Universidade Federal de Juiz de Fora

Instituto de Ciências Exatas

PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional)

Marcella Medeiros Mascaro

Material Dourado e Tangram como aliados da prática docente

Juiz de Fora

2018

Marcella Medeiros Mascaro

Material Dourado e Tangram como aliados da prática docente

Dissertação apresentada ao PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Dr. Sandro Rodrigues Mazorche

Juiz de Fora

2018

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Mascaro, Marcella.
Material Dourado e Tangram como aliados da prática docente / Marcella Medeiros Mascaro. – 2018.
58 f. : il.

Orientador: Dr. Sandro Rodrigues Mazorche
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), 2018.

1. Atividades. 2. Material Dourado. 3. Tangram. I. Mazorche, Sandro Rodrigues, orient. II. Título.

Marcella Medeiros Mascaro

Material Dourado e Tangram como aliados da prática docente

Dissertação apresentada ao PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 03 de março de 2018.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Sandro Rodrigues Mazorche
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Nelson Dantas Louza Junior
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Dênis Emanuel da Costa Vargas
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sudeste de MG

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa de Mestrado, que foi imprescindível para os estudos durante o curso e para a elaboração desta pesquisa. Ao meu orientador, agradeço pela dedicação, compreensão e disponibilidade para me auxiliar.

Gostaria de agradecer também à direção das escolas em que leciono, por ceder o material principal utilizado na ilustração das atividades e pelo empenho em ajustar meus horários para que eu pudesse concluir o curso.

Agradeço ao meu companheiro pela paciência e por estar ao meu lado durante toda a caminhada pelo Mestrado, me dando forças e acreditando na minha capaciade. Agradeço a minha futura sogra por me hospedar em sua casa durante este atribulado período. Agradeço também a Deus por sempre me proteger durante as viagens a Juiz de Fora.

Aos colegas que fiz durante o curso, e em especial às amizades conquistadas, agradeço pela parceria e troca de ideias. Aos amigos que me receberam em sua casa durante o período de Verão, agradeço pela hospitalidade.

Agradeço também a todos os amigos e familiares que acompanharam esta trajetória pelo curso e que sempre torceram pela minha vitória.

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original”

(Albert Einstein)

RESUMO

Nesta pesquisa aborda-se uma tentativa de contornar a realidade em que se encontra o ensino de Matemática em nosso país. Foram propostas atividades que possam ser inseridas no planejamento do professor, e que, ao mesmo tempo, explorem a construção de significado pelo aluno, ajudando a minimizar dificuldades que os estudantes costumam ter com esta disciplina, e fazendo com que eles possam captar o conhecimento de forma mais enriquecedora. Para isso, defende-se um trabalho conjunto entre as vertentes da Matemática do Ensino Básico (aritmética, geometria e álgebra), bem como a construção de tabelas para análise e organização de dados, através do uso dos materiais manipuláveis: Tangram e Material Dourado. Materiais esses que podemos encontrar facilmente dentro da própria escola e que, a princípio, seriam utilizados apenas no primeiro segmento do Ensino Fundamental. Fortalecendo essa argumentação, temos estudos históricos sobre a Matemática, uma breve contextualização do ensino atual desta disciplina, bem como a legislação vigente em nosso país. A partir desta dissertação pode-se perceber que, até nos materiais mais simples, são encontrados fortes aliados na tentativa de enriquecer nossas aulas e fazer algo diferenciado e esclarecedor para nossos alunos.

Palavras-chave: Atividades. Material Dourado. Tangram.

ABSTRACT

This research addresses an attempt to circumvent the current reality of the teaching of mathematics in our country. Activities have been proposed, that can be included in the planning of the teacher, and at the same time, explore the construction of meaning by the students, helping to minimize the difficulties that they use to have in this school subject and making them receive the knowledge in the more enriching way. To this end, it argues the combined work between the components of elementary education mathematics (arithmetic, geometry and algebra), as well as the construction of tables for analysis and data organization, through the use of manipulable materials: Tangram and Golden Beads Material. These materials can easily be found within the school and which, in principle, would be used only in the firsts grades of elementary school. Strengthening this argument, we have historical studies on the Mathematics, a brief contextualization of the current teaching of this subject, as well as the legislation in force in our country. From this dissertation it can be seen that, even in the simple materials, we found strong allies in an attempt to enrich our classes and do something different and enlightening for the students.

Key-words: Activities. Golden Beads Material. Tangram.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EVA	Ethylene Vinyl Acetate
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Tornar a Matemática atrativa para os alunos é um desafio que enfrentamos diariamente. Os estudos sobre Educação Matemática têm mostrado uma forte tentativa por parte de professores pesquisadores de sanar essa dificuldade. Muitos trabalhos têm sido feitos com propostas de atividades, projetos recreativos, jogos didáticos, dentre outros. Como exemplos dessa busca, podemos citar Alves (2013) [1], Moura (2016) [11], Thomé (2017) [14] e Reiff (2017) [13].

Ao nos depararmos com essas propostas, devemos utilizar nosso senso crítico e ter a consciência que cada realidade é única. A sala de aula é um ambiente que não se define por uma fórmula ou receita. Cabe ao professor regente entender e refletir sobre a realidade de sua turma e, assim, agir de acordo com o que for conveniente para que esses aprendizes possam captar o conhecimento da forma mais enriquecedora possível.

A falta de recursos nas escolas públicas, adicionado à desvalorização do professor e sua baixa remuneração são realidades atuais, ocorrem em diversas regiões do nosso país. Em busca de um salário digno, muitos profissionais acabam lecionando em diversas escolas e, com isso, vivenciam uma rotina dinâmica e exaustiva.

Tal realidade vem influenciando fortemente para a desmotivação do professor em trabalhar de forma diferenciada em suas aulas. Como já destaca Iosif (2007, p. 122),

> (...) o que se presencia é que a grande maioria dos professores da escola pública da Educação Básica brasileira encontra-se desestimulada, com baixos salários, sem o mínimo de organização com seus pares para lutar por melhores condições de trabalho e, consequentemente, por melhores condições de vida, abrindo mão de contribuir para a mudança social.

Sendo assim, muitos se apoiam quase que exclusivamente em livros didáticos, ou trazem fórmulas e teorias prontas, que são meramente apresentadas aos alunos e posteriormente verificadas através de listas de exercícios repetitivos.

Por outro lado, em alguns casos, nos deparamos também com uma formação insatisfatória do profissional de educação, "professor que quase não estuda, que não interage com seus pares, que não pesquisa e que não recebe apoio e estímulo institucional para dar continuidade à sua formação" (IOSIF, 2007, p. 122-123), fazendo com que o ensino da Matemática deixe muito a desejar.

O objetivo desta pesquisa é ir de encontro a essa realidade, trazendo atividades que podem ser inseridas no planejamento do professor de Matemática, na tentativa de minimizar o "abismo" que se forma entre o estudante e esta disciplina. Defendemos um trabalho conjunto entre as vertentes da Matemática do Ensino Básico, — aritmética, geometria e álgebra — atrelado ao uso de materiais manipuláveis. Materiais esses que podemos encontrar facilmente dentro da própria escola e que, a princípio, não seriam utilizados no segundo segmento do Ensino Fundamental: Tangram e Material Dourado.

A fim de fortalecer nossa argumentação, apresentamos no Capítulo 2 um breve comentário sobre a história da Matemática, durante a qual podemos perceber a estreita relação entre os seus eixos temáticos. No Capítulo 3 traçamos, através dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e da Base Nacional Comum Curricular, um panorama que fundamente a estrutura das atividades que serão propostas.

O Capítulo 4 aponta o contexto atual do ensino da Matemática no Brasil, trazendo as problemáticas que buscamos reverter com esta pesquisa. No Capítulo 5, comentamos a importância e de que maneira deve ser feita a utilização dos materiais manipuláveis em sala de aula. Neste mesmo capítulo, ilustramos e contamos um pouco da história do Material Dourado e do Tangram. Materiais estes, que serão utilizados nas atividades, propostas no capítulo seguinte.

O Capítulo 6, portanto, traz as propostas didáticas. Este é separado em subcapítulos, e cada um deles refere-se a uma atividade, tendo definidos: seus objetivos, as habilidades (previstas na BNCC) que ela auxiliará a desenvolver, o material necessário e o tempo estimado para sua execução. O desenvolvimento de cada atividade é dividido em momentos, a fim de facilitar o entendimento do leitor. Finalmente, no Capítulo 7, temos as considerações finais sobre esta pesquisa.

2 CONTEXTO HISTÓRICO

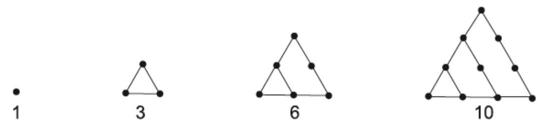
A história de uma teoria muito tem a acrescentar quando se pesquisa sobre ela. E em se tratando do Ensino da Matemática, entender o processo de desenvolvimento nos estudos acerca dela é fundamental. Como já destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais, “desde os seus primórdios, as inter-relações entre as várias teorias matemáticas, sempre tiveram efeitos altamente positivos para o crescimento do conhecimento nesse campo do saber.” (BRASIL, 1998, p. 25)

Não podemos afirmar, com certeza absoluta, de quando se originou estudo da geometria. Muitos afirmam que partiu da necessidade de medir terras após as cheias do rio Nilo, enquanto outros acreditem que tenha sido de observações da natureza e de suas formas consideradas perfeitas. Entretanto, o que se pode afirmar é que desde que temos registros, o homem utilizava-se de figuras e símbolos para representar os números e quantidades.

As pirâmides do Egito trazem, até hoje, um mistério. Como foi possível uma construção com tamanha precisão numa época em que não havia estudos tão aprofundados em geometria, ou materiais adequados, como se tem hoje? Daí já podemos notar que a percepção do homem em relação ao espaço, forma e simetria é algo que precede estudos teóricos. Faz parte de uma intuição natural do ser humano.

De acordo com Boyer (1974, p. 39) na Mesopotâmia “a geometria não tinha sido muito mais do que uma aplicação dos números à extensão espacial”. Os pitagóricos, através de “configurações de pontos, ou unidades sem extensão, associavam números com extensão geométrica” (BOYER, 1974, p. 39), dando origem aos chamados “números figurados”. Essa representação geométrica para números inteiros demonstra um forte relação entre a aritmética e a geometria. Nas Figuras 1, 2 e 3, estão ilustrados os primeiros termos de algumas sequências de números figurados.

Figura 1 – Números triangulares

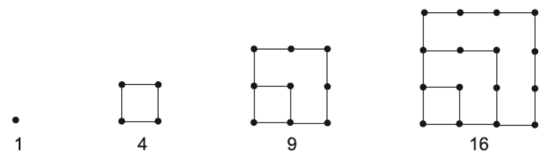


Fonte: Eves (2011, p. 100)

Platão (427-347 a.C.) defendia que “o raciocínio usado na geometria não se refere às figuras visíveis desenhadas, mas às idéias absolutas que elas representam” (BOYER, 1974, p. 65).

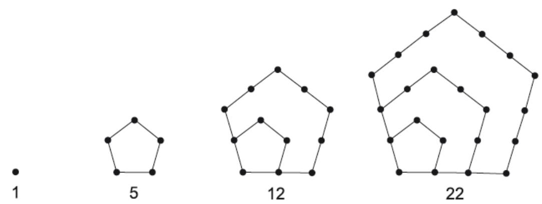
Segundo Eves (2011, p. 61) a “marca principal da geometria babilônica é seu caráter algébrico. Os problemas mais intrincados expressos em terminologia geométrica são essencialmente problemas de álgebra não triviais". O surgimento dos números irracionais, por exemplo, provém de uma incapacidade de relacionar a diagonal de um quadrado ou pentágono (ou de um cubo) a medida de seu lado (ou aresta).

Figura 2 – Números quadrados



Fonte: Eves (2011, p. 100)

Figura 3 – Números pentagonais



Fonte: Eves (2011, p. 101)

A relação da aritmética com a geometria — e ainda da geometria com a álgebra — também pode ser percebida em *Os elementos*, de Euclides de Alexandria (c. 300 a.C.). Pois nesta obra, tão importante para a Matemática, os números inteiros são representados por segmentos de retas.

Sobre *Os elementos*, Boyer (1974, p. 76) ressalta:

> Não eram, como se pensa às vezes, um compêndio de todo o conhecimento geométrico; ao contrário, trata-se de um texto introduzido cobrindo toda a matemática *elementar* — isto é, aritmética (no sentido de "teoria dos números"), geometria sintética (de pontos, retas, círculos e esferas), e álgebra (não no sentido simbólico moderno, mas um equivalente em roupagem geométrica).

Esta obra de renome para a história da matemática compõe-se de treze livros, donde: os seis primeiros tratam de geometria plana elementar; outros três abordam teoria dos números; um fala sobre incomensurabilidade; e os três finais tratam da geometria no espaço.

Servindo como complemento para os seis primeiros volumes de *Os elementos*, temos mais uma obra de Euclides: *Os dados*. Nesta obra, Euclides trás uma espécie de guia, servindo como regras ou fórmulas algébricas, para análise de problemas de geometria. Tal texto inicia com definições relativas a grandezas e lugares geométricos e tem sua parte principal formada por mais de noventa enunciados.

Foi, então, na Grécia por volta de 400 a.C. que surgiu a "Álgebra Geométrica". Propriedades algébricas como a distributiva do produto sobre a soma, o quadrado da soma e o produto da soma pela diferença de dois termos são definidos por composição de áreas de retângulos ou quadrados, como ilustram as Figuras 4, 5 e 6, respectivamente. Nelas, podemos verificar as equivalências:

$$a(b + c + d) = ab + ac + ad,$$

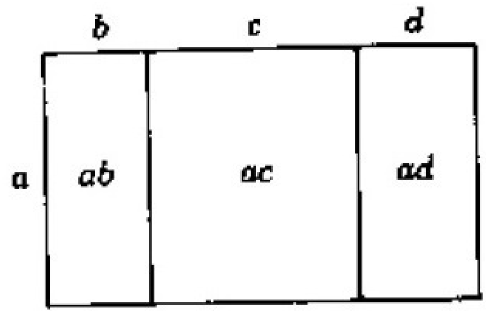
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

e

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2,$$

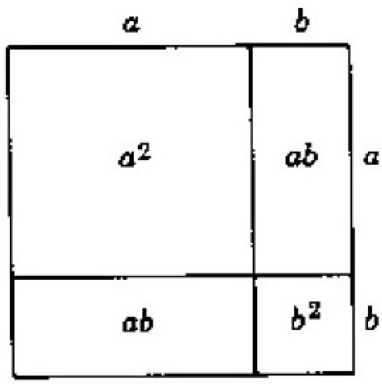
nesta ordem.

Figura 4 – Distributiva do produto sobre a soma de três termos



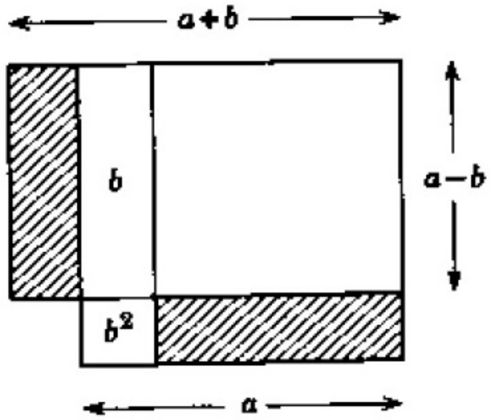
Fonte: Boyer (1974, p. 57)

Figura 5 – Quadrado da soma de dois termos



Fonte: Boyer (1974, p. 57)

Figura 6 – Produto da soma pela diferença de dois termos



Fonte: Boyer (1974, p. 57)

Analisando as origens dos estudos matemáticos podemos perceber, com clareza, que geometria, álgebra e aritmética estão intimamente relacionados. À partir dessas ideias, pensou-se, então, em criar estratégias que pudessem facilitar e, ao mesmo tempo, enriquecer o entendimento da Matemática no Ensino Básico.

3 A MATEMÁTICA PELA LEGISLAÇÃO EDUCACIONAL

Com o intuito de fortalecer a discussão sobre a importância de se desenvolver o pensamento geométrico nas aulas de Matemática, ampliando as conexões entre este e outros conceitos matemáticos, e ainda tecer um panorama que embase a estrutura das atividades propostas nesta pesquisa, tomemos a legislação educacional vigente em nosso país.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental fornecem orientações para a docência em Matemática, construindo

> (...) um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (BRASIL, 1998, p. 15)

Em dezembro de 2017, o Conselho Nacional de Educação aprovou a Base Nacional Comum Curricular. Este documento

> define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2017, p. 7)

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 16) apontam que, devido à demanda social, evidencia-se “a importância da geometria e das medidas para desenvolver as capacidades cognitivas fundamentais” do aluno. Além disso, é por meio dos conceitos geométricos que “o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 51).

Sendo assim, é importante que o professor trabalhe a geometria em suas aulas. Não somente pelo aprendizado desta própria teoria, mas também porque ela contribui para o entendimento de outras. Por exemplo, “a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.” (BRASIL, 1998, p. 51).

Dentre os objetivos gerais para o Ensino Fundamental destacado pelos PCN (BRASIL, 1998, p. 48), o professor deve levar o aluno a:

- fazer observações sistemáticas de aspéctos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);

- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares.

Percebe-se, aqui, a importância de se trabalhar de forma conjunta os diversos temas que permeiam a Matemática no Ensino Fundamental. Inter-relação também defendida pela BNCC:

> No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. (BRASIL, 2017, p. 263)

Após estudos, pesquisas, práticas e debates realizados em anos anteriores a sua publicação, os PCN (BRASIL, 1998, p. 56-57) elencaram os princípios norteadores para as aulas de Matemática no Ensino Fundamental. Dentre eles, os que concernem a esta pesquisa, são:

- a atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade;
- o ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa;
- no ensino na Matemática, destacam-se dois aspéctos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a "falar" e a "escrever" sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados;
- a aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à atribuição e apreensão de significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe identificar suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e

destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece [...] entre os diferentes temas matemáticos;

- recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão.

Dentre os diversos conceitos que devem ser trabalhados nas aulas de Matemática e os procedimentos adequados ao se explorar cada um deles, listados pelos PCN (BRASIL, 1998, p. 71-75), temos:

- Compreensão da raiz quadrada e cúbica de um número, a partir de problemas como a determinação do lado de um quadrado de área conhecida ou da aresta de um cubo de volume dado.
- Resolução de problemas de contagem, incluindo os que envolvem o princípio multiplicativo, por meio de estratégias variadas, como a construção de esquemas e tabelas.
- Composição e decomposição de figuras planas.
- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.
- Indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior.
- Coleta, organização de dados e utilização de recursos visuais adequados (fluxogramas, tabelas e gráficos) para sintetizá-los, comunicá-los e permitir a elaboração de conclusões.
- Leitura e interpretação de dados expressos em tabelas e gráficos.

Tendo em vista, portanto, os PCN e a BNCC, desenvolvemos atividades que tragam oportunidades de conectar os diferentes conceitos matemáticos, fazendo ainda com que o aluno construa seu próprio conhecimento, tornando seu aprendizado mais significativo. São os objetivos, princípios norteadores e conceitos, aqui destacados, que fundamentam a estrutura das atividades propostas por esta pesquisa.

4 CONTEXTO DA SALA DE AULA

Sabemos que cada escola vive um contexto social e uma realidade diferente. Entretanto, não é difícil observar que a falta de recursos é um fato que ocorre na maioria das escolas públicas, espalhadas por diversas regiões do nosso país. Fato este que, somado a desvalorização e baixa remuneração, influencia fortemente para o desestímulo dos professores em apresentar aulas diferenciadas do modelo tradicional de "quadro e giz".

Na tentativa de conquistar um salário melhor, muitos professores se veem obrigados a trabalhar em mais de uma escola, ou até mesmo em várias, o que acarreta uma rotina dinâmica e exaustiva para este profissional. O professor, então, acaba tendo pouco tempo para planejar suas aulas, bem como propor atividades diferenciadas para seus alunos.

Outro aspécto que agrava esta situação é a formação profissional desqualificada, habilitando professores que não costumam refletir sobre suas práticas, não se atualizam com frequência e acabam interpretando de maneira equivocada as concepções e estudos pedagógicos. Os PCN (BRASIL, 1998, p. 21-22) apontam:

> A formação dos professores, por exemplo, tanto a inicial quanto a continuada, pouco tem contribuído para qualificá-los para o exercício da docência. Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória.

Com isso, as aulas de Matemática podem se tornar monótonas e fora de contexto.

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 19) já destacavam que o ensino de Matemática no Brasil "é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão". Vinte anos se passaram e ainda presenciamos esta realidade nas escolas brasileiras.

Por ser uma disciplina acumulativa, ou seja, os conhecimentos sobre Matemática vão se acumulando e se aperfeiçoando ao longo do período escolar, basta um pequeno lapso de entendimento em um momento específico (até mesmo inicial) para abrir uma "fissura" entre o aluno e a matéria. Ao decorrer dos anos escolares, essa "fissura" vai se abrindo cada vez mais e torna-se um "abismo", acarretando o distanciamento e o desinteresse do aluno em relação a esta disciplina.

> O que também se observa em termos escolares é que muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento,

> apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos. (BRASIL, 1998, p. 22-23)

Além disso, o aluno deve perceber que a Matemática faz parte de seu cotidiano e está presente em tudo a sua volta. Mesmo que às vezes não esteja tão aparente, é nosso papel esclarecê-la. "Caso contrário, muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, que não são de interesse para os alunos porque não fazem parte de sua realidade ou não têm uma aplicação prática imediata." (BRASIL, 1998, p. 23).

É bastante comum as aulas de Matemática seguirem um modelo onde o professor apresenta um conceito, teoria ou fórmula e em seguida sugere um problema, a fim de verificar se o aluno consegue reproduzir aquilo que lhes foi apresentado. Isso pode acarretar ao aluno uma mecanização para resolução de exercícios. Muitos deles acabam associando que, para resolverem um problema, necessariamente terão que utilizar algo visto em sala, ou simplesmente fazer algum cálculo (geralmente aleatório) com todos os números apresentados no enunciado. Ou seja,

> (...) o saber matemático não se tem apresentado ao aluno como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação. (BRASIL, 1998, p. 40)

Outra realidade vivenciada pelo aluno em sua caminhada pela escola é a das rupturas causadas a cada mudança de ano de escolaridade. Isso ocorre quando não há uma cooperação entre os professores, a fim de buscarem uma forma dar continuidade, um ao trabalho do outro. Mais ainda quando o aluno faz a transição do primeiro para o segundo segmento do Ensino Fundamental. Nesta nova fase, o aluno se depara com diferentes professores, — geralmente um para cada disciplina — cada um com sua exigência e sua didática específica, indo de encontro ao que estava acostumado no primeiro segmento, onde tinha apenas um professor para todas as disciplinas — em alguns casos dois ou três professores no total.

Portanto, todo professor deve ter o cuidado de garantir ao aluno um percurso contínuo de aprendizagem ao longo de sua trajetória escolar, como já garantido em lei pelas Diretrizes Curriculares Nacionais.

> A necessidade de assegurar aos alunos um percurso contínuo de aprendizagens torna imperativa a articulação de todas as etapas da educação, especialmente do Ensino Fundamental com a Educação Infantil, dos anos iniciais e dos anos finais no interior do Ensino Fundamental, bem como do Ensino Fundamental com o Ensino Médio, garantindo a qualidade da Educação Básica. (BRASIL, 2010, p. 8)

Existem materiais simples e de fácil acesso que podem nos auxiliar nesta tentativa de minimizar o "abismo" que pode vir a se formar entre o aluno e a Matemática, além de enriquecer a aula. São materiais que, a princípio, seriam utilizados apenas nos anos iniciais, mas que muito podem colaborar para o entendimentos dos alunos em qualquer nível de escolaridade.

5 MATERIAIS MANIPULÁVEIS

É inegável a importância das formas e medidas para a composição da Matemática estudada na Escola Básica. A compreensão do espaço e das formas fica muito mais significativa quando os alunos, não só visualizam, mas também têm a oportunidade de utilizar, manipular ou medir algo concreto.

A utilização de materiais manipuláveis em sala de aula é uma alternativa aos métodos tradicionais de ensino da Matemática. Quando utilizados dentro de uma proposta bem elaborada, com objetivos pré definidos e de forma que o aluno, por si só, possa explorá-lo, esses materiais enriquecem a aula e ajudam no entendimento de diversos conceitos.

Portanto, de acordo com RÊGO e RÊGO (2006, p. 54), é importante que o professor possa:

- Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo;
- Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material.

Com o objetivo de enriquecer a prática docente, tendo em vista a realidade de desvalorização do professor e precariedade em nossas escolas, propomos neste trabalho a utilização de materiais simples — tanto estruturalmente como para sua manipulação — e que são facilmente encontrados: o Material Dourado e o Tangram.

Geralmente, esses materiais são solicitados pelos profissionais do primeiro segmento do Ensino Fundamental e disponibilizados nas escolas pelo governo. Entretanto, são pouco utilizados, em alguns casos, devido grande quantidade de conteúdo que o currículo escolar propõe e, em seguida, ficam esquecidos, encaixotados, guardados em armários.

Infelizmente, em alguns casos, os materiais manipuláveis são subestimados e ignorados pelos professores de Matemática do segundo segmento, justamente por serem simples e, até mesmo, por não saberem de que forma inseri-los em seu planejamento didático.

Por serem utilizados pelos professores das séries iniciais, é comum que os alunos já estejam familiarizados com esses materiais. A BNCC já aponta a importância de, “nos vários componentes curriculares, retomar e ressignificar as aprendizagens do Ensino Fundamental – Anos Iniciais no contexto das diferentes áreas, visando ao aprofundamento e à ampliação de repertórios dos estudantes”(BRASIL, 2017, p. 58)

Além disso, os materiais manipuláveis são importantes aliados na perspectiva da inclusão de alunos com deficiência. Destaca-se, portanto, diversos pontos positivos para a escolha de tais recursos.

5.1 MATERIAL DOURADO

Criado pela médica italiana Maria Montessori (1870-1952), o Material Dourado recebeu este nome, uma vez que, em sua primeira versão, era confeccionado por contas na cor dourada, como ilustra a Figura 7. De acordo com Montessori, este material foi “destinado a representar os números sob forma geométrica”.

Figura 7 – Material Dourado: primeira versão

Fonte: http://www.edupp.com.br/2015/05/aplicacao-do-material-dourado-montessoriano-em-sala-de-aula/

O Material Dourado era composto, portanto, da seguinte maneira:

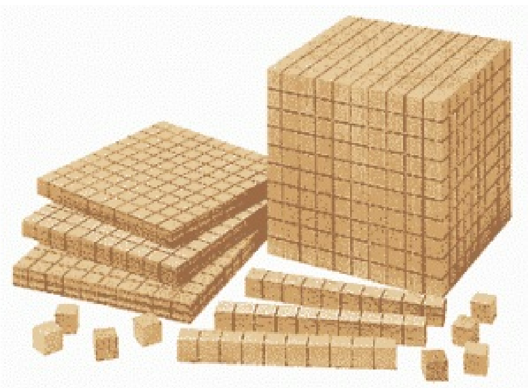
- as pequenas contas (soltas) representavam as unidades;
- as barras formadas por dez contas transpassadas em um arame representavam as dezenas;

- a junção de dez barras formava um quadrado, com cem contas, representando a centena;
- a união de dez quadrados sobrepostos formava um cubo, de mil contas, que representava o milhar.

A princípio, o Material Dourado foi criado pensando-se em facilitar o entendimento do sitema decimal por crianças com alguma deficiência (física ou cognitiva). Entretanto, após serem feitas experiências, verificou-se um resultado tão positivo que diversas escolas decidiram incluí-lo em seu currículo para o primeiro segmento do Ensino Fundamental.

Como era feito de arames e contas arredondadas, não se conseguia exatidão ao formar o quadrado e o cubo. A fim de que este material fosse mais explorado e utilizado para outros objetivos, além do entendimento do sistema decimal, alguns seguidores de Montessori decidiram confeccioná-lo com outros materiais. Assim, como ilustrado pela Figura 8, as contas foram substituídas por pequenos cubinhos de madeira; as barras possuem fissuras, dando a impressão de cubinhos sobrepostos, dispensando o uso de arames; da mesma forma, as placas e o cubo maior. Atualmente podemos encontrá-lo também confeccionado em EVA.

Figura 8 – Material Dourado: versão em madeira



Fonte: http://www.edupp.com.br/2015/05/aplicacao-do-material-dourado-montessoriano-em-sala-de-aula/

Com um novo formato, e pela precisão na forma do quadrado e do cubo, abre-se um leque de possibilidades para a utilização deste material em sala de aula. Por exemplo, para o entendimento de: potenciação, radiciação, figuras planas e espaciais, área, volume, números decimais, frações, dentre outros.

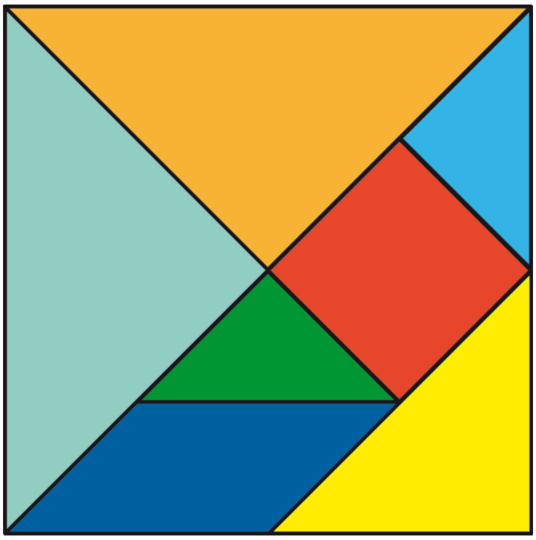
Atualmente, o Material Dourado vem sendo utilizado apenas nas séries iniciais do Ensino Fundamental, para auxiliar entendimento da estrutura do sistema decimal de numeração, bem como na realização das quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão).

5.2 TANGRAM

O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa. Existem diversas lendas sobre seu surgimento e muitos afirmam que se originou há milênios, porém não há registros exatos de quando ou como ele foi inventado. Uma lenda diz que uma pedra preciosa teria se quebrado em sete partes. Outra história conta que um imperador teria deixado cair no chão um espelho de formato quadrado e que este teria se partido em sete pedaços. Ao tentar reconstruir o espelho, ele teria percebido que com esses pedaços seria possível montar diversas figuras.

Também não se sabe ao certo o porquê de seu nome. Uma versão diz que seria proveniente da expressão chinesa “Tchi Tchiao Pan”, que significa “Sete Peças da Sabedoria”, uma vez que o modelo tradicional é formado por sete peças.

Figura 9 – Tangram clássico



Fonte: http://www.buscaescolar.com/artes/tangram/

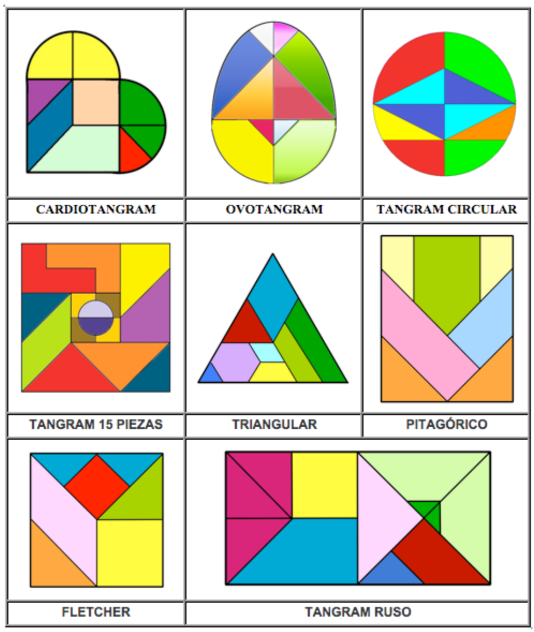
As peças que fazem parte do Tangram tradicional são:

- dois triângulos grandes;
- dois triângulos pequenos;
- um triângulo médio;
- um quadrado;
- um paralelogramo.

Nesta pesquisa, nos referiremos ao modelo clássico e mais conhecido. Como ilustra a Figura 9, ele é composto por sete peças formadas à partir de cortes retilíneos feitos em um único quadrado, sem que haja sobras. Com as peças do Tangram é possível montar diversas figuras, desde formas geométricas conhecidas, — como triângulos, trapézios, retângulos, pentágonos — até desenhos que remetem a animais, pessoas ou objetos.

Mesmo pouco difundidos, existem diversos modelos de Tangram, com formas variadas e diferentes número de peças. Alguns exemplos estão ilustrados na Figura 10.

Figura 10 – Outros modelos de Tangram



Fonte: http://revistamatajove.wixsite.com/revista2016/tangram-1

Um aspécto vantajoso do Tangram é que, caso a escola não possua este quebra-cabeças, ele pode ser facilmente confeccionado pelo professor, ou até mesmo pelos alunos, de materiais como cartolina ou EVA. E já durante sua construção, pode-se explorar diversos conceitos matemáticos.

Seja durante a construção deste material manipulável, seja com ele pronto, é possível trabalhar, dentre outros conceitos: frações, figuras geométricas, semelhança de polígonos, área, perímetro e ângulos.

Mesmo sendo tão rico didaticamente, o uso do Tangram nas escolas costuma ser feito apenas como um quebra-cabeças de caráter lúdico ou desafiador, geralmente nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Por ser um jogo que requer raciocínio lógico, alguns piscicólogos também recorrem a sua utilização.

6 PROPOSTAS DIDÁTICAS

No contexto escolar, além dos problemas citados no Capítulo 4, é comum o professor se deparar com uma proposta curricular extensa e, em contrapartida, um calendário escolar desfavorável. Com isso, surgem algumas preocupações, por exemplo:

- *Como pensar em atividades diferenciadas, se tenho pouco tempo para cumprir o currículo exigido pela escola?*
- *Conseguirei cumprir o currículo em um curto período e, ao mesmo tempo, sanar as dúvidas dos meus alunos?*
- *O que devo colocar como prioridade?*
- *Cabe propor aos alunos atividades extra-classe?*

Tendo em vista essa problemática, tenho como objetivo nesta pesquisa, propor sugestões de aula e atividades que possam ser inseridas no planejamento diário do professor e, portanto, realizadas ao longo do calendário escolar.

Por outro lado, pretendo também trazer propostas que, através de visualização e manipulação de materiais concretos, ajudem no esclarecimento de conteúdos que costumam gerar dúvidas e, por isso, podem comprometer o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos.

As propostas didáticas aqui sugeridas são independentes umas das outras, ou seja, não há uma ordem pré-estabelecida para serem aplicadas. São propostas voltadas, a princípio, para as turmas de 6º ano do Ensino Fundamental. Entretanto, cabe ao professor adaptá-las para outras séries, caso julgue necessário, de acordo com seu planejamento ou necessidade de cada turma.

Abordaremos, nas atividades, os seguintes temas:

- Figuras planas e espaciais;
- Potenciação de números naturais;
- Raiz quadrada de números naturais;
- Perímetro;
- Área de figuras planas;
- Volume de blocos retangulares.

É claro que outros temas matemáticos também permearão os citados acima ou, eventualmente, podem surgir no decorrer da aplicação das atividades. Cabe, então, ao professor regente aproveitar esses momentos para reforçar conceitos. Toda e qualquer oportunidade, que aqui for observada, será destacada.

6.1 FIGURAS PLANAS E ESPACIAIS

- Objetivos:

  Entender o conceito de figura plana e figura espacial;

  Representar e identificar formas a partir de desenhos.

- Habilidades:

  Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

  Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.

  Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

- Material utilizado:

  Quadro ou folha branca;

  Material Dourado;

  Tangram (feito de cartolina ou EVA).

- Tempo estimado: 3 aulas de 50 minutos.

  1º e 2º momentos: 1 aula;

  3º momento: 1 aula;

  4º momento: 1 aula.

- Desenvolvimento:

  1º momento:

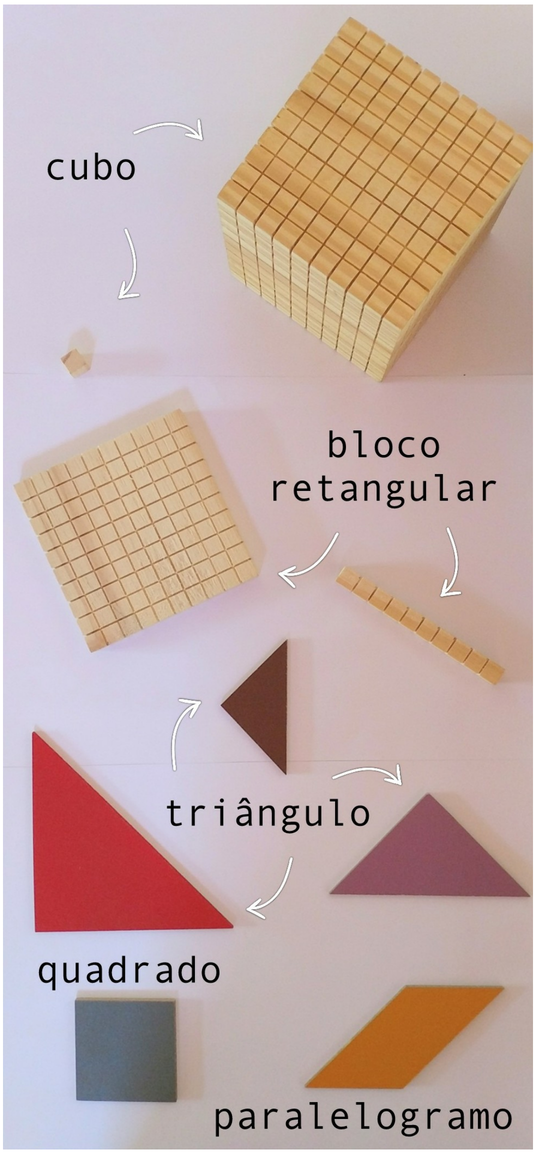
  Em todo conteúdo que introduzimos a uma turma, é importante que valorizemos o conhecimento prévio do aluno. Portanto, inicialmente, devemos dispor os materiais sobre uma mesa para que os alunos possam ver e, em seguida, questioná-los:

  Quais dessas formas vocês já conhecem?

Qual o nome de cada forma?

O professor vai escrevendo as palavras no quadro, conforme os alunos vão respondendo. As formas que forem consideradas novas pelos alunos, ou que eles não souberem o nome, cabe ao professor apresentá-las e nomeá-las.

Figura 11 – Nome das formas apresentadas



Fonte: A própria autora

Também é comum que alguns alunos confundam a nomeclatura do cubo com quadrado, ou do bloco retangular com retângulo. Tais equívicos, e outros que possam surgir, o professor deve esclarecer de acordo com a necessidade.

O objetivo neste momento é o de reforçar e aperfeiçoar o vocabulário dos alunos em relação às figuras geométricas.

2º momento:

Com todos os materiais apresentados e nomeados, agora dispomos para que os alunos possam manipular. Enquanto isso, pergunta-se:

Quais as diferenças e semelhanças entre essas formas?

Será que poderíamos separá-las em dois grupos?

Como vocês fariam?

Num primeiro momento, é possível que eles queiram separar quanto ao material (caso o Material Dourado seja de madeira e o Tangram de EVA ou cartonlina), ou ainda quanto a cor (caso o Tangram seja colorido e o Material Dourado não). Neste caso, o professor pode ir guiando:

Sim, mas será que existe outra maneira?

Vamos pensar quanto ao formato delas.

Neste momento, espera-se que os alunos percebam que há um grupo de formas que são "finas" (planas) e outro grupo que são "grossas" (espaciais).

3º momento:

Em seguida, pede-se que cada aluno escolha uma das formas para desenhar. Fica a critério do professor se será no quadro ou, individualmente, em uma folha branca.

Destaque que, dependendo da posição que as figuras estejam, ela pode ser desenhada de uma forma diferente, mas todas estarão corretas.

Ao terminarem os desenhos, questionamos:

O desenho que você fez representa fielmente a forma que você escolheu?

Podemos visualizar todas as partes da forma neste desenho?

O objetivo é que o aluno perceba que as figuras planas estão totalmente contidas num único plano, enquanto que as espaciais possuem pontos em planos distintos.

A partir daí, o professor define, em conjunto com os alunos, os conceitos de figuras planas e figuras espaciais.

4º momento:

Após definidos os conceitos, o professor deve apresentar aos alunos as estratégias de desenho que nos permitem detalhar uma figura espacial, como as linhas tracejadas, por exemplo. Em seguida, proponha a atividade do Apêndice A, composta por cinco itens, com o objetivo de reforçar o que foi trabalhado anteriomente. Nesta atividade, os alunos devem utilizar uma forma diferente da que foi desenhada antes, para que tenham uma nova experiência.

Escolhida a nova forma, os alunos irão escrever, no primeiro item, o nome dessa figura e, no segundo item, farão um desenho que a represente. Em seguida, deve-se mudar a forma de posição e desenha-la novamente. Logo depois, pede-se para completar as frases com o nome de cada figura ilustrada pelo aluno. Finalmente, ele irá responder se a forma que escolheu representa uma figura plana ou espacial, justificando sua resposta.

Concluída a atividade, espera-se que o aluno saiba diferenciar e nomear figuras planas de figuras espaciais e consiga representá-las através de desenhos, independente da posição em que estejam.

6.2 POR QUÊ "AO QUADRADO" E "AO CUBO"?

- Objetivos:

  Calcular potência de números naturais;

  Esclarecer as nomenclaturas "ao quadrado" e "ao cubo".

- Habilidades:

  Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

- Material utilizado:

  Material Dourado.

- Tempo estimado: 3 aulas de 50 minutos.

  1º e 2º momentos: 1 aula;

  3º e 4º momentos: 2 aulas.

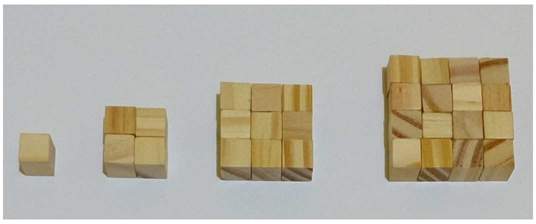
- Desenvolvimento:

  1º momento:

  Utlizando os cubinhos unitários do Material Dourado, peça aos alunos que montem uma sequência de placas com face quadrada, como sugere o modelo da Figura 12. Neste momento há uma oportunidade de o professor reforçar com os alunos as características de um quadrado.

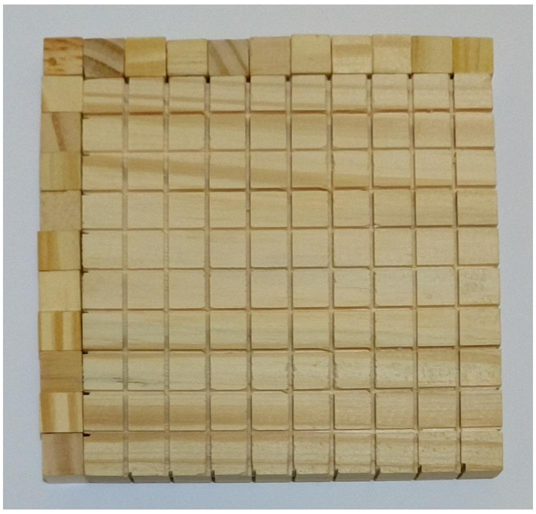
  Dependendo da quantidade de peças no Material Dourado disponível, os alunos conseguirão montar, e expor de uma única vez, do 1º ao 10º termo da sequência. A partir do 10º termo, pode-se utilizar também uma combinação com as placas, barras e cubinhos, como sugere o exemplo na Figura 13. Caso tenha poucas peças, sugira que eles continuem a sequência à partir do 4º termo. Outra opção é que eles construam um termo de cada vez.

Figura 12 – Modelo de placas quadradas



Fonte: A própria autora

Figura 13 – Exemplo de montagem para o 11º termo



Fonte: A própria autora

Observando as formas montadas, peça a eles que completem a Tabela 1, de acordo com a quantidade de termos da sequência obtida:

Número de cubinhos na base	**Número total de cubinhos**
1	1
2	4
3	
4	
5	
6	
7	
$\vdots$	

Tabela 1 – Sequência de números quadrados

2º momento:

Com a tabela completa, questionamos:

Qual é a relação entre o número de cubinhos na base e o número total de cubinhos de cada figura?

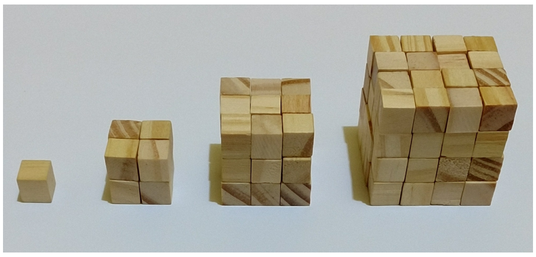
O que você pode concluir quanto a nomenclatura "ao quadrado" utilizada para as potências de expoente 2?

Espera-se que o aluno perceba que a quantidade de cubinhos da base do quadrado formado é a base de uma potência que está "ao quadrado". E que tal nomenclatura está relacionada ao fato de podermos formar quadrados com a quantidade resultante da potência.

3º momento:

Agora, oriente os alunos para que construam uma sequência de cubos com volume preenchido, como sugere o modelo da Figura 14. Neste momento, o professor pode aproveitar para reforçar as características e elementos (vértices, faces e arestas) do cubo com os alunos.

Figura 14 – Modelo de cubos



Fonte: A própria autora

Provavelmente não será possível construir a sequência do 1º ao 9º termo de uma única vez, devido ao número de cubinhos disponível no material. Sendo assim, sugira que eles construam um termo de cada vez, fazendo as observações e completando a Tabela 2.

Número de cubinhos na aresta	**Número de cubinhos na face**	**Número total de cubinhos**
1	1	1
2	4	8
3		
4		
5		
6		
7		
⋮		

Tabela 2 – Sequência de números cúbicos

No caso do 10º termo da sequência, os alunos podem observar o cubo grande (que representa a unidade de milhar) do próprio Material Dourado.

4º momento:

Com a tabela completa, questionamos:

Qual é a relação entre o número de cubinhos na aresta e o número de cubinhos na face de cada forma?

Qual é a relação entre o número de cubinhos na face e o número de cubinhos totais de cada forma?

O que você pode dizer sobre a relação entre o número de cubinhos na aresta e o número de cubinhos totais de cada forma?

O que você pode concluir quanto a nomenclatura "ao cubo" utilizada para as potências de expoente 3?

Espera-se que o aluno perceba que a quantidade de cubinhos na aresta do cubo formado é a base de uma potência que está "ao cubo". E que tal nomenclatura está relacionada ao fato de podermos formar cubos com a quantidade resultante da potência.

6.3 RAIZ QUADRADA

- Objetivos:

  Compreender a nomenclatura para números "quadrados perfeitos";

  Formar números quadrados perfeitos;

  Entender o conceito de raiz quadrada;

  Calcular raiz quadrada de números naturais quadrados perfeitos.

- Habilidades:

  Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

- Material utilizado:

  Material Dourado.

- Tempo estimado: 4 aulas de 50 minutos.

  1º e 2º momentos: 2 aulas;

  3º momento: 1 aula;

4º momento: 1 aula.

- Desenvolvimento:

Nesta aula, os alunos podem ser separados em grupos com até 4 integrantes.

1º momento:

Relembre com os alunos que o cubo possui todas as faces quadradas e conclua, portanto, que qualquer uma das faces do cubinho unitário do Material Dourado forma um quadrado.

Disponha os cubinhos unitários do Material Dourado para que cada grupo possa manipular e proponha o seguinte desafio:

Montar um quadrado utilizando a face de 2 cubinhos.

Dê alguns minutos para que eles manipulem. Espera-se que não demore para que os alunos percebam que não será possivel formar tal figura com apenas 2 cubinhos. Pergunta-se então:

Conseguiríamos montar um quadrado utilizando a face de 3 cubinhos?

Dê a eles alguns minutos. Da mesma forma, não irá demorar para que eles percebam que também não é possível formar um quadrado. Durante as tentativas de montagem, é provável que alguns grupos digam que irá faltar um cubinho para completar o quadrado. Sendo assim, sugira:

Tente então com 4 cubinhos.

Espera-se que os alunos consigam montar a forma ilustrada na Figura 15.

Figura 15 – Quadrado formado com as faces de 4 cubinhos

Fonte: A própria autora

2º momento:

Peça que cada um deles construa a Tabela 3 em seu caderno.

Número de cubinhos utilizados	**Forma um quadrado perfeito?**
1	Sim
2	Não
3	Não
4	Sim
5	
6	
7	
8	
⋮	

Tabela 3 – Descobrindo quadrados perfeitos

Na coluna da esquerda está a quantidade de cubinhos que os grupos utilizarão a cada montagem. Na coluna da direita responde-se *sim*, caso tenha formado um quadrado com as faces dos cubinhos, e *não*, caso contrário. O número de linhas desta tabela é a quantidade de montagens que o professor julgar necessário, de acordo com o entendimento da turma.

Sugira, então, que os grupos continuem a sequência de montagens com 5 cubinhos, 6 cubinhos, 7 cubinhos, e assim sucessivamente, de modo a completar a tabela acima. Se passar de 100 cubinhos, sugira aos alunos que façam uma troca pela placa, que representa a centena, do material dourado.

Espera-se que a partir de certo momento os alunos percebam que, para montar o próximo quadrado perfeito, basta acrescentar uma carreira de cubinhos na horizontal e uma carreira na vertical do quadrado perfeito anterior. Sendo assim, eles podem marcar diretamente quais os números que formam quadrados perfeitos e em seguida respondem *não* naqueles que ficarem em branco.

Terminada a tabela, conclua em conjunto com a turma que a nomenclatura "números quadrados perfeitos" vem do fato de podermos construir quadrados com tais quantidades. Peça, então, que eles escrevam a sequência dos "números quadrados perfeitos" que eles descobriram na atividade.

$$1, 4, 9, 16, 25, 36, ...$$

3º momento:

Determinados os números quadrados perfeitos, peça que os alunos construam uma tabela na qual irão organizar os seguintes dados formados pelos os cubinhos: número quadrado perfeito, quantidade de colunas e quantidade de linhas. Observe um exemplo na Tabela 4.

Número quadrado perfeito	**Linhas**	**Colunas**
1	1	1
4	2	2
9	3	3
16	4	4
25		
36		
49		
64		
81		
100		
$\vdots$		

Tabela 4 – Números quadrados perfeitos

Após completarem esta tabela, proponha que eles descubram a relação entre a quantidade de linhas, colunas e o número quadrado perfeito em questão. Espera-se que os alunos percebam que, ao multiplicarem o número de linhas pelo número de colunas da placa, obterão o quadrado perfeito que assim foi formado.

Neste momento o professor esclarece que formamos números quadrados perfeitos quando multiplicamos um número por si próprio, ou seja, quando elevamos um número ao quadrado. Vale reforçar que a nomenclatura "ao quadrado" está intimamente ligada ao fato de podermos formar quadrados.

4º momento:

Conhecendo a sequência e compreendendo o porquê da nomenclatura "números quadrados perfeitos", tornamos o caminho para o entendimento de "raiz quadrada" mais natural. Neste momento deve-se esclarecer ao aluno que determinar a raiz quadrada nada mais é que descobrir qual é o número que elevamos ao quadrado para encontrar o número natural quadrado perfeito. Vale ressaltar que "raiz quadrada" é a operação inversa de "elevar ao quadrado". No caso do material, é descobrir quantas linhas (ou colunas) formam placa quadrada.

Sendo assim, os números naturais que não foram classificados como "quadrados perfeitos", não possuem raiz quadrada natural. Pois, com tais quantidades de linhas (ou colunas), não é possível formar uma placa quadrada.

Em seguida, peça aos alunos que respondam aos questionamentos seguintes, utilizando as tabelas que construíram ao longo desta atividade.

O número 4 é um quadrado perfeito? Qual a sua raiz quadrada?

O número 8 é um quadrado perfeito? Ele possui raiz quadrada natural?

O número 9 é um quadrado perfeito? Qual a sua raiz quadrada?

O número 12 é um quadrado perfeito? Ele possui raiz quadrada natural?

Finalmente, o professor apresenta aos alunos o símbolo que indica o cálculo da raiz quadrada (radical).

$$\sqrt{}$$

6.4 ÁREA DE QUADRADOS E RETÂNGULOS

- Objetivos:

  Entender o conceito de área;

  Formar retângulos e quadrados e calcular suas áreas;

  Generalizar o cálculo de área para retângulos e quadrados.

- Habilidades:

  Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.

  Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

- Material utilizado:

  Material Dourado.

- Tempo estimado: 3 aulas de 50 minutos.

  1º e 2º momentos: 2 aulas;

  3º momento: 1 aula.

- Desenvolvimento:

  1º momento:

  Primeiramente, utilizaremos as placas (que representam a centena) e os cubinhos do material dourado. Caso não haja placa para todos os alunos, a turma pode ser dividida em duplas ou trios, de acordo com a necessidade.

  Distribua uma placa e alguns (menos de cem) cubinhos para cada aluno (ou grupo) e, em seguida, questione:

Como podemos preencher a superfície desta placa utilizando apenas a face do cubinho unitário?

Ao tentar preencher a superfície da placa com os cubinhos, os alunos logo perceberão que precisarão de mais peças. Então, pergunte:

Quantas faces do cubinho unitário precisaremos para preencher totalmente a superfície da placa?

Espera-se que não demore para que os alunos percebam que precisarão de 100 faces, uma vez que já sabem que a placa é formada por 100 cubinhos justapostos.

Desta forma, esclareça aos alunos que: ao determinar quantas vezes uma superfície cabe em outra, estamos comparando seus tamanhos; comprarar unidades é o mesmo que medir; ao medir uma superfície estamos calculando a sua área.

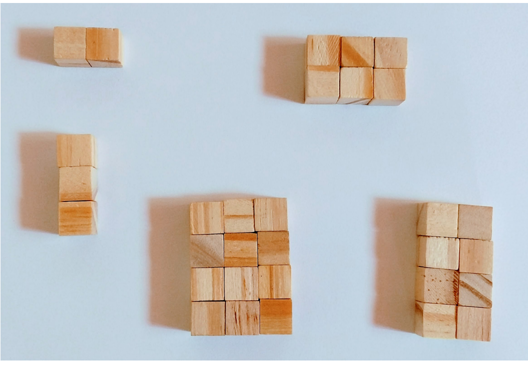
Neste caso, a nossa unidade de medida foi a face do cubinho. Podemos dizer, então, que a área da superfície da placa é de 100 "faces de cubinho". Se a face deste cubinho tem área igual a 1 cm^2, podemos afirmar que a área da superfície da placa é de 100 cm^2. Nesta última hipótese, a atividade abre uma oportunidade para o professor trabalhar o Sistema Métrico Decimal.

2º momento:

Defina com os alunos que a unidade de área utilizada nesta atividade será a face do cubinho. Sugira que cada aluno (ou grupo) monte placas retangulares e que, para cada montagem, registre em seu caderno os seguintes dados, em uma tabela: área, comprimento e largura, sempre usando o cubinho como unidade.

A fim de exemplificação, suponha que os alunos montem as placas retangulares apresentadas na Figura 16. A quantidade de montagens fica a critério do professor.

Figura 16 – Exemplos de placas retangulares



Fonte: A própria autora

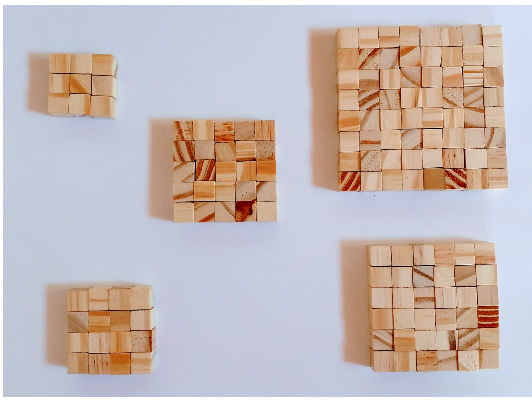
Sendo assim, a Tabela 5 ilustra os dados obtidos.

Área	Comprimento	Largura
2	1	2
6	2	3
3	3	1
12	4	3
8	4	2
⋮		

Tabela 5 – Dados dos exemplos de placas retangulares

Após completarem a tabela, sugira que eles montem, agora, placas quadradas, e que registrem os mesmos dados em outra tabela. Suponha, por exemplo, que as placas quadradas montadas pelos alunos sejam as da Figura 17.

Figura 17 – Exemplos de placas quadradas



Fonte: A própria autora

Neste caso, a Tabela 6 registra os dados dos quadrados hipotéticos.

Área	Comprimento	Largura
9	3	3
16	4	4
25	5	5
64	8	8
36	6	6
⋮		

Tabela 6 – Dados dos exemplos de placas quadradas

3º momento:

Peça para que os alunos observem os dados obtidos nas tabelas e encontrem a relação entre o comprimento e a largura para a obtenção da área de cada superfície retangular ou quadrada.

Espera-se que eles percebam que ao realizarmos o produto entre o comprimento e a largura, obteremos a área da figura retangular desejada.

Proponha, então, aos alunos (ou grupos) o seguinte desafio: determinar uma fórmula para o cálculo da área de um retângulo qualquer, dadas as medidas de seu comprimento e de sua largura.

O objetivo é concluir que a fórmula seja:

$$comprimento \times largura$$

Após determinada a fórmula para a área de retângulos, reforce com os alunos o fato de que os quadrados possuem comprimento congruente a largura. Em seguida, questione:

Se soubermos a medida do comprimento de um quadrado, consequentemente saberemos a medida de sua largura (ou vice-versa)?

Quantas informação devemos ter sobre o quadrado para que possamos determinar sua área?

A partir destes questionamentos, peça para que eles determinem uma fórmula, agora para o cálculo da área de um quadrado qualquer, sabendo apenas a medida de seu comprimento (ou largura).

O objetivo é chegar a fórmula:

$$largura^2 \text{ ou } comprimento^2$$

6.5 PERÍMETRO E ÁREA DE FIGURAS PLANAS

- Objetivos:

  Calcular área a partir de composição e decomposição de figuras planas;

  Medir o perímetro de figuras planas;

  Peceber que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes.

- Habilidades:

  Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.

  Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

- Material utilizado:

  Tangram;

  Malha quadriculada;

  Folha branca;

  Barbante ou linha.

- Tempo estimado: 4 aulas de 50 minutos.

  1º momento: 1 aula;

  2º momento: 1 aula;

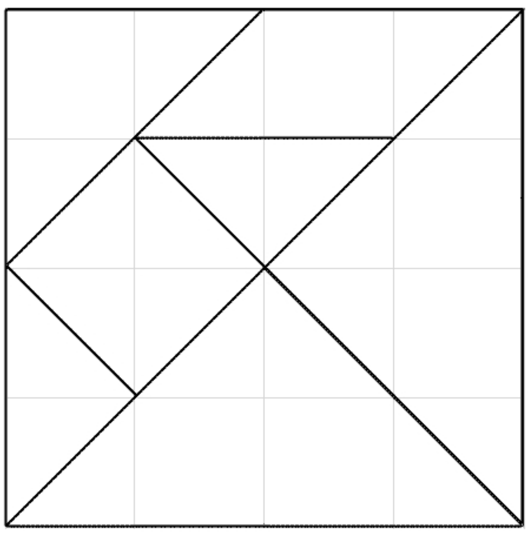
  3º momento: 1 aula;

  4º momento: 1 aula.

- Desenvolvimento:

  Para esta atividade, deve-se utilizar uma malha quadriculada 4 por 4 com a área total igual a do Tangram completo, como ilustra a Figura 18.

Figura 18 – Malha quadriculada 4 por 4



Fonte: http://clubematematicasemed.blogspot.com.br/p/professor-em-acao.html

A fim de que a malha quadriculada tenha as dimensões exatas do quebra-cabeças, o professor pode designar uma aula prévia para a montagem do Tangram, com os alunos, a partir da malha. Um molde em tamanho melhor de ser manipulado está disponível no Apêndice B.

Caso o professor prefira utilizar o Tangram já montado, basta configurar a impressora para que a impressão da malha quadriculada saia nas mesmas dimensões do quebra-cabeças disponível. A malha disponibilizada no Apêndice B possui 10 cm de comprimento.

1º momento:

Primeiramente o professor deve apresentar o quebra-cabeças aos alunos para que eles se familiarizem com as peças. Conte um pouco sobre sua origem e as lendas que o cercam.

Defina, com a turma, a unidade de área, para esta atividade, como sendo o menor quadrado da malha quadriculada. Peça para que eles escolham um nome para esta unidade, por exemplo, "quadradinho". Sugira que eles preencham a malha com as peças como na Figura 18 e, em seguida, questione:

Qual é, então, a área deste quadrado maior que vocês montaram?

Espera-se que os alunos percebam que a área da figura montada é igual a área da malha quadriculada e, portanto, equivale a 16 "quadradinhos".

2º momento:

Neste momento, proponha para os alunos o seguinte desafio: determinar a área de cada peça do Tangram. Sugira que eles construam uma tabela para organizar os dados encontrados.

Espera-se que eles encontrem os dados ilustrados na Tabela 7.

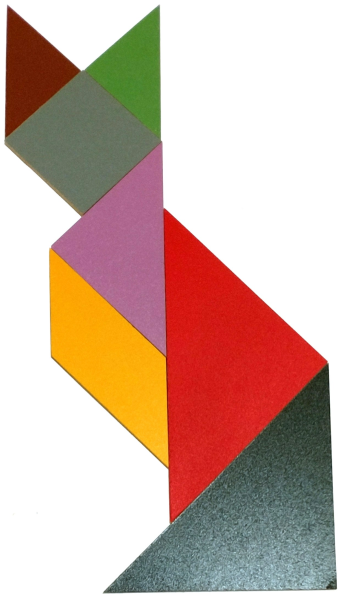
Peça	**Área em quadradinhos**
Triângulo maior	4
Triângulo médio	2
Triângulo pequeno	1
Quadrado	2
Paralelogramo	2

Tabela 7 – Área das peças do Tangram em "quadradinhos"

3º momento:

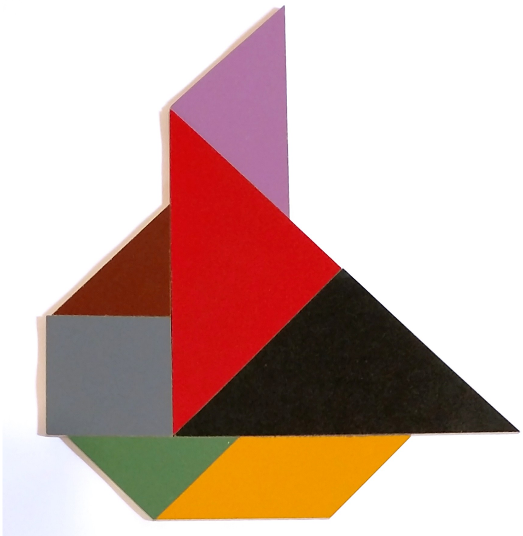
Divida a turma em grupos de até 4 alunos. Mostre a eles exemplos de montagens que podem ser feitas com todas as peças do Tangram e sugira que eles tentem fazer algumas, em cima de uma folha branca, para que possam marcar o contorno. Junto ao material, que fica disponível nas escolas, costuma-se ter um manual com exemplos dessas montagens. Ainda assim, disponibilizo alguns exemplos nas Figuras 19, 20, 21 e 22.

Figura 19 – Montagem: gato



Fonte: A própria autora

Figura 20 – Montagem: barco



Fonte: A própria autora

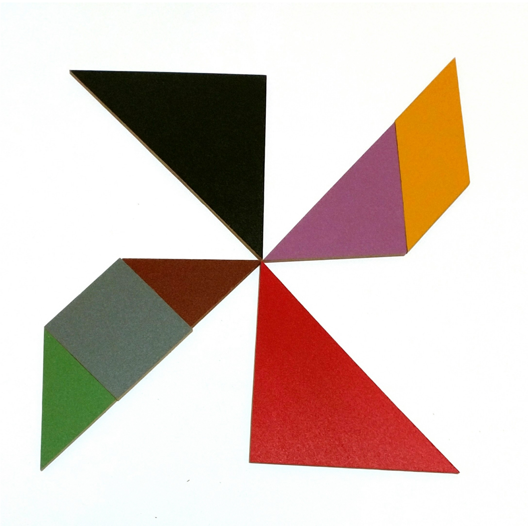
Para cada montagem, peça que façam um contorno à lápis. Utilizando a tabela com a área de cada peça do Tangram em "quadradinhos", sugira que anotem, no interior, a medida da área da figura que eles montaram. Como exemplo, considere a Figura 23, que representa o contorno da montagem "barco".

Com todos os contornos e anotações, peça a eles que observem o que foi feito e questione:

Figura 21 – Montagem: pato

Fonte: A própria autora

Figura 22 – Montagem: cata-vento



Fonte: A própria autora

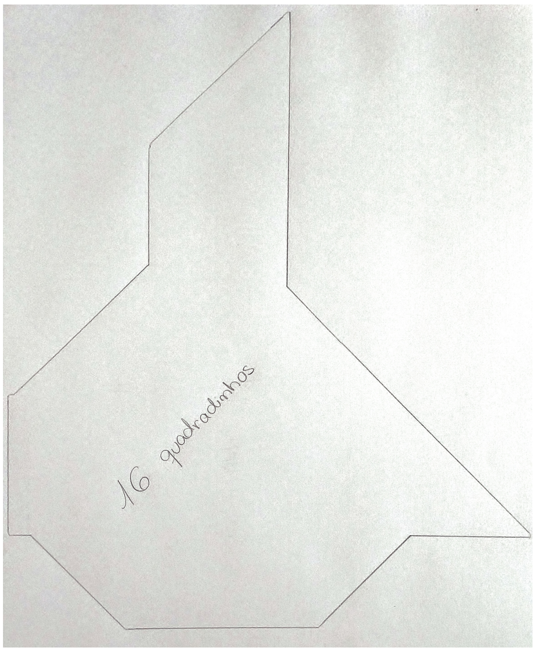
O que vocês podem concluir em relação a área de cada figura que montaram utilizando todas as peças do Tangram?

Espera-se que o aluno perceba que, independente do formato da figura, se utilizarmos todas as peças do Tangram, sua área será sempre 16 "quadradinhos".

4º momento:

Aproveitando os contornos, feitos a lápis, os alunos irão medir o perímetro de cada figura, utilizando o barbante. Deve-se utilizar um pedaço de barbante para cada desenho.

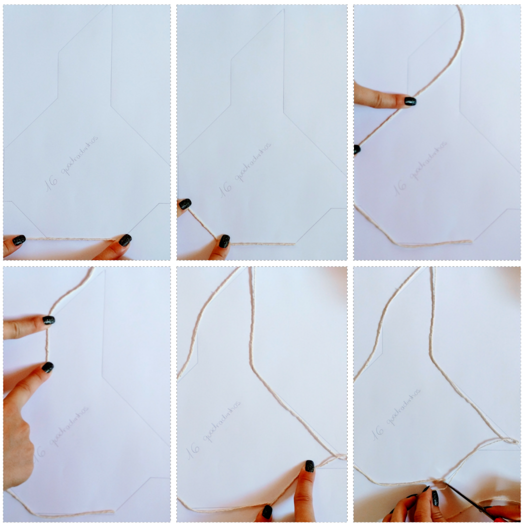
Figura 23 – Contorno e área



Fonte: A própria autora

Para começar, peça que eles escolham um vértice qualquer do desenho e coloquem nele a ponta do barbante, segurando-a com o dedo. Em seguida, esticarão a linha até o próximo vértice, segurando novamente neste ponto. A figura será, então, contornada com o barbante de modo que, a cada vértice, ele seja fixado para não escapar do formato. Observe, na Figura 24, um exemplo ilustrado para este processo.

Figura 24 – Passo a passo do contorno



Fonte: A própria autora

Ao finalizar o contorno, corte a sobra. Deste modo, o pedaço que eles obtiverem mede o mesmo que o contorno da figura, ou seja, a medida do pedaço de barbante é o perímetro do desenho.

Os alunos devem repetir este processo para cada desenho que fizeram. Com todos os pedaços de barbante obtidos, peça, agora, que eles comparem estas medidas. Para isso, eles deverão esticar os pedaços de barbante e colocá-los lado a lado.

Agora questione:

As figuras que vocês montaram têm a mesma área. Mas elas possuem o mesmo perímetro?

O que podemos concluir com isto?

Espera-se que os alunos percebam que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes.

Como sugestão de adaptação desta atividade para uma turma de 7º ano (ou posterior), por exemplo, o professor pode, antes do 4º momento, pedir para que os alunos meçam o perímetro das formas construídas, utilizando as relações métricas das figuras formadas pelas peças do Tangram, anotando os dados obtidos em uma tabela. Em seguida, faça as medições com o barbante (como sugere o 4º momento) e peça a eles que meçam os pedaços de barbante obtidos com uma fita métrica ou uma régua. Desta forma, eles poderão observar as aproximações de números irracionais e suas composições, uma vez que a medida dos lados das formas são obtidas através de relações métricas em triângulos retângulos e, consequentemente, esses números estão presentes em algum momento.

Para isso, portanto, será necessário um tempo a mais de aula (de 50 minutos) e um material a mais: a fita métrica ou a régua.

6.6 VOLUME DE CUBOS E BLOCOS RETANGULARES

- Objetivos:

  Entender o conceito de volume;

  Formar cubos e blocos retangulares e calcular seus volumes;

  Generalizar o cálculo de volume para cubos e blocos retangulares.

- Habilidades:

  Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.

  Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

- Material utilizado:

  Material Dourado.

- Tempo estimado: 4 aulas de 50 minutos.

  1º, 2º e 3º momentos: 2 aulas;

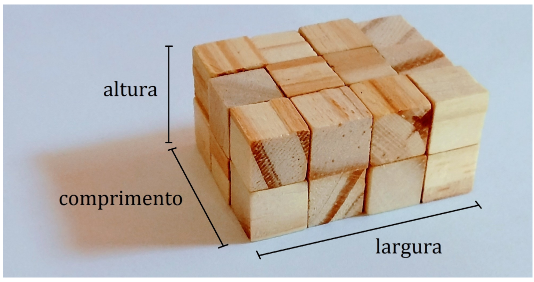
  4º e 5º momentos: 2 aulas.

- Desenvolvimento:

  1º momento:

Primeiramente, apresente aos alunos um exemplo de montagem de um bloco retangular utilizando apenas os cubinhos unitários do Material Dourado. Utilizando esta montagem, defina com a turma o que é a altura, o comprimento e a largura de um bloco retangular. A fim de exemplificação, considere a Figura 25.

Figura 25 – Exemplo de bloco retangular



Fonte: A própria autora

Peça para que eles determinem quantos cubinhos foram necessários para construir tal bloco. Caso o professor julgue necessário, desmonte o bloco, peça por peça, para a contagem dos cubinhos.

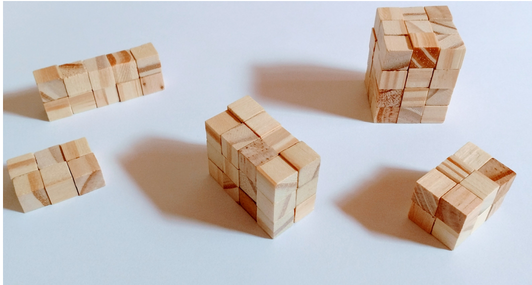
A seguir, esclareça aos alunos que: ao determinar quantos cubinhos são necessários para montar um bloco, estamos comparando seus preenchimentos no espaço, ou seja, sua capacidade. Como comprarar unidades é o mesmo que medir, ao comparar capacidades de blocos, estamos medindo seu volume. E defina a unidade de volume para esta atividade como sendo um cubinho.

2º momento:

Separe a turma em grupos de até 4 alunos e peça para que eles construam blocos retangulares com altura, comprimento e largura que quiserem. Para cada montagem, peça que registrem o volume, a largura, o comprimento e a altura, em seu caderno, em forma de uma tabela.

A fim de exemplificação, suponha que os alunos tenham construído os blocos retangulares ilustrados na Figura 26. A quantidade de montagens fica a critério do professor.

Figura 26 – Exemplos de blocos retangulares



Fonte: A própria autora

Sendo assim, a Tabela 8 organiza os dados obtidos.

Volme	**Altura**	**Comprimento**	**Largura**
10	2	1	5
6	1	2	3
24	3	4	2
36	4	3	3
12	2	2	3
⋮			

Tabela 8 – Dados dos exemplos de blocos retangulares

3º momento:

Peça para que os alunos observem os dados obtidos nas tabelas e encontrem a relação entre a altura, o comprimento e a largura para a obtenção do volume de cada bloco retangular.

Espera-se que eles percebam que, ao realizarem o produto entre as três dimensões (altura, comprimento e largura), obterão o valor exato do volume do bloco retangular em questão.

Proponha, agora, a seguinte atividade: determinar uma fórmula para o cálculo do volume de um bloco retangular qualquer, dadas as medidas de sua altura, de seu comprimento e de sua largura. O objetivo, portanto, é concluir que a fórmula seja:

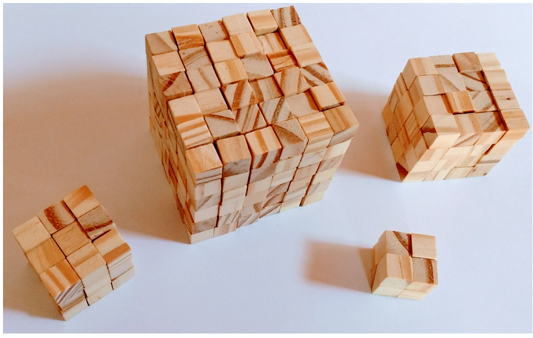
$$altura \times comprimento \times largura$$

4º momento:

Sugira, agora, que eles construam diferentes cubos. A quantidade de montagens fica a critério do professor. Para cada uma delas, peça que registrem o volume, a largura, o comprimento e a altura, em seu caderno, em forma de uma tabela.

Relembre com os alunos o fato de que o cubo possui altura, largura e comprimento de mesma medida. A fim de exemplificação, suponha que os alunos tenham construído os cubos ilustrados na Figura 27.

Figura 27 – Exemplos de cubos



Fonte: A própria autora

Sendo assim, a Tabela 9 organiza os dados obtidos neste exemplo.

Volme	**Altura**	**Comprimento**	**Largura**
27	3	3	3
216	6	6	6
64	4	4	4
8	2	2	2
⋮			

Tabela 9 – Dados dos exemplos de cubos

5º momento:

Peça para que os alunos observem os dados obtidos nas tabelas e questione:

Se soubermos a medida do comprimento de um cubo, consequentemente saberemos a medida de sua largura? E de altura? Por quê?

Quantas informação devemos ter sobre o cubo para que possamos determinar seu volume?

Espera-se que eles percebam que, para calcular o volume de um cubo, basta sabermos a medida de apenas uma de suas dimensões: altura, comprimento ou largura. Ou seja, é suficiente que saibamos a medida da aresta do cubo em questão.

Proponha, agora, a seguinte atividade: determinar uma fórmula para o cálculo do volume de um cubo qualquer, dada a medida de sua aresta (altura, comprimento ou largura). O objetivo, portanto, é concluirem que a fórmula seja:

$$aresta \times aresta \times aresta$$

ou

$$aresta^3$$

7 CONCLUSÃO

Podemos perceber, portanto, que a estreita relação entre as vertentes da matemática elementar (Álgebra, Aritmética e Geometria) se faz presente ao longo da escrita de sua própria história. Trazer essa união para dentro da sala de aula é, de fato, enriquecedor. Além de abrir caminhos para o aprendizado, auxilia no esclarecimento de diversos conceitos.

Em nosso país há documentos que fornecem orientações para a prática docente, inclusive para o ensino de Matemática. E tomando como base nossa legislação, podemos verificar a importância de trabalharmos o pensamento geométrico em nossas aulas, a fim de ampliar o conhecimento do aluno, além de fortalecer suas capacidades cognitivas fundamentais.

As atividades propostas nesta pesquisa trazem diversas oportunidades de conectarmos os diferentes temas matemáticos, uma vez que trabalhamos com figuras geométricas de formas variadas, estabelecemos relações entre suas propriedades e outros conceitos matemáticos, utilizamos tabelas para organização de dados e verificação de padrões.

Através da utilização de materiais manipuláveis, reforçamos a atribuição de significado da Matemática pelo educando, visto que, na maior parte de cada atividade, é ele próprio que manipula o material. Com o mesmo objetivo, todas as atividades trazem questionamentos, pois é através das perguntas feitas pelo professor, que o aluno constrói seu próprio conhecimento. Indo de encontro às tradicionais aulas de Matemática, nas quais o professor é o ditador de conceitos prontos e previamente estruturados, enquanto o aluno é mero espectador e, muitas vezes, acredita que só aprenderá Matemática decorando teorias.

Por outro lado, devemos ter em mente que, em diversos casos, o professor acaba sendo prejudicado pela propria rotina. Seja por ser uma rotina demasiadamente exaustiva, devido ao acúmulo de trabalho, na tentativa de reverter o quadro atual de desvalorização profissional, em que se encontra o nosso país; seja por uma rotina pragmática, onde falta estímulos que o façam pensar ou preparar atividades diferenciadas para seus alunos. Tendo em vista esta problemática, pensou-se em utilizar materiais de simples manipulação e fácil acesso. Trazendo, assim, vantagens tanto para o aluno como para o professor.

É claro que uma aula desenvolvida com recursos tecnológicos e uma excelente infra-estutura são de grande valia para a aprendizagem, muito embora saibamos que nem sempre é possível fazê-lo, devido à realidade vivida por milhares de escolas em nosso país. Entretanto, não devemos desanimar. Afinal, não necessitamos exclusivamente de materiais muito complexos para enriquecer nossas aulas e fazer algo diferenciado e esclarecedor para nossos alunos. A princípio, o Material Dourado e o Tangram podem parecer objetos rudimentares, mas, se bem explorados, muito nos auxiliam nesta caminhada.

Proponho aqui sugestões de atividades, elaboradas com o intuito de deixar, o mais claro possível, seus objetivos, desenvolvimento e o que se espera de cada uma. Tais propostas foram resultantes de um desdobramento, dado à partir de pequenas ideias que já venho utilizando em minha prática docente.

Pretendo, portanto, dar continuidade, bem como aperfeiçoar cada vez mais este trabalho, inserindo de fato as atividades, da maneira aqui propostas, nas aulas de Matemática, verificando se os objetivos esperados serão mesmo alcançados e fazendo as adaptações que, por ventura, possam vir a ser necessárias. Pois o trabalho investigativo do professor nunca deve cessar.

REFERÊNCIAS

[1] ALVES, C. K. *Materiais manipuláveis:* a matemática ao alcance das mãos. 2013. 87 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2013.

[2] BOYER, C. B. *História da matemática.* São Paulo: Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

[3] BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular – BNCC.* Brasília, DF, 2017.

[4] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

[5] BRASIL. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. *Resolução nº 7, de 14 de dezembro de 2010.* Fixa Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Diário Oficial da União, Brasília, 15 de dezembro de 2010, Seção 1, p. 34. Disponível em: `http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb007_10.pdf` Acesso em: 10 jan. 2018.

[6] DALTOÉ, K.; STRELOW, S. *Trabalhando com material dourado e blocos lógicos nas séries iniciais.* Disponível em: `http://www.cp.utfpr.edu.br/armando/adm/arquivos/pos/material_dourado.pdf` Acesso em: 02 set. 2017.

[7] EVES, H. *Introdução à história da matemática.* Campinas: Unicamp, 2011.

[8] GONÇALVES, J. E. *Aplicação do material dourado montessoriano em sala de aula.* Disponível em: `http://www.edupp.com.br/2015/05/aplicacao-do-material-dourado-montessoriano-em-sala-de-aula/` Acesso em: 18 jan. 2018.

[9] IOSIF, R. M. G. *A qualidade da educação na escola pública e o comprometimento da cidadania global emancipada:* implicações para a situação da pobreza e desigualdade no Brasil. 2007. 310 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Política Social, Universidade de Brasília, Distrito Federal, 2007.

[10] KLEN, A. M.; GIL, M. C. S. *Ensino da matemática.* Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2012.

[11] MOURA, A. S. *Matemática na Escola:* Prática interdisciplinar apoiada pela Teoria da Atividade. 2016. 118 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

[12] RÊGO, R.; RÊGO, R. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. (ORG.). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.* São Paulo: Autores Associados, 2006.

[13] REIFF, T. B. *Programação de computadores:* Uma proposta para o 9º ano do Ensino Fundamental. 2017. 65 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

[14] THOMÉ, R. L. *Métodos inovadores agregados à tecnologia como ferramentas auxiliadoras no aprendizado da matemática*. 2016. 56 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

APÊNDICE A – Figuras planas e espaciais

Para fazer esta atividade, escolha uma forma diferente da que você desenhou anteriormente.

1. O nome da figura que você escolheu é:
2. Desenhe no espaço abaixo uma figura que represente esta forma:

3. Mude a forma de posição e desenhe uma nova figura para representá-la:

4. Complete:
   a) A figura desenhada no item 2 representa um:
   b) A figura desenhada no item 3 representa um:
5. A forma que você escolheu representa uma figura plana ou espacial? Justifique sua resposta.

APÊNDICE B – Malha para a construção do Tangram