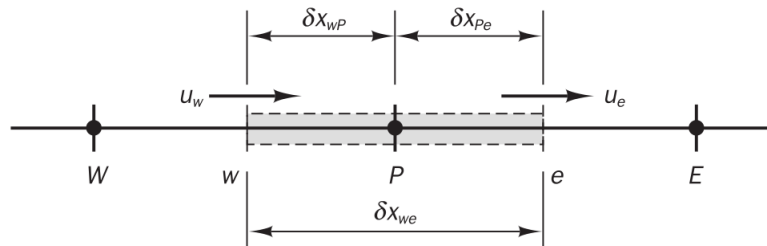


Figura 4.2: Malha unidimensional utilizada para o escoamento difusão-convecção . Adaptado: (Versteeg e Malalasekera, 2007)

fica da seguinte maneira:

$$(\rho u A \phi)_e - (\rho u A \phi)_w = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w. \quad (4.17)$$

A integração da equação da continuidade resulta em:

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w = 0. \quad (4.18)$$

Para obter equações discretizadas para o problema de convecção-difusão, deve-se aproximar os termos das equações 4.17 e 4.18. Para isso, é conveniente definir as seguintes variáveis: $F = \rho u$ para representar o fluxo convectivo de massa por unidade de área e $D = \frac{\Gamma}{\delta x}$ a condutância ou difusão nas faces das células. Os valores nas faces das células para as variáveis F e D podem ser escritos como:

$$F_w = (\rho u)_w \quad F_e = (\rho u)_e \quad (4.19)$$

$$D_w = \left(\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} \right) \quad D_e = \left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} \right). \quad (4.20)$$

Quando se tratar de fluidos não newtonianos, Γ , e conseqüentemente D, serão funções de u . Esses casos serão vistos posteriormente. Assumindo $A_w = A_e = A$, pode-se dividir a equação pela área A . Antes disso, deve-se aproximar os termos difusivos por diferenças centrais, como já visto nas equações 4.7 e 4.8. A integração da equação de difusão-convecção fica da seguinte forma:

$$F_e \phi_e - F_w \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (4.21)$$

A integração da equação da continuidade é escrita como :

$$F_e - F_w = 0 \quad (4.22)$$

Pode-se calcular o campo ϕ nas faces através dos pontos interiores, gerando:

$$\begin{aligned} \phi_e &= \frac{(\phi_P + \phi_E)}{2} \\ \phi_w &= \frac{(\phi_W + \phi_P)}{2} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Substituindo os termos na equação de difusão-convecção (4.21) :

$$\frac{F_e}{2}(\phi_P + \phi_E) - \frac{F_w}{2}(\phi_W + \phi_P) = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W), \quad (4.24)$$

podendo ser re-arranjada como:

$$\begin{aligned} \left[\left(D_w - \frac{F_w}{2} \right) + \left(D_e + \frac{F_e}{2} \right) \right] \phi_P &= \left(D_w + \frac{F_w}{2} \right) \phi_W + \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right) \phi_E \\ \left[\left(D_w + \frac{F_w}{2} \right) + \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right) + (F_e - F_w) \right] \phi_P &= \left(D_w + \frac{F_w}{2} \right) \phi_W + \left(D_e - \frac{F_e}{2} \right) \phi_E \end{aligned} \quad (4.25)$$

Identificando os coeficientes de ϕ_W e ϕ_E como a_W e a_E , o esquema de diferenças centrais resulta:

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E, \quad (4.26)$$

onde $a_W = D_w + \frac{F_w}{2}$, $a_E = D_e - \frac{F_e}{2}$ e $a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w)$.

Uma importante propriedade do escoamento de um fluido é o efeito em um ponto P devido a duas fontes constantes de ϕ na vizinhança de P (W e E). Para verificar os efeitos de convecção e difusão em um ponto, utiliza-se o número adimensional chamado de Peclet local:

$$Pe = \frac{F}{D} = \frac{\rho u}{\Gamma \delta x} \quad (4.27)$$

onde δx é o tamanho característico da célula. Quando o efeito da difusão é bem maior do que o da convecção o número de Peclet tende a zero e quando a convecção predomina, o número de Peclet tende a infinito. Com base no número de Peclet pode-se escolher o melhor método para a discretização em volumes finitos, pois alguns métodos apresentam instabilidades de acordo com a dominância da convecção na equação. De acordo com o número de Peclet pode-se escolher entre os métodos (Tabela 4.1): de diferenças centrais, *Upwind*, *Power law* e híbrido.

Tabela 4.1: Esquemas de interpolação para volumes finitos

Esquema	a_W	a_E
D.Central	$D_w + F_w/2$	$D_e - F_e/2$
<i>Upwind</i>	$D_w + \max(F_w, 0)$	$D_e + \max(-F_e, 0)$
Híbrido	$\max[F_w, (D_w + F_w/2), 0]$	$\max[-F_e, (D_e - F_e/2), 0]$
<i>Power law</i>	$D_w \max[0, (1 - 0.1 Pe_w)^5] + \max(F_w, 0)$	$D_e \max[0, (1 - 0.1 Pe_e)^5] + \max(-F_e, 0)$

O esquema de diferenças centrais é utilizado para $|Pe_{global}|^1 \leq 1$; para valores maiores o método pode gerar oscilações. Já o esquema *Upwind* é mais adequado para $|Pe_{global}| \geq 1$. Da união desses dois métodos o esquema híbrido utiliza o esquema de diferenças finitas de segunda ordem para números de Peclet pequenos ($|Pe_{global}| < 1$), enquanto o esquema *Upwind* para Peclet grandes ($|Pe_{global}| \geq 1$). No esquema exponencial (*Power law*) a difusão é feita igual a zero quando o $|Pe| > 10$. Para $0 < |Pe| \leq 10$ o fluxo é avaliado por uma expressão polinomial (Versteeg e Malalasekera, 2007). Em casos transientes geralmente é utilizado o número CFL (*Courant-Friedrich-Levy*) que é uma variável local do domínio fluido que representa o fluxo advectivo em cada volume finito,

$$CFL = \frac{u\delta t}{\delta x}. \quad (4.28)$$

A condição CFL representa uma relação entre a malha, o passo de tempo e a velocidade de entrada do fluido e garante a estabilidade de solução de modelos explícitos. Essa condição declara que a velocidade numérica ($\frac{\delta x}{\delta t}$) deve propagar-se pelo menos tão rapidamente quanto a velocidade física (u).

4.1.2.1 Malha Deslocada

No caso de escoamento de fluidos, a pressão, p , é uma variável a ser determinada adicionalmente à velocidade. Caso velocidade e pressão sejam calculadas no mesmo ponto podem ocorrer oscilações numéricas na solução do problema. Em volumes finitos também existe o compromisso entre as interpolações de u e p , como em outros métodos como elementos finitos. Para evitar o aparecimento de oscilações, a velocidade tem que ter uma ordem de interpolação maior do que a pressão nos métodos clássicos como o de Galerkin e o de diferenças centrais, que é a base do método de volumes finitos. Por isso, a alternativa

¹Peclet de toda malha

em volumes finitos é usar malhas deslocadas entre os nós de velocidade e os de pressão. A ideia da malha deslocada é avaliar variáveis escalares, tais como pressão, densidade, temperatura, etc, em pontos nodais comuns, entretanto para o cálculo das componentes de velocidade adotam-se pontos localizados em torno da face das células nas malhas deslocadas centralizadas (Versteeg e Malalasekera, 2007). A utilização de uma malha deslocada é uma maneira simples de evitar dissociação entre a pressão e a velocidade que acontece na resolução da equação de Navier-Stokes, por exemplo, por causa da equação de conservação de massa e sua relação com a equação de momento e evitar também o “*checker-board*” que faz com que a integração seja nula devido aos valores semelhantes em nós alternados. Um exemplo desse tipo de malha pode ser observado na Fig. 4.3

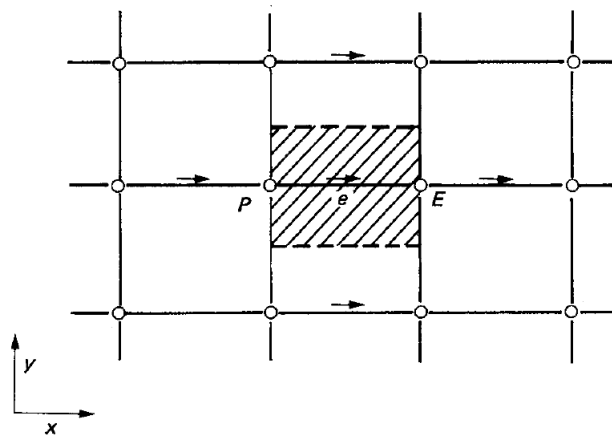


Figura 4.3: Malha bidimensional deslocada. Fonte: (Patankar, 1980)

As desvantagens na utilização de malhas deslocadas aparecem quando se utilizam malhas complexas ou não estruturadas pois esse tipo de arranjo requer um grande número de índices e informações das variáveis em pontos distintos dos volumes de controle. Com malhas de alta complexidade o desenvolvimento de um algoritmo de mapeamento dos volumes fica mais complicado e caro computacionalmente.

Na modelagem de domínios complexos, fica extremamente difícil a utilização de malhas deslocadas, principalmente no caso de malhas em 3D. Neste sentido torna-se necessária uma alternativa, já usual, que é a chamada malha co-localizada.

4.1.3 Malha co-localizada

Em um arranjo co-localizado todas as variáveis do problema estão localizadas no centro dos volumes. Após o trabalho de Patankar (1980) a malha co-localizada foi deixada de

lado por alguns anos, por apresentar instabilidades ao calcular a pressão e seu gradiente. As dificuldades em se utilizar as malhas co-localizadas podem ser contornadas usando a técnica conhecida como interpolação de momento, desenvolvida por Rhie e Chow (1983). Esse método consiste em fazer com que o cálculo das velocidades nas interfaces dependam das pressões nos volumes vizinhos, tendo o mesmo efeito do desencontro das malhas deslocadas. Com isso as velocidades na interface são calculadas a partir de uma equação que satisfaça essa condição, obtida através das equações de conservação de massa e momento.

O trabalho de Perić *et al.* (1988) mostrou que em casos específicos, como por exemplo escoamentos em cavidades fechadas, não existem diferenças entre os dois métodos, sendo assim em determinados casos a malha co-localizada seria mais eficiente pela facilidade de implementação e manipulação. Depois deste estudo várias pesquisas mostram a eficiência da malha co-localizada com interpolação de Rhie e Chow (1983) para malhas complexas, como em Davidson (1996).

4.1.4 Método semi-implícito para problemas em velocidade e pressão-SIMPLE

Com o intuito de resolver problemas acoplados como os regidos pelas equações de Navier-Stokes e a equação da conservação da massa, foi desenvolvido o algoritmo SIMPLE (*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations*), por Patankar e Spalding (1972). Este algoritmo consiste em resolver os campos de pressão e velocidade através de um processo de predição e correção dos campos de pressão e velocidade para satisfazer a equação de conservação de massa em malhas deslocadas e co-localizadas (Versteeg e Malalasekera, 2007).

No algoritmo SIMPLE, para um melhor entendimento, vamos usar coordenadas genéricas (i,j) em uma malha bidimensional (Fig. 4.4). Sendo assim a equação do momento na localização (i,J) é dada por:

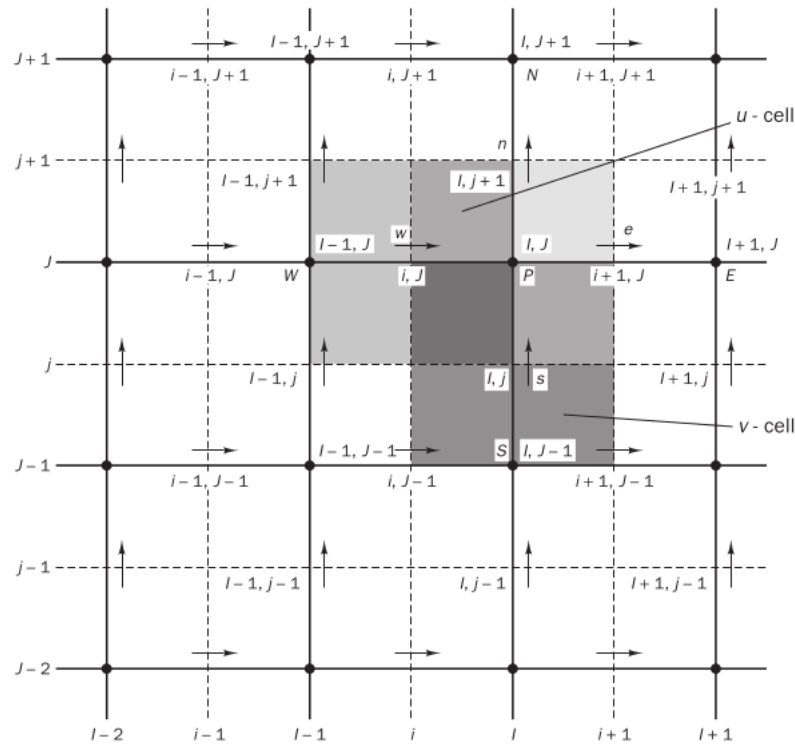


Figura 4.4: Malha bidimensional. Fonte: (Patankar, 1980)

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} - \frac{p_{I,J} - p_{I-1,J}}{\delta x_u} \Delta V_u + \bar{S} \Delta V_u \quad (4.29)$$

ou

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} - (p_{I,J-1} - p_{I,J})A_{I,j}A_{i,J} + b_{i,j}$$

$$a_{I,j}v_{I,j} = \sum a_{nb}v_{nb} - (p_{I,J-1} - p_{I,J})A_{I,J}A_{I,j} + b_{I,j}$$

onde ΔV é o volume da célula de $u_{i,j}$, $b_{i,j} = \bar{S} \Delta V_u$ é o termo fonte e $A_{i,J}$ é a área da face a oeste ou a leste e $A_{I,j}$ para norte ou sul. O gradiente de pressão foi discretizado por uma interpolação linear. Já os coeficientes $a_{i,j}$ e a_{nb} podem ser calculados por qualquer método diferencial (híbrido, *upwind*, entre outros), apresentados na Tabela 4.1. Os a_{nb} representam todos os vizinhos de $a_{i,j}$. Para iniciar o cálculo do SIMPLE deve-se arbitrar um p^* . Assim, as equações de momento são resolvidas usando o campo de pressão suposto, produzindo os campos de velocidade “supostos” (predição). Considerando duas dimensões,

as equações ficam da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} a_{i,J}u_{i,J}^* &= \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*)A_{i,J} + b_{i,J} \\ a_{I,j}v_{I,j}^* &= \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*)A_{I,j} + b_{I,j} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Com isso serão definidas as correções para p^* , u^* e v^* :

$$\begin{aligned} p &= p^* + p' \\ u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v' \end{aligned} \quad (4.31)$$

Com p' , u' e v' sendo as diferenças entre os campos de pressão e velocidade preditos e corrigidos. Substituindo o campo de pressão corrigido p na equação do momento determinam-se os novos campos de velocidade. A subtração das equações 4.29 de 4.30 resulta em:

$$\begin{aligned} a_{i,J}(u_{i,J} - u_{i,J}^*) &= \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + [(p_{I-1,J} - p_{I,J}^*) - (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*)]A_{i,J} \\ a_{I,j}(v_{I,j} - v_{I,j}^*) &= \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + [(p_{I,J-1} - p_{I,J}^*) - (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*)]A_{I,j}. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Utilizando as fórmulas de correção (equações 4.31) nas equações 4.32 tem-se:

$$\begin{aligned} a_{i,J}u'_{i,J} &= \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{I-1,J} - p'_{I,J})A_{i,J} \\ a_{I,j}v'_{I,j} &= \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{I,J-1} - p'_{I,J})A_{I,j}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

A omissão dos termos $\sum a_{nb}u'_{nb}$ e $\sum a_{nb}v'_{nb}$ é a principal aproximação do algoritmo SIMPLE, ficando:

$$\begin{aligned} u'_{i,J} &= d_{i,J}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \\ v'_{I,j} &= d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}), \end{aligned} \quad (4.34)$$

onde $d_{i,J} = \frac{A_{i,J}}{a_{i,J}}$ e $d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}}$.

As equações 4.34 descrevem as correções a serem aplicadas na velocidade através das

fórmulas 4.31. Com isto, chega-se a:

$$\begin{aligned} u_{i,J} &= u_{i,J}^* + d_{i,J}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \\ v_{I,j} &= v_{I,j}^* + d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Similarmente para $u_{i+1,J}$ e $v_{I,j+1}$:

$$\begin{aligned} u_{i+1,J} &= u_{i+1,J}^* + d_{i+1,J}(p'_{I,J} - p'_{I+1,J}) \\ v_{I,j+1} &= v_{I,j+1}^* + d_{I,j+1}(p'_{I,J} - p'_{I,J+1}) \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$p_{I,J} = p_{I,J}^* + p'_{I,J}, \quad (4.37)$$

onde $d_{i+1,J} = \frac{A_{i+1,J}}{a_{i+1,J}}$ e $d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1}}{a_{I,j+1}}$. Somente a equação da conservação de momento linear foi abordada. Sabe-se, como dito anteriormente, que os campos de velocidade devem satisfazer à equação da continuidade. A discretização da equação da continuidade fica da seguinte forma:

$$[(\rho u A)_{i+1,J} - (\rho u A)_{i,J}] + [(\rho v A)_{I,j+1} - (\rho v A)_{I,j}] = 0 \quad (4.38)$$

Substituindo as equações de correção de velocidades (equações 4.35 e 4.36) na equação da continuidade, chega-se em:

$$\begin{aligned} &[\rho_{i+1,J} A_{i+1,J} (u_{i+1,J}^* + d_{i+1,J}(p'_{I,J} - p'_{I+1,J})) \\ &\quad - \rho_{i,J} A_{i,J} (u_{i,J}^* + d_{i,J}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}))] \\ &+ [\rho_{I,j+1} A_{I,j+1} (v_{I,j+1}^* + d_{I,j+1}(p'_{I,J} - p'_{I,J+1})) \\ &\quad - \rho_{I,j} A_{I,j} (v_{I,j}^* + d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}))] = 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Rearranjando e identificando os coeficientes de p' pode-se escrever:

$$a_{I,J} p'_{I,J} = a_{I+1,J} p'_{I+1,J} + a_{I-1,J} p'_{I-1,J} + a_{I,J+1} p'_{I,J+1} + a_{I,J-1} p'_{I,J-1} + b'_{I,J}, \quad (4.40)$$

onde $a_{I+1,J} = (\rho d A)_{i+1,J}$, $a_{I-1,J} = (\rho d A)_{i,J}$, $a_{I,J+1} = (\rho d A)_{I,j+1}$, $a_{I,J-1} = (\rho d A)_{I,j}$ e $b'_{I,J} = (\rho^* A)_{i+1,J} - (\rho u^* A)_{i,J} + (\rho v^* A)_{I,j+1} - (\rho v^* A)_{I,j}$

4.1.4.1 Relaxação

As equações de conservação de momento linear possuem termos convectivos, que apresentam não linearidades. Para lidar com este problema pode-se utilizar uma técnica de relaxação que consiste em suavizar a solução através da introdução de um termo adicional de predição. Este processo é dividido em super-relaxação (*overrelaxion*) e sub-relaxação (*underrelaxion*), em que o primeiro acelera o processo e o segundo atua de forma mais lenta com o intuito de estabilizar a solução. A sub-relaxação é muito utilizada para problemas não lineares, pois evita a divergência na solução iterativa de equações fortemente não lineares (Patankar, 1980).

A relaxação é definida através da inclusão de parâmetros, normalmente denotados por α , que são aplicados na atualização das variáveis calculadas a cada interação da resolução para “suavizar” a solução. Quando o parâmetro $\alpha > 1$, chama-se super-relaxação, já quando $\alpha < 1$ tem-se a chamada de sub-relaxação (Versteeg e Malalasekera, 2007).

Não é necessário manter o mesmo α durante toda a simulação, o valor pode ser alterado em cada iteração (Patankar, 1980). A equação de correção da pressão é suscetível a divergência, a menos que algum sub-relaxamento seja utilizado durante o processo iterativo. Com isso um p^{novo} é obtido de :

$$p^{novo} = p^* + \alpha_p p' \quad (4.41)$$

onde α_p é o fator de sub-relaxação da pressão. Já para as velocidades, a relaxação fica da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} u^{novo} &= u^n \alpha_u + (1 - \alpha_u) u^{n-1} \\ v^{novo} &= v^n \alpha_v + (1 - \alpha_v) v^{n-1}. \end{aligned} \quad (4.42)$$

A sub-relaxação aplicada na equação do momento em u fica da seguinte forma:

$$\frac{a_{i,J}}{\alpha_u} u_{i,J} = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{I-1,J} - p_{I,J}) A_{i,J} + b_{i,J} + \left[(1 - \alpha_u) \frac{a_{i,J}}{\alpha_u} \right] u_{i,J}^{n-1}. \quad (4.43)$$

Caso análogo pode ser feito para a equação do momento em v , com isso $d_{i,J} = \frac{A_{i,J} \alpha_u}{a_{i,J}}$. De acordo com todos os passos anteriores o algoritmo SIMPLE pode ser escrito da seguinte

forma:

Algoritmo 1: SIMPLE

Entrada: 1. Iniciar com campos de velocidades e pressão supostos.

início

repita

2. Caso a viscosidade seja não newtoniana, calcular a viscosidade através dos campos de velocidade e resolver as equações (4.30) discretizadas do momento

$$a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*)A_{i,J} + b_{i,J}$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*)A_{I,j} + b_{I,j}$$

3. Determinados $u_{i,j}^*$ e $v_{I,j}^*$, resolver a equação (4.41) de correção da pressão para p' :

$$a_{I,J}p'_{I,J} = a_{I+1,J}p'_{I+1,J} + a_{I-1,J}p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}p'_{I,J+1} + a_{I,J-1}p'_{I,J-1} + b'_{I,J}$$

4. Corrigir a pressão e a velocidade (Eq. 4.36 e 4.37) :

$$p_{I,J} = p_{I,J}^* + p'_{I,J}$$

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J})$$

$$v_{I,j} = v_{I,j}^* + d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J})$$

5. Substituir o p atual por um novo p^* ; similarmente para u , v por u^{novo} e v^{novo} .

até convergência;

fim

A partir do algoritmo SIMPLE outros algoritmos foram desenvolvidos para volumes finitos, como por exemplo o SIMPLER, o SIMPLEX e o PISO (Versteeg e Malalasekera, 2007).

4.1.5 Pressão Implícita com Separação de Operadores-PISO

O algoritmo PISO, que significa Pressão Implícita com Separação de Operadores, foi proposto por Issa (1986). O PISO é um procedimento de cálculo de pressão e velocidade desenvolvido originalmente para a computação de escoamentos compressíveis transientes. Ele possui um passo preditor e dois passos de correção e pode ser considerado como uma extensão do método conhecido como SIMPLE, onde se adiciona mais um passo corretor ao procedimento (Versteeg e Malalasekera, 2007).

O método baseia-se no uso da pressão e da velocidade como as variáveis dependentes, sendo aplicável às versões compressível e incompressível das equações de transporte. A principal característica desta técnica é a divisão do processo em uma série de etapas em que as operações sobre a pressão são dissociadas da velocidade em cada passo (Issa, 1986).

Métodos desenvolvidos para resolver o acoplamento velocidade-pressão enquadram-se em duas categorias: esquemas semi e totalmente implícitos. No primeiro tipo de método as equações de momento são discretizadas de forma explícita com exceção do gradiente de pressão, que é tratado implicitamente; a relação de continuidade também é imposta implicitamente. Como consequência, o acoplamento das equações se reduz a uma via de ligação em que a equação de pressão não contém velocidades no tempo avançado.

Cada esquema, no entanto, devido a sua dependência de diferenças explícitas, sofre as restrições do passo temporal a cada iteração. Já nos métodos totalmente implícitos, as equações são discretizadas implicitamente, com o acoplamento tratado a cada iteração. O método PISO vem solucionar estes problemas através da divisão de operações (*Operator Splitting*) na solução das equações de momento e pressão discretizadas de tal forma que os campos obtidos em cada passo de tempo são aproximações da solução exata das equações diferenciais (Issa, 1986) da seguinte forma:

1. predição: as equações de momento discretizadas são resolvidas, dado um campo de pressão inicial, ou intermediário, p^* , determinando os componentes de velocidade da mesma forma que no algoritmo SIMPLE:

$$\begin{aligned} a_{i,J}u_{i,J}^* &= \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*)A_{i,J} + b_{i,J} \\ a_{I,j}v_{I,j}^* &= \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*)A_{I,j} + b_{I,j}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

2. Primeira correção: os campos u^* e v^* não irão satisfazer a equação da continuidade, a menos que o campo de pressão p^* seja corrigido:

$$a_{I,J}p'_{I,J} = a_{I+1,J}p'_{I+1,J} + a_{I-1,J}p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}p'_{I,J+1} + a_{I,J-1}p'_{I,J-1} + b'_{I,J}. \quad (4.45)$$

O primeiro corretor do SIMPLE é introduzido para que os campos de velocidade sejam encontrados (u^{**} e v^{**}) satisfazendo a equação da continuidade. As equações resultantes são as mesmas de correção de velocidade para o SIMPLE, entretanto como existem dois passos corretores a notação será diferenciada daquela utilizada no SIMPLE:

$$p^{**} = p^* + p' \quad (4.46)$$

$$u^{**} = u^* + u'$$

$$v^{**} = v^* + v'$$

Com isto u^{**} e v^{**} ficam da seguinte forma:

$$p_{I,J}^{**} = p_{I,J}^* + p'_{I,J} \quad (4.47)$$

$$u_{i,J}^{**} = u_{i,J}^* + d_{i,J}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J})$$

$$v_{I,j}^{**} = v_{I,j}^* + d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J})$$

Como no algoritmo SIMPLE, as equações acima são substituídas na equação da continuidade para a correção do campo de pressão, com seus coeficientes e termo fonte.

3. Segunda correção: Para melhorar o algoritmo PISO uma segunda correção é executada. Com u^{**} e v^{**} obtidos por 4.44 do passo anterior, uma nova correção é feita através de :

$$a_{i,J}u_{i,J}^{***} = \sum a_{nb}u_{nb}^{**} + (p_{I-1,J}^{***} - p_{I,J}^{***})A_{i,J} + b_{i,J} \quad (4.48)$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^{***} = \sum a_{nb}v_{nb}^{**} + (p_{I,J-1}^{***} - p_{I,J}^{***})A_{I,j} + b_{I,j}$$

Subtraindo 4.44 de 4.48, resulta:

$$\begin{aligned} u_{i,J}^{***} &= u_{i,J}^{**} \frac{\sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)}{a_{i,J}} d_{i,J} + (p_{I-1,J}'' - p_{I,J}'') \\ v_{I,j}^{***} &= v_{I,j}^{**} \frac{\sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)}{a_{I,j}} d_{I,j} + (p_{I,J-1}'' - p_{I,J}'') \end{aligned} \quad (4.49)$$

onde p'' é a segunda correção da pressão para que o campo p^{***} seja obtido por :

$$p^{***} = p^{**} + p'' \quad (4.50)$$

Substituindo u^{***} e v^{***} na equação da continuidade, tem-se a segunda correção para a pressão:

$$a_{I,J} p_{I,J}'' = a_{I+1,J} p_{I+1,J}'' + a_{I-1,J} p_{I-1,J}'' + a_{I,J+1} p_{I,J+1}'' + a_{I,J-1} p_{I,J-1}'' + b_{I,J}'' \quad (4.51)$$

Pode-se esquematizar o algoritmo PISO da seguinte maneira:

Algoritmo 2: PISO

Entrada: 1. Fornecer os campos de pressão (p^*) iniciais e de velocidade (u^* e v^*)
início

repita

2. Caso a viscosidade seja não newtoniana calcular a viscosidade através dos campos de velocidade e resolver as equações discretizadas do momento (eq. 4.44)

$$a_{i,J}u_{i,J}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*)A_{i,J} + b_{i,J}$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*)A_{I,j} + b_{I,j}$$

3. Resolver a equação de correção da pressão (eq.4.45) :

$$a_{I,J}p'_{I,J} = a_{I+1,J}p'_{I+1,J} + a_{I-1,J}p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}p'_{I,J+1} + a_{I,J-1}p'_{I,J-1} + b'_{I,J}$$

4. Corrigir a pressão e as velocidades (eq.4.46) :

$$p_{I,J}^{**} = p_{I,J}^* + p'_{I,J}$$

$$u_{i,J}^{**} = u_{i,J}^* + d_{i,J}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J})$$

$$v_{I,j}^{**} = v_{I,j}^* + d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J})$$

5. Resolver a segunda equação de correção da pressão (eq. 4.51) :

$$a_{I,J}p''_{I,J} = a_{I+1,J}p''_{I+1,J} + a_{I-1,J}p''_{I-1,J} + a_{I,J+1}p''_{I,J+1} + a_{I,J-1}p''_{I,J-1} + b''_{I,J}$$

6. Corrigir as velocidades e a pressão (eqs. 4.49 e 4.50):

$$u_{i,J}^{***} = u_{i,J}^{**} \frac{\sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)}{a_{i,J}} d_{i,J} + (p''_{I-1,J} - p''_{I,J})$$

$$v_{I,j}^{***} = v_{I,j}^{**} \frac{\sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)}{a_{I,j}} d_{I,j} + (p''_{I,J-1} - p''_{I,J})$$

$$p^{***} = p^{**} + p''$$

7. Definir $p = p^{***}$, $u = u^{***}$ e $v = v^{***}$

até convergência do método;

fim

4.1.5.1 Caso transiente

Para introduzir o método de volumes finitos no caso transiente será considerado o caso bidimensional cujas equações de conservação de massa e de momento podem ser escritas como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{u}\phi) = \text{div}(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\phi u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\phi v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S \quad (4.53)$$

Analogamente à seção 4.1.2, o esquema de diferenças centrais fica da seguinte forma:

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_S\phi_S + a_N\phi_N + a_P^o\phi_P^o + S_u \quad (4.54)$$

em que

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N + a_P^o + \Delta F - S_P \quad (4.55)$$

com

$$\Delta F = F_E - F_W + F_N - F_S, \quad (4.56)$$

$$a_P^o = \frac{\rho_P^o \Delta V}{\Delta t} \quad (4.57)$$

e

$$\bar{S}\Delta V = S_u + S_P\rho_P. \quad (4.58)$$

A equação da continuidade transiente é:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho u}{\partial x} + \frac{\partial\rho v}{\partial y} = 0. \quad (4.59)$$

A forma integrada desta equação fica da seguinte forma:

$$\frac{\rho_P - \rho_P^o}{\Delta t} \Delta V + [(\rho u A)_e - (\rho u A)_w] + [(\rho u A)_n - (\rho u A)_s] = 0 \quad (4.60)$$

Caso a solução das equações seja encontrada através do algoritmo SIMPLE e PISO a equação de correção ficaria da seguinte forma:

$$a_{I,J} p'_{I,J} = a_{I+1,J} p'_{I+1,J} + a_{I-1,J} p'_{I-1,J} + a_{I,J+1} p'_{I,J+1} + a_{I,J-1} p'_{I,J-1} + b'_{I,J}, \quad (4.61)$$

onde $a_{I+1,J} = (\rho dA)_{i+1,J}$, $a_{I-1,J} = (\rho dA)_{i,J}$, $a_{I,J+1} = (\rho dA)_{I,j+1}$, $a_{I,J-1} = (\rho dA)_{I,j}$ e $b'_{I,J} = (\rho^* A)_{i+1,J} - (\rho u^* A)_{i,J} + (\rho v^* A)_{I,j+1} - (\rho v^* A)_{I,j} + \frac{\rho_P - \rho_P^o}{\Delta t} \Delta V$.

Existem poucas diferenças entre o algoritmo PISO estacionário e o transiente, desta forma com base na seção 4.1.5 e no que foi apresentando até agora, o algoritmo PISO transiente fica da seguinte maneira:

Algoritmo 3: PISO transiente

Entrada: Fornecer os campos de pressão(p^*) e de velocidade (u^* e v^*) e fixar Δt
início

repita

1. $t = t + \Delta t$

repita

2. Caso a viscosidade seja não newtoniana calcular a viscosidade através dos campos de velocidade e resolver as equações discretizadas do momento

$$\begin{aligned} a_{i,J}u_{i,J}^* &= \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*)A_{i,J} + b_{i,J} \\ a_{I,j}v_{I,j}^* &= \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*)A_{I,j} + b_{I,j} \end{aligned} \quad (4.62)$$

em que

$$b = \bar{S}\Delta V_u + a_P^o u_P^o \quad (4.63)$$

4. Resolver a equação de correção da pressão :

$$a_{I,J}p'_{I,J} = a_{I+1,J}p'_{I+1,J} + a_{I-1,J}p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}p'_{I,J+1} + a_{I,J-1}p'_{I,J-1} + b'_{I,J} \quad (4.64)$$

em que

$$b'_{I,J} = (\rho^* A)_{i+1,J} - (\rho u^* A)_{i,J} + (\rho v^* A)_{I,j+1} - (\rho v^* A)_{I,j} + \frac{\rho_P - \rho_P^o}{\Delta t} \Delta V \quad (4.65)$$

5. Corrigir a pressão e as velocidades :

$$\begin{aligned} p_{I,J}^{**} &= p_{I,J}^* + p'_{I,J} \\ u_{i,J}^{**} &= u_{i,J}^* + d_{i,J}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \\ v_{I,j}^{**} &= v_{I,j}^* + d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \end{aligned} \quad (4.66)$$

6. Resolver a segunda equação de correção da pressão :

$$a_{I,J}p''_{I,J} = a_{I+1,J}p''_{I+1,J} + a_{I-1,J}p''_{I-1,J} + a_{I,J+1}p''_{I,J+1} + a_{I,J-1}p''_{I,J-1} + b''_{I,J} \quad (4.67)$$

em que

$$b''_{I,J} = (\rho^{**} A)_{i+1,J} - (\rho u^{**} A)_{i,J} + (\rho v^{**} A)_{I,j+1} - (\rho v^{**} A)_{I,j} + \frac{\rho_P - \rho_P^o}{\Delta t} \Delta V \quad (4.68)$$

7. Corrigir as velocidades e a pressão :

$$\begin{aligned} u_{i,J}^{***} &= u_{i,J}^{**} \frac{\sum a_{nb}(u_{nb}^{**} - u_{nb}^*)}{a_{i,J}} d_{i,J} + (p''_{I-1,J} - p''_{I,J}) \\ v_{I,j}^{***} &= v_{I,j}^{**} \frac{\sum a_{nb}(v_{nb}^{**} - v_{nb}^*)}{a_{I,j}} d_{I,j} + (p''_{I,J-1} - p''_{I,J}) \\ p^{***} &= p^{**} + p'' \end{aligned} \quad (4.69)$$

8. Definir $p = p^{***}$, $u = u^{***}$ e $v = v^{***}$

até convergência do método;

até $t > t_{max}$;

fim

O algoritmo PISO transiente com interpolação temporal implícita, como a mostrada acima, será utilizado neste trabalho.

5 Modelagem computacional 3D de escoamento em fístulas

O estudo de escoamento sanguíneo em fístulas arteriovenosas apresenta, ainda, questões a serem investigadas que são altamente relevantes para uma simulação adequada deste fenômeno tais como a análise do efeito de equações constitutivas e a avaliação de variações no escoamento devido a introdução de agulhas e, de forma geral, um entendimento mais completo da distribuição das tensões cisalhantes nestas e em outras situações de fluxo sanguíneo nas fístulas durante o procedimento de hemodiálise. Visando simular a complexidade do meio serão desenvolvidos modelos computacionais baseados em fístulas arteriovenosas término-laterais radiocefálicas, por serem a modalidade de fístulas mais eficientes (Ene-Iordache *et al.*, 2001; Hammes, 2011). Os modelos constitutivos, apresentados no Capítulo 3 serão implementados, fazendo-se também a consideração usual de escoamento incompressível. A solução das equações governantes serão obtidas pelo método de volumes finitos com algoritmo PISO transiente, utilizando como *software* base a plataforma livre *OpenFoam*.

Várias equações constitutivas têm sido propostas a fim de descrever o comportamento não-newtoniano do sangue. Neste sentido serão analisados escoamentos sanguíneos considerando fluidos newtonianos e pseudoplásticos (não newtoniano). Apesar da fístula arteriovenosa fazer parte da macro-circulação, a anastomose pode gerar comportamentos não newtonianos devido ao arranjo angular e os padrões não naturais de escoamento. Sendo assim os modelo de Wang-Stoltz/KB e Walburn-Schneck, possibilitam capturar comportamentos diferenciados nessas condições, inclusive levando em conta composição e grau de suspensão, permitindo maior adequação desta classe de modelagem e simulação.

O primeiro passo foi analisar o escoamento em fístulas imaturas com o sangue newtoniano, viscosidade de $3,45mPas$ (bastante utilizada na literatura) e variação de ângulos de anastomose de 20° , 25° , 30° , 35° , 40° , 45° . A avaliação na fístula imatura é de extrema importância pois, o escoamento sanguíneo durante o período de maturação pode ser bastante diferente da fístula madura, diferença esta que pode comprometer a vida útil da fístula.

A seguir, foi feita uma análise para dois modelos newtonianos (Landel e μ_{128}) que comportam a variação da viscosidade de acordo com o hematócrito, para cada grau foram testados os valores de 45%,40%,30% e 20% , visando contemplar as características de pessoas com insuficiência renal crônica relacionadas ao hematócrito. Foi também examinado o escoamento gerado pelo modelo μ_{128} com fístula imatura com variação de angulação de 20° a 30°.

Na investigação do escoamento com modelos mistos foi utilizado o modelo de Wang-Stoltz/KB em fístulas imaturas, sendo testados todos os ângulos e níveis de hematócrito anteriormente citados.

Outro aspecto do trabalho foi comparar os efeitos newtonianos e não newtonianos em fístulas maduras. Os estudos referentes a fístulas já maduras foram executados com os ângulos de 20° a 35° e com valores de hematócrito de 40% e 30%, pois entende-se que após o início da hemodiálise os valores de hematócrito em doentes renais crônicos sejam maiores tendo em vista a administração da eritropoetina no sangue. Na análise do escoamento em fístulas maduras foram utilizados os modelos newtoniano(3, 45mPas) e Wang-Stoltz/KB.

Após a maturação da fístula o processo de hemodiálise pode ser executado e, com isso, a investigação do escoamento em fístulas arteriovenosas com agulhas se torna pertinente. Sendo assim foram analisados escoamentos nos ângulos de 20° a 35° e com valores de hematócrito de 40 e 30%.

Além das avaliações propostas foi estudado o impacto de se utilizar os modelos de Walburn-Schneck e Walburn-Schneck estendido em fístulas imaturas e maduras com ângulo de 30° e hematócrito de 40%. O modelo de Walburn-Schneck apresenta grande aderência ao padrão constitutivo do sangue. Porém, devido a condições específicas de seu desenvolvimento e parametrização não é adotado comumente na modelagem do fluxo sanguíneo.

5.1 Modelo Geométrico

O modelo geométrico proposto neste trabalho se baseia em uma fístula arteriovenosa término-lateral (Fig. 5.2) com o intuito de estudar os efeitos causados pelo ângulo de anastomose no desenvolvimento de patologias causadas por fluxos secundários e, principalmente, irregularidades nas tensões de cisalhamento. Deve-se ressaltar que os

efeitos de altas tensões cisalhantes não são relacionados com clareza a patologias, sendo em alguns casos considerados benéficos para os vasos, (Hammes, 2011). Foram realizados estudos da influência do ângulo de anastomose nas fístulas consideradas, dado que tais ângulos alteram o escoamento gerado. Através dos padrões de escoamento nessas geometrias, como: tensão cisalhante, velocidades e linhas de corrente; foram analisadas condições mais favoráveis ao não aparecimento de patologias como estenoses e hiperplasia, para fístulas imaturas. As dimensões consideradas para os vasos com base em fístulas radiocefálicas foram: comprimento da artéria 6 cm e 2,4mm de diâmetro; comprimento da veia 3 cm e 2,4 mm de diâmetro, com base no trabalho de Ene-Iordache *et al.* (2012).

Visando a análise após a maturação da fístula foi adotado o modelo apresentado em Sivanesan *et al.* (1999) em que a veia possui 7mm de diâmetro e 12 cm de comprimento e artéria de 12 cm de comprimento e 4,5mm de diâmetro.

Já para fístulas com agulhas foram considerados: veia com 7mm de diâmetro e 13 cm de comprimento e artéria de 12 cm de comprimento e 4,5mm de diâmetro. Foram inseridas agulhas com 2mm de diâmetro (*Fresenius Medical Care*) com angulação de 30° com relação à veia e com distância de 7,6 cm entre as agulhas, com base no estudo de (Brouwer, 1995). Foi escolhida agulha de 2mm por ser a agulha com maior diâmetro e maior vazão. As análises foram feitas em cortes longitudinais, tendo como enfoque a região da fístula. Somente nas situações em que foram inseridas agulhas é que os resultados foram exibidos em toda a geometria. A Fig. 5.1 apresenta a forma geral para estudo das fístulas arteriovenosas, ilustrando inclusive o caso da presença das agulhas (de extração e de retorno), 5.1. A Fig. 5.1 apresenta a forma geral para estudo das fístulas arteriovenosas.

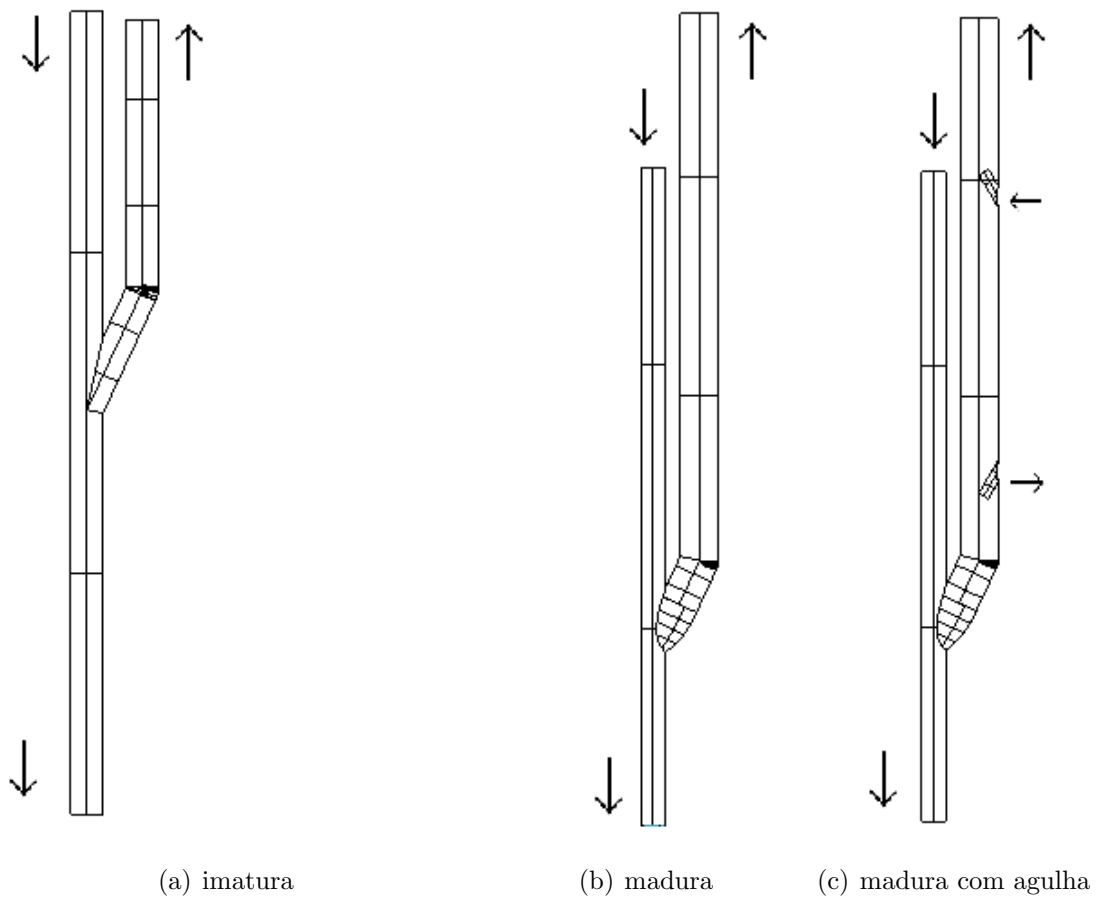


Figura 5.1: Exemplo de geometrias das malhas estudadas

A partir das geometrias propostas foram desenvolvidas malhas não estruturadas de hexaedros, cujo modelo é apresentado na Fig.5.3. Os ângulos de anastomose considerados foram 20° , 25° , 30° , 35° , 40° , 45° .



Figura 5.2: Geometria proposta para a fístula arteriovenosa

Estes ângulos foram escolhidos a partir dos estudos feitos por Ene-Iordache *et al.* (2001); Ene-Iordache e Remuzzi (2011); Ene-Iordache *et al.* (2012); Remuzzi e Ene-Iordache (2013) onde foram avaliados apenas ângulos de 30° , 45° e 90° . Entendo-se que os resultados obtidos para o ângulo de 90° foram muito desfavoráveis e que para o menor ângulo foram obtidos os melhores resultados, optou-se, aqui, por estender a faixa

de investigação também para ângulos abaixo de 30° . As quantidades de elementos das malhas utilizadas em cada caso são apresentados nas tabelas 5.1 a 5.3.

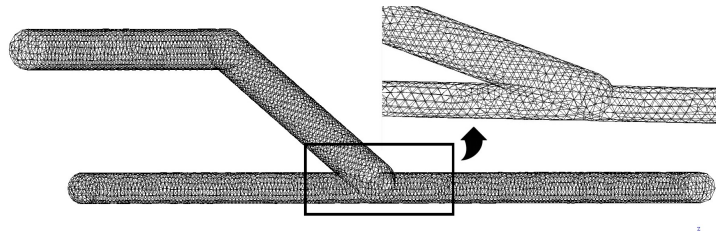


Figura 5.3: Modelo de malha para fístula arteriovenosa

Tabela 5.1: Número de células na malha para cada modelo de fístula imatura

Ângulos de Anastomose	Número de pontos	Número de células
20°	9614	44718
25°	9812	45915
30°	9436	43551
35°	9251	42681
40°	9384	43404
45°	9764	45291

Tabela 5.2: Número de células na malha para cada modelo de fístula madura

Ângulos de Anastomose	Número de pontos	Número de células
20°	17611	85838
25°	17266	84298
30°	18024	88282
35°	18108	88563

Tabela 5.3: Número de células na malha para cada modelo de fístula madura com agulha

Ângulos de Anastomose	Número de pontos	Número de células
20°	18654	90390
25°	18320	88943
30°	19032	92723
35°	18052	88009

5.2 Condições de contorno e iniciais

Como método numérico para resolução dos modelos, foi utilizada a técnica de volumes finitos juntamente com o algoritmo PISO nas equações discretizadas de conservação de massa (equação 3.6) e de momento (equação 3.14). As equações constitutivas foram implementadas no código base da plataforma *OpenFoam* na linguagem C++ (Jasak *et al.*, 2007).

Foram prescritas condições de não deslizamento nas paredes dos vasos, condição de Neumann nas saídas e perfil homogêneo de velocidade pulsátil, de período $T = 1,0s$, na seção de entrada arterial $u_0(t)$. Para fístulas imaturas os dados de perfil de velocidade foram baseados em Ene-Iordache *et al.* (2001), e interpolados pela equação 5.1, ilustrados na Fig. 5.4. Já para a fístula madura os dados foram baseados no estudo de Sivanesan *et al.* (1999) e interpolados pela equação 5.2, cujo perfil pode ser visto na Fig.5.5

$$\begin{aligned}
 u_0(t) = & -13299t^{10} + 72591t^9 - 1.6889e + 005t^8 \\
 & + 2.1766e + 005t^7 - 1.6871e + 005t^6 + 79649t^5 \\
 & - 21966t^4 + 3149.6t^3 - 191.86t^2 + 11.029t + 0.50437 \\
 v_0(t) = & w_0(t) = 0
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

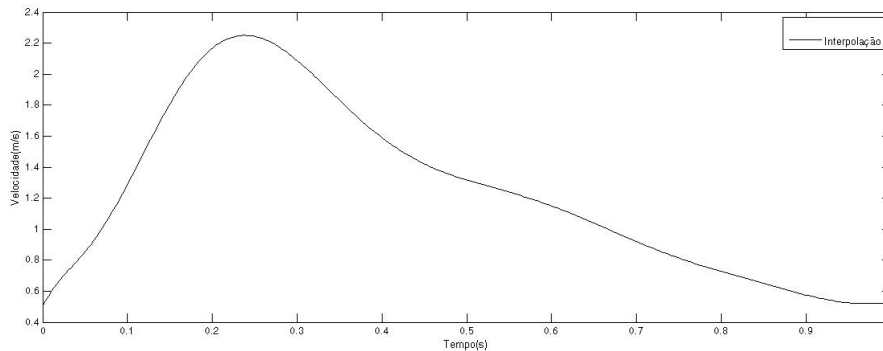


Figura 5.4: Perfil da velocidade de entrada de $u_0(t)$ para fístula imatura

$$\begin{aligned}
u_0(t) &= 259.06t^8 - 1260.9t^7 + 2518.9t^6 - 2634.6t^5 + \\
&1508t^4 - 431.96t^3 + 35.383t^2 + 6.064t + 0.29954 \\
v_0(t) &= w_0(t) = 0
\end{aligned} \tag{5.2}$$

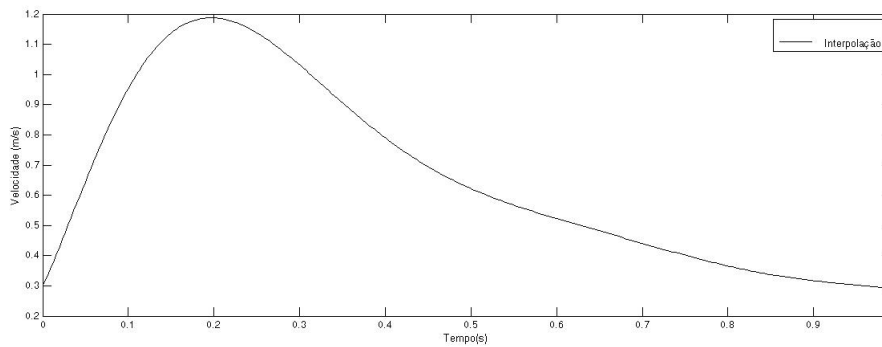


Figura 5.5: Perfil da velocidade de entrada de $u_0(t)$ para fístula madura

As condições de contorno ficaram da seguinte forma:

$$u = 0 \quad \text{em } \delta\Omega_w, \tag{5.3}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{x}} \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{em } \delta\Omega_o, \tag{5.4}$$

$$\vec{u} = [u_0(t), 0, 0] \quad \text{em } \delta\Omega_i, \tag{5.5}$$

onde $\delta\Omega_i$ representa o contorno na entrada, $\delta\Omega_o$ o contorno na saída e $\delta\Omega_w$ a parede. No caso de presença de agulhas, foram prescritas condições homogêneas de velocidade na parede e ejeção e retorno de acordo com os dados apresentados pela Tabela 2.1 Uma vez calculados os campos de velocidade, \vec{u} , de pressões, p , e de tensões, $\vec{\tau}$, são determinados os módulos dos vetores das componentes cisalhantes do tensor de tensões na parede (eq.??) e o índice de oscilação das mesmas (eq. 3.41).

A seguir, apresentam-se os resultados das simulações numéricas realizadas, em seus diversos cenários, que visam a obtenção de avaliações de interesse em relação a influência e consequências do ângulo de anastomose na circulação sanguínea na fístula, a adequação dos modelos constitutivos implementados ao escoamento em fístulas, bem como a análise associada aos modelos imaturos, onde avalia-se principalmente o efeito da introdução de

agulhas no escoamento sanguíneo.

6 Resultados

Neste capítulo serão apresentados resultados das simulações utilizando os modelos de viscosidade: newtoniano ($3,45\text{mPa}\cdot\text{s}$, Landel e μ_{128}), Walburn-Schneck, Walburn-Schneck estendido e Wang-Stoltz/KB, em fístulas arteriovenosas radiocefálicas término-laterais.

6.1 Simulação para modelo newtoniano com fístula imatura

Para iniciar o estudo sobre as fístulas e o comportamento sanguíneo nas mesmas, foi utilizado como ponto de partida o modelo newtoniano com viscosidade de $3,45\text{mPa}\cdot\text{s}$. Para o estudo dos ângulos foram utilizadas fístulas imaturas nos ângulos de 20° , 25° , 30° , 35° , 40° e 45° . Os resultados para este caso são apresentados nas Figs. 6.1 e 6.2 em termos de linhas de corrente, ilustrando o fluxo sanguíneo e peculiaridades como recirculação para os momentos de sístole ($t=0,25\text{s}$) e diástole ($t=0,99\text{s}$).

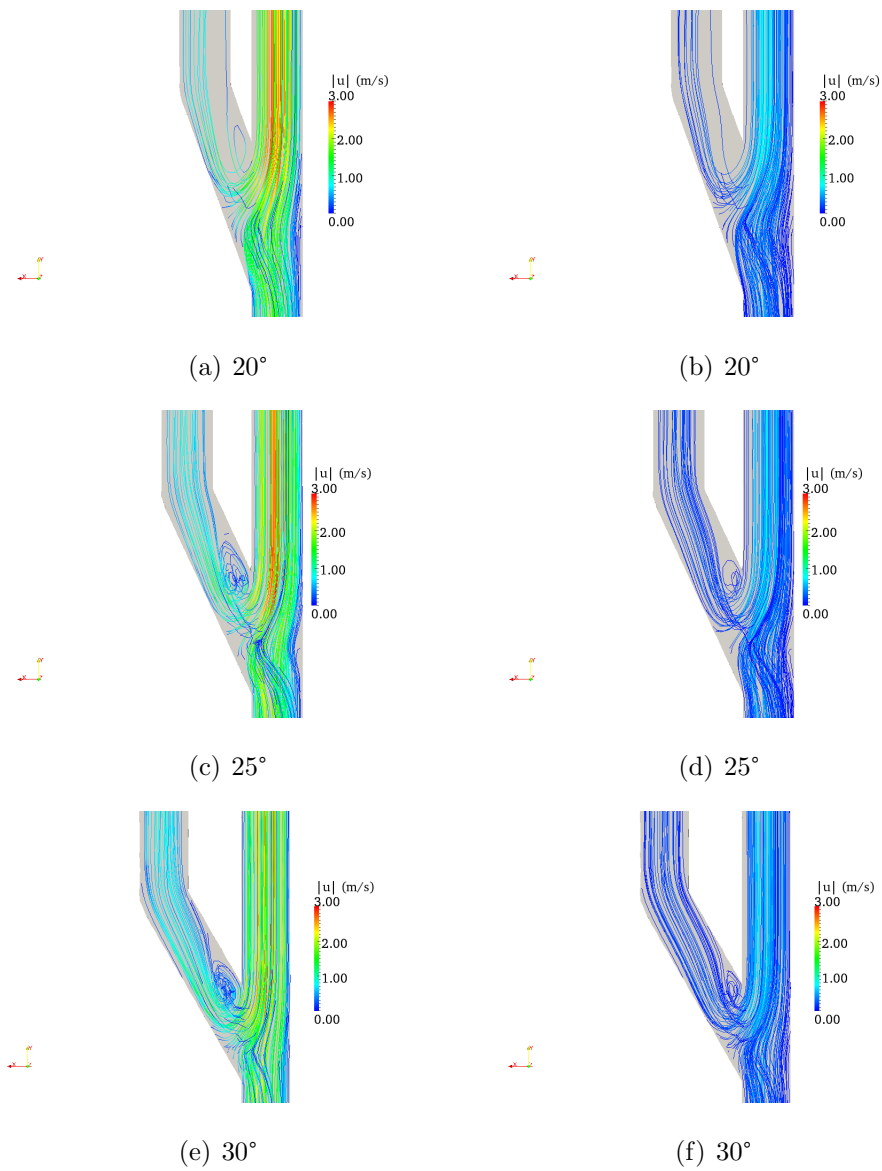


Figura 6.1: Caso newtoniano com fístula imatura nos ângulos de 20° , 25° e 30° : linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

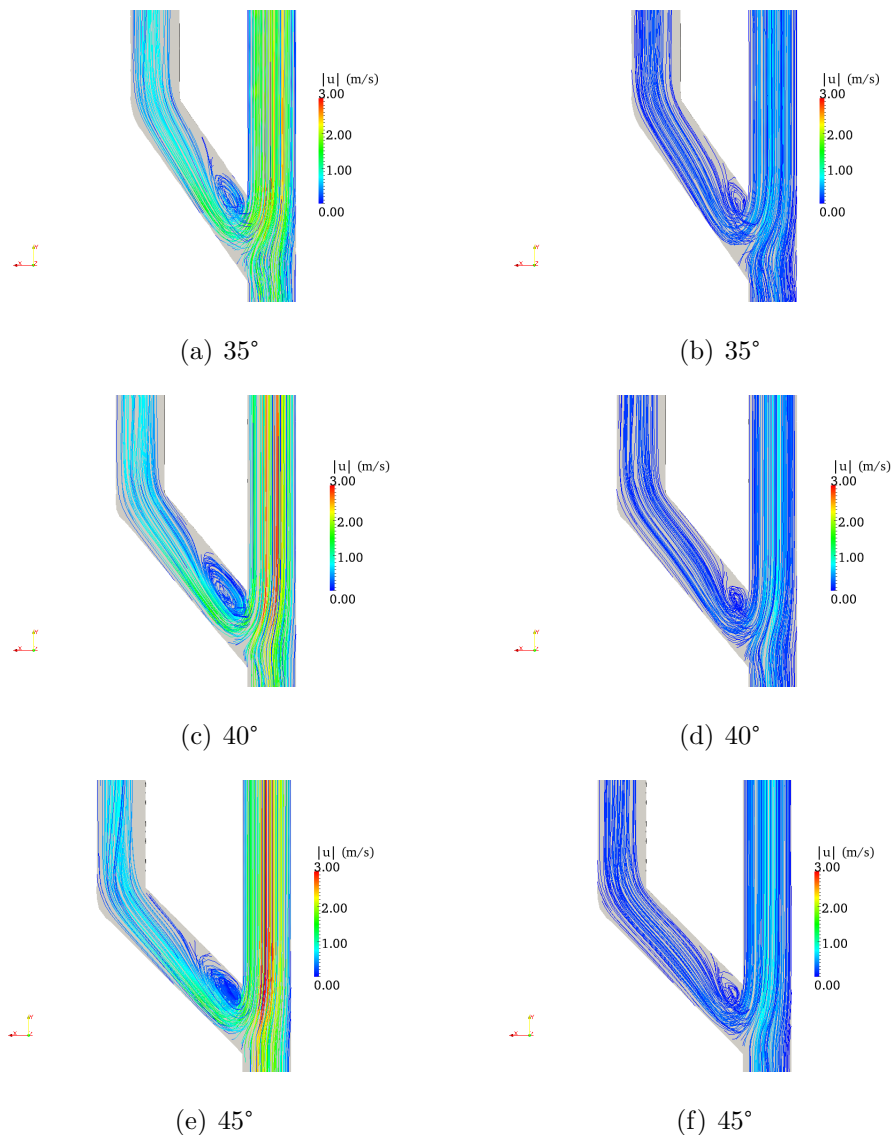


Figura 6.2: Caso newtoniano com fístula imatura nos ângulos de 35° , 40° e 45° : linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

A partir do comportamento das linhas de corrente pode-se observar a formação de fluxos secundários na região da fístula, apresentados nas Figs. 6.1 e 6.2. Com a formação de tais fluxos podem ocorrer regiões de estagnação de sangue na veia sendo estas observadas principalmente na parte inferior, próximos ao ângulo de anastomose. Por estes resultados, ocorre aumento de regiões de fluxo secundários proporcionalmente ao aumento do ângulo de anastomose, caracterizando assim um indício de que com o aumento do ângulo poderá existir uma propensão maior ao aparecimento de patologias causadas pela estagnação do sangue. Os gráficos relacionados ao índice OSI são apresentados nas Figs. 6.3 e 6.4 e foram definidos em cortes distintos com o intuito de proporcionar uma

melhor visualização.

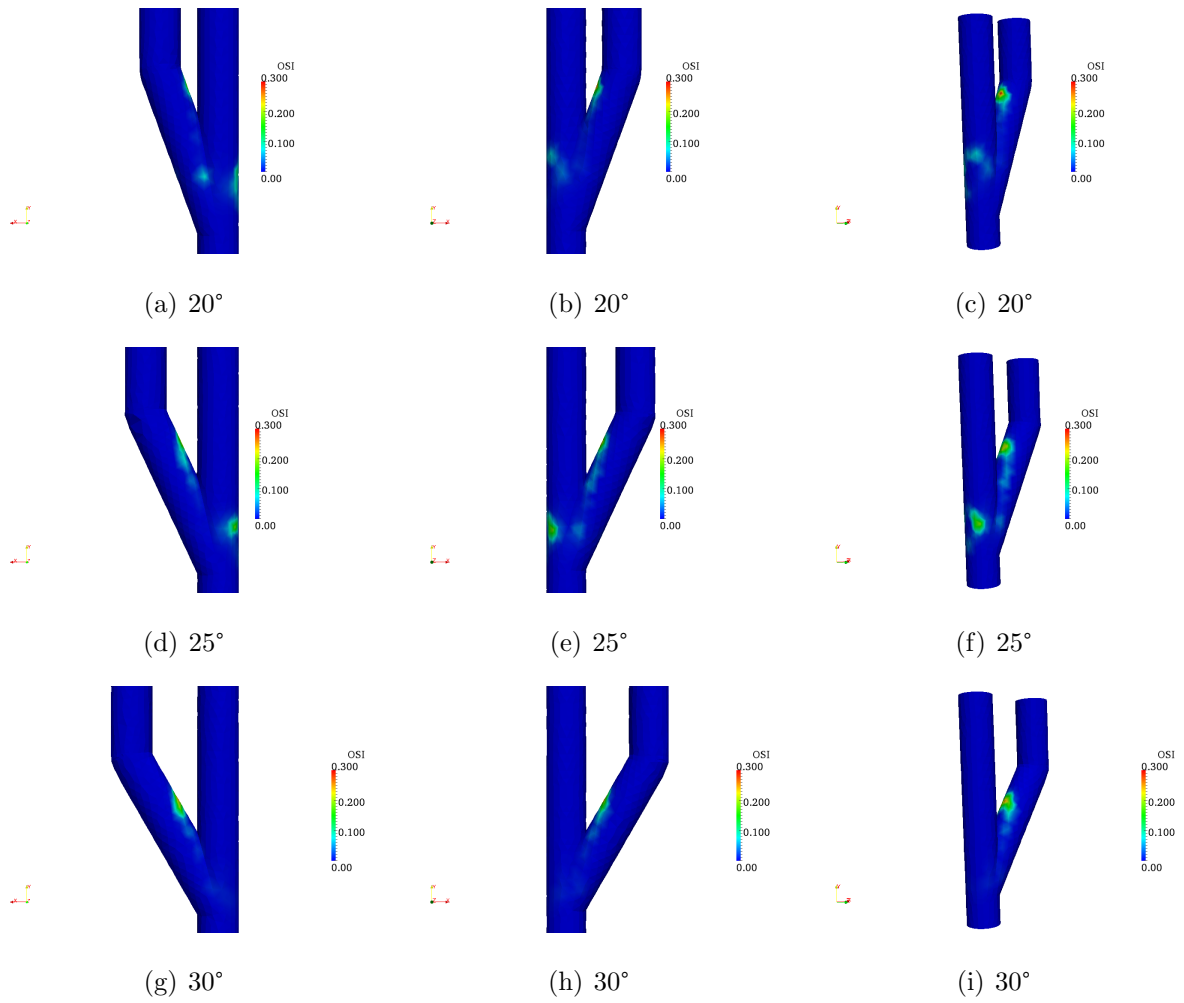


Figura 6.3: Caso newtoniano com fístula imatura: OSI para ângulos de 20°, 25 °e 30°.

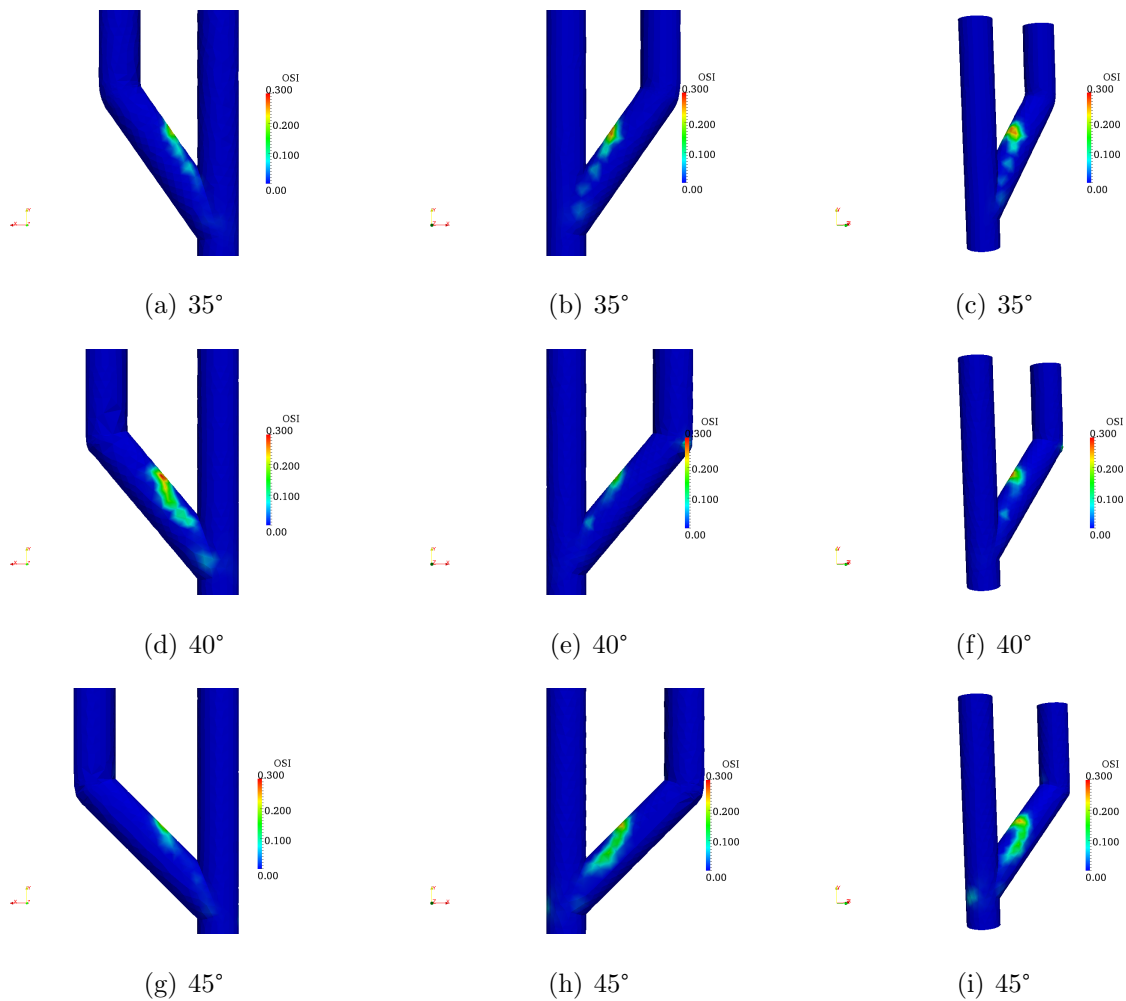


Figura 6.4: Caso newtoniano com fístula imatura: OSI para ângulos de 35°, 40° e 45°.

Com a avaliação do índice OSI, que indica a oscilação da tensão de cisalhamento na parede do vaso, reforça-se o indicado pelas linhas de corrente, também observado por Ene-Iordache e Remuzzi (2011) de que o aumento do ângulo de anastomose aumenta a probabilidade do surgimento de patologias como estenoses. Pela inspeção dos resultados das Figs. 6.3 e 6.4 O caso de maior oscilação da tensão de cisalhamento acontece no ângulo de 45°. Ao se analisar os resultados apresentados pelas linhas de corrente e pelo OSI, podemos indicar que deve-se evitar a implantação de fístulas com angulação entre 35° a 45°.

Como já mencionado no capítulo 3 existem modelos que definem a viscosidade em escoamento newtoniano de acordo com o hematócrito. Tendo em vista que pessoas com insuficiência renal crônica possuem valores menores de hematócrito e hemoglobina como visto na seção 2.2, foram analisados hematócritos de 20%,30%,40%,45%, que se

concentram entre valores de referência baixos e normais.

6.2 Modelos de Landel e μ_{128}

Foram analisados os modelos de Landel e o μ_{128} como propostas de modelo newtoniano com variação do hematócrito. Os valores de viscosidade obtidos em cada modelo de acordo com o hematócrito podem ser vistos nas Tabelas 6.1 e 6.2.

Tabela 6.1: Viscosidades - Modelo Landel

Hematócrito(%)	$\mu_{plasma}(mPas)$	H_M	Viscosidade($mPas$)
20	1,22	0,635	3,141
30	1,22	0,635	6,035
40	1,22	0,635	14,642
45	1,22	0,635	26,629

Tabela 6.2: Viscosidades - Modelo μ_{128}

Hematocrito (%)	Viscosidade(mPas)
20	2,577
30	3,077
40	4,043
45	4,701

Os modelos de Landel e μ_{128} foram propostos para condições de escoamento específicas como o mencionado na seção 3.2.1, sendo assim não era esperado que os valores de viscosidade se aproximassem do valor de referência (3,45 $mPas$). Os valores obtidos pelo modelo de Landel ficaram muito distantes do valor de referência. Já o modelo μ_{128} se aproximou bastante daquele valor.

Deve-se salientar que existem poucos estudos experimentais que incluam a dependência da viscosidade em relação a variação de outros componentes do sangue e os valores dados pelos modelos são aproximações, pois a quantificação experimental da viscosidade do sangue é complexa de ser efetuada, também, os anticoagulantes utilizados modificam sua estrutura.

Com base nos dados obtidos para o modelo μ_{128} (Tabela 6.2), foram estudados como seriam seus efeitos em uma fístula arteriovenosa, sabendo-se que o sangue na macrocirculação possui uma maior característica newtoniana e os pacientes com insuficiência renal crônica possuem uma grande variação no valor do hematócrito.

6.3 Modelo newtoniano μ_{128} com fístula imatura

Aqui, será feito o estudo do comportamento do modelo μ_{128} em fístulas arteriovenosas imaturas nos ângulos que forneceram melhores resultados na simulação de fístulas imaturas com escoamento newtoniano (seção 6.1) e valores de hematócritos de 20%, 30%, 40% e 45%.

6.3.1 Modelo μ_{128} com 45% de hematócrito

Os resultados obtidos para o modelo μ_{128} com 45% de hematócrito são apresentados nas Figs. 6.5 e 6.6.

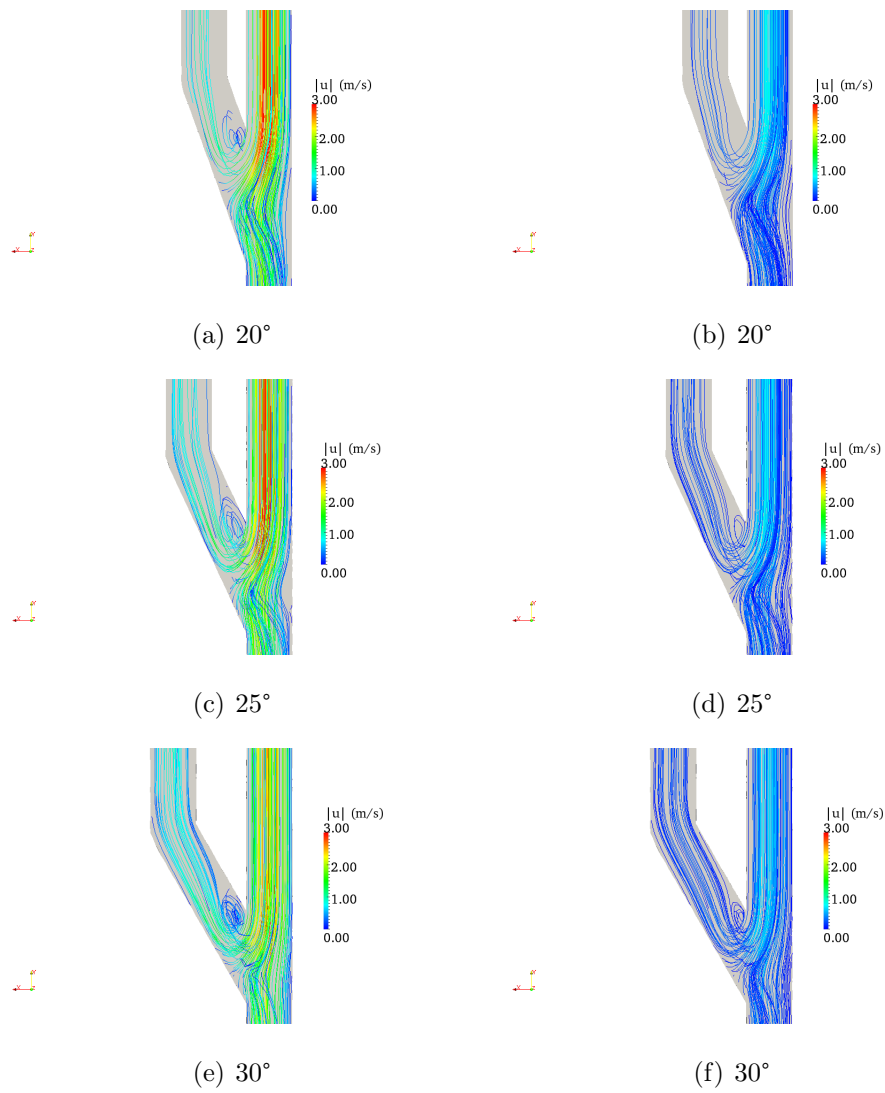


Figura 6.5: Caso μ_{128} com 45% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

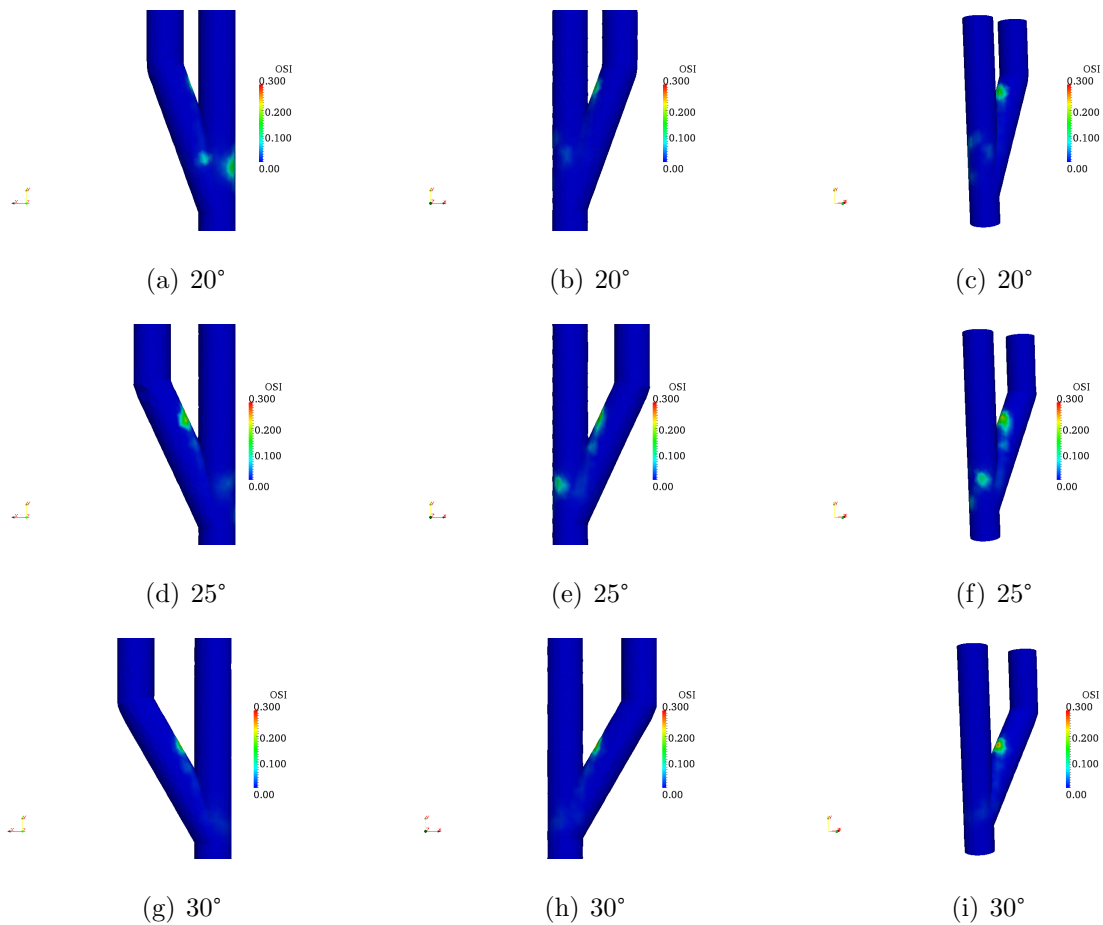


Figura 6.6: Caso μ_{128} com 45% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: OSI.

Apesar da viscosidade obtida pelo modelo μ_{128} ser um pouco maior que o valor de referência adotado na seção 6.1, os resultados foram bem próximos aos encontrados pelo modelo newtoniano padrão. Apenas no ângulo de 20° (Fig. 6.5.a e 6.5.b) ocorreram menores fluxos secundários que o modelo newtoniano ($\mu = 3.45 \text{ mPas}$), sendo considerada uma diferença muito pequena.

Outro modelo estudado foi o μ_{128} com 40% de hematócrito que é o valor considerado médio para mulheres adultas saudáveis.

6.3.2 Modelo μ_{128} com 40% de hematócrito

O modelo μ_{128} com 40% de hematócrito tem uma pequena diferença no nível de hematócrito para o modelo testado na seção 6.3.1, por isso apresenta resultados muito semelhantes aos já encontrados, que podem ser visualizados pelas Figs. 6.7 e 6.8.

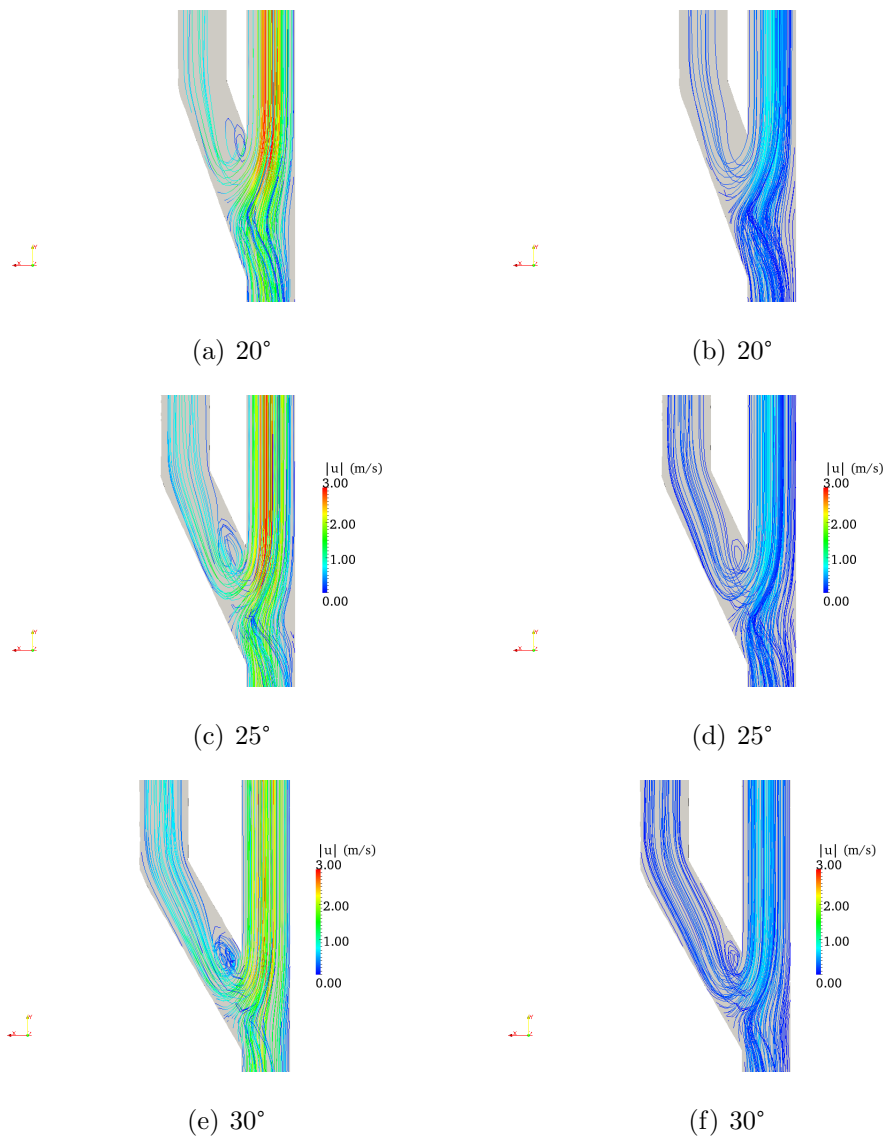


Figura 6.7: Caso μ_{128} com 40% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

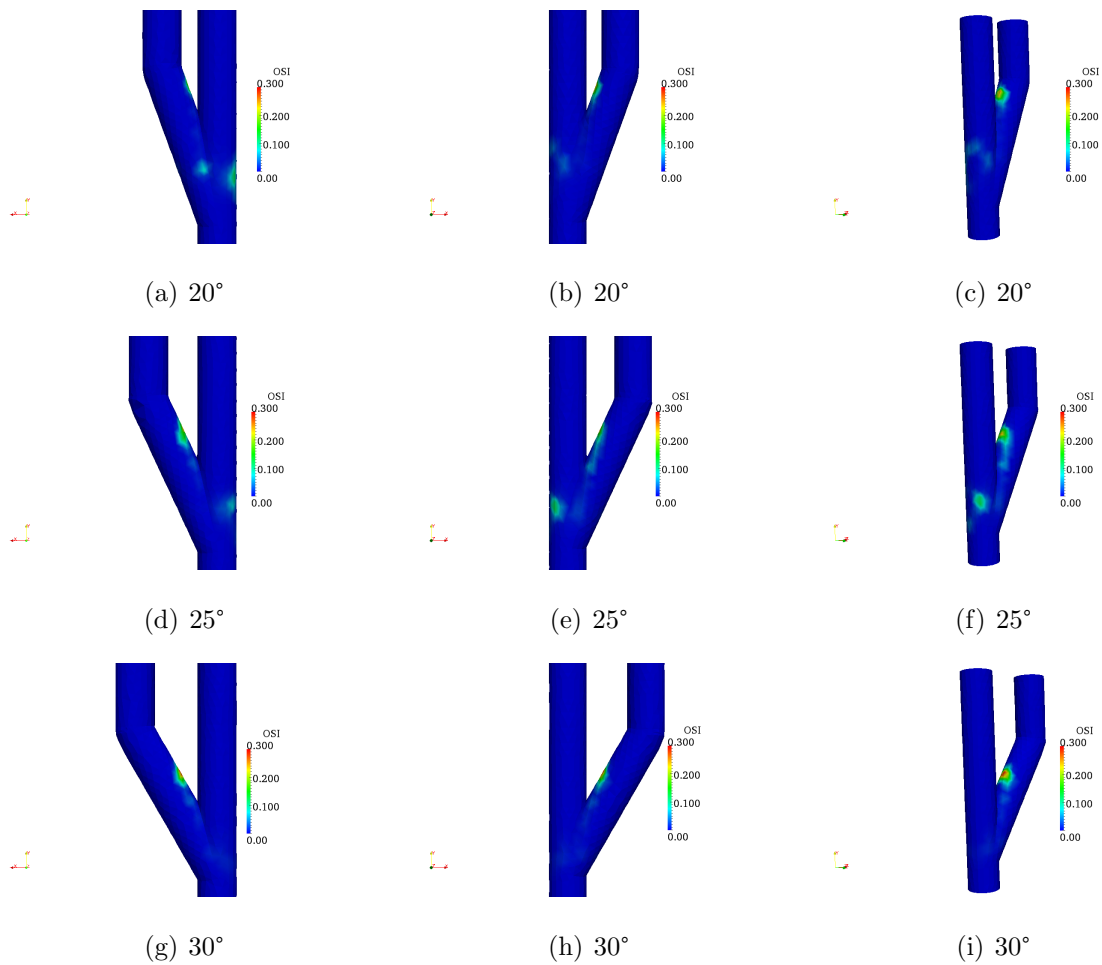


Figura 6.8: Caso μ_{128} com 40% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: OSI.

Na fístula com ângulo de 30° ocorreu uma pequena diferença no OSI em comparação o modelo com viscosidade de 3,45mPa.s, que é observada na Fig. 6.8.i onde existe uma área de maior intensidade no OSI na faixa de 0,3 que aparece na escala na cor vermelha.

6.3.3 Modelo μ_{128} com 30% de hematócrito

Com a diminuição do hematócrito ocorre um aumento da área de recirculação sanguínea (melhor observados nos ângulos de 25° e 30°) que é maior do que nos casos com hematócritos de 45% e 40%. Este fato se deve ao valor da viscosidade encontrada que é bem menor do que nos casos anteriores. Resultados para este caso podem ser observados nas Figs. 6.9 e 6.10.

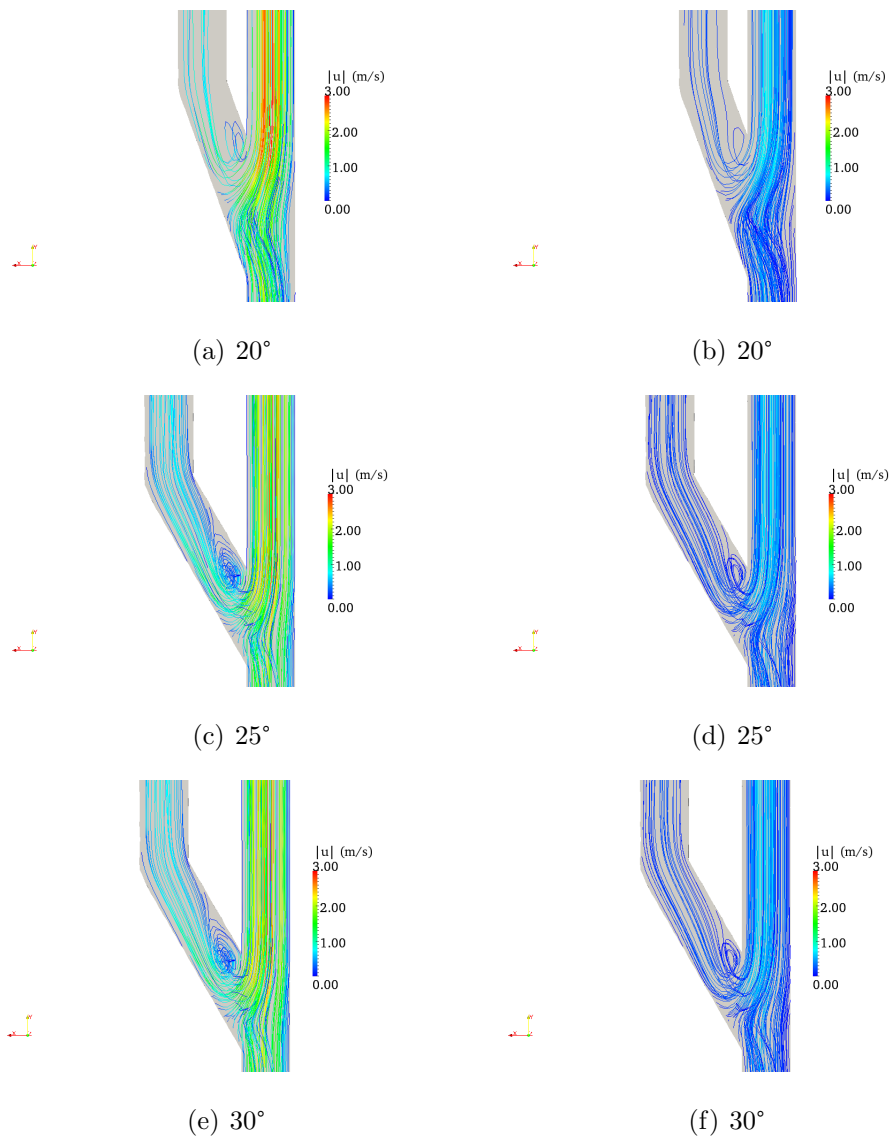


Figura 6.9: Caso μ_{128} com 30% de hematócrito em fístulas imaturas no ângulos de 20°, 25° e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

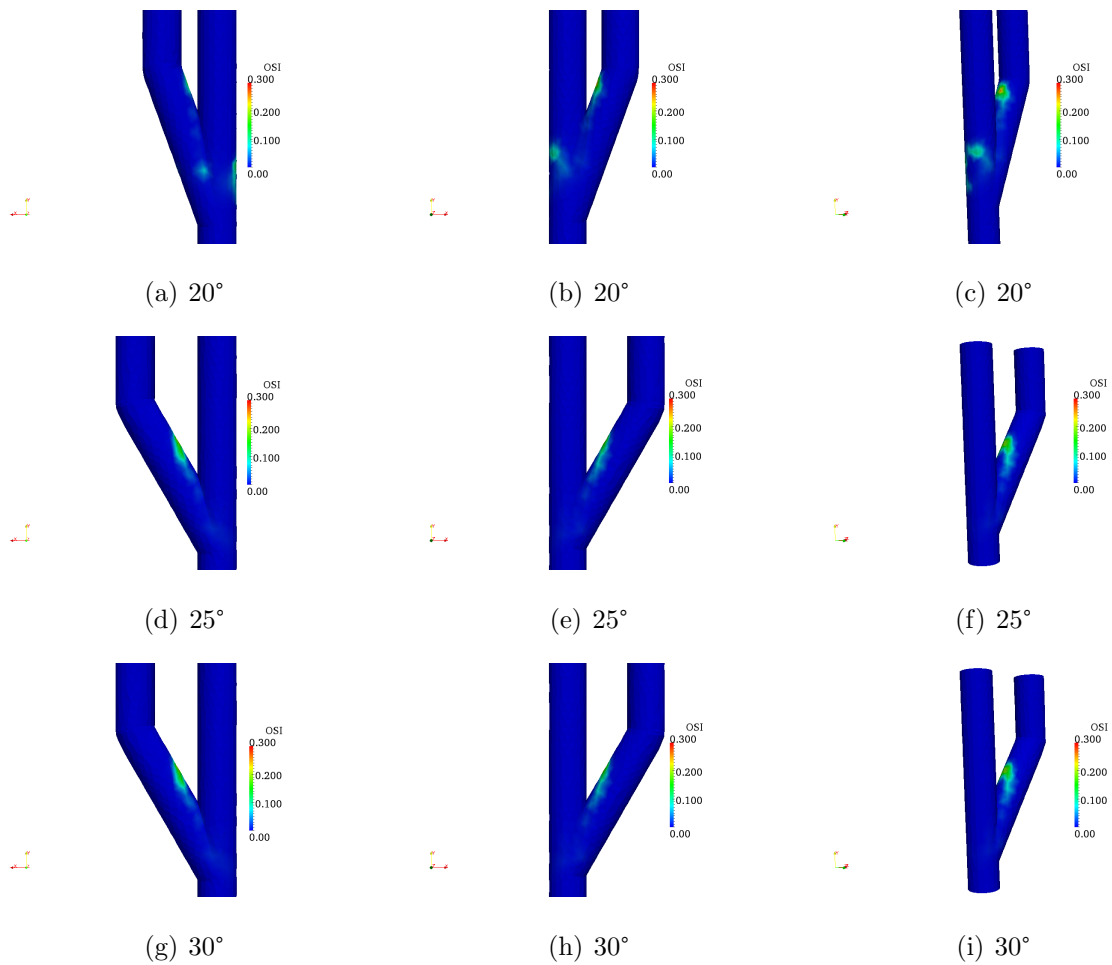


Figura 6.10: Caso μ_{128} com 30% de hematócrito em fístulas imaturas nos ângulos de 20°, 25° e 30°: OSI.

6.3.4 Modelo μ_{128} com 20% de hematócrito

Considera-se que uma pessoa com 20% de hematócrito está em estado crítico de saúde, pois seu sangue perdeu muito de sua constituição devido a falta principalmente de eritropoetina. Estes casos serão apresentados nas Figs. 6.11 e 6.12

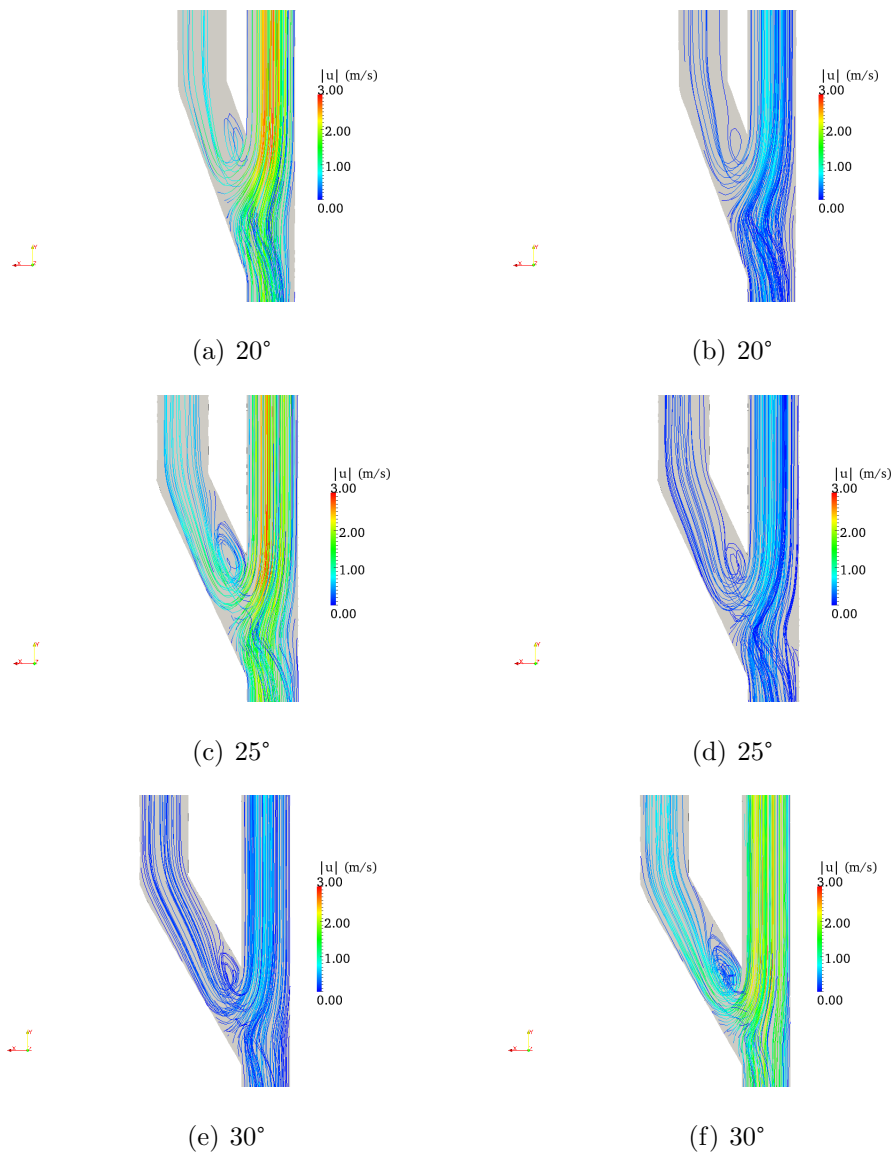


Figura 6.11: Caso μ_{128} com 20% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

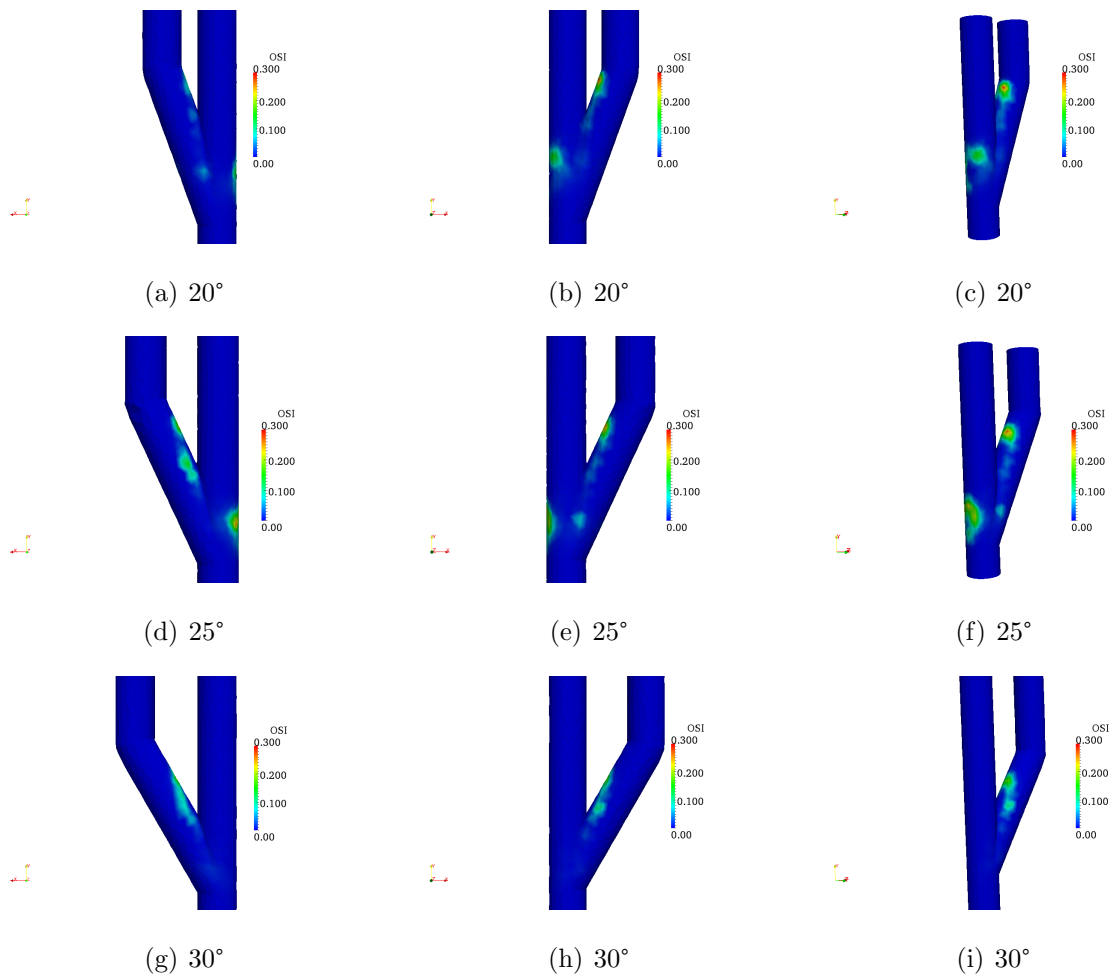


Figura 6.12: Caso μ_{128} com 20% de hematócrito em fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: OSI.

Nesses casos o paciente, mesmo com fístulas de angulação adequada e menos propícia ao aparecimento de doenças, pode ser mais suscetível a falhas do acesso venoso. Pois apesar de não haver grande diferença nos fluxos secundários, ocorre o aumento da oscilação da tensão de cisalhamento da parede.

6.3.5 *Resumo do estudo dos casos μ_{128} e newtoniano(3,45mPas)*

Os escoamentos newtonianos testados possuem o mesmo padrão de formação de fluxo secundários mostrados no trabalho experimental de Sivanesan *et al.* (1999), reafirmando que o ângulo de anastomose traz instabilidade ao escoamento.

Em geral, os trabalhos que abordam o escoamento em fístulas não englobam a

variação do hematócrito e existem poucos modelos newtonianos que incluem esse tipo de composição, por isso os modelos Landel e μ_{128} são importantes no estudo de fístulas arteriovenosas para hemodiálise. O modelo de Landel foi proposto para condições específicas, suspensões diluídas, e por isso não resultou em resultados nas faixas esperadas de valores de viscosidade, já o μ_{128} que teve valores mais próximos do valor de referência mostrou que quanto menor o hematócrito maior a formação de fluxos secundário e de oscilações.

Através de investigações para o caso newtoniano ficou provado que ângulos maiores que 35° devem ser evitados e que os melhores ângulos ficam em torno de 30° , confirmando o que Ene-Iordache e Remuzzi (2011) encontraram, entretanto neste caso observou-se que quanto menor o ângulo menores as formações de fluxos secundários e oscilações da tensão de cisalhamento.

Em vasos largos que não possuem nenhum acidente geométrico é esperado o comportamento newtoniano devido às altas taxas de deformação presentes, em um indivíduo saudável. Na presença de acidentes, pode-se esperar a possibilidade de comportamento pseudoplástico.

É de interesse então estudar modelos que comportem esses dois padrões. Uma proposta para isso é a utilização de modelos mistos, como o modelo de Wang-Stoltz/KB que será estudado a seguir.

6.4 Simulação para o modelo Wang-Stoltz/KB com fístula imatura

As simulações referentes ao modelo de Wang-Stoltz/KB têm as mesmas características daquelas do modelo newtoniano, somente configurações relacionadas ao modelo constitutivo foram modificadas, assumindo 45%, 40%, 30% e 20% de hematócrito. Em trabalhos anteriores, se não todos, apenas um tipo de modelo é considerado: ou newtoniano como no trabalho de Nordgaard *et al.* (2010), ou um tipo de newtonianos como nos de Ene-Iordache e Remuzzi (2011), dentre outros. Assim, neste estudo será feita uma análise do modelo misto de Wang-Stoltz/KB.

6.4.1 Modelo de Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito

Os resultados das simulações do modelo de Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito são apresentadas em linhas de corrente nas Figs. 6.13 e 6.14 e oscilação da tensão de cisalhamento da parede nas Figs. 6.15 e 6.16.

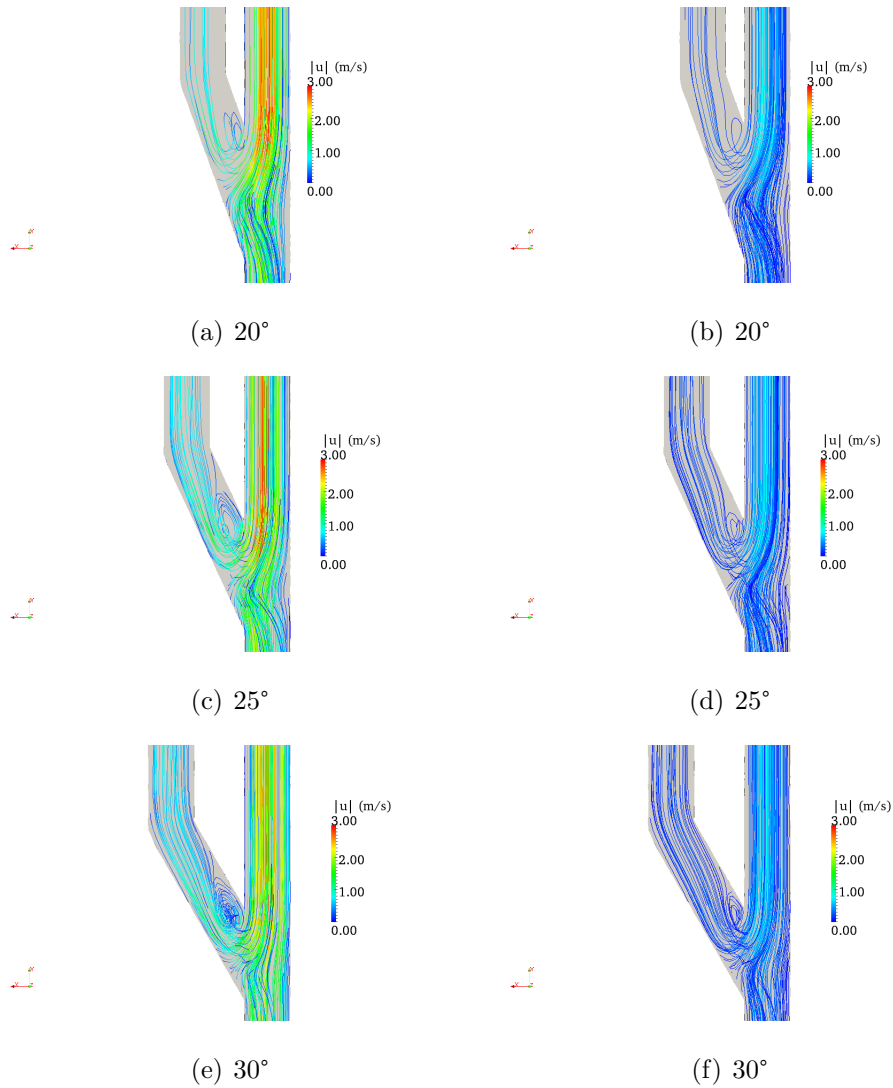


Figura 6.13: Caso Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20 °, 25 ° e 30 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

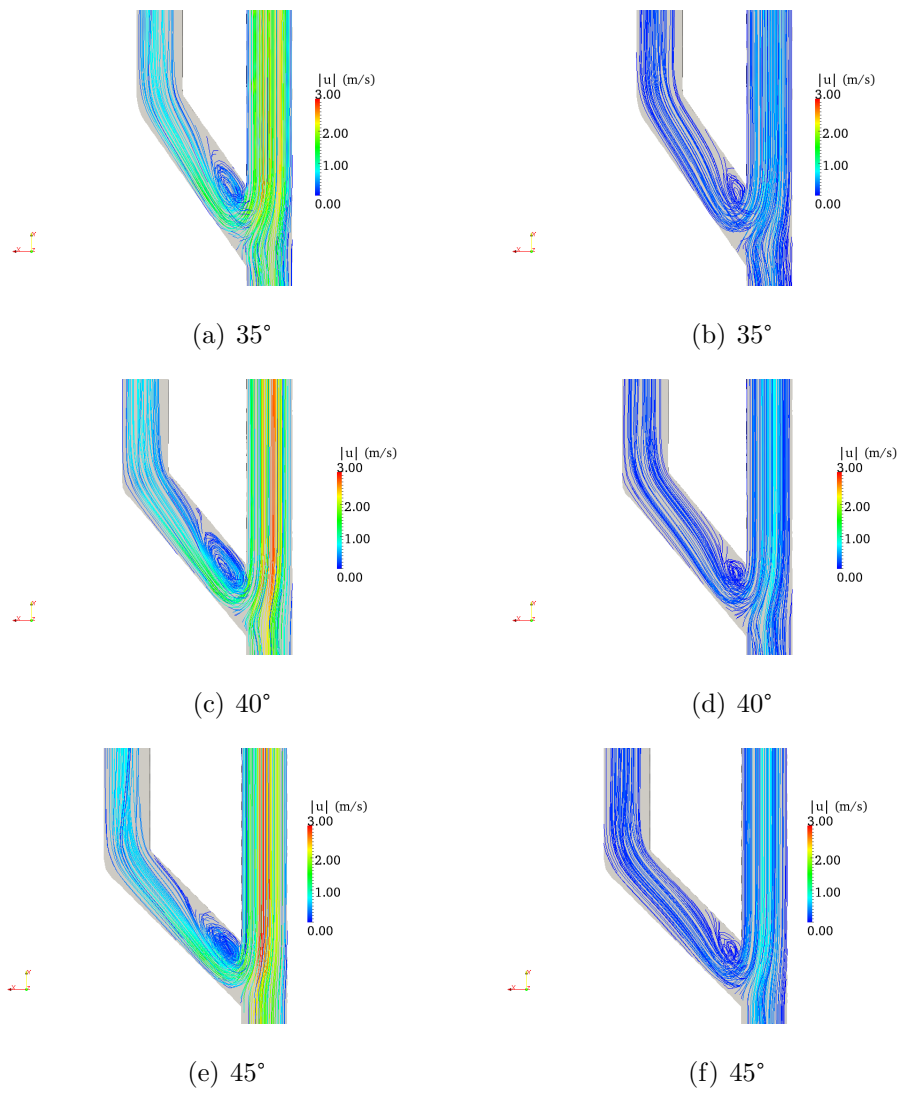


Figura 6.14: Caso Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 35°, 40° e 45°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

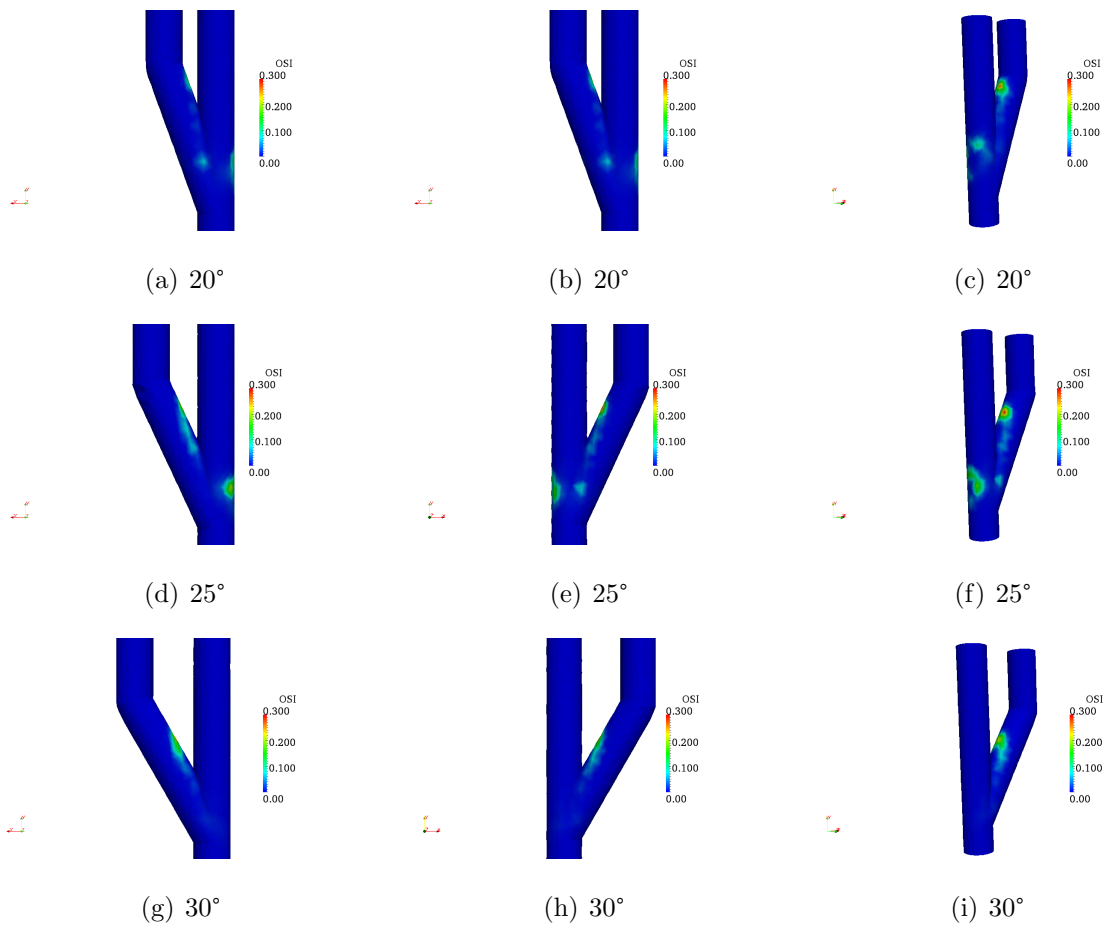


Figura 6.15: Caso Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: OSI.

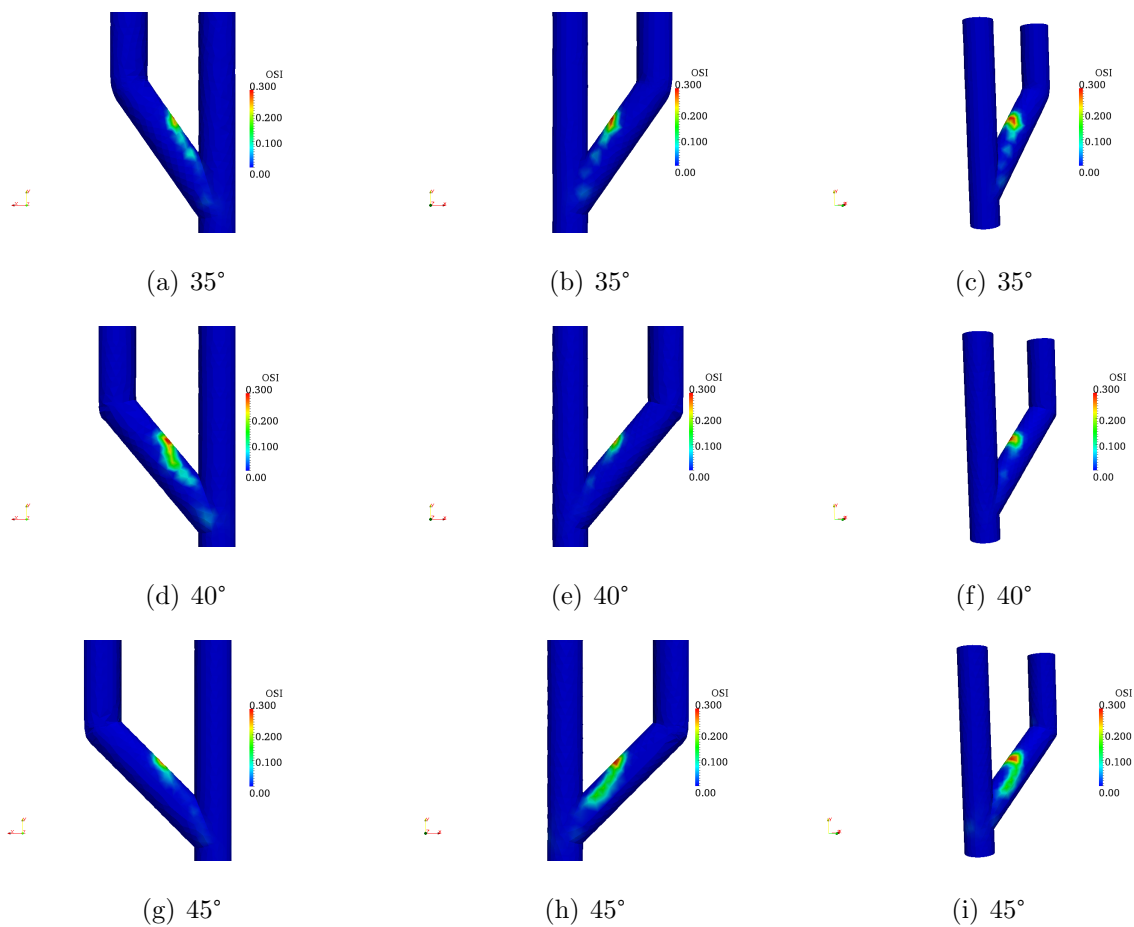


Figura 6.16: Caso Wang-Stoltz/KB com 45% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 35°, 40° e 45°: OSI.

Em relação ao modelo newtoniano ($\mu = 3,45\text{mPas}$) estes resultados são muito próximos ocorrendo um aumento nas linhas de correntes no ângulo de 20°(Fig. 6.13.a e b) e maior intensidade na oscilação da tensão de cisalhamento nos ângulos maiores.

Em comparação com o modelo μ_{128} existem maiores áreas com OSI mais intenso em todos os ângulos testados. Estas diferenças podem ser atribuídas às viscosidades encontradas através do modelo de Wang-Stoltz/KB que ficaram entre 3,171 a 6,019 mPas e no modelo μ_{128} que foi de 4,701 mPas. Um modelo misto traz benefícios como a identificação de áreas de comportamentos diversos.

6.4.2 Modelo de Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito

Os resultados para este caso são apresentados nas Figs. 6.17 a 6.20. Como era esperado, o modelo de Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito leva a resultados bem próximos aos obtidos pelo modelo com 45%. Verifica-se um aumento da intensidade e extensão da

área com oscilação da tensão de cisalhamento em comparação ao modelo μ_{128} para mesmo hematócrito. As viscosidades encontradas pelo método foram de 3,009 a 5,3071 mPas em comparação a viscosidade de 4,043 dada pelo modelo μ_{128}

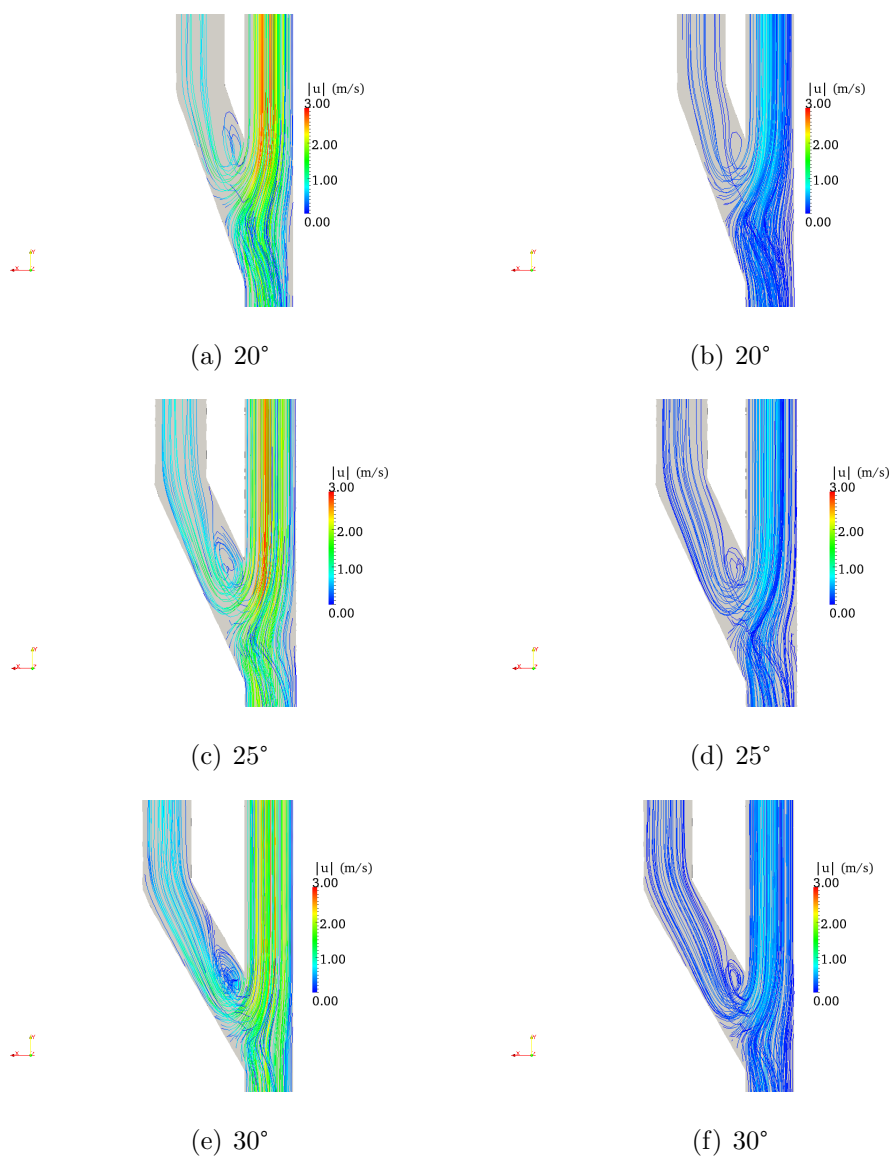


Figura 6.17: Caso Wang-Stoltz/KB para 40% de hematócrito com fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

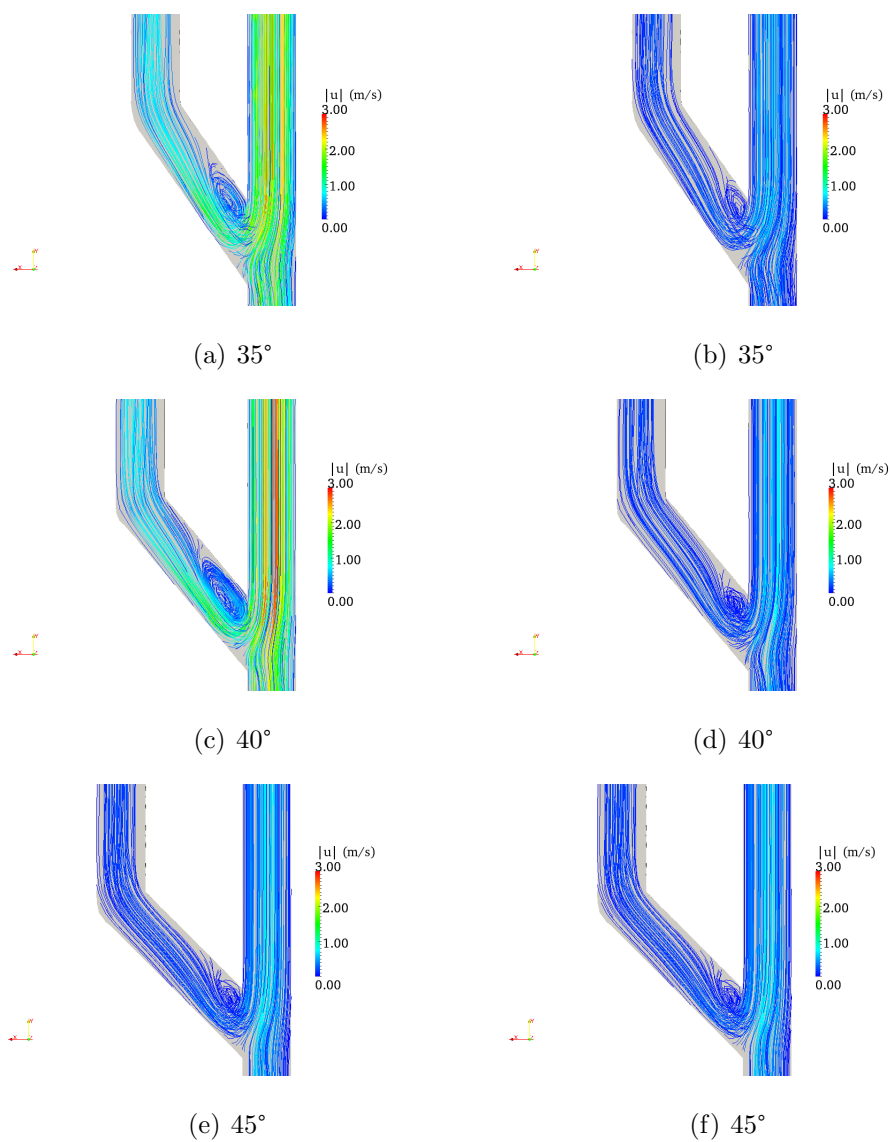


Figura 6.18: Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 35°, 40° e 45°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

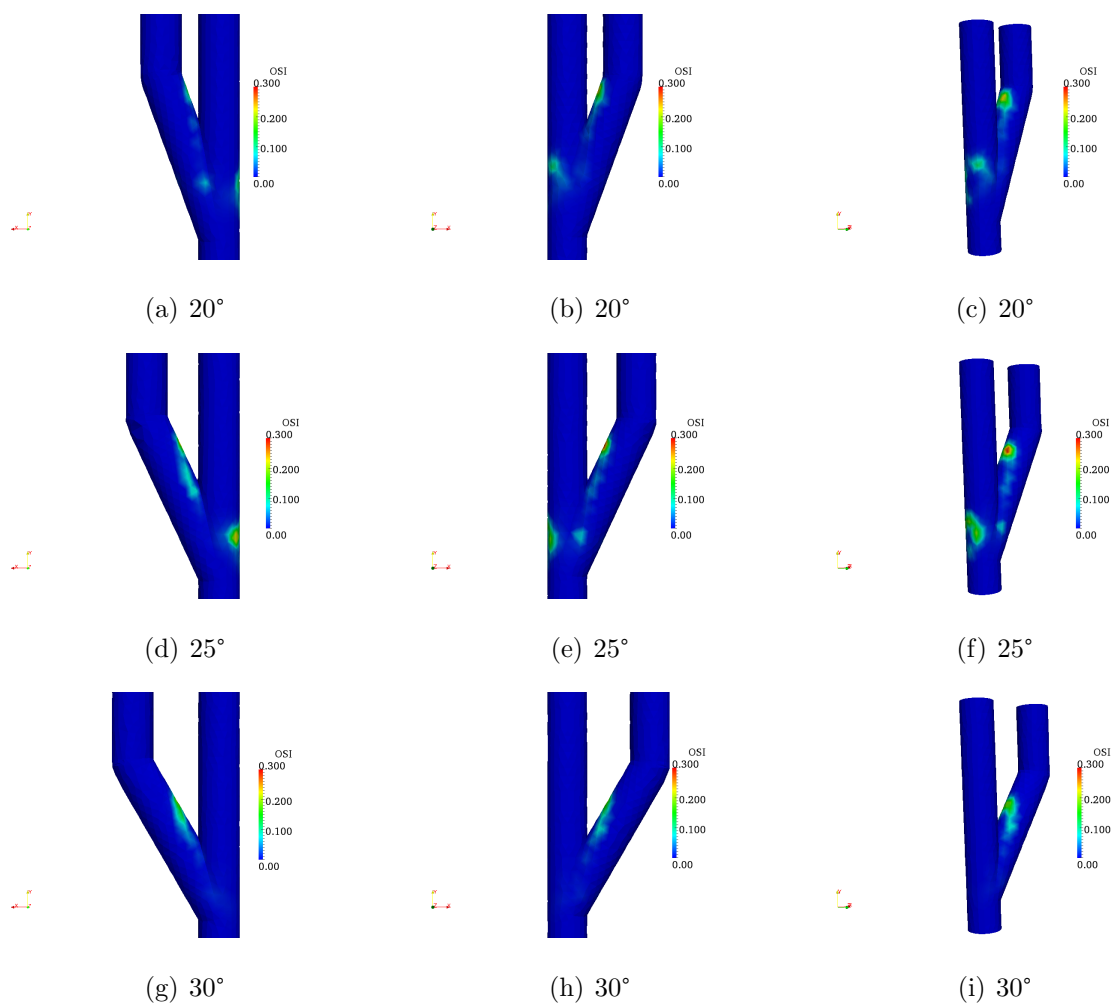


Figura 6.19: Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: OSI.

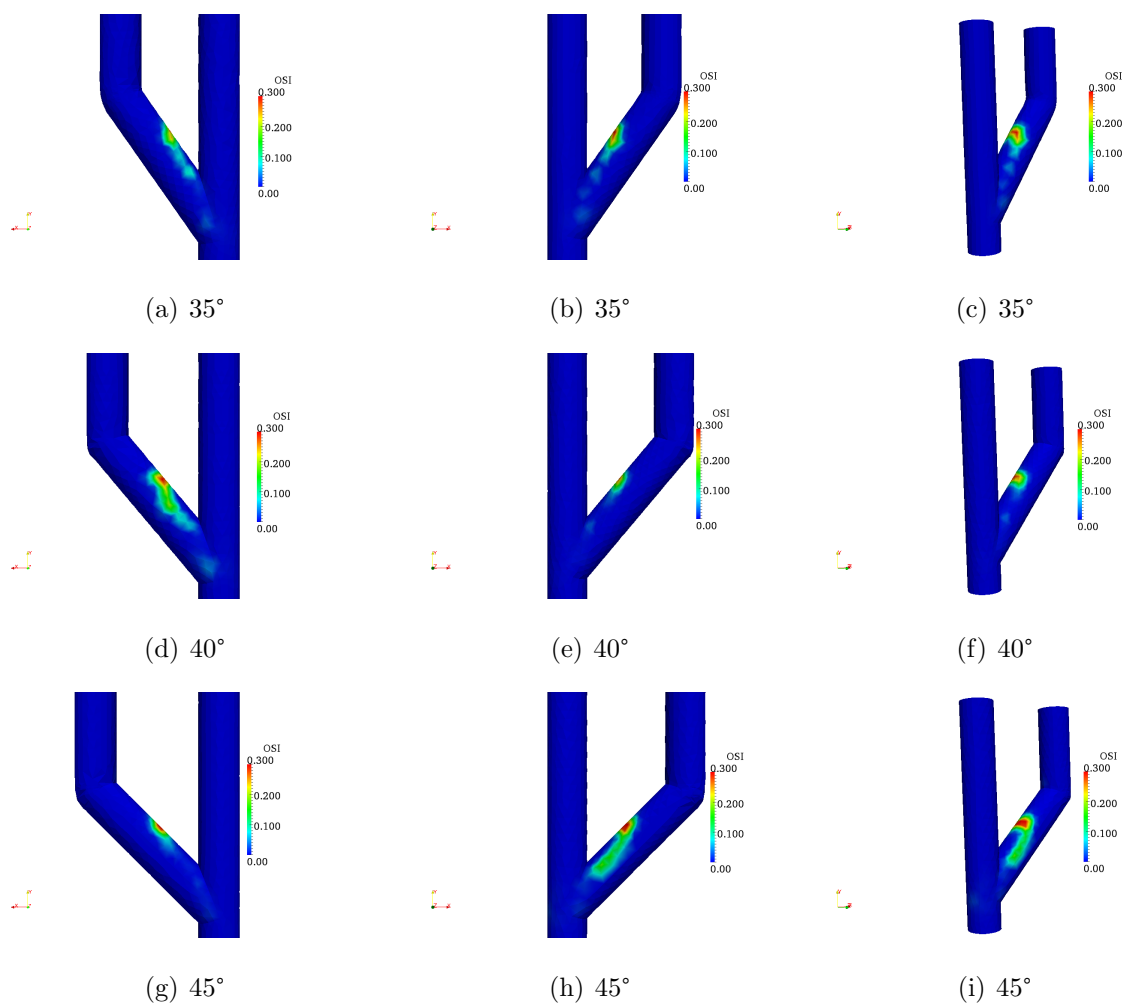


Figura 6.20: Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 35°, 40° e 45°: OSI.

Com a utilização do modelo de Wang-Stoltz/KB com os valores de hematócritos testados até agora, aparecem maiores diferenças nos resultados em comparação aos casos anteriores. Os resultados obtidos até o momento confirmam a indicação de ângulos entre 20° a 30° para implantação de fístulas.

6.4.3 Modelo de Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito

Os resultados obtidos através do modelo de Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito são apresentados nas Figs. 6.21 a 6.24.

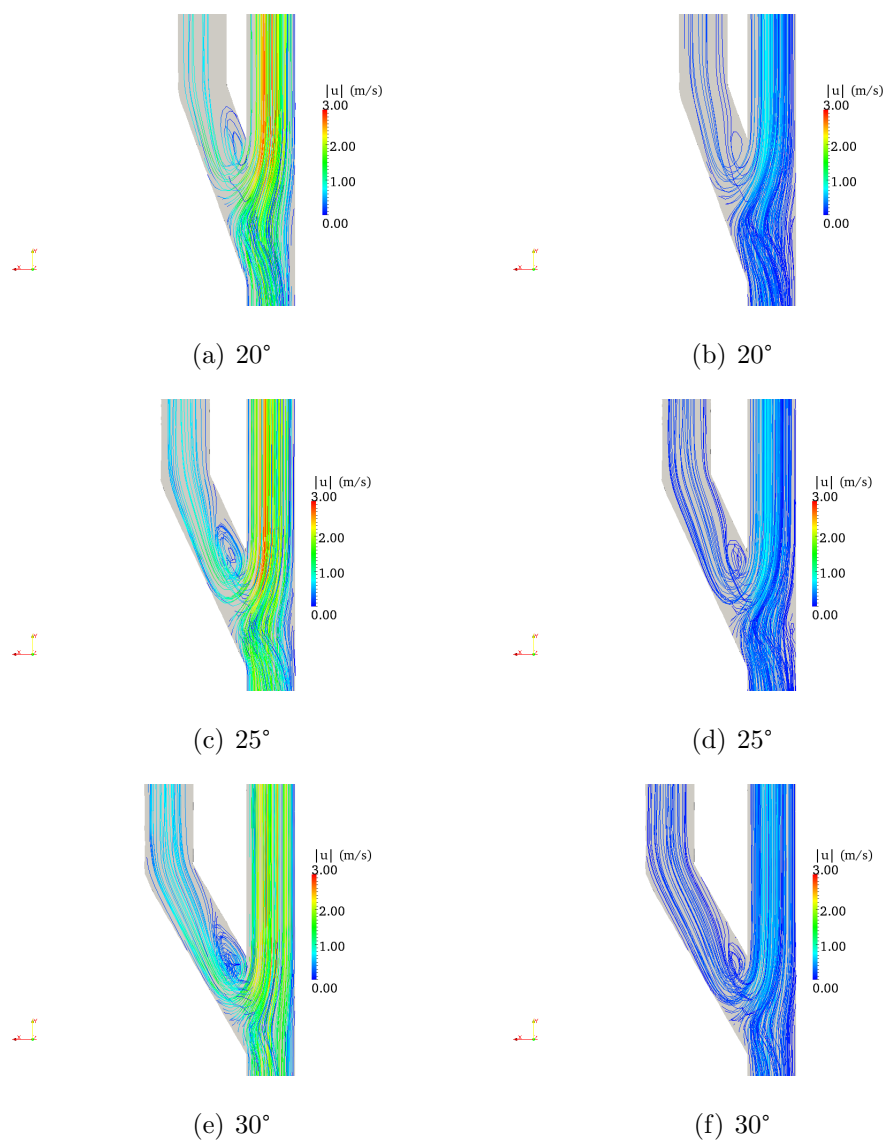


Figura 6.21: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

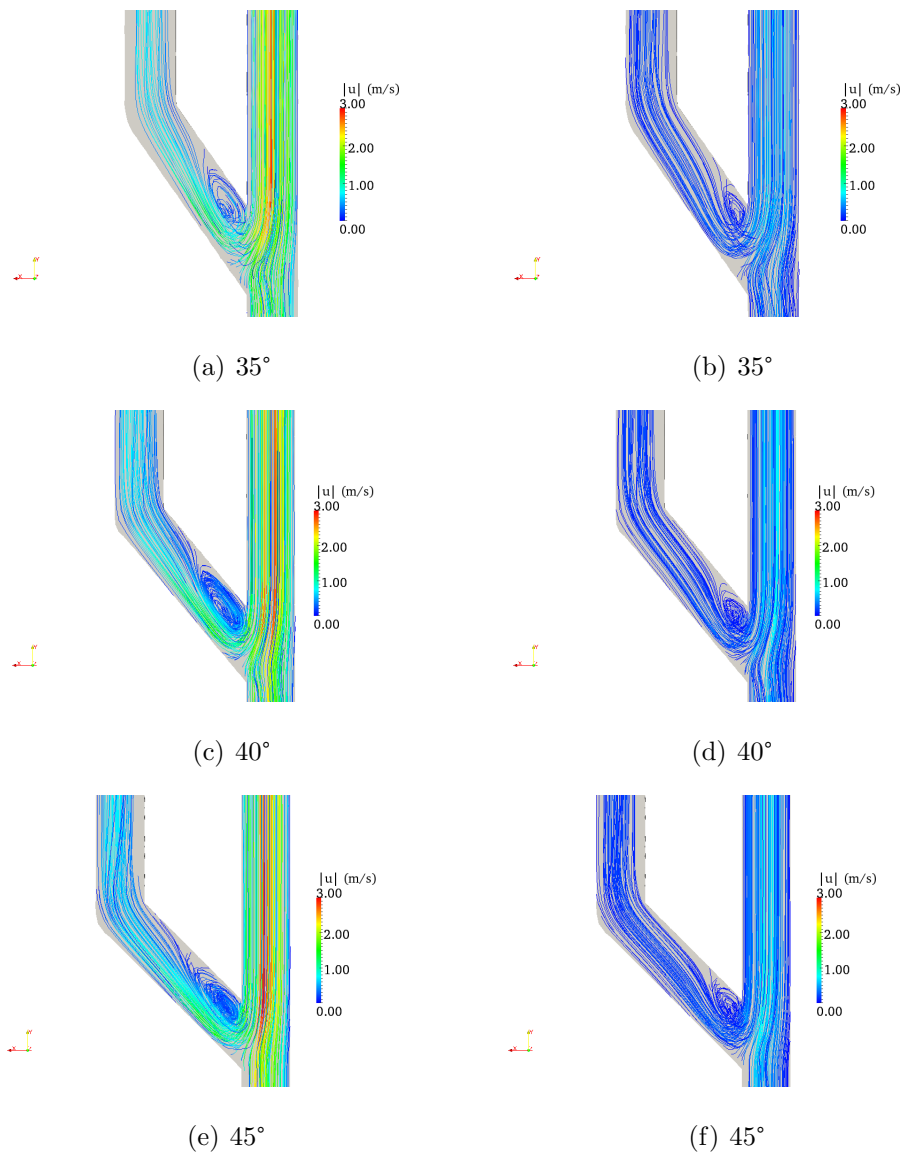


Figura 6.22: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula imatura com ângulos de 35°, 40° e 45°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

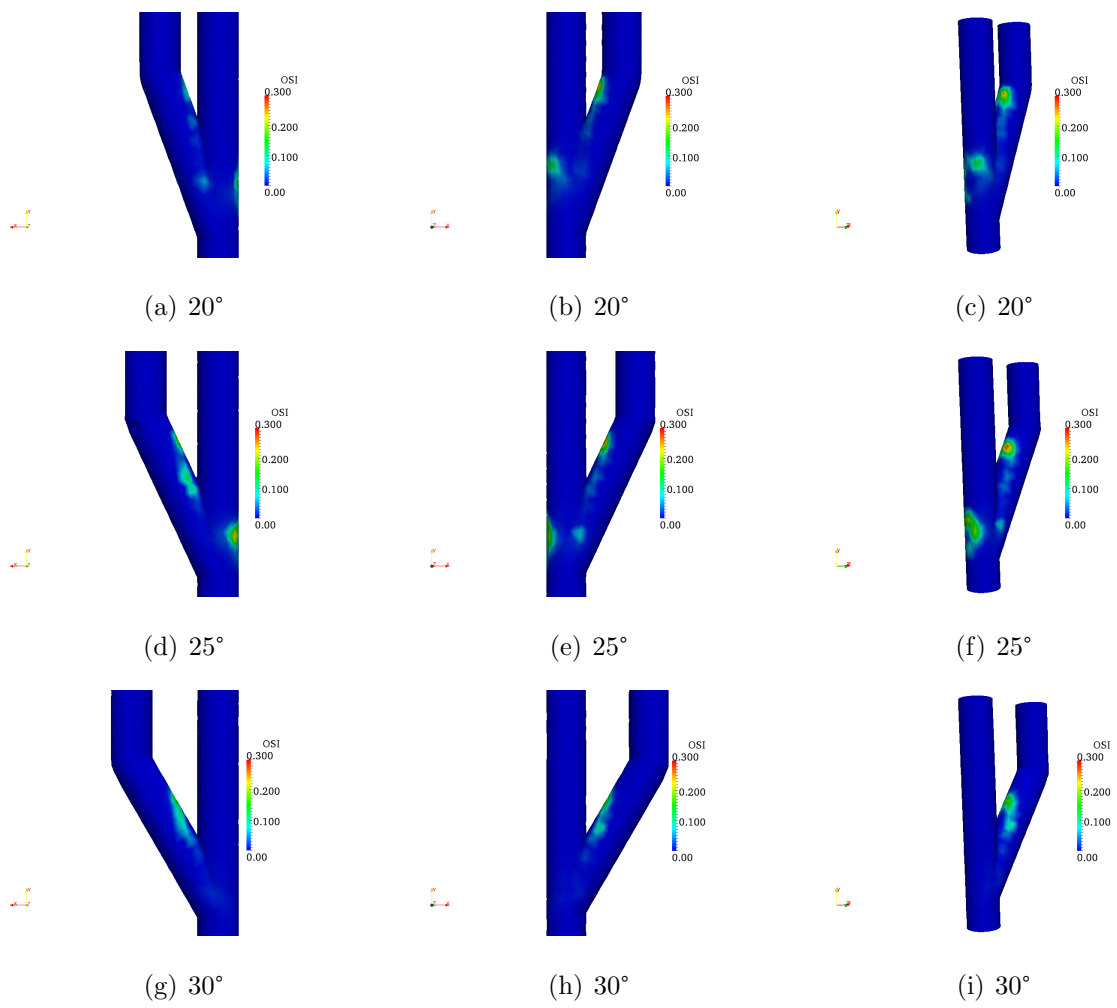


Figura 6.23: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25° e 30°: OSI.

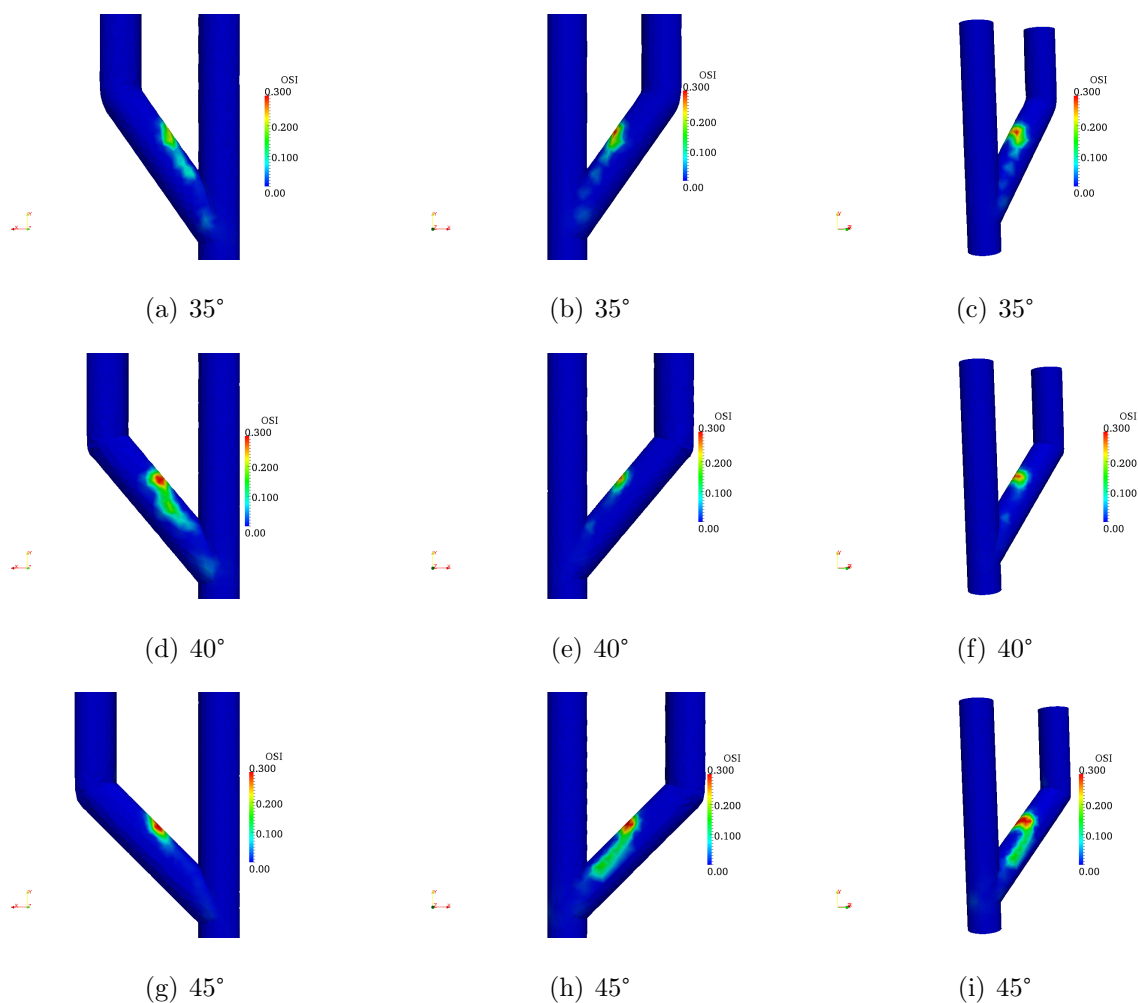


Figura 6.24: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula imatura com ângulos de 35°, 40° e 45°: OSI.

Os resultados apresentados aqui, diferem dos obtidos pelo escoamento newtoniano com o modelo μ_{128} , apesar da viscosidade dos dois modelos serem próximas: ficando entre 2,842 a 3,696 mPas para modelo Wang-Stoltz/KB em contrapartida ao valor de 3,077 mPas para o modelo μ_{128} .

Ocorre aumento de fluxo secundário na sístole (Fig. 6.21.a, b e c) e aumento da área de oscilação da tensão de cisalhamento em todos os casos.

6.4.4 Modelo de Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito

Os resultados obtidos pelo modelo de Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito (Figs. 6.25 a 6.28) foram muito parecidos com os encontrados no modelo μ_{128} , pois a variação da viscosidade foi muito pequena de 2,230 a 2,405 mPas em contrapartida ao valor de 2,577

mPas no modelo μ_{128} .

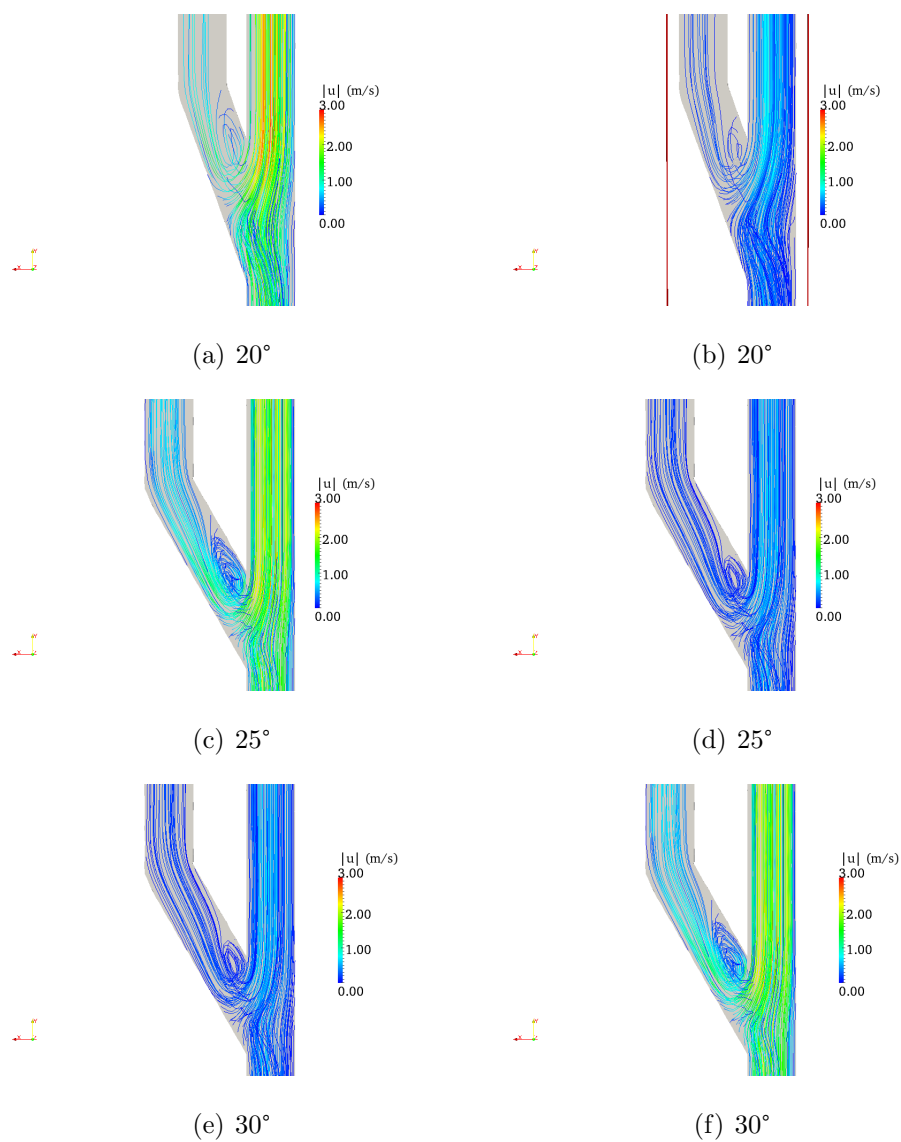


Figura 6.25: Caso Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

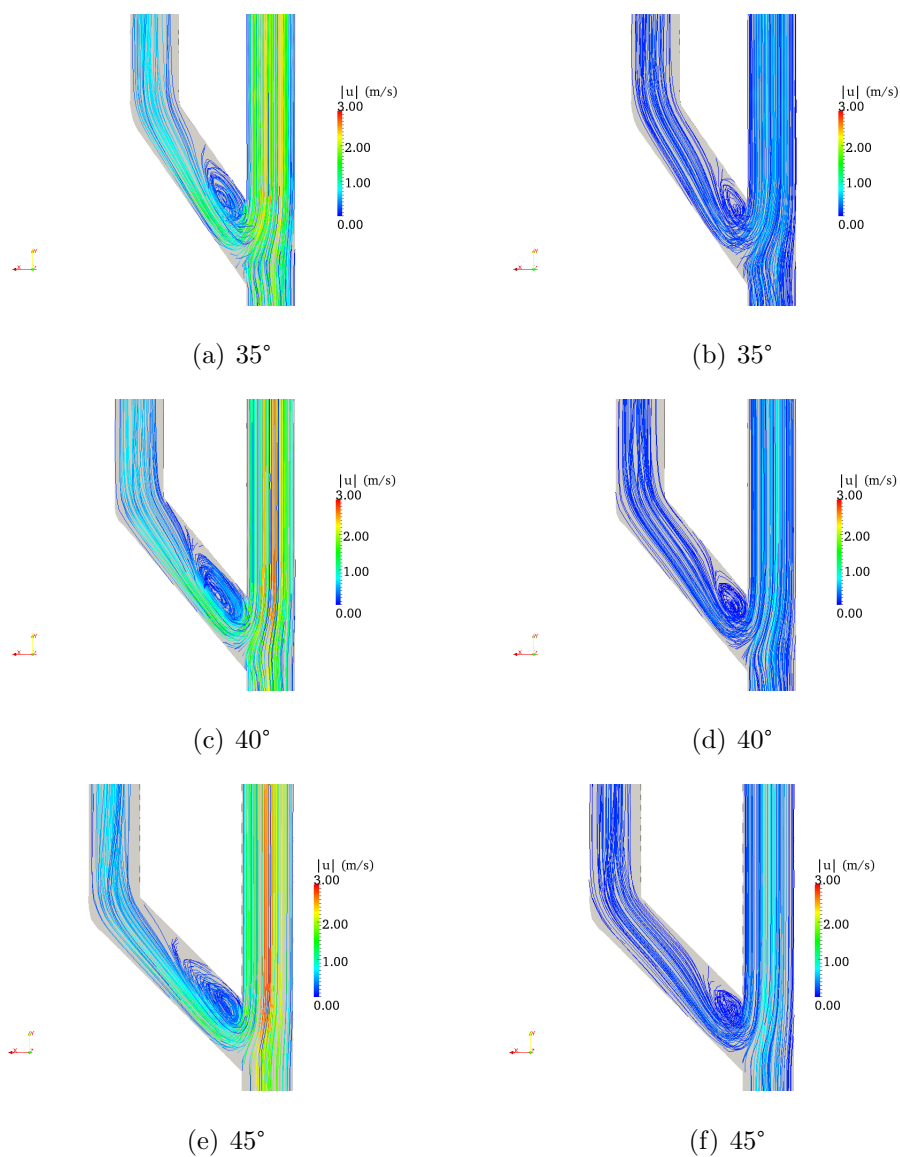


Figura 6.26: Caso Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito para fístula imatura com ângulos de 35°, 40° e 45°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

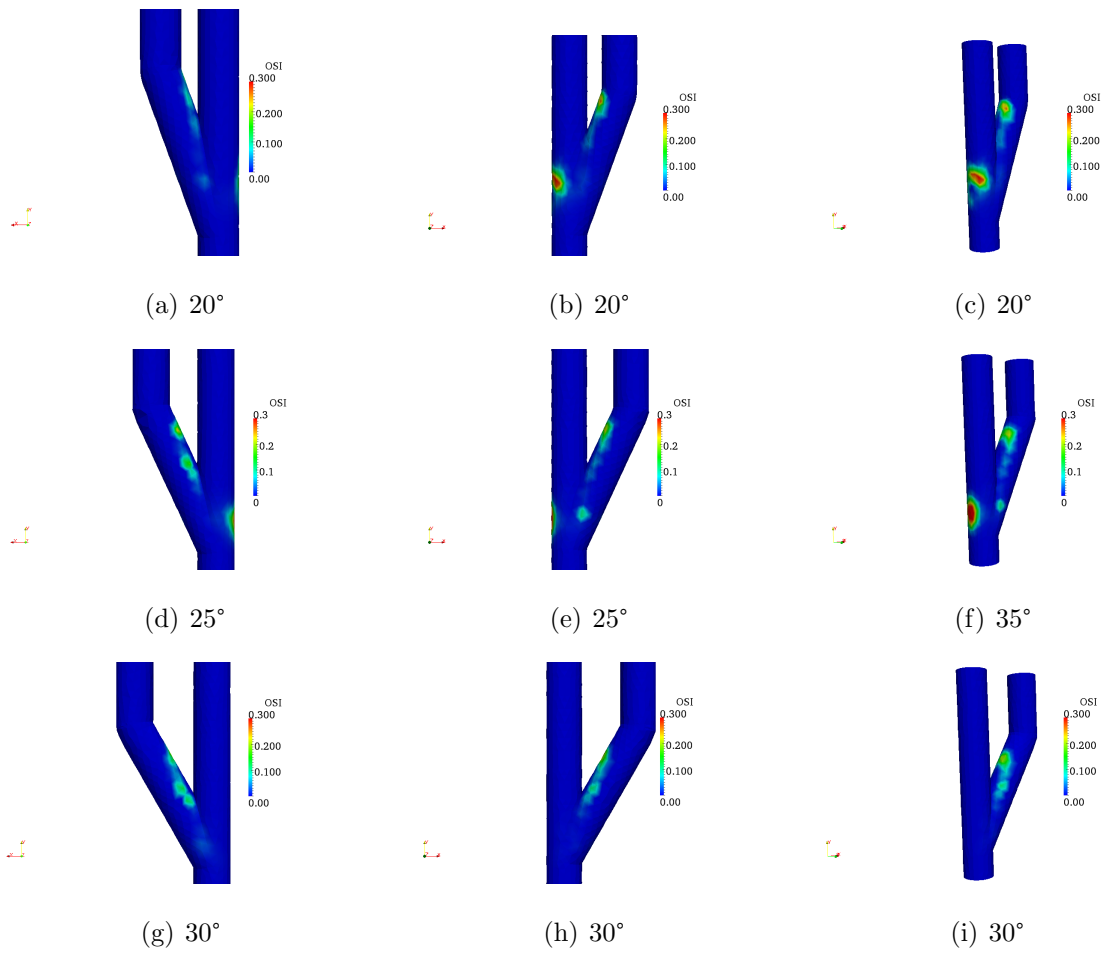


Figura 6.27: Caso Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito para fístula imatura nos ângulos de 20°, 25 °e 30 °: OSI.

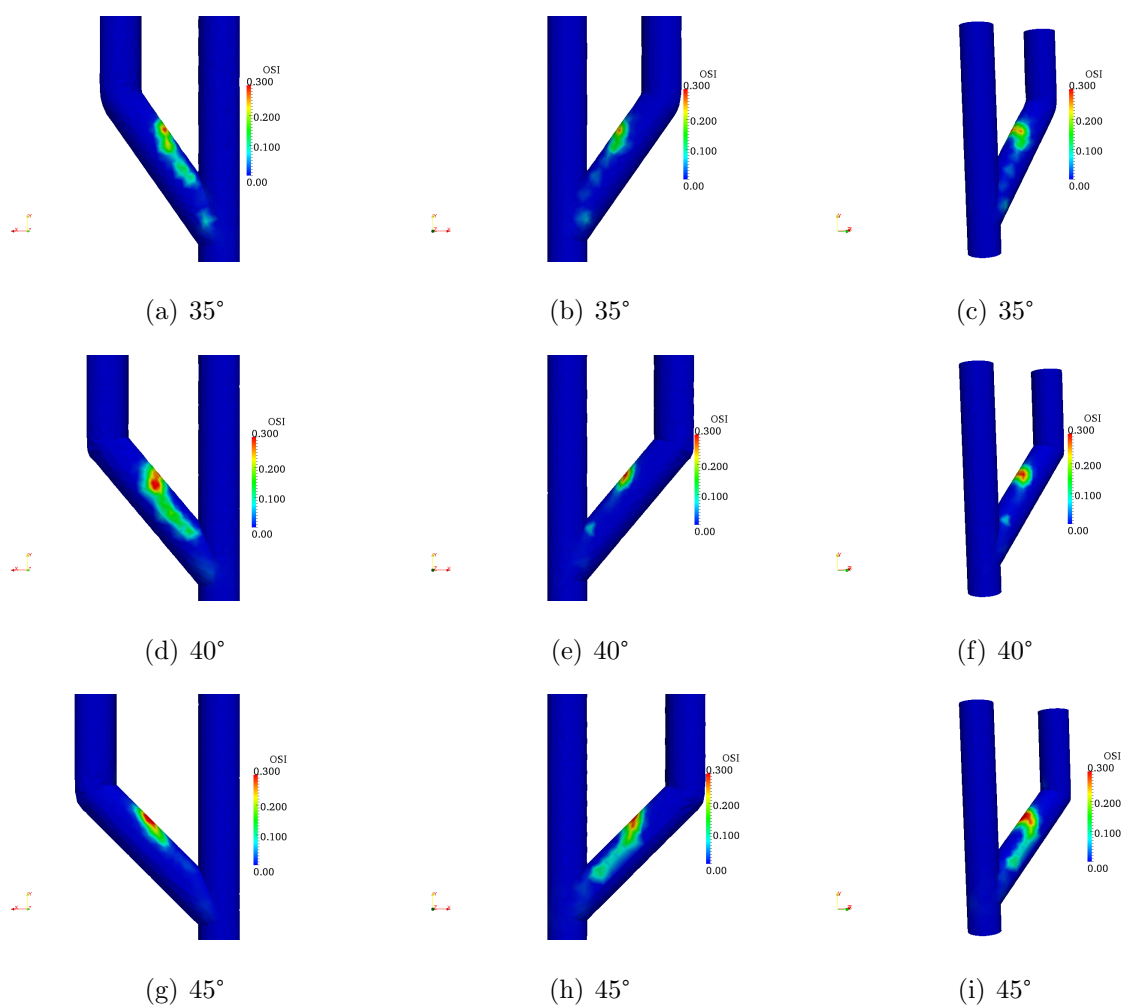


Figura 6.28: Caso Wang-Stoltz/KB com 20% de hematócrito para fístula imatura com ângulos de 35°, 40° e 45°: OSI.

Através das simulações executadas constata-se que caso o valor do hematócrito esteja na faixa de 20% a 30% existem pequenas diferenças entre utilizar o modelo μ_{128} e o modelo Wang-Stoltz/KB. Entretanto se os valores forem maiores que 40% de hematócrito é aconselhável utilizar modelos como o de Wang-Stoltz/KB ou outros modelos mistos que capturem comportamentos newtoniano e não newtoniano.

6.5 Fístula madura

O processo de hemodiálise é realizado apenas após o período de maturação das fístulas, em que a veia e a artéria vão adquirir um maior diâmetro, existindo um aumento do fluxo sanguíneo que facilita o procedimento de hemodiálise. Aqui são executadas simulações

baseadas em fístula madura com dados propostos por Sivanesan *et al.* (1999).

As simulações têm como base os casos newtoniano com valor de referência padrão ($\mu = 3.45mPas$) e Wang-Stoltz/KB com hematócrito de 30 e 40%. Não foram executados testes com 20%, pois dificilmente um paciente que já possui uma fístula madura em uso teria uma quantidade de hematócito muito abaixo de 30%, por causa da administração de eritropoetina.

Estes modelos foram escolhidos com base nos resultados apresentados até o momento que comprovam que o modelo de Wang-Stoltz/KB é um modelo eficiente para prever a variação da viscosidade e utilizamos o modelo newtoniano “padrão” como base de referência.

6.5.1 Caso newtoniano com fístula madura

O Caso newtoniano com fístula madura (Figs. 6.29 e 6.30) apresenta resultados diferentes dos encontrados no escoamento newtoniano em fístulas imaturas. No presente caso, os fluxos secundários e o OSI estão presentes em regiões maiores e possuem maior intensidade. Existe um aumento na região de formação de fluxos secundários, entretanto a relação ângulo e possibilidade do aparecimento de patologia continua a mesma. A indicação de que os ângulos entre 20° a 30° são os mais eficientes apresentada na seção 6.1, ainda é válida.

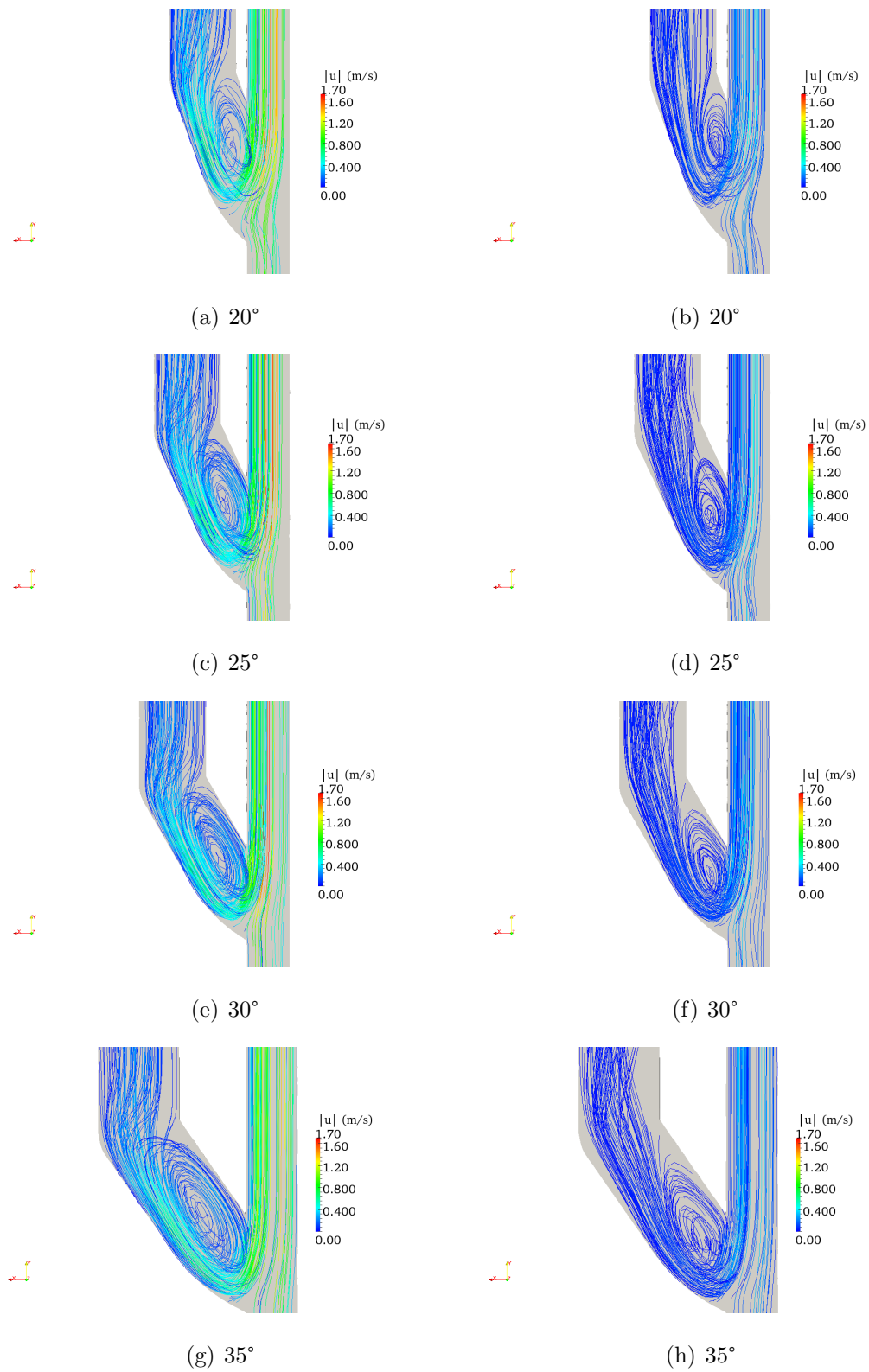


Figura 6.29: Caso newtoniano para fístula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

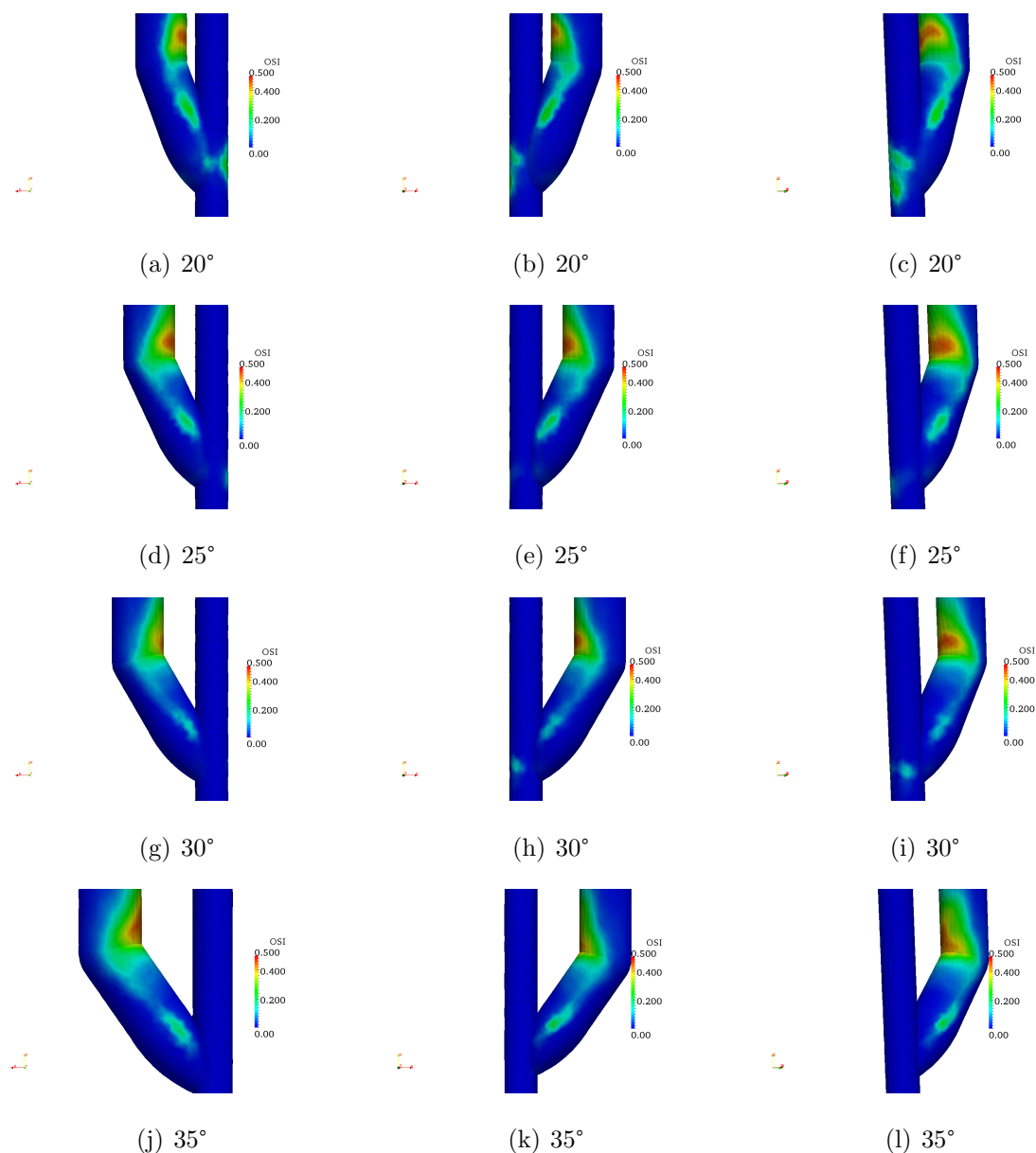


Figura 6.30: Caso newtoniano para fístula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI

Além do aumento da área de fluxos secundários existe também um aumento das regiões com oscilação de tensão de cisalhamento. Outro caso estudado foi o comportamento do sangue com 30% de hematócrito em uma fístula madura, que será visto a seguir.

6.5.2 Caso Wang-Stoltz/KB com 30 % de hematócrito

Os resultados do escoamento com o modelo de Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito são apresentados nas Figs. 6.31 e 6.32. As simulações executadas com o modelo Wang-Stoltz/KB com 30% obtiveram comportamento análogo ao ocorrido nas fístulas

imaturas (seção 6.4.3), com oscilações e valores de OSI maiores aos encontrados no Caso newtoniano.

Vale observar que o ângulo de 20° , que até o momento em todas as simulações foi considerado o melhor, teve um valor de oscilação da tensão de cisalhamento maior (Fig. 6.31.a -6.31.c), mas a formação de fluxo secundário ainda continua menor. Por isso este ângulo não será considerado menos eficiente, neste momento.

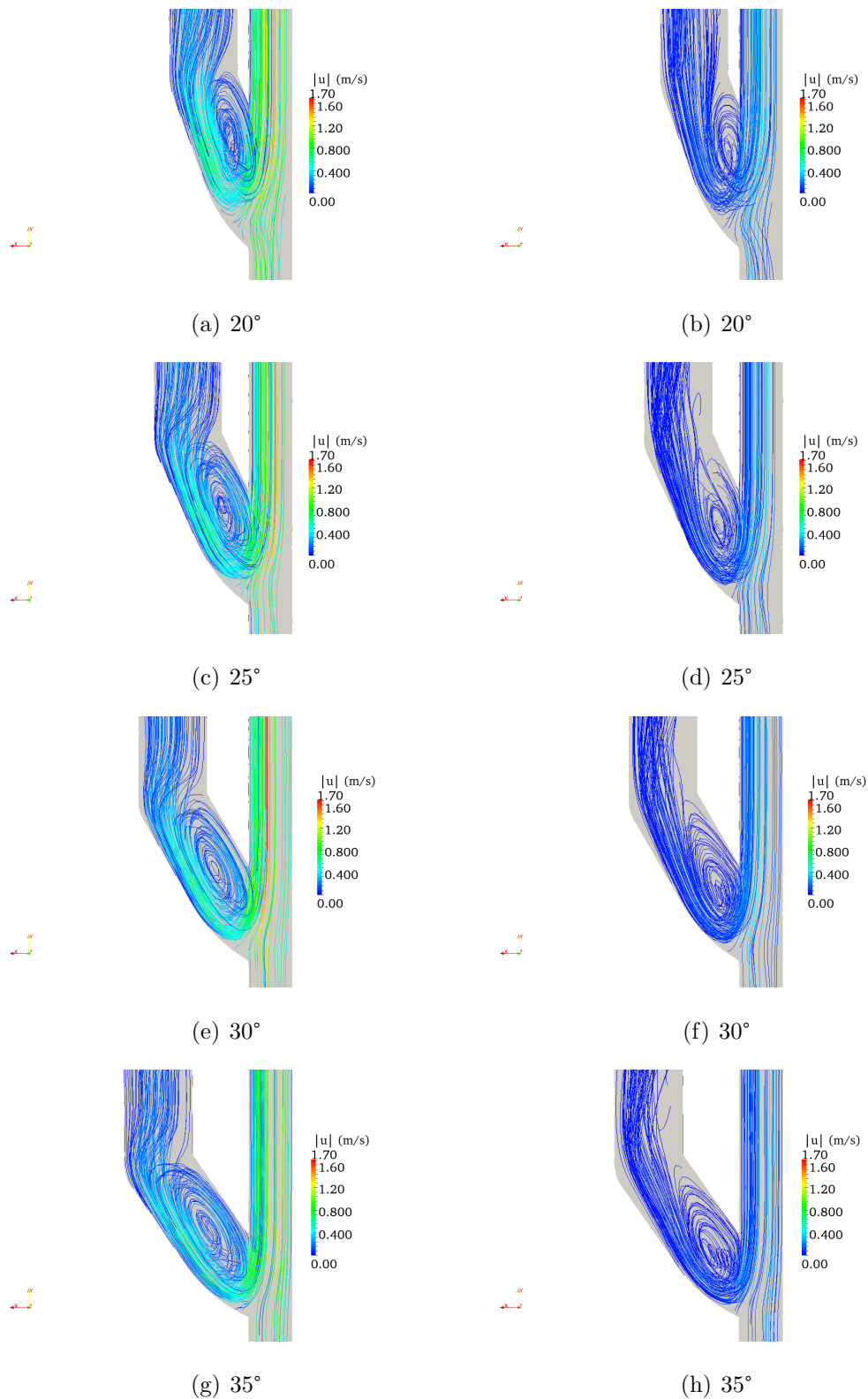


Figura 6.31: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fistula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

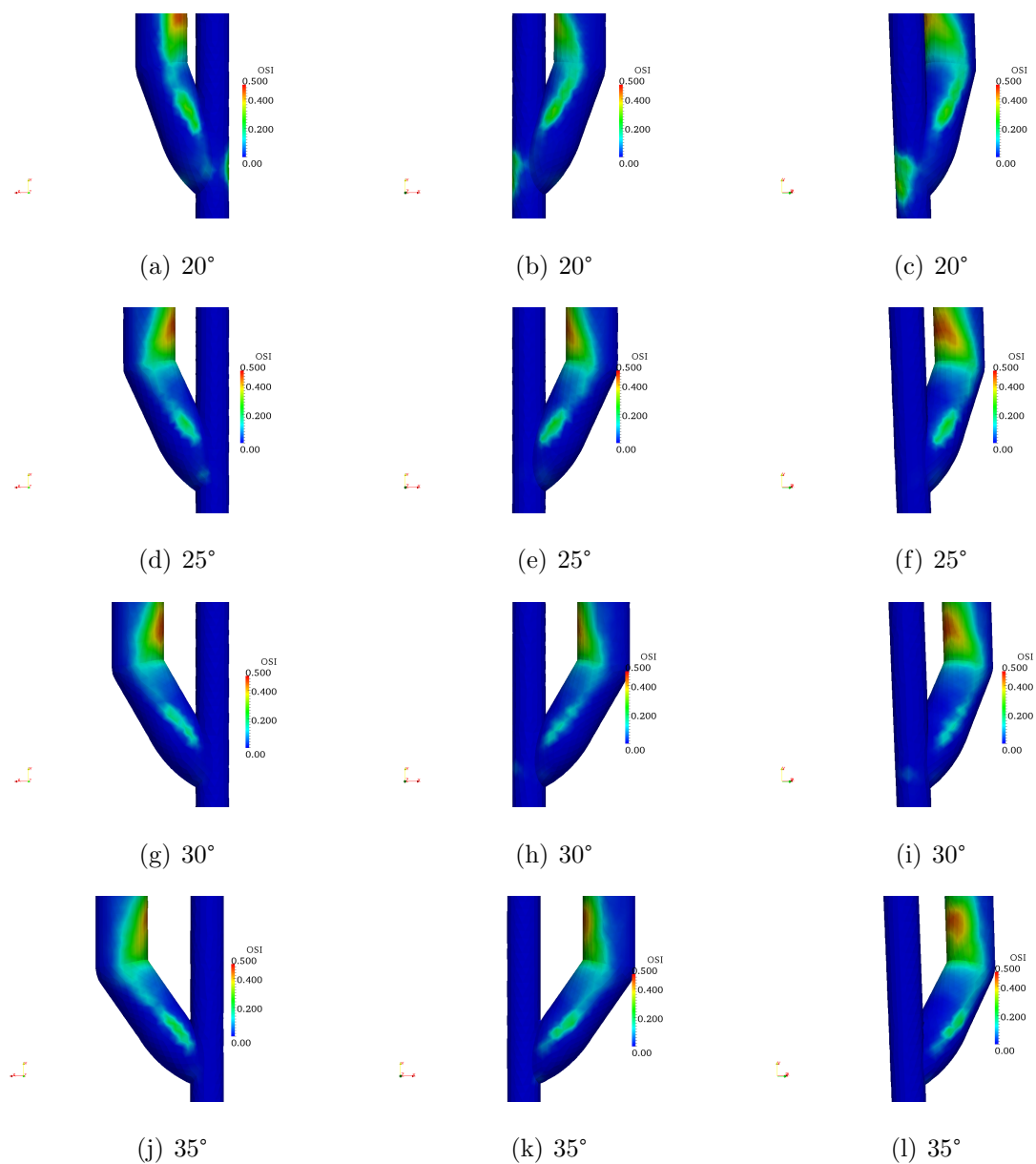


Figura 6.32: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.

Os valores das viscosidades obtidas são apresentados na Tabela 6.3 e visualizados de forma geral pela Fig. 6.33. No escoamento em fístulas maduras ocorreu um aumento da viscosidade no centro do vaso e também do valor máximo da viscosidade que em fístulas imaturas foi de 3,696 mPas e nas fístulas maduras ficou em torno de 6,8 mPas.

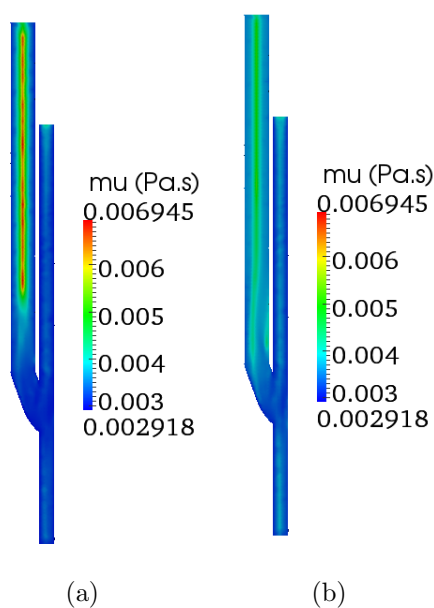


Figura 6.33: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito para fístula madura: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).

Tabela 6.3: Viscosidades extremas para fístula madura, modelo Wang-Soltz/KB com 30% de hematócrito

Ângulos (°)	Viscosidade mínima (Pa.s)	Viscosidade máxima (Pa.s)
20	0,00291826	0,00694524
25	0,00292024	0,00737587
30	0,00291748	0,00632594
35	0,00291745	0,00670468

Outro valor de hematócrito interessante de ser analisado é o de 40% pois é considerado como limiar dos valores adotados em pacientes em hemodiálise que não possuem nenhuma doença crônica e, como já mostrado nas sessões 6.4.1 e 6.4.2, as diferenças entre os resultados das simulações com 40% e 45% são pequenas.

6.5.3 Caso Wang-Stoltz/KB com 40 % de hematócrito

As simulações com o modelo de Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócritos levaram a resultados próximos aos encontrados no escoamento com fístula imatura no sentido de melhor ângulo e intensidade de OSI. Foram também obtidos resultados análogos aos encontrados nas fístulas maduras com relação ao aumento de zonas com fluxos secundários.

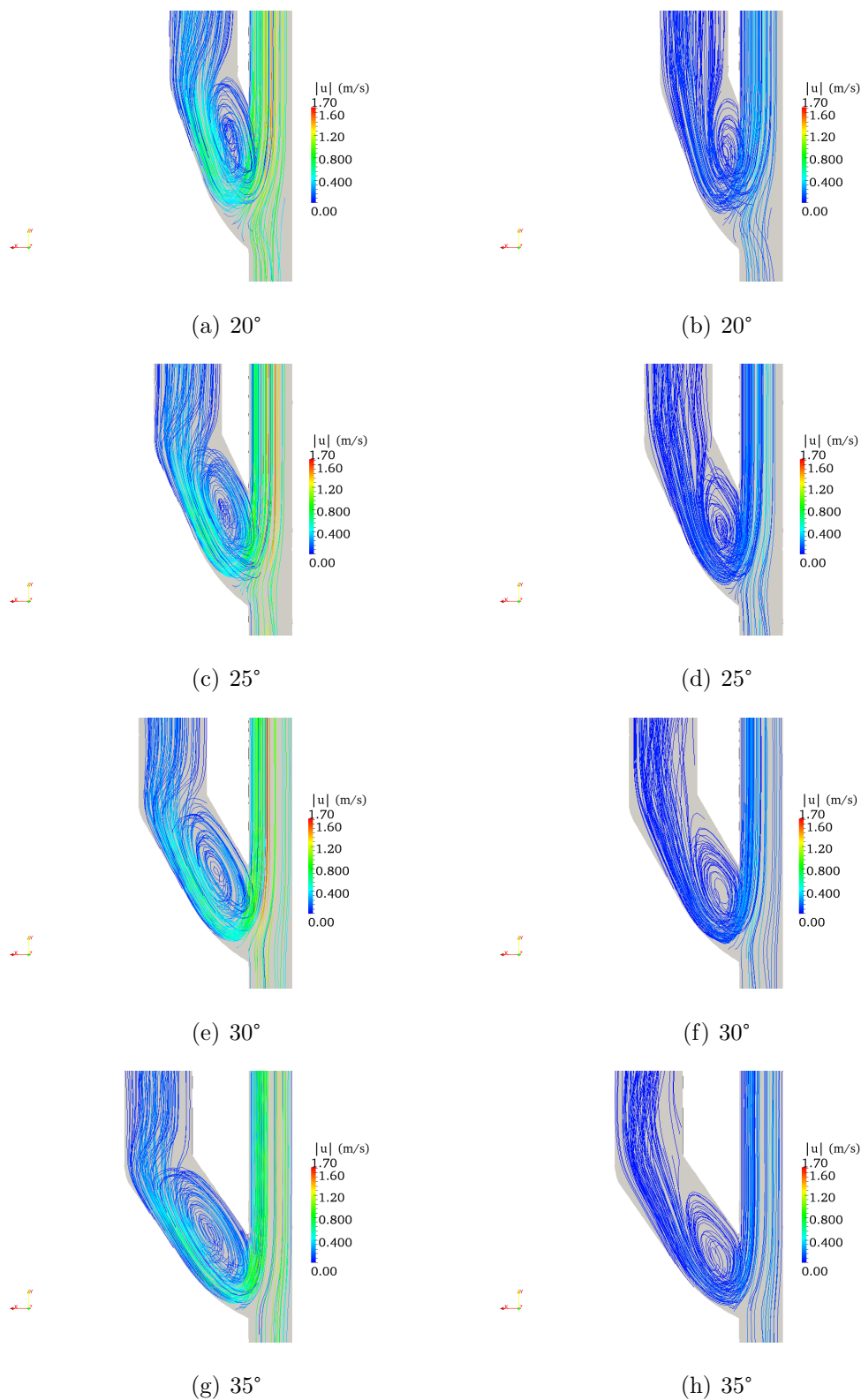


Figura 6.34: Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fistula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e) e diástole (b,d,f).

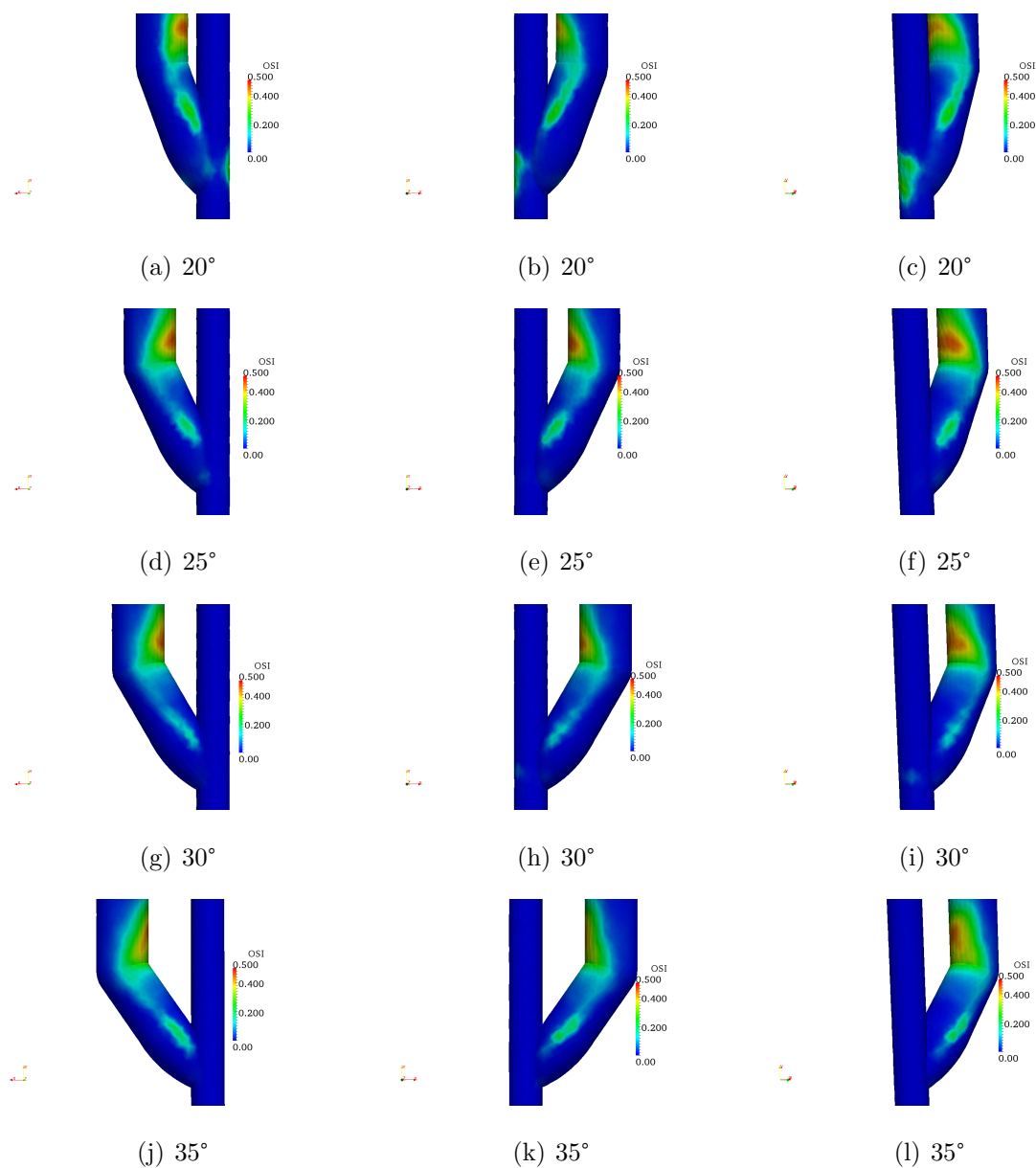


Figura 6.35: Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito para fístula madura nos ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.

As viscosidades obtidas pelo modelo são apresentadas na Fig. 6.36 e seus valores extremos estão na Tabela 6.4. Os valores de viscosidade superiores estão bem acima dos encontrados para o mesmo caso em fístula imatura, mas a área de incidência da mesma é pequena, estando concentrada no centro da veia.

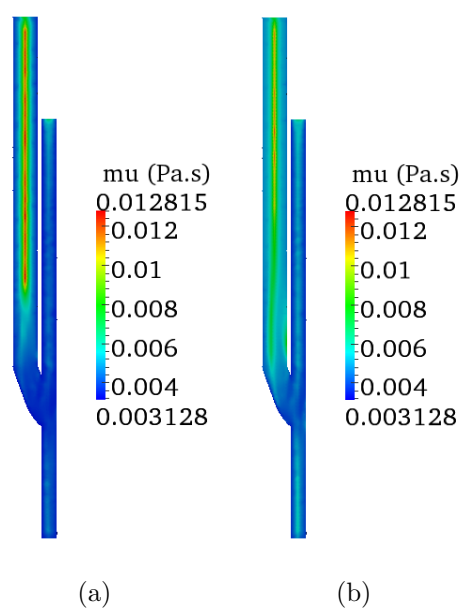


Figura 6.36: Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito em fístula madura: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).

Tabela 6.4: Viscosidades extremas para fístula madura, modelo de Wang-Soltz/KB com 40% de hematócrito

Ângulos ($^{\circ}$)	Viscosidade mínima (Pa.s)	Viscosidade máxima (Pa.s)
20	0,00312808	0,0128149
25	0,00313354	0,01384
30	0,00312608	0,0112954
35	0,00312602	0,0118928

Os resultados obtidos pelas simulações com fístulas maduras validam os resultados encontrados com fístulas imaturas. Apesar da intensidade de fluxos secundários e OSI serem maiores, a angulação melhor ficou ainda entre 20 a 30 graus. Sendo que os melhores valores foram os obtidos com os ângulos de 25° e 30°.

É importante tentar entender o que acontece nas fístulas durante o processo de hemodiálise com presença de agulhas, pois serão um novo perturbador para o escoamento e este processo poderá durar em média 3 vezes por semana por 4 horas. Com isso poder-se-ia identificar possíveis fatores no desenvolvimento de doenças durante este período.

6.6 Fístula madura com agulhas de 2mm

Para as simulações foi escolhida a agulha de 2mm de diâmetro dentre as apresentadas pela *Fresenius Medical Care* especificadas na Tabela 2.2, uma vez que as diferenças entre as velocidades de entrada obtidas através do fluxo de referência das agulhas foi pequeno.

Os casos testados foram: newtoniano com valor de referência padrão e Wang-Stoltz/KB com valores de hematócrito de 30 e 40%.

6.6.1 Simulação para Caso newtoniano com fístula madura

Os resultados para fluxo newtoniano com valor de referência ($\mu = 3.45mPas$) em fístulas arteriovenosas maduras durante o procedimento de hemodialise são apresentados nas Figs . 6.37 e 6.38. Os fluxos secundários ocorreram na região da fístula e na veia após a agulha arterial que leva o sangue para a máquina de hemodiálise. A oscilação da tensão de cisalhamento na parede não acontece somente na região da fístula, é percebida também ao longo da veia.

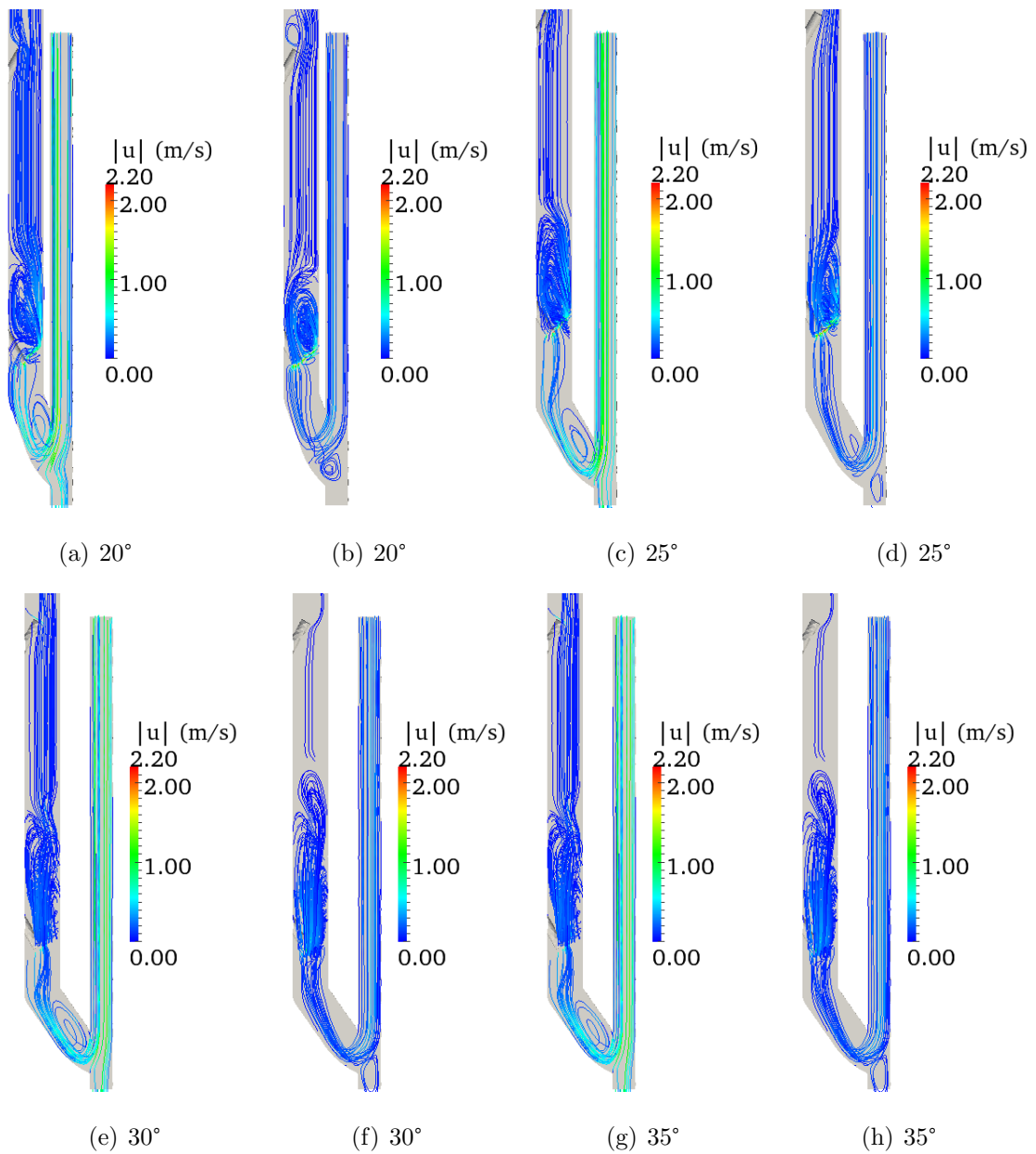


Figura 6.37: Caso newtoniano com fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e,g) e diástole (b,d,f,h).

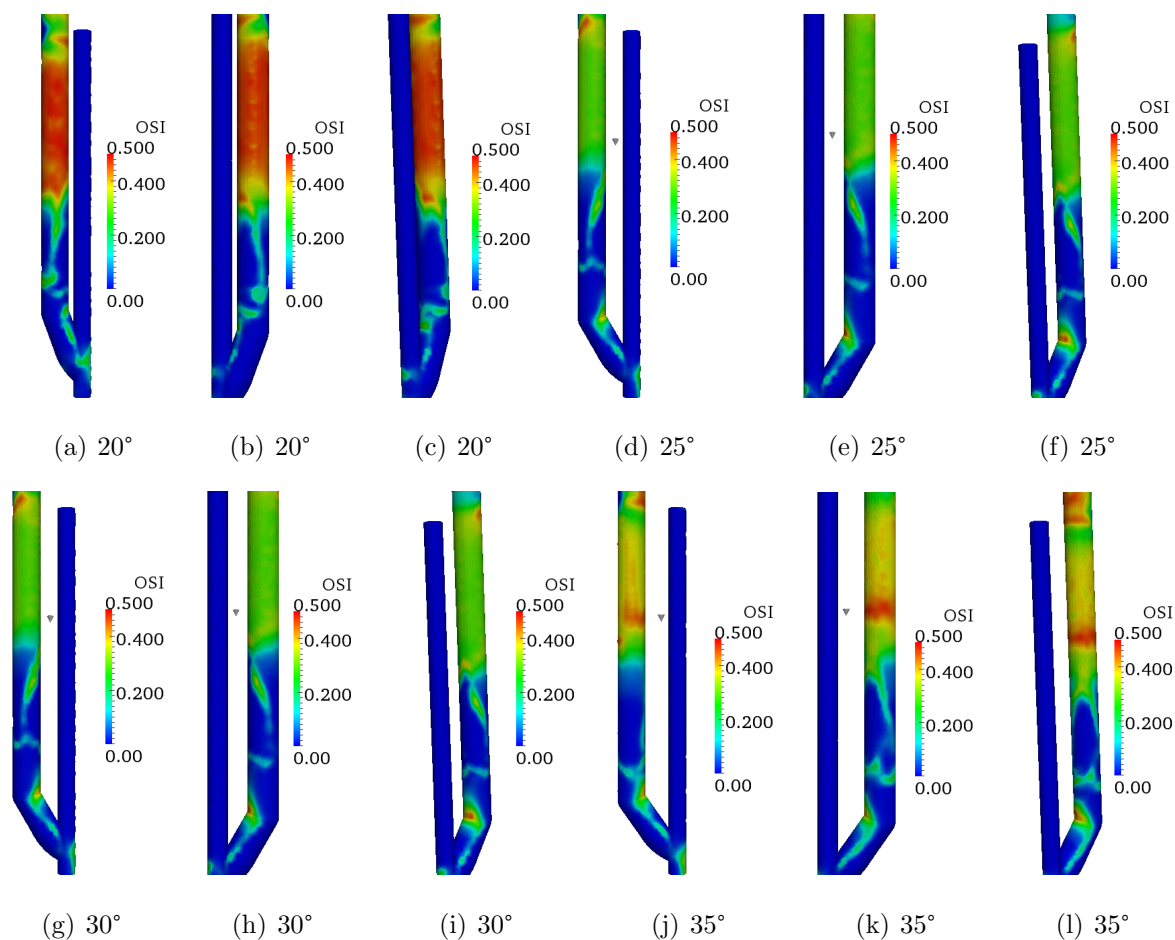


Figura 6.38: Caso newtoniano com fístula madura e agulha de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.

Os ângulos de 20 e 35 °forneceram valores de oscilação e fluxo maiores aos encontrados em outros casos com mesma angulação.

6.6.2 Caso Wang-Stoltz/KB com 30 % de hematócrito

Os resultados do escoamento com o modelo de Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito (Figs. 6.39 e 6.40) foram próximos aos valores encontrados na simulação newtoniana e mostra novamente que os ângulos de 20° e 35 ° não foram ângulos eficientes, visando a não formação de patologias.

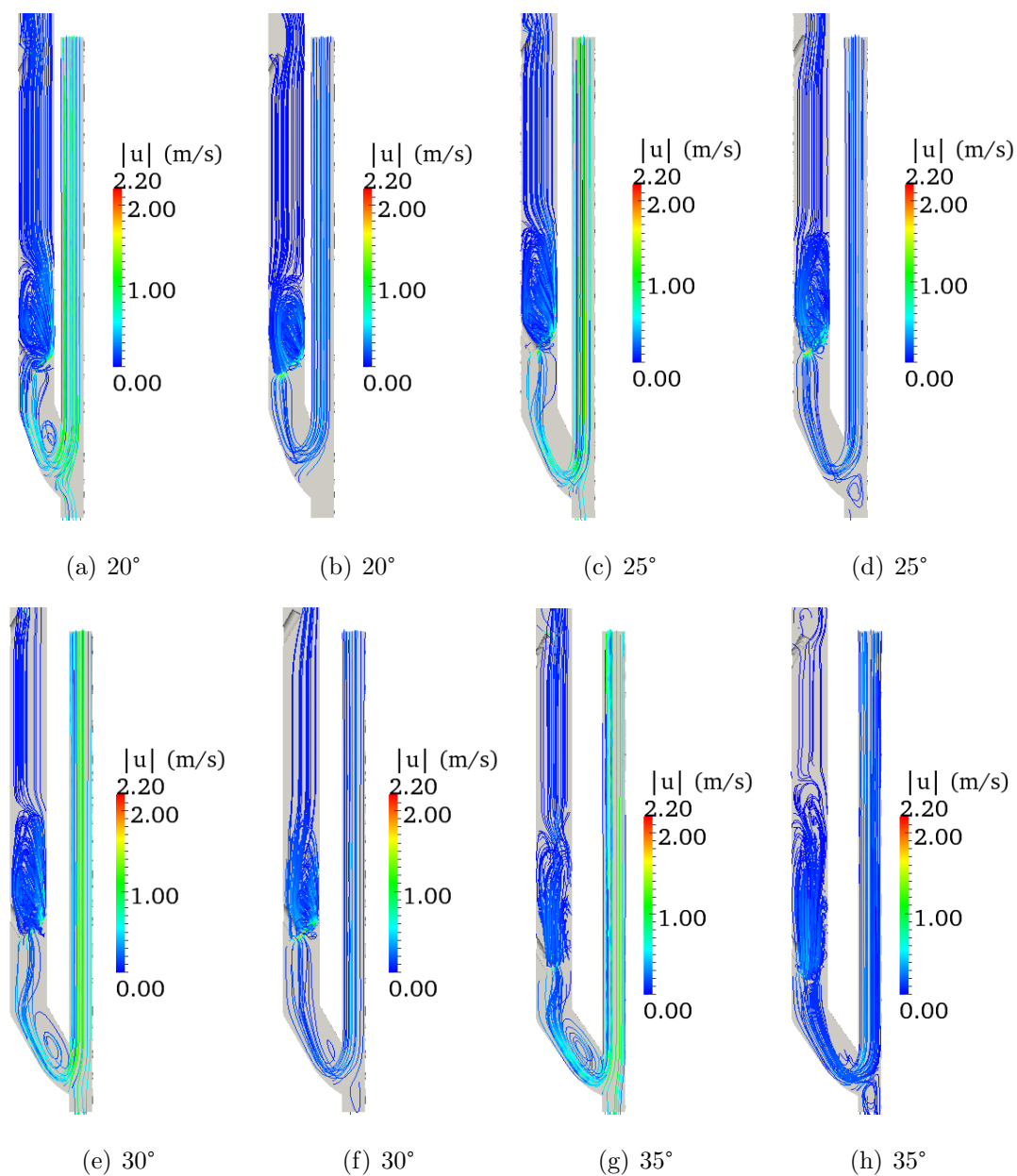


Figura 6.39: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito com fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e,g) e diástole (b,d,f,h).

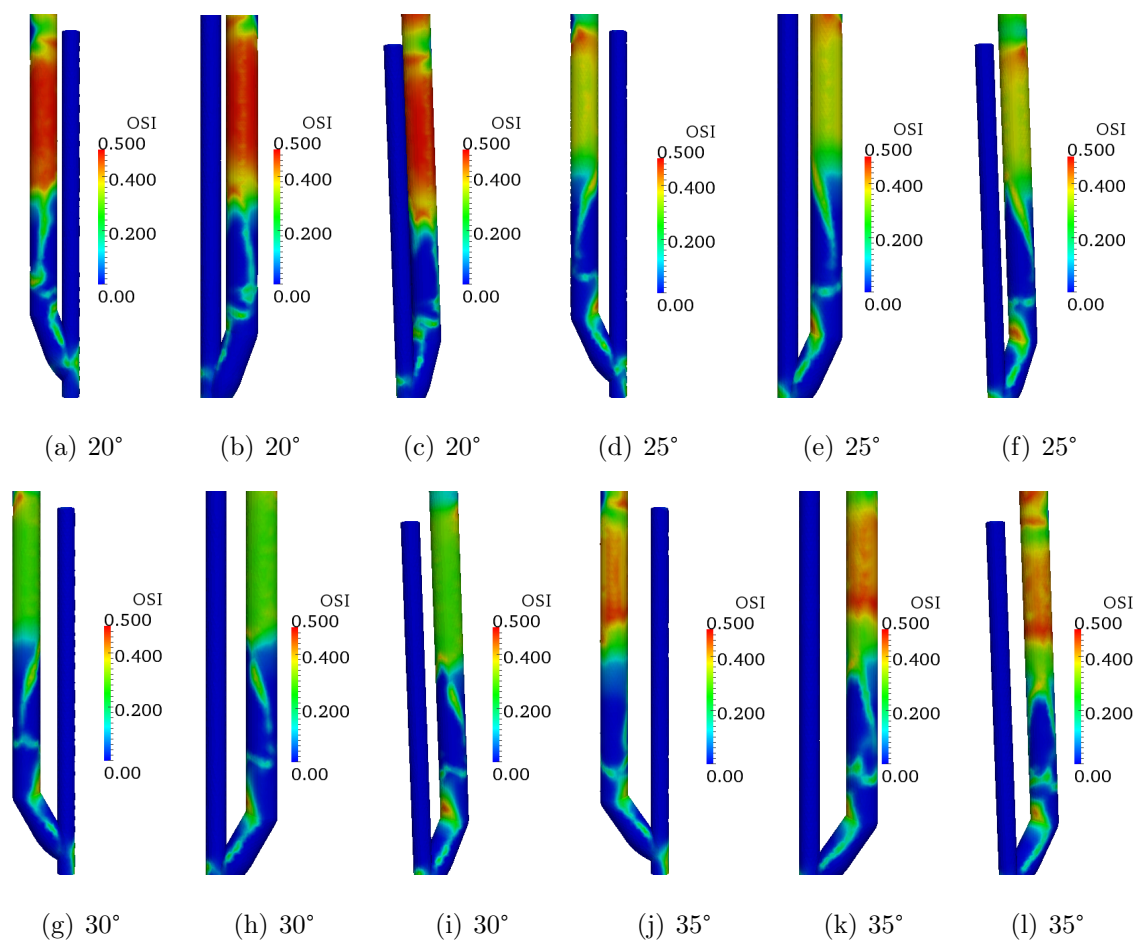


Figura 6.40: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito com fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20° , 25° , 30° e 35° : OSI.

As viscosidades obtidas pelo modelo Wang-Stoltz/KB com agulhas podem ser vistas na Tabela 6.5 e observa-se como padrão de comportamento deste modelo o apresentado na Fig. 6.41.

Os valores de viscosidade foram próximos aos encontrados na fístula madura com 30% de hematócrito. Ocorre região de estagnação do sangue após a agulha arterial (leva o sangue para máquina) e isto pode ter provocado o aumento da viscosidade naquela região.

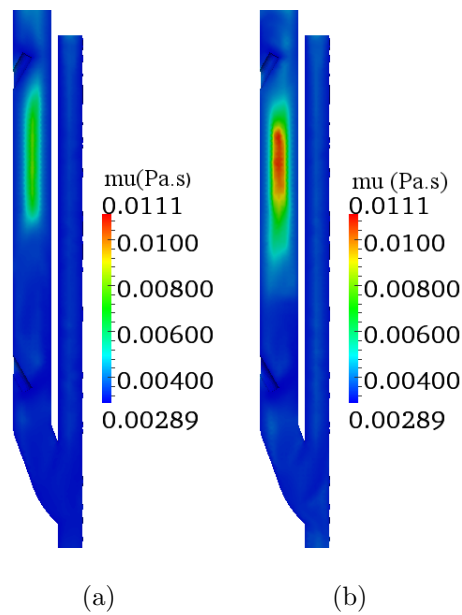


Figura 6.41: Caso Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito com fístula madura e agulhas de 2mm: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).

Tabela 6.5: Viscosidades extremas para modelo Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito em fístula madura com agulha

Ângulos ($^{\circ}$)	Viscosidade mínima (Pa.s)	Viscosidade máxima (Pa.s)
20	0,00288468	0,00829831
25	0,00288634	0,00848797
30	0,00288536	0,00783812
35	0,0028937	0,00766727

Ao longo da artéria o comportamento da viscosidade é praticamente constante, entretanto na região da veia existem variações da mesma. Caso não existisse a inserção de agulhas um modelo newtoniano poderia ser eficiente para o estudo do escoamento, entretanto em casos com vasos largos com diâmetro próximo ao estudado, com inserção de agulha, é necessário um modelo que capture tanto o escoamento newtoniano como não newtoniano.

6.6.3 Caso Wang-Stoltz/KB com 40 % de hematócrito

Os resultado obtidos através do modelo de Wang-Stoltz/KB com 40 % de hematócrito podem ser visualizados nas Figs. 6.42 e 6.43.

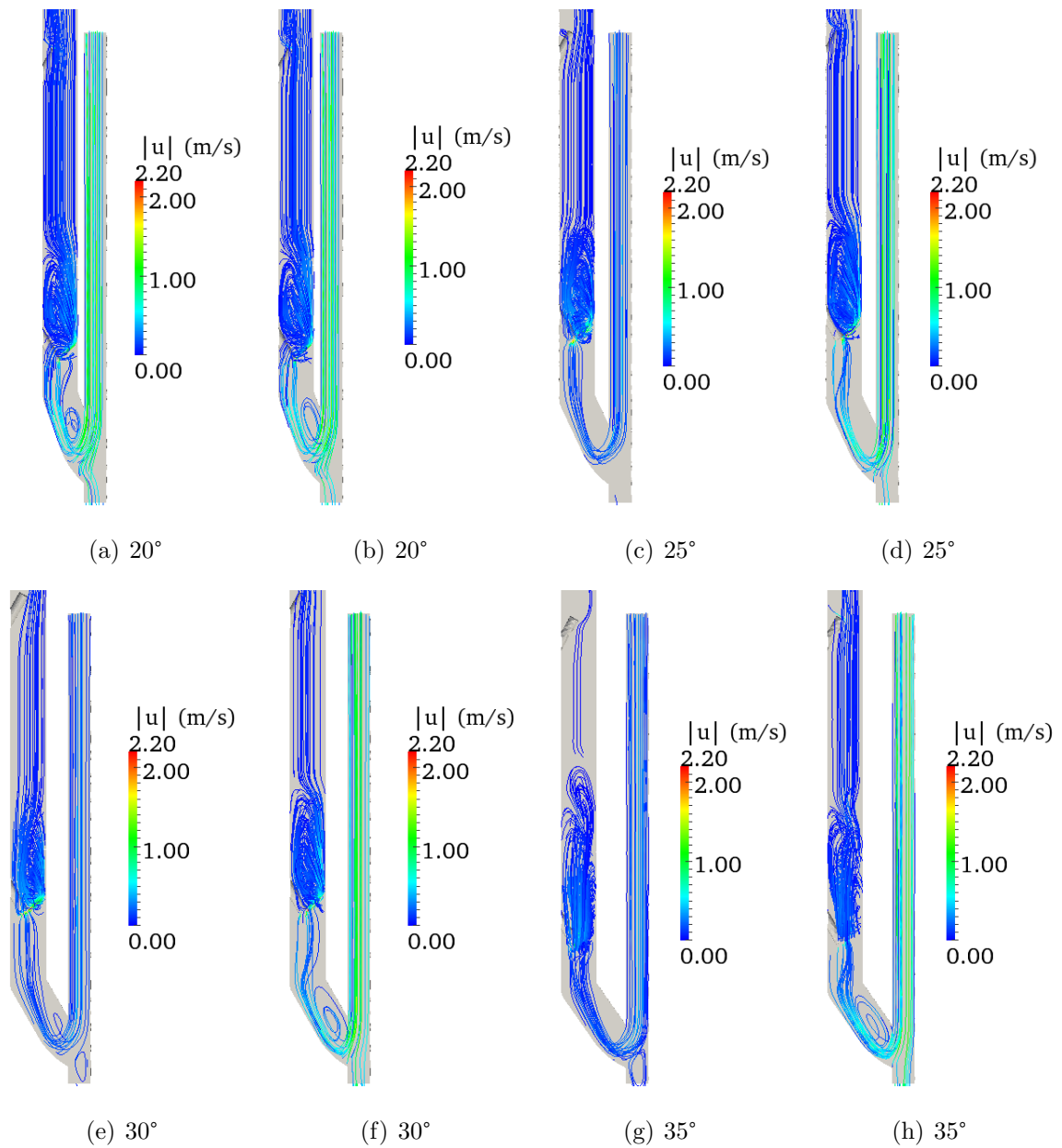


Figura 6.42: Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito com fístula madura e agulhas 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30°, 35°: linhas de corrente. Sístole (a,c,e,g) e diástole (b,d,f,h).

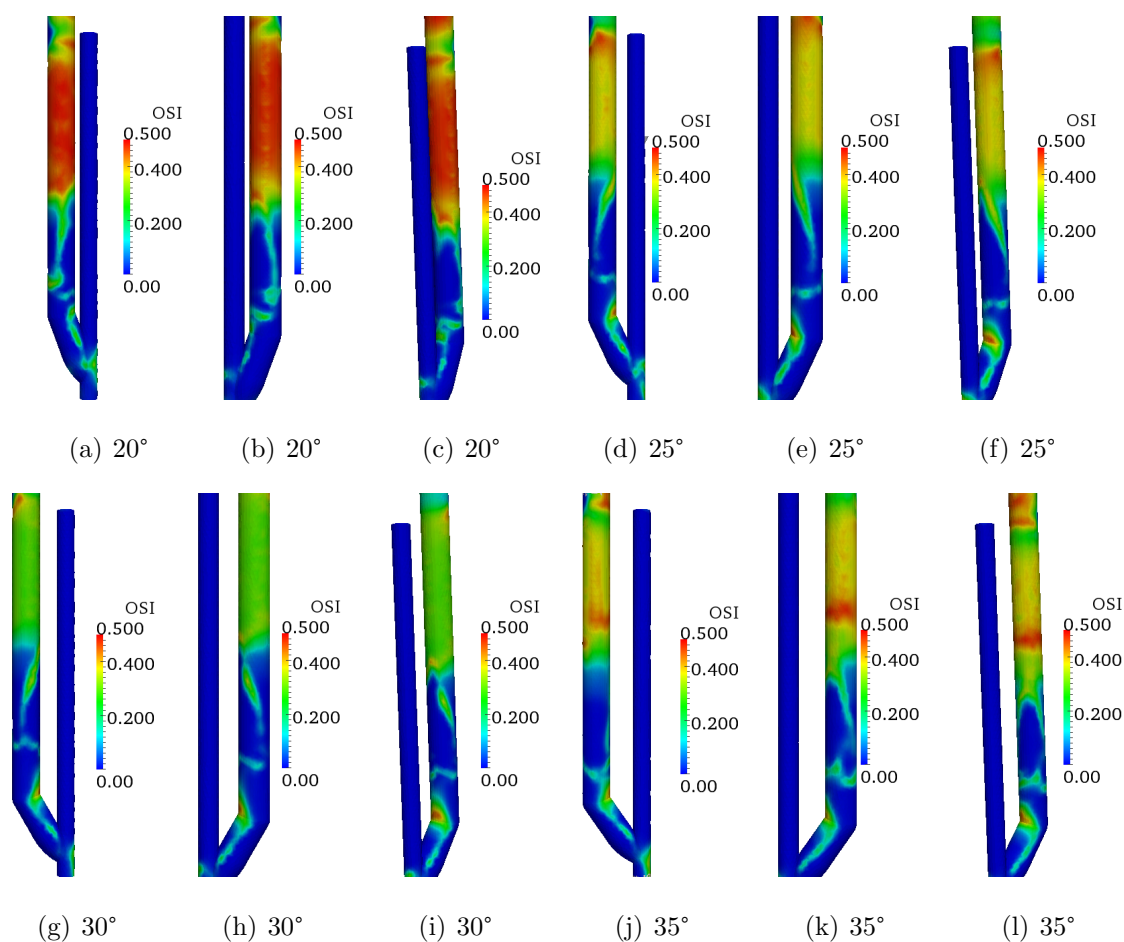


Figura 6.43: Caso Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito em fístula madura e agulhas de 2mm para ângulos de 20°, 25°, 30° e 35°: OSI.

As linhas de corrente possuem o mesmo padrão obtido pelo escoamento com o modelo de Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito, entretanto a oscilação da tensão de cisalhamento apresenta resultado mais favorável para ângulo de 35° (Figs. 6.43.j - 6.43.l) do que os obtidos nos casos anteriores com fístulas com agulhas.

As viscosidades extremas obtidas pelo modelo (Tabela 6.6) são próximas às esperadas, fato semelhante ao acontecido nas simulações de Wang-Stoltz/KB com 30% de hematócrito.

Tabela 6.6: Viscosidade extremas, modelo Wang-Stoltz/KB com 40% de hematócrito em fístula madura com agulhas

Ângulos (°)	Viscosidade mínima (Pa.s)	Viscosidade máxima (Pa.s)
20	0,00303522	0,0157672
25	0,00303977	0,016312
30	0,00303709	0,0158234
35	0,00306012	0,0148035

6.6.4 *Resumo do estudo do escoamento para o modelo Wang-Stoltz/KB*

Os resultados com modelo de Wang-Stoltz/KB em fístulas imaturas confirmou que os melhores ângulos de anastomose ficam entre 20° e 30°, e que valores de hematócrito abaixo de 30% aumentam a probabilidade do aparecimento de patologias. Mostraram também que a utilização deste modelo é essencial, principalmente quando o valor do hematócrito estiver acima de 40% em fístulas imaturas, para baixos valores de hematócrito o modelo newtoniano captura adequadamente o comportamento.

Já no escoamento com fístulas maduras foi observado que mesmo com o diâmetros maiores o modelo de Wang-Stoltz/KB conseguiu capturar áreas com comportamento não newtoniano.

A inserção de agulhas na fístula madura resultou em um aumento das áreas de oscilação da tensão de cisalhamento e recirculação sanguínea, como também mostrou que o modelo de Wang-Stoltz/KB captura melhor as áreas de estagnação provocadas pelas agulhas. Outro fato observado é que o ângulo de 20° não apresentou resultados favoráveis para evitar o aparecimento de patologias. Com isso, os melhores ângulos podem ser indicados como os de 25° e 30°. Este estudo validou também que o sangue com valores de hematócrito acima de 40% são menos propícios a doenças dos vasos sanguíneos.

6.7 Simulações para o modelo de Walburn-Schneck e Walburn-Schneck estendido

Os trabalhos de Ene-Iordache e Remuzzi (2011) e Ene-Iordache *et al.* (2001) utilizam o modelo não newtoniano de Carreau em vasos largos, no caso de fístulas. Segundo (Pop *et al.*, 2003) o modelo de Walburn-Schneck foi baseado em dados obtidos em altas taxas de deformação, entretanto possui forma fundamentada em uma função power-law que é exclusivamente utilizada para fluídos não newtonianos.

Já o modelo de Walburn-Schneck estendido foi elaborado por Pop *et al.* (2003) para adaptar o anterior à baixas taxas de deformação, mas possui forma semelhante a de um modelo misto que capturaria tanto o comportamento newtoniano como o não newtoniano.

Como na literatura existem poucos estudos relacionados a esses modelos tanto para vasos largos como para vasos pequenos, aqui serão investigados o escoamentos em fístulas madura e imatura com angulação de 30° e hematócrito de 40%.

6.7.1 Modelo Walburn-Schneck

Os resultados obtidos através do escoamento com fístula imatura são apresentados nas Fig. 6.44 e 6.45. O OSI não foi apresentado nesta etapa pois o foco principal foi a análise da viscosidade.

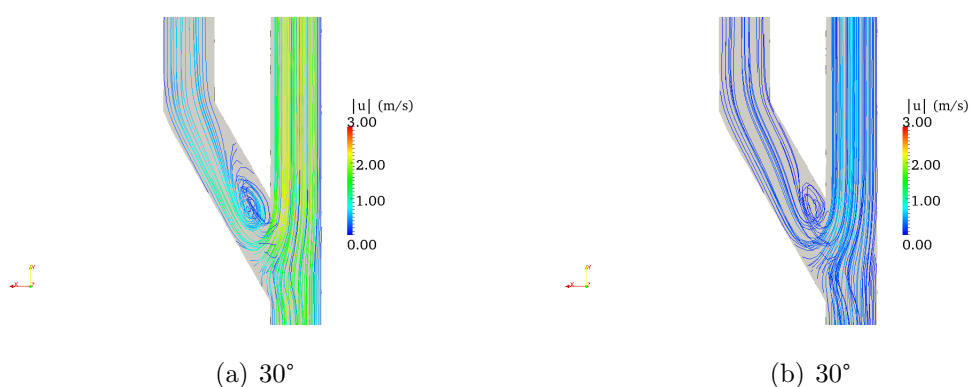


Figura 6.44: Escoamento em fístula imatura para modelo de Walburn-Schneck com 40% de hematócrito, com ângulo de 30°: linhas de corrente. Sístole (a) e diástole (b).

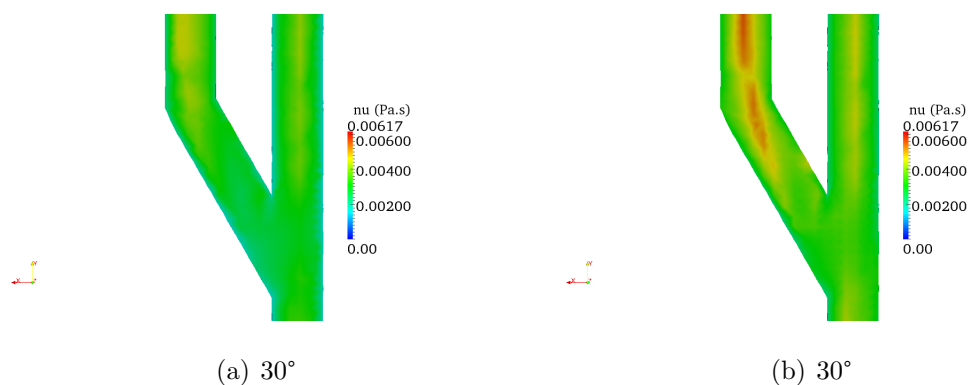


Figura 6.45: Escoamento em fístula imatura para modelo de Walburn-Schneck com 40% de hematócrito, com ângulo de 30° : viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).

Os valores de viscosidade ficaram próximos aos encontrados no modelo de Wang-Stoltz/KB para o mesmo caso. Com isso, pode-se afirmar que realmente o modelo de Walburn-Schneck em vasos com valores próximos aos da fístula imatura captura de forma eficiente o escoamento.

Foi verificado também o comportamento do modelo em fístulas maduras, resultados esses apresentados nas Figs. 6.46 e 6.47

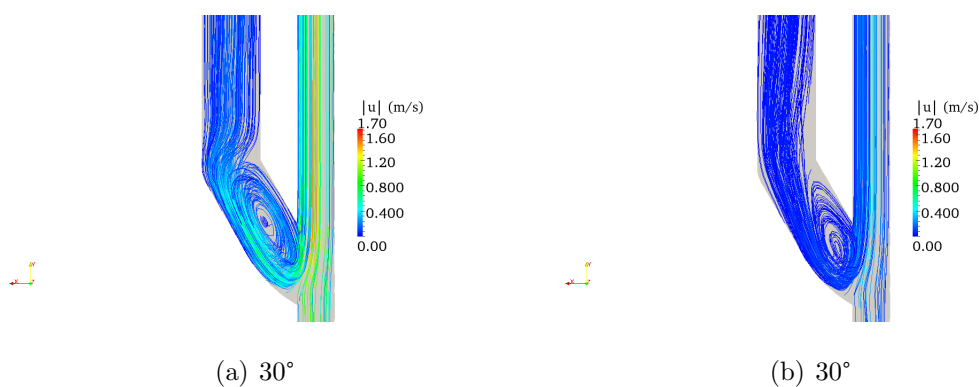


Figura 6.46: Escoamento em fístula madura com modelo Caso de Walburn-Schneck com 40% de hematócrito, com ângulo de 30° : linhas de corrente. Sístole (a) e diástole (b).

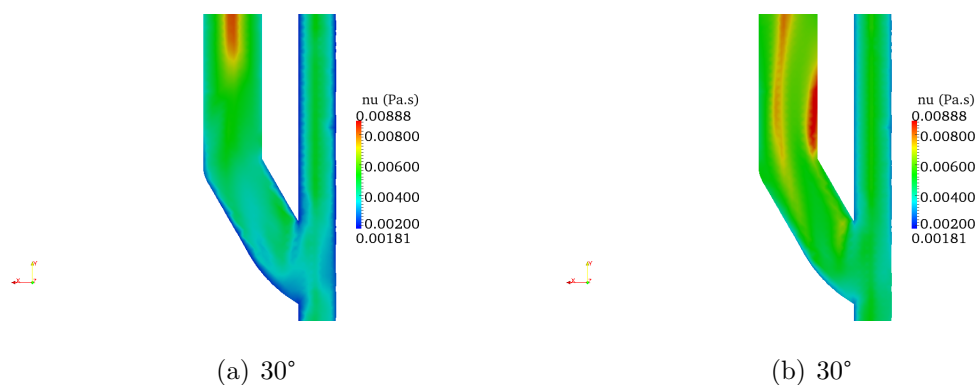


Figura 6.47: Escoamento em fístula madura para modelo de Walburn-Schneck com 40% de hematócrito, com ângulo de 30°: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).

O padrão de viscosidade encontrado neste caso também se assemelha em partes com ao caso análogo com modelo de Wang-Stoltz/KB, indicando que o modelo de Walburn-Schneck funciona para altas taxas de deformação.

6.7.2 Modelo Walburn-Schneck estendido

O escoamento com o modelo de Walburn-Schneck estendido foi analisado para verificar, principalmente, a influência da variável A que tem indícios que possa capturar o comportamento newtoniano. Os resultados para este modelo em fístulas imaturas são apresentados nas Figs. 6.48 e 6.49.

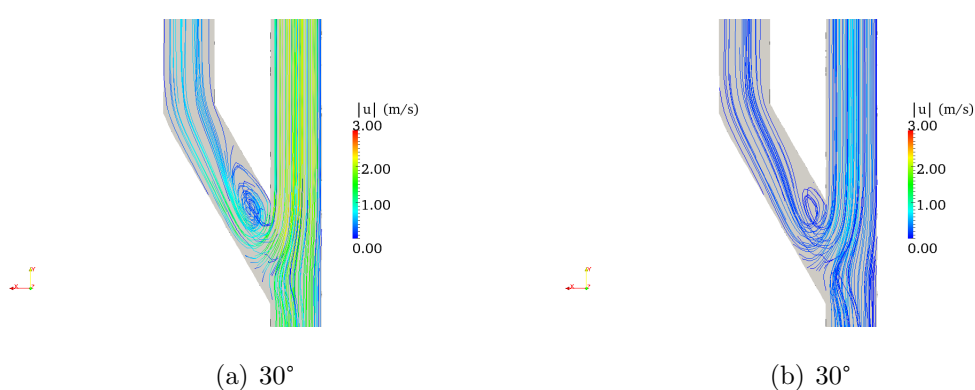


Figura 6.48: Escoamento em fístula imatura com modelo de Walburn estendido com 40% de hematócrito, com ângulo de 30°: linhas de corrente. Sístole (a) e diástole (b).

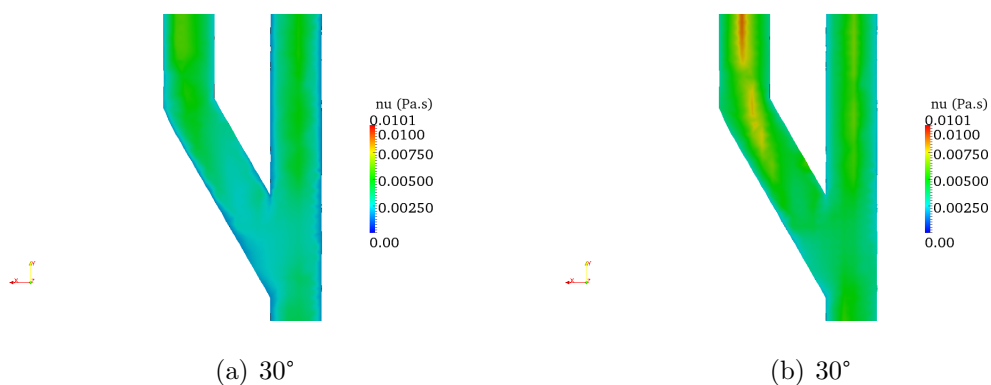


Figura 6.49: Escoamento em fístula imatura com modelo Walburn estendido com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).

O modelo de Walburn estendido força o aumento da viscosidade mesmo em fístulas imatura.

Já os resultados para fístula madura são apresentados nas Figs. 6.50 e 6.51

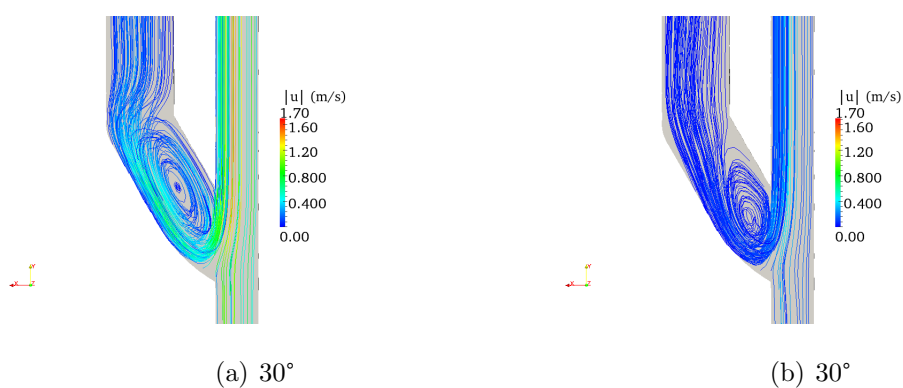


Figura 6.50: Escoamento em fístula madura com modelo de Walburn estendido com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: linhas de corrente. Sístole (a) e diástole (b).

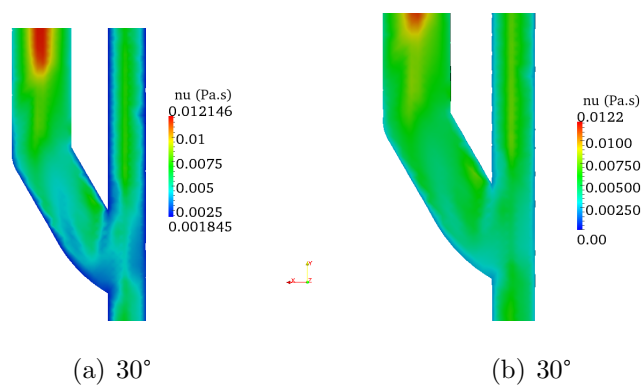


Figura 6.51: Escoamento em fístula madura com modelo de Walburn estendido com 40% de hematócrito, com ângulo de 30 °: viscosidade. Sístole (a) e diástole (b).

A possibilidade de que o termo A pudesse capturar o comportamento newtoniano em vasos largos não se confirmou aqui, pelas análises do escoamento em fístulas maduras e imaturas. O modelo de Walburn estendido na verdade força um grande aumento da viscosidade, não sendo, então, apropriado para simulações em vasos largos com altas taxas de deformação.

7 Conclusões

Neste trabalho desenvolveu-se uma análise, através de modelagem computacional, de escoamento sanguíneo em fístulas arteriovenosas para o processo de hemodiálise, considerando diversos ângulos de anastomose e modelos constitutivos para o sangue, bem como estados de fístulas maduras e imaturas. A análise de melhores condições de aplicação teve como principais parâmetros os padrões de escoamento e os níveis de oscilação das tensões cisalhantes na parede dos vasos.

Dos resultados obtidos, pode-se destacar como principais conclusões, as feitas a seguir.

1. Caso de fístulas imaturas: Modelos Newtonianos:

- o modelo de referência ($\mu = 3,45mPa.s$): dos resultados aqui obtidos, ampliou-se a faixa de ângulos para 20° a 30°, em relação à literatura existente que previa o limite de 30°.
- μ_{128} fornece valores mais próximos do $\mu = 3,45mPa.s$ do que o modelo de Landel.
- μ_{128} : quanto menor H, aumentam as áreas de fluxos secundários e OSI. Para H acima de 40% não há diferenças significativas nos resultados.

Modelo Não Newtoniano (Wang-Stoltz/KB):

- resultou mais evidentemente que quanto menor H, maiores áreas de secundários e OSI altos;
- na faixa de H acima de 40%, foram obtidas maiores variações da viscosidade;
- na faixa de H menores do que 30%, as viscosidades não apresentaram grandes variações, podendo-se concluir que um modelo newtoniano nesta faixa seria suficiente.

2. Caso de fístulas maduras:

Modelo newtoniano de referência:

- confirmou-se a faixa de ângulos do caso imaturo, entretanto maiores áreas suscetíveis a patologias foram evidenciadas, tanto em fluxos secundários quanto

no OSI.

Modelo não newtoniano (Wang-Stoltz/KB) :

- H=30%: apesar de manter os níveis de fluxos secundários em relação às imaturas, maiores valores de OSI foram encontrados em maiores áreas.
- H=40%: confirmam-se os melhores ângulos, entretanto maiores áreas foram encontradas tanto para fluxos secundários quanto para OSI altos.

Conclui-se que o modelo misto de Wang-Stoltz/KB, que é capaz de capturar comportamentos newtoniano e pseudoplástico, prevê resultados mais críticos do que o modelo newtoniano. Além disso são ainda mais críticos os resultados obtidos para fístulas maduras do que para imaturas, pois para aquelas foram identificadas regiões mais abrangentes suscetíveis a patologias.

3. Caso de fístulas maduras com agulhas:

Modelo newtoniano de referência($\mu = 3,45mPa.s$):

- os resultados apresentaram maiores áreas de fluxo secundário na veia e na região de saída de sangue para a máquina;
- obteve-se maior região de oscilação na veia, inclusive maior do que na região de anastomose que tem sido de grande preocupação da literatura.
- OSI mais altos no ângulo de 20° levam a selecionar apenas a faixa de 25° a 30° para aplicações.

Modelo não newtoniano (Wang-Stoltz/KB):

- H=30%: mesmas observações quanto a ângulos do modelo newtoniano para o mesmo caso. Entretanto surgem altas viscosidades na região central (radial) da veia, predominantemente entre as agulhas, em comparação ao caso maduro sem agulhas deste modelo.
- H= 40%: analogamente ao caso acima, pelos resultados, os melhores ângulos são 25° e 30°.

4. Da comparação dos modelos Walburn-Schneck e Walburn-Schneck estendido, constatou-se que os resultados para o de Walburn-Schenck se assemelham àqueles

obtidos pelo de Wang-Stoltz/KB. Entretanto, o modelo estendido gerou viscosidades mais altas do que o de Wang-Stoltz/KB. Pode-se concluir que, com os valores dos dados fornecidos na literatura para o modelo estendido, este mais contribui para o aumento da viscosidade, mesmo em altas taxas de deformação.

Em linhas gerais, pode-se concluir, pelos resultados aqui obtidos, que os ângulos mais indicados seriam os de 25° a 30°, e o modelo misto utilizado (Wang-Stoltz/KB) capturou regiões de fluxos secundários, com possíveis regiões de estagnação, maiores do que o modelo newtoniano, sendo, assim, indicado para modelar essas situações. Em geral hematócritos em torno de 40% geram menores indicativos de patologias. Além disso, não é possível confirmar que quanto menor o ângulo, melhores seriam as condições para aplicações dessas fístulas.

Pouquíssimos resultados experimentais para essas questões foram encontrados na literatura. Assim indicativos para linhas de investigação experimental podem ser sugeridos tendo como base os resultados computacionais aqui alcançados.

Como trabalhos futuros, tem-se forte indicativo a explorar os modelos constitutivos mistos, introduzir geometria baseada em exames de ultrassom-doppler de pacientes renais crônicos, inserir características relacionadas a elasticidade dos tecidos dos vasos e abordar o processo de filtração do sangue.

Referências Bibliográficas

- Allon, M., Robbin, M. L., 2002. Increasing arteriovenous fistulas in hemodialysis patients: problems and solutions. *Kidney international* 62 (4), 1109–1124.
- Barnes, H. A., Hutton, J. F., 1989. *An introduction to rheology*. Vol. 3. Elsevier.
- Barros, E., Manfro, R. C., Thomé, F. S., Gonçalves, L. F. S., 2006. *Nefrologia: rotinas, diagnóstico e tratamento*. Artmed Editora.
- Bauman, A., Landel, R., Moser, B., 1965. Rheology of concentrated suspensions-Effect of a surfactant.
- Bird, R. B., 2002. Transport phenomena. *Applied Mechanics Reviews* 55 (1), R1–R4.
- Bittencourt, M. O., 2016. Ministério da Saúde, Agência Nacional de Vigilância -Sanitária- EPOETINA ALFA E BETA. Disponível em: http://www.anvisa.gov.br/divulga/public/livro_eletronico/Nutricao.html#_Epoetina_alfa_e
- Bortoloti, M., 2006. Uma Formulação de Elementos Finitos para Problemas de Escoamento Pseudoplásticos. Tese de doutorado, PhD thesis (in Portuguese), Laboratório Nacional de Computação Científica, Brasil.
- Brasil, 2004. Biblioteca Virtual em Saúde do Ministério da Saúde -Anemia. Disponível em: <http://bvsm.sau.gov.br/bvs/dicas/69anemia.html>
- Brasil, 2015. Ministério da Saúde. Portal Brasil- Doença renal crônica atinge 10% da população mundial. ”<http://www.brasil.gov.br/saude/2015/03/doenca-renal-cronica-atinge-10-da-populacao-mundial>”, [Online; acessado 07-Junho-2016].
- Brouwer, D., 1995. Cannulation camp: basic needle cannulation training for dialysis staff. *Dialysis & transplantation* 24 (11), 606–612.

- Brydson, J., 1981. Flow Properties of Polymer Melt. George Godwin Ltd., London.
- Busato, O., Nov. 2011. HEMODIÁLISE @ONLINE. Disponível em: <http://www.abcdasaude.com.br/nefrologia/hemodialise>
- Causon, D., Mingham, C., Qian, L., 2011. Introductory Finite Volume Methods for PDEs. Bookboon.
- Chhabra, R. P., 2010. Non-Newtonian fluids: an introduction. In: Rheology of Complex Fluids. Springer, pp. 3–34.
- Costa, R. d. F. B. d., Fagundes, D. J., 2002. Modelos experimentais de hiperplasia intimal: efeitos da radiação ionizante. Acta Cirurgica Brasileira 17 (3), 189–193.
- Davidson, L., 1996. A pressure correction method for unstructured meshes with arbitrary control volumes. International Journal for Numerical Methods in Fluids 22 (4), 265–281.
- DeCaprio, J., Valentine, R., Kakish, H., Awad, R., Hagino, R., Clagett, G., 1997. Steal syndrome complicating hemodialysis access. Vascular 5 (6), 648–653.
- Draibe, S. A., Ajzen, H., 2002. Insuficiência renal crônica. AJZEN, H.; SCHOR, N. Nefrologia: guia de medicina ambulatorial. São Paulo: Manole, 339–343.
- D'Souza, D., Abr. 2015. Intimal hyperplasia @ONLINE. Disponível em: <http://radiopaedia.org/articles/intimal-hyperplasia>
- Ene-Iordache, B., Cattaneo, L., Dubini, G., Remuzzi, A., 2012. Effect of anastomosis angle on the localization of disturbed flow in 'side-to-end' fistulae for haemodialysis access. Nephrology Dialysis Transplantation, gfs298.
- Ene-Iordache, B., Mosconi, L., Remuzzi, G., Remuzzi, A., 2001. Computational fluid dynamics of a vascular access case for hemodialysis. Journal of biomechanical engineering 123 (3), 284–292.
- Ene-Iordache, B., Remuzzi, A., 2011. Disturbed flow in radial-cephalic arteriovenous fistula for haemodialysis: low and oscillating shear stress locates the sites of stenosis. Nephrol Dial Transplant 27, 358–396.

- Faria, C., 2010. Uma Nova Formulação Estabilizada Regularizada para Escoamentos de Fluidos de Bingham. Tese de doutorado, PhD thesis (in Portuguese), Laboratório Nacional de Computação Científica, Brasil.
- Ferreira, A. B. d. H., 1986. Novo dicionário da língua portuguesa. Nova Fronteira.
- Foundation, N. K., 1997. Clinical practice guidelines for the treatment of anemia of chronic renal failure. The Foundation.
- Fresenius, 2016. Haemodialysis Fistula Needles (Product Range). Disponível em: [http://www.fmc-ag.dk/files/FistulaNeedles_12_15_MT-EN_w\(4c\).pdf](http://www.fmc-ag.dk/files/FistulaNeedles_12_15_MT-EN_w(4c).pdf)
- Fung, Y., 1981. Biomechanics. Mechanical Properties of Living Tissues. Springer Verlag, New York.
- Glagov, S., Zarins, C., Giddens, D., Ku, D., 1988. Hemodynamics and atherosclerosis. Insights and perspectives gained from studies of human arteries. *Archives of pathology & laboratory medicine* 112 (10), 1018–1031.
- Hammes, M., 2011. Hemodialysis access: the fistula. INTECH Open Access Publisher.
- Harford, A. M., Zager, P. G., 2011. Mortality risk in dialysis patients with naturally higher hemoglobins. *Journal of the American Society of Nephrology* 22 (2), 205–206.
- Haruguchi, H., Teraoka, S., 2003. Intimal hyperplasia and hemodynamic factors in arterial bypass and arteriovenous grafts: a review. *Journal of Artificial Organs* 6 (4), 227–235.
- He, X., Ku, D. N., 1996. Pulsatile flow in the human left coronary artery bifurcation: average conditions. *Journal of biomechanical engineering* 118 (1), 74–82.
- Hirsch, C., 2001. Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Numerical Discretization. Vol. 1. Wiley Interscience Publication.
- Issa, R. I., 1986. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of computational physics* 62 (1), 40–65.
- Jasak, H., Jemcov, A., Tukovic, Z., *et al.*, OpenFOAM: A C++ library for complex physics simulations. In: International workshop on coupled methods in numerical dynamics, 2007. Vol. 1000. IUC Dubrovnik, Croatia, pp. 1–20.

- Karam-Filho, J., 2001. Introdução à Modelagem do Sistema Cardiovascular Humano: Parte I - Reologia Sanguínea e Modelos Newtonianos e Não Newtonianos, notas do mini-curso ministrado na II-Escola de Verão. Métodos Computacionais em Biologia:LNCC/MCT.
- Karam-Filho, J., Bortoloti, M. A., Blood Rheology and Some Non-Viscometric Computational Experiments. In: Proc. of the 2005 International Symposium on Mathematical and Computational Biology: Selected contributed papers, 2006. Editora E-papers, pp. 157–177.
- Koepe, G. B. O., Araújo, S. d., 2008. A percepção do cliente em hemodiálise frente à fístula artério venosa em seu corpo. *Acta Paul Enferm* 21 (Spe).
- Ku, D. N., Giddens, D. P., Zarins, C. K., Glagov, S., 1985. Pulsatile flow and atherosclerosis in the human carotid bifurcation. Positive correlation between plaque location and low oscillating shear stress. *Arteriosclerosis, thrombosis, and vascular biology* 5 (3), 293–302.
- Li, Y.-S. J., Haga, J. H., Chien, S., 2005. Molecular basis of the effects of shear stress on vascular endothelial cells. *Journal of biomechanics* 38 (10), 1949–1971.
- Maldaner, C. R., Beuter, M., Brondani, C. M., Budó, M. D. L. D., Pauletto, M. R., 2008. Fatores que influenciam a adesão ao tratamento na doença crônica: o doente em terapia hemodialítica. *Revista Gaúcha de Enfermagem* 29 (4), 647.
- Malta de Sá, M., Abr. 2015. Resumo sobre trombose @ONLINE. Disponível em: <http://www.criasaude.com.br/doencas/trombose.html>
- Merrill, E., Gilliland, E., Cokelet, G., Shin, H., Britten, A., Wells Jr, R., 1963. Rheology of human blood, near and at zero flow: effects of temperature and hematocrit level. *Biophysical journal* 3 (3), 199–213.
- Merrill, E., Margetts, W., Cokelet, G., Britten, A., Salzman, E., Pennell, R., Melin, M., Influence of plasma proteins on the rheology of human blood. In: 4th Symposium of Biorheology, 1965. p. 107.
- Mikhal, J., Slump, C. H., Geurts, B. J., 2012. Simulation of Pulsatile Flow in Cerebral Aneurysms: From Medical Images to Flow and Forces.

- Moreno, F., Sanz-Guajardo, D., Lopez-Gomez, J. M., Jofre, R., Valderrabano, F., *et al.*, 2000. Increasing the hematocrit has a beneficial effect on quality of life and is safe in selected hemodialysis patients. *Journal of the American Society of Nephrology* 11 (2), 335–342.
- Morsch, C., Gonçalves, L. F., Barros, E., 2005. Índice de gravidade da doença renal, indicadores assistenciais e mortalidade em pacientes em hemodiálise. *Rev Assoc Med Bras* 51 (5), 296–300.
- Nascimento, C. D., Marques, I. R., 2005. Intervenções de enfermagem nas complicações mais frequentes durante a sessão de hemodiálise: revisão da literatura. *Rev bras enferm* 58 (6), 719–22.
- Nordgaard, H., Swillens, A., Nordhaug, D., Kirkeby-Garstad, I., Loo, D., Vitale, N., Segers, P., Haaverstad, R., Lovstakken, L., 2010. Impact of competitive flow on wall shear stress in coronary surgery: computational fluid dynamics of a LIMA-LAD model. *Cardiovascular Research* 88 (3), 512–519.
- Papadopoulos, T. G., Stefanadis, C., 2005. Vascular wall shear stress: basic principles and methods. *Hellenic J Cardiol* 46 (1), 9–15.
- Patankar, S., 1980. *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC Press.
- Perić, M., Kessler, R., Scheuerer, G., 1988. Comparison of finite-volume numerical methods with staggered and colocated grids. *Computers & Fluids* 16 (4), 389–403.
- Picart, C., Carpentier, P. H., Galliard, H., Piau, J.-M., 1999. Blood yield stress in systemic sclerosis. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology* 276 (2), H771–H777.
- Pop, G., Hop, W., Moraru, L., van der Jagt, M., Quak, J., Dekkers, D., Chang, Z., Gijsen, F., Duncker, D., Slager, C., 2003. Blood electrical impedance closely matches whole blood viscosity as parameter of hemorheology and inflammation. *Applied Rheology* 13 (6), 305–312.
- Pries, A., Neuhaus, D., Gaehtgens, P., 1992. Blood viscosity in tube flow: dependence on diameter and hematocrit. *American Journal of Physiology* 263, H1770–H1770.

- Remuzzi, A., Ene-Iordache, B., 2013. Novel paradigms for dialysis vascular access: upstream hemodynamics and vascular remodeling in dialysis access stenosis. *Clinical Journal of the American Society of Nephrology* 8 (12), 2186–2193.
- Rhie, C., Chow, W., 1983. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA journal* 21 (11), 1525–1532.
- Riella, M. C., 2003. *Princípios de nefrologia e distúrbios hidroeletrólitos*. Guanabara Koogan.
- Roy-Chaudhury, P., Spergel, L., Besarab, A., Asif, A., Ravani, P., 2007. Biology of arteriovenous fistula failure. *Journal of Nephrol* 20 (2), 150–163.
- Schmitz, P. G., 2009. *Rins*. AMGH Editora.
- Sesso, R. C., Lopes, A. A., Thome, F. S., Lugon, J. R., Watanabe, Y., Santos, D. R. d., 2014. Relatório do Censo Brasileiro de Diálise Crônica 2012. *J. bras. nefrol* 36 (1), 48–53.
- Sisko, A., 1958. The flow of lubricating greases. *Industrial & Engineering Chemistry* 50 (12), 1789–1792.
- Sivanesan, S., How, T., Black, R., Bakran, A., 1999. Flow patterns in the radiocephalic arteriovenous fistula: an in vitro study. *Journal of biomechanics* 32 (9), 915–925.
- Skelland, A. H. P., 1967. *Non-Newtonian flow and heat transfer*. Wiley New York.
- Souza Terra, F., Duarte Dias Costa, A. M., Tavares Figueiredo, E., Moterani Morais, A., Dias Costa, M., Costa, R. D., 2010. As principais complicações apresentadas pelos pacientes renais crônicos durante as sessões de hemodiálise. *Rev Soc Bras Clin Med* 8 (3), 187–92.
- Stoltz, J.-F., Singh, M., Riha, P., 1999. *Hemorheology in practice*. Vol. 30. IOS Press.
- Subbotin, V. M., 2007. *Theoretical Biology and Medical Modelling*. *Theoretical Biology and Medical Modelling* 4, 41.
- Versteeg, H. K., Malalasekera, W., 2007. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Pearson Education.

- Walburn, F. J., Schneck, D. J., 1976. A constitutive equation for whole human blood. *Biorheology* 13 (3), 201–210.
- Wang, X., Stoltz, J., 1993. [Importance of non-Newtonian rheologic properties of blood in erythrocyte transport]. *Journal des maladies vasculaires* 19 (2), 137–141.
- Wang, X., Stoltz, J., 1994. Characterization of pathological bloods with a new rheological relationship. *Clinical Hemorheology and Microcirculation* 14 (2), 237–244.
- Wendt, J., 2008. *Computational fluid dynamics: an introduction*. Springer.
- Zarins, C. K., Weisenberg, E., Kolettis, G., Stankunavicius, R., Glagov, S., 1988. Differential enlargement of artery segments in response to enlarging atherosclerotic plaques. *Journal of vascular surgery* 7 (3), 386–394.